RESUMEN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA B

CAPITULO 5

<u>Def:</u> VARIABLES ALEATORIAS CONDICIONADAS

- VAD:

$$p_{Y|X=x}(y) = \frac{\mathbb{P}_{(X=x,\ Y=y)}}{\mathbb{P}_{(X=x)}} = \frac{p_{XY}(x,y)}{p_X(x)}$$

- VAC:

$$f_{Y|X=x}(y) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_X(x)}$$

<u>Def:</u> MEZCLAS

$$\mathcal{F}_X(x) = \mathbb{P}_{(X \leq x)} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{F}_{X|A_i}(x) \cdot \mathbb{P}_{(A_i)}$$

Donde A_i son particiones del espacio muestral

M

$$\mathcal{F}_X(x) = \mathbb{P}_{(X \leq x)} = \sum_{m \in \mathbb{R}_M} \mathcal{F}_{X|M=m}(x) \cdot \mathbb{P}_{(M=m)}$$

Donde M es la VA **mezcladora**

- X, VAD:

$$p_X(x) = \sum_{m \in \mathbb{R}_M} p_{X|M=m}(x) \cdot p_{(M=m)}$$

- X, VAC:

$$f_X(x) = \sum_{m \in \mathbb{R}_M} f_{X|M=m}(x) \cdot \mathbb{P}_{(M=m)}$$

RESUMEN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA B

CAPITULO 5

<u>Def:</u> BAYES PARA MEZCLAS

$$p_{M|X=x}(m) = \frac{f_{X|M=m}(x) \cdot \mathbb{P}_{(M=m)}}{\sum_{i \in \mathbb{R}_M} f_{X|M=i}(x) \cdot \mathbb{P}_{(M=i)}}$$

<u>Def:</u> FUNCION DE REGRESION

$$\varphi_{(x)} = \mathbb{E}_{[Y|X=x]} = \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot f_{Y|X=x}(y) \cdot dy \quad (VAC)$$

$$\varphi_{(x)} = \sum_{y \in \mathbb{R}_{Y|X=x}} y \cdot p_{Y|X=x}(y) \quad (VAD)$$

<u>Def:</u> ESPERANZA CONDICIONAL

$$\varphi_{(X)} = \mathbb{E}_{[Y|X]} \ (es\ una\ VA)$$

<u>Props:</u>

1- $\mathbb{E}_{[\mathbb{E}_{[Y|X]}]} = \mathbb{E}_{[Y]}$

2- $tq\ r_{(X)} \cdot s_{(Y)},\ r_{(X)}\ \acute{y}\ s_{(Y)}\ con\ esperanzas\ finitas$

$$\mathbb{E}_{[r_{(X)} \cdot s_{(Y)}|X]} = r_{(X)} \cdot \mathbb{E}_{[s_{(Y)}|X]}$$

3- $\mathbb{E}_{[a \cdot X + b \cdot Y\ |\ Z]} = a \cdot \mathbb{E}_{[X|Z]} + b \cdot \mathbb{E}_{[Y|Z]}$

4- $\mathbb{E}_{[Y|X]} = \mathbb{E}_{[Y]} \quad si\ x, y\ indep$

5- $\mathbb{E}_{[r_{(X)}|X]} = r_{(X)}$

RESUMEN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA B

CAPITULO 5

<u>Def:</u> VARIANZA CONDICIONAL

$$\zeta_{(X)} = Var(Y|X) = \mathbb{E}_{[Y^2|X]} - \mathbb{E}_{[Y|X]}{}^2$$

<u>Def:</u> TEOREMA DE PITAGORAS (para varianza condicional)

$$Var(Y) = \mathbb{E}_{[Var(Y|X)]} + Var(\mathbb{E}_{[Y|X]})$$

<u>Prop:</u> (truco)

$$Cov(X,Y) = \mathbb{E}_{[XY]} - \mathbb{E}_{[X]} \cdot \mathbb{E}_{[Y]}$$

$$Cov(X,Y) = \mathbb{E}_{[\mathbb{E}_{[XY|X]}]} - \mathbb{E}_{[X]} \cdot \mathbb{E}_{[Y]}$$

$$Cov(X,Y) = \mathbb{E}_{[X \cdot \mathbb{E}_{[Y|X]}]} - \mathbb{E}_{[X]} \cdot \mathbb{E}_{[Y]}$$