①

6.1 DISCOS → $P(D) = 0{,}01$ D = defectuosos

Paquetes de 10 → contiene máx 1 defectuoso → + de uno se devuelve.

10 ↓ n ensayos

1 defectuoso ↳ "éxito"

DISCOS → Defectuosos → $P(D) = 0{,}01$ → éxito
↳ no defectuosos → $P(ND) = 1 - P(D)$

X: nº de defectuosos en n ensayos

$X \sim Bin\,(n=10;\ p=0{,}01) \rightarrow P_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

a) ¿Qué proporción de los paquetes no satisface la garantía?

si no satisface $X \geq 2$ → la prob q' eso pase en un paq de 10.

$P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - P_X(0) - P_X(1) =$ ↳ tabla

Discreta ↓ prob puntual → átomos

0 1 2 3 4 ... 10

$P(X \geq 2) = 1 - \binom{10}{0} 0{,}01^0 (1-0{,}01)^{10-0} - \binom{10}{1} 0{,}01^1 (1-0{,}01)^9$

$\underline{P(X \geq 2) = 1 - 0{,}90 - 0{,}09 = 0{,}01}$

b) Si Lucas compra 3 paquetes ¿cuál es la prob de que le devuelvas el dinero de la compra de exactamente 1 de ellos?

AHORA BUSCO 1 paquete defectuoso

Y = nº de paquetes no aceptables en un mes
↳ "éxito"

$Y \sim Bin\,(n=3,\ \underbrace{p = p(X \geq 2)}_{})$

↓ la probabilidad de X: discos defectuosos para que se devuelva la money
↳ paquete no se acepte.

yo quiero que $Y=1$ → q' uno no se acepte

$P(Y=1) = P_Y(1) = \binom{3}{1} 0{,}01^1 (1-0{,}01)^2 =$

$\underline{P(Y=1) = 0{,}029}$

6.2 p = PROB de dar en el blanco

2 alternativas p/ ganar → 3 disparos con mín 2 en el blanco (a)
→ 5 " " " 3 en el blanco. (b)

¿Para q' valores de p es más favorable la 1ra alternativa?

si la primera es más favorable quiere decir que $\boxed{P(a) > P(b)}$

éxito → dar en el blanco

3 ensayos → mínimo 2 éxitos

X: dar en el blanco para a

$X \sim Bin\ (m=3,\ p)$ $\quad p(x) = \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x}$

quiero que $x = 2$

$$P(X=2) = P_X(2) = \binom{3}{2} p^2 (1-p)^1 = 3p^2(1-p)$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$$

0 1 2 3

si en voca 2 o 3 gana

$$P(X \geq 2) = 3p^2(1-p) + p^3$$

$$P(X \geq 2) = 3p^2 - 3p^3 + p^3 = 3p^2 - 2p^3 = p^2(3-2p)$$

Y: dar en el blanco para b

$Y \sim Bin\ (m=5,\ p)$

quiero que $Y \geq 3$

0 1 2 3 4 5.

$$P(Y \geq 3) = P(Y=3) + P(Y=4) + P(Y=5)$$

→ También lo podría pensar como
$1 - P(Y \leq 3)$
$1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2)$

$$P(Y \geq 3) = \binom{5}{3} p^3 (1-p)^2 + \binom{5}{4} p^4 (1-p)^1 + \binom{5}{5} p^5$$

$$P(Y \geq 3) = 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5$$

Yo quiero que a sea más fav que b. → veo para qué valores de p eso sucede

$$P(X \geq 2) > P(Y \geq 3)$$

$$p^2(3-2p) > 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5$$

NOTA

$$3p^2 - 2p^3 > 10p^3(1^2 - 2p + p^2) + 5p^4 - 5p^5 + p^5$$
$$3p^2 - 2p^3 > 10p^3 - 20p^4 + 10p^5 + 5p^4 - 5p^5 + p^5$$
$$0 > -3p^2 + 12p^3 - 15p^4 + 6p^5$$
$$0 > 3p^2(-1 + 4p - 5p^2 + 2p^3)$$
$$0 > 2p^3 - 5p^2 + 4p - 1$$

se que $0<p<1$

↳ $p = 1/2$, $p = 1$ → con esos 2 se me cumple la igualdad → deberían ser 3 raíces, hay una múltiple.

