

GUÍA 6

C Y N

$$6.1) P(\text{"disco defectuoso"}) = 0,01$$

$\{X_i=1\} \Rightarrow \text{"el disco es defectuoso"} X_i \sim \text{Be}(0,01)$

$Y = \text{"cantidad de éxitos en los ensayos"} Y \sim \text{Bi}(10, 0,01)$

$$P(Y > 1) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) = 1 - \binom{10}{0} (0,01)^0 (1 - 0,01)^{10}$$

$$= \binom{10}{1} (0,01)^1 (1 - 0,01)^9 = 1 - \frac{99}{100}^{10} - \frac{10}{100} \left(\frac{99}{100} \right)^9 = 4,2662 \cdot 10^{-3}$$

$W = \text{"cantidad de paquetes devueltos de 3"}$

$$W \sim \text{Bi}(3, p) \quad p = P(Y > 1) = 4,2662 \cdot 10^{-3}$$

$$P(W=1) = \binom{3}{1} (4,2662 \cdot 10^{-3})^1 (1 - 4,2662 \cdot 10^{-3})^2 = 1,22 \cdot 10^{-3}$$

6.2) $\{X_i=1\} \Rightarrow \text{"el brote disó en el disco"} \text{ Be}(p)$

$Y = \text{"cantidad de brotes en 3 brotes"} \sim \text{Bi}(3, p)$

$Z = \text{"cantidad de brotes en 5 brotes"} \sim \text{Bi}(5, p)$

$$P(Y \geq 2) \times P(Z \geq 3)$$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) = 1 - \binom{3}{0} p^0 (1 - p)^3$$

$$= \binom{3}{1} p^1 (1 - p)^2 = 1 - (1 - p)^3 - 3p(1 - p)^2 = 1 - (1 - 2p + p^2)(1 - p)^2$$

$$= 3p(1 - 2p + p^2) = 1 - (1 - p - 2p + 2p^2 + p^3 - p^4) = 3p + 6p^2 -$$

$$3p^3 = p + 3p^2 - 2p^2 - p^3 + p^4 = 3p + 6p^2 - 3p^3 = -2p^2 + 3p^4$$

$$P(Z \geq 3) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - P(Z=0) - P(Z=1) - P(Z=2) =$$

$$\binom{5}{0} p^0 (1 - p)^5 - \binom{5}{1} p (1 - p)^4 - \binom{5}{2} p^2 (1 - p)^3 = 1 - (1 - p)^5 -$$

$$= 5p(1 - p)^4 - 10p^2(1 - p)^3 = 1 - (1 - p)(1 - p)^4 -$$

$$= 5p(1 - 2p + p^2)(1 - 2p + p^2) = 10p^2 + 20p^3 - 10p^4 = 1 - (1 - p$$

$$(1 - p)^4 - 5p(1 - 2p + p^2 - 2p + 4p^2 - 2p^3 + p^2 - 2p^3 + p^4) = 10p^2 +$$

$$- 10p^4 = 1 - (1 - p)(1 - 4p + 6p^2 - 4p^3 + p^4) = 5p + 20p^2 - 30p^3$$

$$+ 20p^4 - 5p^5 = 10p^2 + 20p^3 - 10p^4 = 1 - (1 - 4p + 6p^2 - 4p^3 + p^4 - p^5)$$

$$+ 4p^2 - 6p^3 + 4p^4 - p^5 = 5p + 10p^2 + 10p^3 + 10p^4 - 5p^5 = 5p - 10p^2$$

$$+ 10p^3 - 5p^4 + p^5 = 5p + 10p^2 + 10p^3 + 10p^4 - 5p^5 = 5p^4 - 4p^5$$

$$-2P^3 + 3P^2 > SP^4 - 4P^3$$

$$P^2(-2P+3) > P^2(SP^2 - 4P^3)$$

$$4P^3 - SP^2 - 2P + 3 > 0$$

$$4\left(P^3 - \frac{S}{4}P^2 - \frac{1}{2}P + \frac{3}{4}\right) > 0 \quad \text{D}$$

