PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación Parcial | Segundo cuatrimestre – 2019
Duración: 4 horas. | 2/11/19 – 9:00 hs.

Curso: Corrector:

Apellido y Nombres:

Padrón:

---

1. En una caja hay 20 pelotas de tenis, de las cuales 15 son nuevas y 5 usadas. Para un partido se extraen al azar dos pelotas y al finalizar se vuelven a colocar en la caja. Si para el siguiente partido se extraen al azar dos pelotas. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo partido se lleve a cabo con ambas pelotas nuevas?

2. Sea T el tiempo (en años) que se mantiene adherida en el parabrisas la etiqueta de la VTV, con función de intensidad de fallas de la forma

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}\mathbf{1}\{t > 0\}.$$

Si la etiqueta se mantuvo adherida durante el primer año, calcular la probabilidad de que siga adherida por lo menos un año más.

3. Se realiza el experimento de tirar un dado hasta que sale el primer 6. Si se sabe que fueron necesarios menos de cinco tiros, calcular el número esperado de tiros hasta finalizar el experimento.

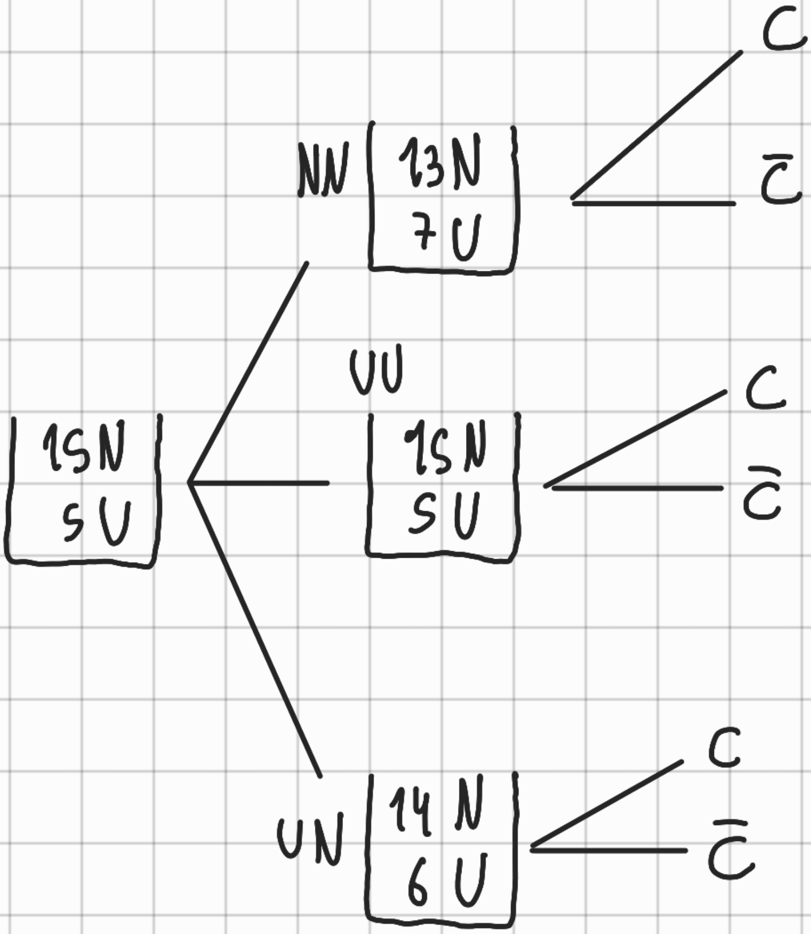
4. Un programador *freelance* factura a sus clientes \$2000 por hora o fracción. El tiempo que demora en completar un trabajo (en horas) es una variable aleatoria con distribución exponencial de media 10. Hallar la función de probabilidad del monto total facturado por un trabajo completo.

5. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \frac{2x}{3\sqrt{4x-1}}e^{-y/\sqrt{4x-1}}\mathbf{1}\{1 < x < 2, 0 < y\}.$$

Calcular $\mathbf{P}(4 < \mathbf{var}(Y|X) < 6)$.

