Recuperatorio tercer parcial

1. La probabilidad de que Andrés vaya al trabajo en colectivo es 0.4, y que lo haga en auto es 0.6. El tiempo en minutos que demora cuando va en auto es una variable aleatoria con distribucion uniforme en $[20, 30]$, mientras que el tiempo que demora cuando va en colectivo es una variable aleatoria uniforme en $[20, 40]$. Sabiendo que Andres demoro 25 minutos en llegar a su trabajo, calcular la probabilidad de que haya ido en auto.

2. Se emiten mensajes de 7 bits por un canal de comunicación binario. Cada bit emitido es 1 con probabilidad 0.8. El receptor indica que hay un 1 cuando efectivamente el 1 ha sido emitido con probabilidad 0.95 e indica que hay un 0 cuando efectivamente se ha emitido un 0 con probabilidad 0.6. El mensaje enviado se considera correcto si se reciben a lo sumo 2 bits incorrectos. Calcular la probabilidad de recibir un mensaje correcto.

Recuperatorio cuarto parcial

1. Un transmisor emite mensajes de acuerdo a un proceso de Poisson de intensidad 3 por minuto. La cantidad de palabras que tiene un mensaje es independiente y pueden ser 1,2 o 3 palabras con probabilidad $1/3$, $1/2$ o $1/6$, respectivamente. Sabiendo que el el primer minuto arribaron 4 mensajes. Calcular la probabilidad que haya 3 mensajes con 2 palabras y 1 con 3 palabras.

2. En una refineria, la producción (en litros) de nafta durante un mes sigue una distribucion normal de media 3700 y desvío estándar 100. El consumo (en litros) de nafta por mes de cada vehículo de un pueblo es una variable aleatoria de media 35 y desvío 4. Si en el pueblo hay 100 vehículos, calcular aproximadamente la probabilidad de que la refinería pueda satisfacer la demanda de nafta del pueblo durante un mes.

Santiago Jorda
curso Anac.

Ejercicio I
tercer parcial

~~X es una v.a.~~
~~X = "Andres dij"~~

X = "medio de trasporte elegido por Andres"

$$\mathbb{P}(X=x) = \begin{cases} 0,4 & x=c \\ 0,6 & x=A \end{cases}$$

$X \in \{A, c\}$.

$T|_{X=A} \sim U(20,30)$

$T|_{x=c} \sim U(20,40)$

T = "tiempo hasta llegar al trabajo" (minutos

tengo que buscar $\mathbb{P}(X=A \mid T=25)$

como T es continua y su probabilidad en un punto es cero

utilizo bayes

bayes

$$\mathbb{P}(X=A \mid T=25) = \frac{\mathbb{P}(X=A)\, f_{T|X=A}(25)}{\sum f_{T|X=x_i}(25)\, \mathbb{P}(X=x_i)}$$

$\forall x$.

evaluo en tablas

$$f_{T|X=A}(25) = \frac{1}{10}$$

$$f_{T|X=c}(25) = \frac{1}{20}$$

$$\mathbb{P}(X=A \mid T=25) = \frac{\mathbb{P}(X=A) \cdot f_{T \mid X=A}(25)}{\sum f_{T \mid X=x_i}(25)\, \mathbb{P}(X=x_i)}$$

reemplazo

$$= \frac{(0{,}6)\left(\frac{1}{10}\right)}{(0{,}6)\left(\frac{1}{10}\right)+(0{,}4)\left(\frac{1}{20}\right)} = \frac{\frac{3}{50}}{\frac{3}{50}+\frac{1}{50}} = \frac{\frac{3}{50}}{\frac{2}{25}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(X=A \mid T=25) = \frac{3}{4}}$$

Santiago Jorda
Curso Artigas

Ejercicio 2
tercer parcial.

Se emite 7 bits. $n=7$

$R=$"valor bit recibido"
$E=$"valor bit emitido"

$\mathbb{P}(E=1)=0,8 \xrightarrow{\text{complementos}} \mathbb{P}(E=0)=1-0,8=0,2$
$\mathbb{P}(R=1|E=1)=0,95 \rightarrow \mathbb{P}(R=0|E=1)=0,05$
$\mathbb{P}(R=0|E=0)=0,6 \rightarrow \mathbb{P}(R=1|E=0)=0,4$

$\mathbb{P}($"se recibe a lo sumo ~~#~~ ~~menos~~ 2 bits incorrectos"$)$.

$\downarrow$

$(E=1, R_{t}=0)\cup(E=0, R_{t}=1)$.

defino $C=$"cant de bits incorrectos"
$C \sim Bin(2, P_{inc})$.