si vuelvo a $p^2(3-2p) > 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5$

agarro $p=0{,}7$ a) $p=0{,}2$ c) $p=0{,}8$ b) $p=0{,}3$ d)

a) $0{,}784 > 0{,}84$ ⊗ c) $0{,}1 > 0{,}05$
b) $0{,}896 > 0{,}94$ ⊗ d) $0{,}2 > 0{,}16$

Para $\boxed{0<p<\frac{1}{2} \to \text{es más favorable a}}$ → OK!
$\frac{1}{2} < p < 1 \to$ es más favorable b.

6-3

Se arroja 18 veces moneda equilibrada

a) Prob de obtener 13 caras.

$n = 18$ ensayos éxito = cara. $p = \frac{1}{2}$

X: obtuve cara

$X \sim Bin(n=18, p=\frac{1}{2})$

$$P(X = 13) = \binom{18}{13}\left(\frac{1}{2}\right)^{13}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{18-13}$$

↓ de 18 obtuve 13 caras

$$P(X=13) = 0{,}03$$

b) nº más probable de caras y calcular la prob que se obtenga.

se que kmáx verifica

$P(X_m = k_{máx})$ $\boxed{(n+1)p - 1 \le k_{máx} \le (n+1)p}$

$$19 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 1 \le k_{máx} \le 19 \cdot \frac{1}{2}$$
$$8{,}5 \le k_{máx} \le 9{,}5.$$

OBS
si $1 \le k_{max} \le 2$
$P(X=1) = P(X=2)$
RTA = $k_{máx} = 1$ o $k_{máx} = 2$.
↳ Tengo q' aclarar

como k máx es entero → $k_{máx} = 9$

$$P(X_m = 9) = \binom{18}{9}(0{,}5)^9(1-0{,}5)^9 = 0{,}185$$

6.4

$P(A) = 0{,}04$ → pasajero no se presente

La empresa vende 100 reservas para 98 lugares.

Estimar la prob de q' todas las personas que se presentan para un vuelo encuentren asiento.

→ si todas encuentran asiento, entonces al menos 2 se deben ausentar

Pasajero → presente $P(P) = 1 - P(A)$; → ausente $P(A) = 0{,}04$

X: cantidad de pasajeros ausentes en 100 reservas.

$X \sim Bin(100, 0{,}04)$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - P_X(X=1) - P_X(X=0)$

↓ mínimo 2 ausentes

$= 1 - \binom{100}{1} 0{,}04 (1-0{,}04)^{99} - \binom{100}{0} 1.(1-0{,}04)^{100}$

$= 1 - 0{,}07 - 0{,}017$

$\underline{P(X \geq 2) = 0{,}913}$

0 2 100 ; ← → $P(X \geq 2)$ → 98 PROB ; $P(X<2)$ ↓ $P_{X=1}$ y $P_{X=0}$

Esperanza: promedio
Varianza: como se dispersan los valores alrededor del promedio.

6.5) Dado equilibrado → $\frac{1}{6}$ salga cualquiera.

frecuencia relativa que salga 5 = "cant 5" / "cant tiros"

X_i: salió 5 ↓ éxito

$X \sim Ber(1/6)$

Quiero hallar m p/ q' salga 5 ("pase")

¿m? → cant de ensayos

Y: cantidad de 5's en m tiros → $\sum_{i=1}^{m} \frac{x_i}{m}$

$Y \sim Bin(m, p = 1/6)$

$\boxed{m > 27777{,}7}$

"La fr de q' salga 5 difiera en 1/6 en no más de 0,01"