$$6(3) \text{ a) } P(\text{"13 coros"}) = P(C=13)$$

C = "cantidad de coros en 18 tiros" $\sim \text{Bin}(18, 1/2)$

$$P(C=13) = \binom{18}{13} \left(\frac{1}{2}\right)^{13} \left(1-\frac{1}{2}\right)^{18-13} = \frac{162}{32768} \approx 0,0503268$$

$$\text{b) Rango} = S \times / P(X=x) \text{ es máx?} = 9$$

$$6(4) \{X_i = 1\} = \text{"el paciente no se prenda"} \quad X_i \sim \text{Be}(0,04)$$

Y = "cantidad de pacientes en los siete" $Y \sim \text{Bin}(100, 0,04)$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) = 1 - \binom{100}{0} (0,04)^0 (0,96)^{100} - \binom{100}{1} (0,04)^1 (0,96)^{99}$$

$$1 - 0,01687 - 0,070293 = 0,912839$$

$$6(5) X_i = \text{"fallo"} \Rightarrow X_i \sim \text{Be}(1/6) \quad P(Y \geq 2) = 0,9128$$

X = "cantidad de s en n tiros" $X = \sum_{i=1}^n X_i$

$$P\left(|X - \frac{n}{6}| > 0,01\right) > 0$$

$$P\left(|X - \frac{n}{6}| > 0,01\right) < 0,05$$

$$E(X) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (X_i) = \frac{n}{6}$$

$$\text{Var}(X) = V\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{n}{36} V\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{n}{36} \sum_{i=1}^n V(X_i) = \frac{n}{36}$$

$$V(X) = \frac{n}{36} \cdot 0,05 \cdot (0,01)^2 \Rightarrow n > 222777,7$$

6(6) X = "cantidad de tiros hasta el 1er 00"

$$X \sim \text{Geo}(1/6) \quad P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - P(X=1) - P(X=2) -$$

$$P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right)^1 \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 \frac{1}{6} = \frac{125}{216} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P(X > 6 | X > 3) = \frac{P(X > 6, X > 3)}{P(X > 3)} = \frac{P(X > 6)}{P(X > 3)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{5}{6} - \frac{25}{216}}{\left(\frac{5}{6}\right)^3}$$

$$\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^4 \frac{1}{6} - \left(\frac{5}{6}\right)^5 \frac{1}{6}}{\left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^6}{\left(\frac{5}{6}\right)^3}$$

$$\Rightarrow P(X > 5 | X > 3) = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^3}{\left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{125}{216}$$

6.7) $\{X_i=1\} = " \text{apareció el dígito } 6 " \quad X_i \sim \text{Be}(1/10)$

$X = " \text{cont de errores Be}(1/10) \text{ hasta el } 1^{\text{er}} 6 "$

$$X \sim \text{Geo}(1/10) \quad P(X=x) = \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{x-1} \frac{1}{10} > 0,99$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{x-1} \frac{1}{10} > 0,99 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^{x-1} > 0,9$$

$$\frac{\left(\frac{9}{10}\right)^x}{\left(\frac{9}{10}\right)} > 0,9 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^x > 0,9 \Rightarrow x \ln\left(\frac{9}{10}\right) > \ln(0,9)$$

$$x > \frac{\ln(0,9)}{\ln(9/10)} \Rightarrow x > -20,76 \Rightarrow x \leq 20,76$$

6.8) $X = " \text{tiempo entre la comparsa entre errores } "$

$$X \sim \text{Exp}(1/3) \quad E[X] = 3 \text{ h}$$

$N = " \text{cont de intervalos que pasan } "$

$$N \sim \text{Geo}\left(1 - e^{-\frac{1}{3}}\right) \quad (X \sim \text{Expo})$$