$\mathbb{P}($"bit incorrecto"$)=P_i=\mathbb{P}((E=1,R=0)\cup(E=0,R=1))$

eventos M.E. ~~disj~~ $\rightarrow = \mathbb{P}(E=1,R=0)+\mathbb{P}(E=0,R=1)$.

$=\mathbb{P}(R=0|E=1)\,\mathbb{P}(E=1)+\mathbb{P}(R=1|E=0)\,\mathbb{P}(E=0)$.

reemplazo $=(0{,}05).(0{,}8)+(0{,}4)(0{,}2)=0{,}12$

$\boxed{P_{inc}=0{,}12}$ ✓

tengo que buscar un mensaje correcto
$\hookrightarrow$ ~~#~~ "mensaje correcto" $\Rightarrow C\leq 2$.

$\mathbb{P}($"mensaje correcto"$)=\mathbb{P}(C\leq 2)=$ ~~#~~ $\mathbb{P}(C=0)+\mathbb{P}(C=1)+\mathbb{P}(C=2)$

$$\mathbb{P}(c=0) = \binom{7}{0}(0{,}12)^0(1-0{,}12)^7 \cong 0{,}4$$

$$\mathbb{P}(c=1) = \binom{7}{1}(0{,}12)^1(1-0{,}12)^6 \cong 0{,}39$$

$$\mathbb{P}(c=2) = \binom{7}{2}(0{,}12)^2(1-0{,}12)^5 \cong 0{,}15$$

$$\mathbb{P}(\text{"mensaje correcto"}) = \mathbb{P}(c=0) + \mathbb{P}(c=1) + \mathbb{P}(c=2) \cong 0{,}4 + 0{,}39 + 0{,}15$$

$$\boxed{\mathbb{P}(c \leq 2) \cong 0{,}95}$$

Santiago Jordu
curso Arias

Ejercicio 2
cuarto parcial

defino

R = "litros producidos por refineria en un mes"

(1) $R \sim N(3700, 100^2)$.

$\mu_R = 3700$, $\sigma_R = 100$

A_i = "litros consumido por el i-esimo auto en un mes"

(2)

$\mu_A = E[A_i] = 35$ $\quad Var(A_i) = 16 = \sigma_A^2$

(3) C = "consumo total de un pueblo con 100 autos en un mes"

$C = \sum^{100} A_i$

para que la refineria satisfaga el consumo del pueblo se tiene que cumplir. $R \geq C$ $\xrightarrow{\text{defino}}$ D = "diferencia entre producido y consumido en un mes" (por el pueblo)

$D = R - C$

tengo que hallar $\mathbb{P}(D \geq 0) = \mathbb{P}(\text{"satisfacer la demanda"})$.

Como R y C tienen distribuciones distintas

R es normal

C se desconoce → puedo aproximar por tcl a una normal

- ya que es sucesion de n variables aleatorias iid
- n es lo suficientemente grande
- $E(A_i) < \infty$, $Var(A_i) < \infty$ } son finitas

6.1

$C = \sum^{100} A_i$

$$\Rightarrow \frac{\sum^{100} A_i - 100\mu_A}{\sqrt{100 \cdot \sigma_A^2}} \overset{tcl}{\approx} Z_C \sim N(100 \cdot \mu_A, (\sqrt{100 \cdot \sigma_A^2})^2).$$

quedando $\Rightarrow Z_C \sim N(3500, 40^2)$ → $\mu_{Z_C} = 3500$, $\sigma_C = 40$.

6.2

ahora calculo la diferencia

$\Rightarrow D \overset{\text{aprox.}}{\cong} R - Z_C$ → R y Z_C son normales, las sumo

$$D = R - Z_C \sim N(\mu_R - \mu_C, \sigma_R^2 + \sigma_C^2) = N(200, 11600)$$

$\mu_D = 200$

$\sigma_D^2 = 11600$

$\sigma_D \simeq 107,7$

~~estandarizo D~~

~~estandarizo D.~~ →

Escaneado con CamScanner

7.1

$$\boxed{\mathbb{P}(\text{"satisfacer la demanda"}) = \mathbb{P}(D \geq 0) \overset{\text{Calculadora probability distribution}}{\cong} 0,96}$$

Escaneado con CamScanner

Index of comments

6.1 Donde vas a usar esta aproximación??

6.2 No. Zc no es una variable aleatoria normal. A lo sumo, su distribución se parece a la de una variable aleatoria normal.

7.1 Acá usas TCL!