↓ $Y - 1/6$ sea menor a 0,01

$Y = \frac{X}{m}$

$P\left(\left|Y - \frac{1}{6}\right| < 0{,}01\right) \geq 0{,}95$

pongo el complemento con q' cumple la fórmula

$\boxed{m \geq 166{,}66}$

$0{,}05 \geq \frac{V(Y)}{\varepsilon^2}$

$P(|X - E(X)| > \varepsilon) \leq \frac{Var(X)}{\varepsilon^2}$

$1 - P\left(\left|Y - \frac{1}{6}\right| > 0{,}01\right) \geq 0{,}95$

$0{,}05 \geq P\left(\left|Y - \frac{1}{6}\right| > 0{,}01\right)$

$\varepsilon = 0{,}01$

$Var(X) = P(1-P) = \frac{5}{36}$

$V(Y) = V\left(\frac{X}{m}\right) = \left(\frac{1}{m}\right)^2 V(X) = \frac{5}{36\, m^2}$

$\frac{5}{36 m^2} \leq 0{,}05 \cdot \varepsilon^2$

$E[Y] = 1/6$

$\to \frac{5}{36} \frac{1}{(0{,}05)(0{,}01)^2} = m^2$

6.6 a) el primer 2 ocurra desp del 3er lanzamiento.

$m = \text{cant ensayos} = 3$

$P(\text{salga } 2) = 1/6$

" primer éxito sea desp del 3er ensayo"

X = nº de tiros hasta 1er 2.

$X \sim Geo\ (1/6)$

$P(X>3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - P_X(X=3) - P_X(X=1) - P_X(X=2) =$

no hayo lanzamiento ↑ xq no hay éxito sino.

$$P(X>3) = 1 - (1-1/6)^{3-n} \cdot \frac{1}{6} - (1-1/6)^{2-1}\frac{1}{6} - (1-1/6)^{1-1}\frac{1}{6} =$$

$$\underline{P(X>3)} = 1 - 0{,}12 - 0{,}14 - 0{,}17 = \underline{0{,}57}$$

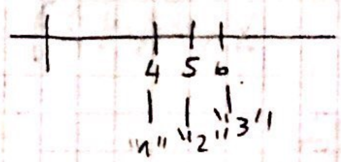
b) el primer 2 ocurra desp. del 6to lanz. | no ocurrió en los primeros 3

$$P(X>6 \mid X>3) = \underline{P(X>3) = 0{,}57}$$

$$P(X > m+n \mid X>m) = P(X>m) \checkmark$$

↑ perdida de memoria

ya se que en los 1ros 3 no ocurrió, los descarto



si fuera. imp

$$P(X>6 \mid X>2) = P(X>4) \checkmark$$

6.7 ¿canti de ensayos? $p = \frac{1}{10}$ cada dígito

n

éxito: aparezca el 6.

X = aparece el 6.

$X \sim Ber(1/10)$

Y: cantidad de ensayos hasta 1er 6.

$Y \sim Geo(1/10)$

$$P(Y=y) = \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{(y-1)} \cdot \frac{1}{10} \geq 0{,}99$$

Y: nº de ensayos hasta 1er éxito = 6

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{y-1} \geq 0{,}99 \cdot 10$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{y-1} \geq 9{,}9$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{y} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{-1} \geq 9{,}9$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{y} \geq 8{,}91$$

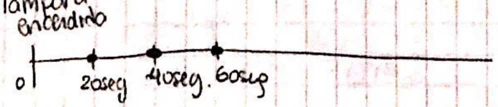
$$x \cdot \ln\left(\frac{9}{10}\right) \geq \ln(8{,}91)$$

$$x \geq -20{,}76$$

$$\boxed{x \leq 20{,}76}$$ → "el mínimo"

6.9 X: tiempo en q' la lampara está encendida

$X \sim exp(\lambda)$ $E[X] = 3h$ $\lambda = \frac{1}{3}$ (horas)



¿Cuanto es el nº esperado de 3's cuando se apagó la lampara?

