10.14 Basándose en una muestra aleatoria de una población con distribución uniforme sobre el intervalo $[0, \theta]$, $\theta > 0$, diseñar un test de hipótesis para $H_0 : \theta \leqslant 1$ cuyo nivel de significación sea $\alpha = 0.05$ y tal que el valor de la función de potencia en $\theta = 1.1$ sea 0.9.

mas $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n) \overset{iid}{\sim} \mathcal{U}(0, \theta)$, $\theta > 0$

$H_0 : \theta \leq 1 \qquad H_1 : \theta > 1$

$T = \max(\underline{X})$

Video 2 Jemi

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & \text{si } T > K_\alpha \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \qquad F_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \left(\frac{t}{\theta}\right)^n & \text{si } 0 \leq t < \theta \\ 1 & \text{si } t \geq \theta \end{cases}$$

$$\alpha = 0{,}05 = \mathbb{P}_{\theta=1}(T > K_\alpha) = 1 - \mathbb{P}_{\theta=1}(T \leq K_\alpha)$$

$$= 1 - \left(\frac{K_\alpha}{1}\right)^n = 0{,}05$$

$$K_\alpha = \sqrt[n]{0{,}95}$$

$$\mathbb{P}_{\theta=1,1}\left(T > \sqrt[n]{0,95}\right) = 0,9$$

$$1 - F_T(t) = 0,9$$

$$1 - \left(\frac{\sqrt[n]{0,95}}{1,1}\right)^n = 0,9$$

$$0,95 = (1,1)^n \cdot 0,1$$

$$(1,1)^n = 9,5 \longrightarrow n = \log_{1,1} 9,5 \cong 23$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{\max(\underline{X}) > \sqrt[23]{0,95}\right)}$$