(1)



NN: Extraigo dos nuevas en la primera extracción

UU: 〃 〃 usadas 〃 〃 〃 〃

UN: 〃 una vieja y una nueva en la primera extracción

C : Extraigo dos nuevas en la segunda extracción dado NN

$$\mathbb{P}(NN) = \frac{\binom{15}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{21}{38} \qquad \mathbb{P}(UU) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{1}{19} = \frac{2}{38}$$

$$\mathbb{P}(UN) = \frac{\binom{15}{1}\binom{5}{1}}{\binom{20}{2}} = \frac{15}{38} \qquad \mathbb{P}(C|NN) = \frac{\binom{13}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{78}{190}$$

$$\mathbb{P}(C|UU) = \frac{\binom{15}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{105}{190} \qquad \mathbb{P}(C|UN) = \frac{\binom{14}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{91}{190}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(C) = \mathbb{P}(C|NN)\,\mathbb{P}(NN) + \mathbb{P}(C|UU)\,\mathbb{P}(UU) + \mathbb{P}(C|UN)\,\mathbb{P}(UN)$$

$$= \frac{78}{190}\cdot\frac{21}{38} + \frac{105}{190}\cdot\frac{2}{38} + \frac{91}{190}\cdot\frac{15}{38} = 0{,}445014$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbb{P}(C) = 0{,}445014}$$

(2)

2. Sea T el tiempo (en años) que se mantiene adherida en el parabrisas la etiqueta de la VTV, con función de intensidad de fallas de la forma

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}\mathbf{1}\{t > 0\}.$$

Si la etiqueta se mantuvo adherida durante el primer año, calcular la probabilidad de que siga adherida por lo menos un año más.

$$F_T = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(s)\,ds}$$

$$\int_0^t \frac{1}{\sqrt{s}}\,ds = \int_0^t (s)^{-\frac{1}{2}}\,ds = \left.\frac{s^{1/2}}{1/2}\right|_0^t = 2\sqrt{t}$$

$$F_T = 1 - e^{-2\sqrt{t}}$$

VA Continua

$$\mathbb{P}(T \geq 2 \mid T > 1) = \frac{\mathbb{P}(T \geq 2)}{1 - \mathbb{P}(T \leq 1)} = \frac{1 - F_T(2)}{1 - F_T(1)}$$

$$= \frac{e^{-2\sqrt{2}}}{e^{-2}} = 0{,}43674$$

$$\Longrightarrow \boxed{\mathbb{P}(T \geq 2 \mid T > 1) = 0{,}43674}$$

3. Se realiza el experimento de tirar un dado hasta que sale el primer 6. Si se sabe que fueron necesarios menos de cinco tiros, calcular el número esperado de tiros hasta finalizar el experimento.

T: tiros hasta el 1^er^ 6

$T \sim geo(1/6)$

$$E[T \mid T < 5] = \frac{1 \cdot (1-1/6)^0 + 2(1-1/6)^1 + 3(1-1/6)^2 + 4(1-1/6)^3}{(1-1/6)^0 + (1-1/6)^1 + (1-1/6)^2 + (1-1/6)^3}$$

$$= 2{,}27421$$

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación Parcial — Segundo cuatrimestre – 2019
Duración: 4 horas. — 2/11/19 – 9:00 hs.

Curso: Corrector:

Apellido y Nombres:

Padrón:

1. En una caja hay 20 pelotas de tenis, de las cuales 15 son nuevas y 5 usadas. Para un partido se extraen al azar dos pelotas y al finalizar se vuelven a colocar en la caja. Si para el siguiente partido se extraen al azar dos pelotas. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo partido se lleve a cabo con ambas pelotas nuevas?

2. Sea T el tiempo (en años) que se mantiene adherida en el parabrisas la etiqueta de la VTV, con función de intensidad de fallas de la forma

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}\mathbf{1}\{t > 0\}.$$

Si la etiqueta se mantuvo adherida durante el primer año, calcular la probabilidad de que siga adherida por lo menos un año más.

3. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \frac{2x}{3\sqrt{4x-1}}e^{-y/\sqrt{4x-1}}\mathbf{1}\{1 < x < 2, 0 < y\}.$$

Calcular $\mathbf{P}(4 < \mathbf{var}(Y|X) < 6)$.

4. Chocolatines Jack lanza una colección de muñequitos con las figuras de los personajes de *Avatar*: Aang, Katara, Sokka, Momo y Appa. Cada vez que Facundo compra un chocolatín es igualmente probable que obtenga alguno de los personajes. Una vez que Facundo logre conseguir a Momo le regalará a su hermana todos los Appa que haya juntado. Calcular la esperanza de la cantidad de muñequitos que Facundo le regalará a su hermana.

5. La cantidad de días de lluvia durante un año en la ciudad de *Zorg* es una variable aleatoria con distribución de Poisson de media 32. Calcular *aproximadamente* la cantidad de años que deben transcurrir para de que la probabilidad de que la cantidad total de días de lluvia supere 1500 sea mayor a 0.90.