Dado equilibrado prob = 1/6

4 a

se que la lampara está encendida un tiempo promedio de 3 horas

N: cant de $\underset{m}{\underline{\text{intervalos}}}$ hasta que se $\underset{1er\ éxito}{\underline{\text{apague}}}$.

$N \sim Geo(p)$ siendo p la prob de c/ intervalo

$$p = 1 - e^{\frac{20}{3}}$$

POR 4.8

$$P(0 < x < 20) = -e^{-\frac{x}{3}}\Big|_0^{20}$$

$$= -e^{-\frac{1}{3} \cdot 20} + e^0 = -e^{-\frac{20}{3}} + 1$$

Y: cantidad de veces que veo un 3

$Y|N=n \sim Bin(m, 1/6)$

dado los intervalos, las veces que veo un 3 en c/uno

$$E[Y|N=m] = \frac{n}{6} \rightarrow E[Y|N] = \frac{N}{6}$$

m.p

E Geo = 1/p

$$E[Y] = E[E[Y|N]] = E[N \cdot \tfrac{1}{6}] = \tfrac{1}{6}E[N] =$$

$$= \frac{1}{6}\left[\frac{1}{1-e^{-20/3}}\right] = 0{,}1669.$$

$$\boxed{EY \cong 0{,}1669}$$

6.10

Lucas ↓ $P_c = 1/2$, $P_s = 1/2$

Monk. ↓ $P_c = 1/3$, $P_s = 2/3$

lanzan monedas

→ 2 caras → Lucas.

→ 2 cecas → Monk.

¿PROB de q' gane Monk, 2 cecas?

$$X_L = \begin{cases} 1 & \text{sale cara (éxito)} \\ 0 & \text{sale ceca} \end{cases} \qquad X_L \sim Ber(1/2)$$

Los tiros son $\underline{\text{independientes}}$

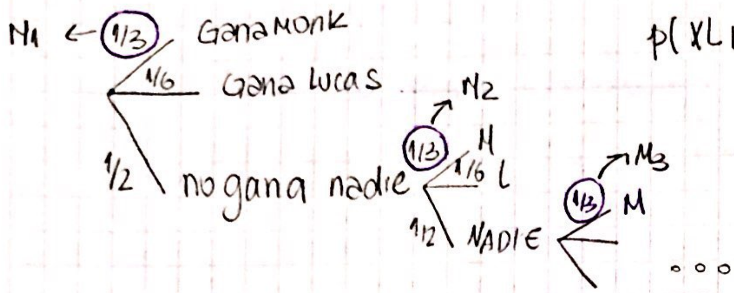
$$X_M = \begin{cases} 1 & \text{sale cara ("éxito")} \\ 0 & \text{sale ceca} \end{cases} \qquad X_M \sim Ber(1/3)$$

el resultado de uno no depende del otro

SON INDEP

(4 b)

Para que gane Monk $p(\overline{XL} \cap \overline{XM}) = p(\overline{XL}) \cdot p(\overline{XM}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.



$p(XL \cap XM) = \frac{1}{6}$

si M_j = gana monk en juego j, $j = 1 \dots \infty$

NO se sabe cantidad de juegos, entonces p gane, se va "sumando" en todos esos casos.

1° $P(\text{gane Monk}) = P(\overset{1/3}{M_1} \cup \overset{(\frac{1}{2})\frac{1}{3}}{\{M_2 \cap \text{empate}\}} \cup \overset{(\frac{1}{2})(\frac{1}{3})}{\{M_3} \dots)$

$= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^j = \frac{1}{3} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^j =$ saco f. común $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^j$.

$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{3} \cdot 2 =$

$\underline{P(\text{gane Monk}) = \frac{2}{3}}$

2° descarto el estado de empate, ya que no afecta a ninguno de los otros 2 → lo hago condicionando el gana monk

↓ el famoso "a del gazar"

$P(\text{gane Monk}) = P\left(\frac{2\text{ seces}}{\text{gana M.}} \,\middle|\, \text{hay un ganador}\right) = \frac{P2s \cap \text{hay ganador}}{\text{hay un ganador}}$

$= \frac{P2s}{\text{hay ganador}} = \frac{1/3}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{1/3}{1/2}$

hay ganador ↓ unión de gana L + gana M.

