81.16

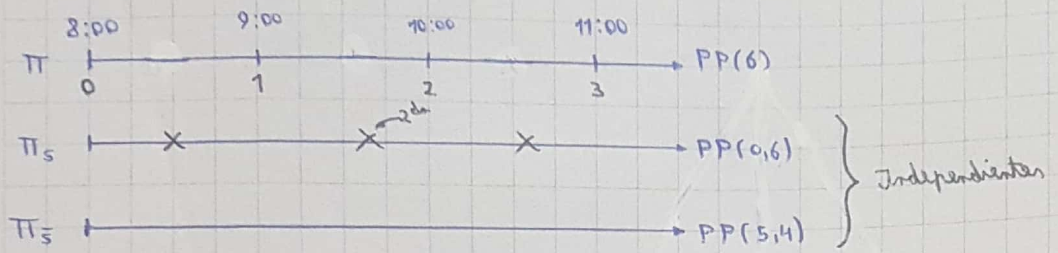
HOJA N° 1

FECHA

Padrón: 109786

OTERO, Leandro Agustín

1) Arribos de correos a un email con proceso de Poisson de $\lambda = 6$ (por h)



S: "El email recibido es spam", $P(S) = 0{,}1$

$N(a,b)$: "Cant. de mensajes spam que arriban en el intervalo (a,b)", $N(a,b) \sim Poi(0{,}6\,(b-a))$

$N(0,3) \sim Poi(9/5)$, $N(1,3) \sim Poi(6/5)$, $N(0,1) \sim Poi(3/5)$

$$P(N(1,3) \geq 2 \mid N(0,3) = 3) = \frac{P(N(1,3) = 2 \cup N(1,3) = 3,\ N(0,3) = 3)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2, N(0,3) = 3) + P(N(1,3) = 3, N(0,3) = 3)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2, N(0,1) = 1) + P(N(1,3) = 3, N(0,1) = 0)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2)\,P(N(0,1) = 1) + P(N(1,3) = 3)\,P(N(0,1) = 0)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{\frac{(6/5)^2 e^{-6/5}}{2!} \cdot \frac{(3/5)\, e^{-3/5}}{1!} + \frac{(6/5)^3 e^{-6/5}}{3!} \cdot e^{-3/5}}{\frac{(9/5)^3 e^{-9/5}}{3!}}$$

$$= \frac{0{,}432\, \cancel{e^{-9/5}} + 0{,}288\, \cancel{e^{-9/5}}}{0{,}972\, \cancel{e^{-9/5}}}$$

$$\boxed{P(N(1,3) \geq 2 \mid N(0,3) = 3) \cong 0{,}7407}$$

Otra opción

$X = N(1,3) \mid N(0,3) = 3$: "Cant. de mensajes a pam en el intervalo $(1,3)$ dado que hay 3 en el intervalo $(0,3)$"

$$X \sim B\Big(3, \underbrace{\tfrac{2}{3}}_{}\Big) \longrightarrow P_X(x) = \binom{3}{x}\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}$$

Prob. de que arribe en $(1,3)$ → $\frac{2}{3}$

2.1

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$= 1 - \binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^{0}\left(\frac{1}{3}\right)^{3} - \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^{1}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{27} - \frac{2}{9}$$

$$\boxed{P(X \geq 2) = \frac{20}{27} \cong 0{,}7407}$$

Padrón: 109786

81.16

OTERO, Leandro Agustín

HOJA N° 2

FECHA

2)

X: "Cant. de lanzamientos de un dado equilibrado hasta obtener 10 veces el 4", $X \sim Pas(10, 1/6)$

Piden $P(X < 80)$

$X = \sum_{i=1}^{10} X_i \quad / \quad X_i \overset{iid}{\sim} g(1/6)$ ⟶ (Sucesión de VA iid)

$E(X_i) = 6 < \infty \, , \; Var(X_i) = 30 < \infty$ ⟶ $(E(X_i) < \infty \, , \; Var(X_i) < \infty)$

} Puedo usar TCL

$$P(X < 80) = P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i < 80\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10 \cdot E(X_i)}{\sqrt{10 \cdot Var(X_i)}} < \frac{80 - 10 \cdot E(X_i)}{\sqrt{10 \cdot Var(X_i)}}\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10 \cdot 6}{\sqrt{10 \cdot 30}} < \frac{80 - 10 \cdot 6}{\sqrt{10 \cdot 30}}\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 60}{\sqrt{300}} < 1{,}1547\right) \simeq \phi(1{,}15) = 0{,}87493$$

Aproximación por TCL

⟶ $\boxed{P(X < 80) \simeq 0{,}87493}$

Escaneado con CamScanner

Índice de comentarios

1.1 te queda una binomial

2.1 genial!