$Y = " \text{cont de veces que veo el } 3 "$

$$Y|N=n \sim \text{Bi}(n, 1/6) \quad E[Y|N=a] = a \rightarrow E[Y|N] = \frac{N}{6}$$

$$E[Y] = E[E[Y|N]] = E[N] \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{1 - e^{-1/3}} \right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} e^{20/3}$$

$$E[Y] = \frac{1}{6} (1 - e^{20/3})$$

6.9) $X_L = " \text{contadas de tiros hasta la } 1^{\text{ra}} \text{ c.c.n. } " \sim \text{Geo}(1/6)$

$X_M = " \text{contidad de tiros hasta la } 1^{\text{ra}} \text{ c.c.n. } " \sim \text{Geo}(1/3)$

$M = " \text{la probabilidad que gane Rafa } "$

$\frac{1}{6} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$\frac{1}{12} \text{ otro } \frac{16}{13} \text{ c.c.n. - general}$

$$P(X_L < X_M) + P(" \text{gana Rafa } ") =$$

$$P\left(\bigcup_{m \in N} \{M=m\}\right) = \sum_{m \in N} P(M=m) =$$

$$\sum_{m=1}^{13} \left(\frac{1}{2}\right)^{m+1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \sum_{m=1}^{13} \left(\frac{1}{2}\right)^m$$

$$\sum_{m=1}^{2^{\infty}} \left(\frac{1}{2}\right)^m = \frac{2}{3} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2^m} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}} - 1 \right) = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{"Gone Mark"}) = \frac{2}{3} = \frac{1/3}{1/6 + 1/3} \quad (\text{reducción de operaciones})$$

6.11) $N =$ "cont del chocolates que tienen que comprar hasta completar la colección"

$$N = 1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5$$

$N_i =$ "cont de chocolates que debe comprar hasta encontrar el i^{to} \neq a los del que tiene"

$$N_2 \sim \text{Geo}(1/5), N_3 \sim \text{Geo}(3/5), N_4 \sim \text{Geo}(2/5), N_5 \sim \text{Geo}(1/5)$$

$$E[N] = E[1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5] = 1 + E[N_2] + E[N_3] + E[N_4]$$

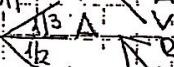
$$+ E[N_5] = 1 + \frac{5}{4} + \frac{5}{3} + \frac{5}{2} + 5 = 132 \approx 11,42$$

$$\text{Var}[N] = \text{Var}[1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5] = \text{Var}[N_2] + \text{Var}[N_3] +$$

$$\text{Var}[N_4] + \text{Var}[N_5] = \frac{25}{16} + \frac{10}{9} + \frac{15}{4} + 20 = \frac{3625}{144} \approx 25,174$$

6.12) 1 roja, 2 amarillas, 3 verdes

$N =$ "cantidad de largoramientos hasta ver los 3 colores"



$$N = 1 + N_2 + N_3$$

$N_2 =$ "cont de largor hasta el $1^{\text{to}} \neq$ del primer color"

$N_3 =$ "cont de largoramientos hasta obtener el color que falta"

$C_1 =$ "color del 1^{to} que salió"

$C_2 =$ "color del 2^{do} que salió"

$$N_2|_{C_1=A} \sim \text{Geo}(2/3), N_2|_{C_1=B} \sim \text{Geo}(5/6), N_2|_{C_1=C} \sim \text{Geo}(1/2)$$

$$N_3|_{C_2=A} \sim \text{Geo}(1/3), N_3|_{C_2=B} \sim \text{Geo}(1/6), N_3|_{C_2=C} \sim \text{Geo}(1/2)$$

$$E[N] = E[1 + N_2 + N_3] = 1 + E[N_2] + E[N_3] = *$$

$$E[N_2] = E[N_2|_{C_1=A}] P(C_1=A) + E[N_2|_{C_1=B}] P(C_1=B) + E[N_2|_{C_1=C}] P(C_1=C)$$

$$P(C_1=A) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{37}{60}$$

$$E[N_3] = E[N_3|_{C_2=A}] P(C_2=A) + E[N_3|_{C_2=B}] P(C_2=B) + E[N_3|_{C_2=C}] P(C_2=C)$$

$$P(C_2=A) = *$$

$$P(C_2=A) = P(R_1 \vee R_2 \wedge R_3 \vee R_4) = P(R_1 \vee R_2) + P(R_3 \vee R_4) = P(R_1)P(R_2|R_1) +$$