$\underline{P(\text{gana Monk}) = \frac{2}{3}}$

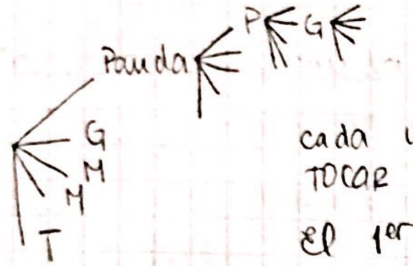
6.11

colección → Panda, Tigre, Mono, Grulla, Mantis.

$p(\text{Juguete}) = 1/5$.

N: cantidad de chocolatines hasta completar colección

Hallar $E[N]$, $Var[N]$.



cada vez que compro un chocolatín, me pueden tocar cualquiera de los 5.

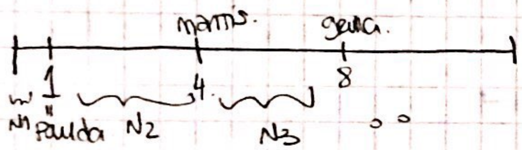
El 1er chocolatín, ya tengo uno, después mezc.

$$N = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{1ro que compré} \\ \downarrow \\ \text{Panda}}}{1} + \underbrace{N_2 + N_3 + N_4 + N_5}_{\text{cant de N's hasta que salió el}}$$

→ son todos independientes sí ↓ salga cual salga ↓ las prob no cambian.

N_2: 2do ≠ N_4: 4to ≠

N_3: 3ro ≠ N_5: 5to ≠



N_2 = cant de choc hasta éxito

↳ cualquiera menos panda.

2do mantis

$N_2 \sim Geo(p)$ $\quad p(N_2) = P(\text{Grulla} \cup T \cup M \cup M) = p(G)p(M)p(M)p(T)$

$N_2 \sim Geo(4/5)$ $\quad p(N_2) = 1 - p(\text{panda}) = 4/5$.

N_3 = cant choc hasta éxito

↳ salga uno ≠ mono ≠ panda.

3º grulla

$N_3 \sim Geo(3/5)$ $\quad p(N_3) = 1 - p(\text{panda}) - p\,\text{mono} = \frac{3}{5}$.

4º mono N_4 = choc hasta éxito $\quad N_5$ = choc hasta tigresa

$N_4 \sim Geo(2/5)$ $\quad N_5 \sim Geo(1/5)$

NOTA

$X \sim geo(p)$

$E[X] = 1/p \quad V(x) = \frac{(1-p)}{p^2}$ 5

por linealidad.

$E[N] = E[1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5] =$

$= E[1] + E[N_2] + E[N_3] + E[N_4] + E[N_5]$

$= 1 + \frac{1}{4/5} + \frac{1}{3/5} + \frac{1}{2/5} + \frac{1}{1/5} =$

OBS. $E[a] = a$. "esperanza de cte" $Var(a) = 0$.

$\boxed{E[N] = 11{,}42}$

OBS: podría haberlo escrito. $E[N] = \sum_{i=1}^{5} E[N_i] = = \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{p_i} =$

por ser ind hago solo suma, sino aparece cov

$V(N) = V(1) + V(N_2) + V(N_3) + V(N_4) + V(N_5)$

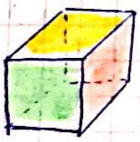
$V(N) = 0 + \frac{(1 - 4/5)}{(4/5)^2} + \frac{(1 - 3/5)}{(3/5)^2} + \frac{(1 - 2/5)}{(\frac{2}{5})^2} + \frac{(1 - 1/5)}{(\frac{1}{5})^2}$

$V(N) = \frac{5}{16} + \frac{10}{9} + \frac{15}{4} + 20$

$\boxed{V(N) = 25{,}17}$

$E[N] =$ promedio de cant de choc a comprar
↳ está en el medio

6.12



3 (verde)
1 (rojo)
2 (amarillo)

DADO EQUILIBRADO

¿$E[N]$?

