

## Recuperatorio tercer parcial

1. La probabilidad de que Andrés vaya al trabajo en colectivo es 0.4, y que lo haga en auto es 0.6. El tiempo en minutos que demora cuando va en auto es una variable aleatoria con distribución uniforme en  $[20, 30]$ , mientras que el tiempo que demora cuando va en colectivo es una variable aleatoria uniforme en  $[20, 40]$ . Sabiendo que Andres demora 25 minutos en llegar a su trabajo, calcular la probabilidad de que haya ido en auto.
2. Se emiten mensajes de 7 bits por un canal de comunicación binario. Cada bit emitido es 1 con probabilidad 0.8. El receptor indica que hay un 1 cuando efectivamente el 1 ha sido emitido con probabilidad 0.95 e indica que hay un 0 cuando efectivamente se ha emitido un 0 con probabilidad 0.6. El mensaje enviado se considera correcto si se reciben a lo sumo 2 bits incorrectos. Calcular la probabilidad de recibir un mensaje correcto.

## Recuperatorio cuarto parcial

1. Un transmisor emite mensajes de acuerdo a un proceso de Poisson de intensidad 3 por minuto. La cantidad de palabras que tiene un mensaje es independiente y pueden ser 1, 2 o 3 palabras con probabilidad  $1/3$ ,  $1/2$  o  $1/6$ , respectivamente. Sabiendo que el primer minuto arribaron 4 mensajes. Calcular la probabilidad que haya 3 mensajes con 2 palabras y 1 con 3 palabras.
2. En una refinería, la producción (en litros) de nafta durante un mes sigue una distribución normal de media 3700 y desvío estándar 100. El consumo (en litros) de nafta por mes de cada vehículo de un pueblo es una variable aleatoria de media 35 y desvío 4. Si en el pueblo hay 100 vehículos, calcular aproximadamente la probabilidad de que la refinería pueda satisfacer la demanda de nafta del pueblo durante un mes.

Santiago Jorda  
curso Anas.

### Ejercicio I tercer parcial

~~X es una v.a.~~  
~~X = "Andrés dijo"~~

X = "medio de transporte elegido por Andrés"

$$P(X=x) = \begin{cases} 0,4 & X=C \\ 0,6 & X=A \end{cases}$$

~~X~~  
 $X \in \{A, C\}$

$$T|_{X=A} \sim U(20, 30)$$

$$T|_{X=C} \sim U(30, 40)$$

T = "tiempo a hasta llegar al trabajo" (minutos)

tengo que buscar  $P(X=A | T=25)$

↓  
Como T es continua  
y ~~su probabilidad en un punto~~  
es cero

utilizo bayes

bayes

$$P(X=A | T=25) = \frac{P(X=A) f_{T|X=A}(25)}{\sum_{i=1}^n \frac{f_{T|X=A_i}(25) P(X=x_i)}{U_X}}$$

evaluo en  
tablas

$$f_{T|X=A}(25) = \frac{1}{10}$$

$$f_{T|X=C}(25) = \frac{1}{20}$$



$$P(X=A | T=25) = \frac{P(X=A) \cdot f_{T|X=A}(25)}{\sum_{T|X=x_i} f_{T|X=x_i}(25) P(X=x_i)}$$

$$\text{reemplazo} = \frac{(0,6) \left(\frac{1}{10}\right)}{(0,6) \left(\frac{1}{10}\right) + (0,4) \left(\frac{1}{20}\right)} = \frac{\frac{3}{50}}{\frac{3}{50} + \frac{1}{50}} = \frac{\frac{3}{50}}{\frac{2}{25}} = \frac{3}{4}$$

$$P(X=A | T=25) = \frac{3}{4}$$

## Ejercicio 2

tercer parcial.

se envia  $n$  bits.  $n=7$

$R$  = "valor bit recibido"

$E$  = "valor bit emitido"

$$P(E=1) = 0,8 \quad \xrightarrow{\text{complementos}} \quad P(E=0) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(R=1|E=1) = 0,95 \quad \rightarrow \quad P(R=0|E=1) = 0,05$$

$$P(R=0|E=0) = 0,6 \quad \rightarrow \quad P(R=1|E=0) = 0,4$$

$P$  ("se recibe ~~a los sumo~~ ~~2~~ bits incorrectos").