$$P(R_2|R_1 \vee R_3)P(R_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{4}{15}$$

$$P(C_2=B) = P(R_1 \vee R_3)P(A|R_1) + P(R_2 \vee R_4)P(B|R_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

$$P(C_2=C) = P(R_1 \vee R_4)P(A|R_1) + P(R_2 \vee R_3)P(C|R_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$$

$$\chi^2 = \frac{3}{15} \cdot \frac{4}{10} + \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{5} + \frac{6}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{23}{15}$$

$$\star' = 1 + \lambda \cdot \frac{23}{10} = \frac{73}{10} \rightarrow E[N] = 7,3$$

$$6.13) P(\text{"al menos 3 estacionaros"}) = 0,8 \quad X \sim \text{Be}(0,8)$$

$X = \text{"comprado de ambos o de menor estacionario"}$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (0,2)^10 - (0,2)^9 \cdot 0,3 - (0,2)^8 \cdot 0,3$$

$$= 0,99999979$$

$$6.14) N_1, N_2 \sim N(600, p)$$

$$N \sim \text{NP}(3; 0,3^3)$$

$$N = \text{Número de horas el 3 éxito}$$

$$P(N \leq 10) = \sum_{n=3}^{10} \binom{n+1}{2} (0,3)^n (0,2)^{n-3}$$

$$S_1 = N_1, S_2 = N_1 + N_2$$

$$(0,8)^3 \left(\frac{1+3}{5} \right) \frac{6}{25} + \frac{2}{25} + \frac{3}{125} + \dots$$

$$a) S_1 \sim N(600, p), S_2 \sim \text{Pascal}(2, p)$$

$$P_{N_1, N_2}(n_1, n_2) = p^2 (1-p)^{n_1-1} (1-p)^{n_2-1} = p^2 (1-p)^{n_1+n_2-2}$$

$$(N_1, N_2) = (S_1, S_2) = (n_1, n_1 + n_2) \rightarrow S_1 = n_1$$

$$S_2 = S_1 + n_2 \Rightarrow n_2 = S_2 - S_1$$

$$g(n_1, n_2) = (n_1, n_1 + n_2)$$

$$P_{S_1, S_2}(n_1, n_2) = P_{N_1, N_2}(n_1, n_2) \mid \text{Jac}$$

$$|\text{Jac}| = \begin{vmatrix} \frac{\partial n_1}{\partial S_1} & \frac{\partial n_1}{\partial S_2} \\ \frac{\partial n_2}{\partial S_1} & \frac{\partial n_2}{\partial S_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$P_{S_1, S_2}(n_1, n_2) = p^2 (1-p)^{n_2-2} = p^2 (1-p)^{n_1-1} (1-p)^{n_2-n_1-1}$$

$$b) P_{S_1}(n_1) = \frac{P_{S_1, S_2}(n_1, n_2)}{P_{S_2}(n_2)} = \frac{p^2 (1-p)^{n_2-2}}{(n_2-1) p^2 (1-p)^{n_2-2}} + \frac{1}{(n_2-1)}$$

$$\Rightarrow P_{S_1}(n_1) = \frac{n_1}{(m-1)}$$

$$P(3 \leq S_1 \leq 5 | S_2 = 3) = P(3 \leq S_1 | S_2 = 3) = 0$$

Por la regla de multiplicación

6.15) A = "cantidad de orificios producidos por la máquina".
 B = "Número de uno el orificio producido por la máquina".

$N_A =$ Prob de que el orificio producido por la máquina sea 1.

