RESUMEN ESTADISTICA

CAPITULO 10 – Test de hipótesis

<u>Def:</u> HIPOTESIS

H_0: Hipótesis nula, Objeto de ensayo. (se formula con el propósito de ser rechazada)

H_1: (Hipótesis del investigador) Hipótesis alternativa

La conclusión fuerte de un ensayo de hipótesis únicamente se tiene en el rechazo de H_0.

<u>Def:</u> ERRORES

Error de tipo I: Se comete cuando se rechaza una hipótesis nula que era verdadera. Debe tener MUY baja probabilidad.

Error de tipo II: Se comete cuando no se rechaza una hipótesis nula que era falsa.

[E1 ES MUCHO MAS GRABE QUE E2]

<u>Def:</u> POTENCIA DE UN TEST

Probabilidad de rechazar la hipótesis nula.

<u>Def:</u> TEST DE HIPOTESIS

Es una regla de decisión entre H_0 y H_1, y la expresamos como función de la muestra aleatoria.

Si $\delta(\underline{X}) = 1$ se rechaza H_0

Si $\delta(\underline{X}) = 0$ no se rechaza H_0

RESUMEN ESTADISTICA

CAPITULO 10 – Test de hipótesis

Def: **THETA DE LA HIPOTESIS**

Sea $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a. de una población con una distribución con parámetros $\theta \in \Theta$. Sean Θ_1 y Θ_2 tales que $\Theta_1 \cup \Theta_2 = \Theta$ y $\Theta_1 \cap \Theta_2 = \emptyset$. Un test para este problema es una regla de decisión basada en $\underline{X}$ para decidir entre 2 hipotesis:

$$H_0: \theta \in \Theta_1 \quad y \quad H_1: \theta \in \Theta_2$$

La potencia del test:

$$\pi_\delta(\theta) = \mathbb{P}_\theta(\text{"}Rechazar\ H_0\text{"}) = \mathbb{P}_\theta\left(\delta\left(\underline{X}\right) = 1\right) = \mathbb{E}_\theta\left[\delta\left(\underline{X}\right)\right]$$

Entonces:

$$\mathbb{P}(\text{"}ERROR\ I\text{"}) = \mathbb{P}_\theta(\text{"}Rechazar\ H_0\text{"}) = \pi_\delta(\theta), \qquad \theta \in \Theta_1$$
$$\mathbb{P}(\text{"}ERROR\ II\text{"}) = \mathbb{P}_\theta(\text{"}No\ rechazar\ H_0\text{"}) = 1 - \pi_\delta(\theta), \qquad \theta \in \Theta_2$$

Def: **NIVEL DE SIGNIFICACION DEL TEST**

Es la máxima probabilidad de cometer un error de tipo I.

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi_\delta(\theta)$$

Def: **CURVA CARACTERISTICA OPERATIVA**

Es la máxima probabilidad de cometer un error de tipo I.

$$\beta(\theta) = \mathbb{P}(\text{"}ERROR\ II\text{"}) = 1 - \pi_\delta(\theta), \qquad \theta \in \Theta_2$$

Def: **p – value**

Es el menor nivel de significación para el cual se rechaza H_0, para una observación dada. Si $P - V < 0.05$ Rechazo H_0 siempre

RESUMEN ESTADISTICA

CAPITULO 10 – Test de hipótesis

Def: **TEST DEL COCIENTE DE VEROSIMILITUD PARA HIP. SIMPLE VS HIP. SIMPLE**

$H_0: \theta \in \Theta_1 \quad y \quad H_1: \theta \in \Theta_2$

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & si \quad T = \dfrac{f_{\theta_2}(\underline{x})}{f_{\theta_1}(\underline{x})} > k_\alpha \\ 0 & si \quad no \end{cases}$$

Prop:

Sea $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a. de una población con una distribución perteneciente a una familia exponencial, luego para

$H_0: \theta \leq \Theta_1 \quad y \quad H_1: \theta > \Theta_2$ y siendo T el estadístico suficiente de factorización.

1- Si $C(\theta)$ es **creciente**, el test será:

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & si \quad T > k_\alpha \\ 0 & si \quad T \leq k_\alpha \end{cases}$$

2- Si $C(\theta)$ es **decreciente**, el test será:

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & si \quad -T > k_\alpha \\ 0 & si \quad -T \leq k_\alpha \end{cases}$$

(Si las desigualdades de las hipótesis se invierten, también se invertirán los signos de los test)

3- Para familias **uniformes** también sirve a pesar de no ser familia exponencial, y se toma como si $C(\theta)$ fuera creciente.

RESUMEN ESTADISTICA

CAPITULO 10 – Test de hipótesis

Prop:

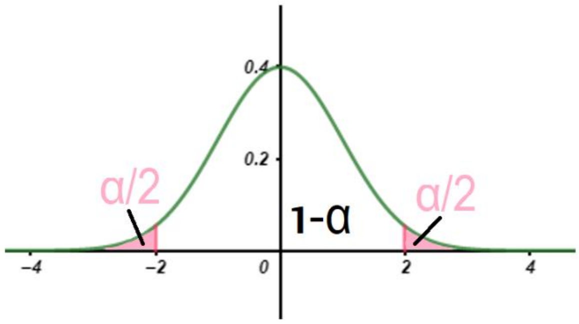
Sea $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a. de distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Si tenemos:

$H_0: \mu = \text{a} \quad y \quad H_1: \mu \neq \text{a}$

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & si \quad T > k_1 \quad o \quad T < k_2 \\ 0 & si \quad no \end{cases}$$

$$\alpha = \mathbb{P}_{\mu=a}\left(\delta(\underline{X}) = 1\right)$$



Prop:

Sea $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a. de distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Si desconocemos el valor de σ^2, para:

$H_0: \mu = \text{a} \quad y \quad H_1: \mu \neq \text{a}$

Por el teorema del CAP9:

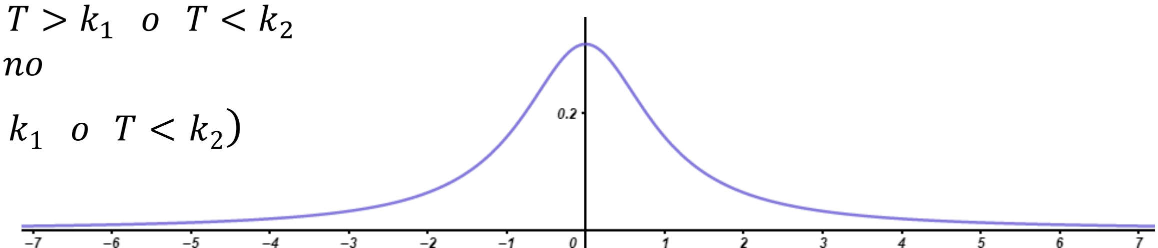
$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1},$$

$$T = \sqrt{n}\frac{(\bar{X} - \mu)}{S} \sim t_{n-1}$$

Es un estadístico suficiente y por lo tanto:

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & si \quad T > k_1 \quad o \quad T < k_2 \\ 0 & si \quad no \end{cases}$$

$$\alpha = \mathbb{P}_{\mu=a}(T > k_1 \quad o \quad T < k_2)$$



RESUMEN ESTADISTICA

CAPITULO 10 – Test de hipótesis