$$\downarrow$$

$$(E=1, R=0) \cup (E=0, R=1).$$

defino  $C$  = "cont de bits incorrectos"  
 $C \sim \text{bin}(2, P_{inc})$ .

$$P(\text{"bit incorrecto"}) = p_i = P(E=1, R=0) \cup (E=0, R=1)$$

$$\xrightarrow{\text{eventos m.c.}} = P(E=1, R=0) + P(E=0, R=1).$$

$$= P(R=0|E=1)P(E=1) + P(R=1|E=0)P(E=0).$$

$$\text{reemplazo} = (0,05) \cdot (0,8) + (0,4) \cdot (0,2) = 0,12$$

$$\boxed{P_{inc} = 0,12}$$

trato que buscar un mensaje correcto

$\hookrightarrow$   $\#$  "mensaje correcto"  $\Rightarrow C \leq 2$ .

$$P(\text{"mensaje correcto"}) = P(C \leq 2) = P(C=0) + P(C=1) + P(C=2)$$



$$P(C=0) = \binom{7}{0} (0,12)^0 (1-0,12)^7 \approx 0,4$$

$$P(C=1) = \binom{7}{1} (0,12)^1 (1-0,12)^6 \approx 0,39$$

$$P(C=2) = \binom{7}{2} (0,12)^2 (1-0,12)^5 \approx 0,15$$

$$P(\text{"masaje correcto"}) = P(C=0) + P(C=1) + P(C=2) \approx 0,4 + 0,39 + 0,15$$

$$\boxed{P(C \leq 2) \approx 0,95}$$



Santiago Jorda  
curso Arias

## Ejercicio 2 cuarto parcial

defino

$R =$  "litros producidos por refinería  
en un mes"

$$R \sim N(3700, 100^2)$$

$$\mu_R = 3700, \sigma_R = 100$$

$A_i =$  "litros consumidos por <sup>el i-ésimo</sup> auto en un mes"

⊕

$$\mu_A = E[A_i] = 35 \quad \text{Var}(A_i) = 16 = \sigma_A^2$$

$$\Rightarrow \mu_A = 35$$

⊕  $C =$  "consumo total de un pueblo con  
100 autos en un mes"

$$C = \sum_{i=1}^{100} A_i$$

para que la refinería satisfaga el consumo del pueblo

se tiene  
que cumplir.

$$R \geq C$$

defino

$\rightarrow D =$  "diferencia entre producido  
y consumido en un mes"  
(por el pueblo)



$$D = R - C$$

hago que valer  $IP(D \geq 0) = P(\text{satisfacer la demanda})$



Como  $R$  y  $C$  tienen distribuciones distintas

$R$  es normal

$C$  es sesgo  $\rightarrow$  puedo aproximar por tel a una normal

- ya que es sucesión de  $n$  variables aleatorias i.i.d.
- $n$  es lo suficientemente grande
- $E(A_i) < \infty$   
 $Var(A_i) < \infty$  } son finitas

$$C = \sum_{i=1}^{100} A_i$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{100} A_i - 100 \mu_A}{\sqrt{100 \cdot \sigma_A^2}} \stackrel{\text{tel}}{\sim} Z_C \sim N(100 \mu_A, (100 \cdot \sigma_A^2)^2)$$

$$\text{quedando} \Rightarrow Z_C \sim N(3500, 40^2) \rightarrow \mu_{Z_C} = 3500$$

$$\sigma_C = 40.$$

ahora calculo la diferencia

$$\Rightarrow D \stackrel{\text{aprox.}}{=} R - Z_C \rightarrow R \text{ y } Z_C \text{ son normales, la suma}$$

$$D = R - Z_C \sim N(\mu_R - \mu_C, \sigma_R^2 + \sigma_C^2) = N(200, 11600)$$

$$\mu_D = 200$$

$$\sigma_D^2 = 11600$$

$$\sigma_D \approx 107.7$$

~~ahora calculo la diferencia~~

~~estando en D.~~

$\rightarrow$



$$P(\text{"satisfacer la demanda"}) = P(D \geq 0) \stackrel{u}{=} 0,96$$

~~1.1.1~~  
Calculadora  
Probability  
distribution