 $P(N_A = 0) = 0.4, P(N_A = 1) = 0.3, P(N_A = 2) = 0.2, P(N_A = 3) = 0.1$

a) 14 orificios al azar. Mult.(14, p_i)

$P(A = 5, B = 4, C = 3, D = 2)$ = distribución multinomial

$$P(A = 5, B = 4, C = 3, D = 2) = \frac{14!}{5!4!3!2!} (0.4)^5 (0.3)^4 (0.2)^3 (0.1)^2$$

$$P(A = 5, B = 4, C = 3, D = 2) = 0.01674$$

$$P(C = 3 | A = 5) = P(C = 3, B = 4, D = 2 | A = 5) + P(C = 3, A = 5,$$

$$B = 4, D = 2) = 0.01674 + \frac{14!}{5!4!3!2!} (0.2)^5 (0.4)^3 (0.3)^2 (0.1)^4 =$$

$$0.01674 + 1.858810^{-3}$$

$$\Rightarrow P(C = 3 | A = 5) \approx 0.0186$$

6.16) 1) "productos rotos" $P(R) = 0.1$

A = "productos dañados" $P(A) = 0.2$

a) $P(A \cap R = 1, A \cap R = 2, 2 \cap A = 3, 2 \cap A = 2)$ = Mult.(8, p_i)

$$P(A \cap R) = 0.1 \cdot 0.2 = \frac{1}{50}, P(A \cap R) = 0.2 \cdot 0.2 = \frac{4}{25}$$

$$P(A \cap R) = 0.8 \cdot 0.1 = \frac{2}{25}, P(2 \cap A) = 0.8 \cdot 0.2 = \frac{16}{25}$$

$$P(A \cap R = 1, A \cap R = 2, 2 \cap A = 3, 2 \cap A = 2) = \frac{8!}{1!2!3!2!} \left(\frac{1}{50}\right)^1 \left(\frac{4}{25}\right)^2 \left(\frac{16}{25}\right)^3 \left(\frac{16}{25}\right)^2$$

$$= 2.889810^{-4}$$

b) 2) "cantidad de pueblos que tienen ambos defectos en sus pueblos" $Z \sim Bi(8, p)$

$$p = P(A \cap R) = bin(8, 0.02) = 0.002 \Rightarrow Z \sim Bi(8, 0.02)$$

$$P(Z \geq 1) = 1 - P(Z \leq 0) = 1 - \binom{8}{0} (0.02)^0 (1-0.02)^8 = 1 - (0.85076) \Rightarrow P(Z \geq 1) = 0.15$$

c) $B =$ "cantidad de piezas que tienen algún defecto en sus plazos" $B \sim Bi(3, P_2)$, $P_2 = P(A \cup R) = P(A) + P(R) - P(AR) = 0,1 + 0,2 - 0,02 = 0,28 \Rightarrow B \sim Bi(3, 0,28)$

$$P(B \leq 5) = P(B=0) + P(B=1) + P(B=2) + P(B=3) + P(B=4)$$

$$\binom{3}{0}(0,28)^0(1-0,28)^3 + 0,225 + 0,305 + 0,2378 + 0,1156 = 0,9556$$
 $\Rightarrow P(B \leq 5) = 0,9556$

d) $Y =$ "cantidad de piezas que no tienen defectos en sus plazos"

$$Y \sim Bi(3, P_3) \quad P_3 = P(ANR) = 0,3 \cdot 0,8 = \frac{12}{25}$$
 $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) = 0,992$

6.17) $P(I) = \frac{1}{3}, P(\bar{I}) = \frac{1}{4}$ se produjeron 12 piezas y sólo 1 tiene los 2 defectos

$X =$ "cantidad de piezas producidas mostrando uno o los 2 defectos"

$$X \sim Geo(p), p = P(\text{1 pieza con 2 def}) = \frac{1}{12} \Rightarrow X \sim Geo(1/12)$$

