

**10.3** Se observará un único valor de una variable aleatoria  $X$  cuya función de probabilidad  $p(x)$  puede ser  $p_0(x)$  o  $p_1(x)$ , donde  $p_0(x)$  y  $p_1(x)$  están definidas en la siguiente tabla:

$x$	0	1	2	3	4	5
$p_0(x)$	0.02	0.03	0.05	0.05	0.35	0.50
$p_1(x)$	0.04	0.05	0.08	0.12	0.41	0.30

$\{H_0\}$   
 $\{H_1\}$

(a) Hallar todos los test de nivel  $\alpha = 0.05$  de la hipótesis  $H_0 : p(x) = p_0(x)$  contra  $H_1 : p(x) = p_1(x)$ .

(b) Calcular  $\beta$  para cada uno de los test hallados en (a). ¿Cuál es el mejor test de todos?

(2)

$$H_0: p(x) = p_0(x)$$

$$H_1: p(x) = p_1(x)$$

Rechazar  $H_0$

$$\alpha = \sup_{p(x) \in H_0} \mathbb{P}(\delta(\underline{X}) = 1) = \sup_{p(x) \in H_0} \inf_{\delta} \mathbb{P}(\delta(\underline{X}) = 1) = 0.05$$

Possible Tests:

$$\delta_1(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } X_1 \leq 1 \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\delta_1(\underline{x}) = 1) = \mathbb{P}(X_1 = 0 \text{ o } X_1 = 1) = p_0(0) + p_0(1) = 0.05 \checkmark$$

$$\delta_2(\underline{x}) = \mathbb{1}\{X_1 = 2\}$$

$$\delta_3(\underline{x}) = \mathbb{1}\{X_1 = 3\}$$

(6)  $\beta(\theta) = \mathbb{P}(\text{Erreur de 1<sup>er</sup> type II})$

$\mathbb{P}(\text{"bonne H}_0") = \mathbb{P}(\delta(\underline{X}) = 0), p(x) = p_1(x)$

$$\begin{aligned}\beta_1(p(x)) &= \mathbb{P}(\delta_1(\underline{X}) = 0) = \mathbb{P}(X_1 = 2, X_1 = 3, X_1 = 4, X_1 = 5) \\ &= p_1(2) + p_1(3) + p_1(4) + p_1(5) = 0,06 + 0,12 + 0,41 + 0,30 \\ &= 0,91\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta_1(\theta) = 0,91$$

$$\begin{aligned}\beta_2(p(x)) &= \mathbb{P}(\delta_2(\underline{X}) = 0) = p_1(0) + p_1(1) + p_1(3) + p_1(4) + p_1(5) \\ &= 0,92\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta_2 = 0,92$$

$$\begin{aligned}\beta_3(p(x)) &= \mathbb{P}(\delta_3(\underline{X}) = 0) = p_1(0) + p_1(1) + p_1(2) + p_1(4) + p_1(5) \\ &= 0,88\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta_3 = 0,88$$

$\Rightarrow \delta_3(\underline{X})$  ya que tiene el menor error de tipo II y todos tienen el mismo error de tipo I