$N =$ "cantidad de piezas presentadas sin defectos"

$$N|X=x \sim Bi(x+1, k) \quad k = P(\text{no defectos} | \text{no tienen defectos}) = \frac{P(\text{sin def, no tiene def})}{P(\text{no tiene def})} = \frac{(1-1/3)(1-1/4)}{1/12} = \frac{6}{4}$$

$$\Rightarrow E[N] = E[E[N|X]] = 11 \cdot \frac{6}{12} = 6$$

6.18) $X \sim Mult(144(0,4; 0,3; 0,2; 0,1))$

$$X_1 \sim Bi(144, 0,4)$$

$$X_2 \sim Bi(144, 0,3)$$

$$X_3 \sim Bi(144, 0,2)$$

$$X_4 \sim Bi(144, 0,1)$$

Propiedad: $X \sim Bi(n, p_x) \quad Y \sim Bi(n, p_y)$

$$X+Y \sim Bi(n(p_x+p_y))$$

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) + 2\text{cov}(X, Y) \Rightarrow \text{cov}(x, y) = -np_x p_y$$

$$M = \begin{bmatrix} \text{cov}(x_1, x_1) & \text{cov}(x_1, x_2) & \text{cov}(x_1, x_3) & \text{cov}(x_1, x_4) \\ \text{cov}(x_2, x_1) & \text{cov}(x_2, x_2) & \text{cov}(x_2, x_3) & \text{cov}(x_2, x_4) \\ \text{cov}(x_3, x_1) & \text{cov}(x_3, x_2) & \text{cov}(x_3, x_3) & \text{cov}(x_3, x_4) \\ \text{cov}(x_4, x_1) & \text{cov}(x_4, x_2) & \text{cov}(x_4, x_3) & \text{cov}(x_4, x_4) \end{bmatrix} = 144 \begin{bmatrix} 0,24 & -0,12 & -0,08 & -0,02 \\ -0,12 & 0,21 & -0,06 & -0,10 \\ -0,08 & -0,06 & 0,16 & -0,02 \\ -0,02 & -0,10 & -0,02 & 0,0 \end{bmatrix}$$

6.19) $N =$ "cantidad de tiradores necesarios para el que dos" $NN \sim \text{Geo}(1/6)$

$M =$ "cantidad de 4 observaciones"

$$a) M = \frac{\text{cov}(X, Y)}{N - E[N]} + E[M]$$

$$\text{Var}(N)$$

$$N \sim \text{Bin}(n=1, 1/6)$$

$$E[M] = E[E[M|N]]$$

$$E[M|N=2] = \frac{2+1}{2} \Rightarrow E[M|N] = \frac{n+1}{n}$$

Otra recta de mejor aproximación

$$M = N - 1 \quad M = \text{cov}(X, Y) \cdot N - 6 + 1$$

$$5 \qquad \qquad \qquad 30$$

$$M = \frac{\text{cov}(X, Y) \cdot N - 6}{30} + 1$$

$$\text{Con } \text{cov}(X, Y) = 6 \quad \frac{N-1}{5} = \frac{n-1}{30} \quad \checkmark$$

$$b) E[M] = E\left[\frac{N-1}{5}\right] = \frac{n-6+1}{5} = 1$$

$$\text{Var}[M] = \text{Var}[E[M|N]] + E[\text{Var}[M|N]] = \text{Var}\left[\frac{N-1}{5}\right]$$

$$+ E\left[\frac{4(N-2)}{25}\right] = \frac{n}{25} \text{Var}[N] + 4 E[N] \cdot \frac{-4}{25} = \frac{n-1}{25} \cdot 30$$

$$+ \frac{4}{25} \cdot 6 = \frac{n-6}{5} + \frac{24}{25} = \frac{54}{25} = 2,16$$

$$\text{cov}(N, M) = 6$$

$$6.20) P(E) = 0.45, P(A) = 0.25, P(V) = 0.5$$

a) $N =$ "cantidad de lances verdes necesaria para que caiga". $NN \sim \text{Geo}(p)$; $p = P(E)$ es el espacio muestral

$$P(E) = \frac{0.45}{0.45+0.5} = \frac{9}{19} \Rightarrow N \sim \text{Geo}(9/19)$$

$$b) P(N > 2) = 1 - P(N \leq 2) = 1 - P(N=1) - P(N=2) = 1 - \left(\frac{10}{19}\right) \cdot \frac{9}{19} - \left(\frac{10}{19}\right)^2 \cdot \frac{9}{19}$$

$$= \frac{100}{361} \approx 0.277$$