N: cantidad de tiros hasta completar los 3 colores

El dado es equiprobable, pero mis colores NO.
↓
6.11 → todo era equipro.

$\frac{1}{6}$ ROJO
$\frac{3}{6}$ VERDE
$\frac{2}{6}$ AMARILLO.

la dif del 6.11, es que c/u no tiene la misma prob de salir que el resto.

$N = N_1 + N_2 + N_3$

$N_1 = 1$, sigue siendo 1 → es el primer color.

Pero ahora el N_2 va a depender de cual fue el primer color para su probabilidad

coloración → ...
→ depende el color q' quería

PORQUE N_2 no va a tener la misma PROB si salió ROJO, verde o cual.

ACLARO → EN EL DATO siempre pueden salir cualquiera de los 6 colores pero si yo tengo el ROJO, la prob que salga uno dist es A. si ya tengo verde, la prob que salga ≠ es B.

A eso me refiero

N_2 es una **Mezcla** de geométricas.

MEZCLA.
DEF. (para diseño)

$$P_Y(y) = \sum_{i=1}^{N} P(M=m_i)\, P_{X_i}(y).$$

$$E[Y] = \sum_{i=1}^{N} E[X_i]\, P(M=m_i)$$

Condiciono los 3 casos de N_2.

$N_2|_R \sim Geo\left(\frac{5}{6}\right)$ $\boxed{p = 1 - P_{ROJO}}$

si salió R → $p = \frac{5}{6}$ que salga no rojo).

$N_2|_V \sim Geo(3/6)$ $N_2|_A \sim Geo(4/6)$

PROB geo

$$P_{N_2}(m) = \sum_{i=1}^{3} P(N_2 = m|_{m_i}) \cdot p(m_i) = \overline{P(N_2 = m|_R)} \cdot P(R) + P(N_2 = m|_V)P(V)$$

$$+ P(N_2 = m|_A)\, P(A)) =$$ por ahora no hace falta esta super cuenta.

$N_2 = N_2|_R + N_2|_V + N_2|_A$.

son sumas de geo, solas no son geo !!

$N_3 = N_3|_{RV} + N_3|_{AV} + N_3|_{RA}$

PROB geo
$(1-p)^{x-1} \cdot p$.

$N_3|_{RV} \sim Geo(p_A)$ $p_A = \frac{2}{6}$.
salió R, salió V ↳ salga amarilla.

$N_3|_{RA} \sim Geo(p_V)$ $p_V = 3/6$

$N_3|_{AV} \sim Geo(p_R)$ $p_R = 1/6$.

$N_3|_{RV}$: cant de tiros hasta que salga uno ≠ de rojo o verde, básicamente hasta que salga amarillo, la prob de ese éxito, es p amarilla.

$N = 1 + N_2 + N_3$

$E[N] = 1 + E[N_2] + E[N_3]$ → IMPORTANTE no olvidar que estoy hablando de mezclas. → no de suma de geo como antes.

se que N_2 y N_3 son mezclas. sus ESP son

$$E[N_2] = \sum_{i=1}^{3} E[N_i] \, p_{N_i}$$

$$E[N_2] = E[N_2|R] \cdot p(R) + E[N_2|V] \, p(V) + E[N_2|A] \, p(A)$$

$$E[N_2] = \frac{1}{5/6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4/6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{3/6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{10}$$

A

$$E[N_3] = E[N_3|RV] \, P(RV) + E[N_3|AV] \, P(AV) + E[N_3|RA] \, P(RA)$$

$$= \frac{1}{2/6} \cdot P(RV) + \frac{1}{1/6} \, P(AV) + \frac{1}{3/6} \cdot P(RA)$$

$P(RV) = P($los primeros colores sean R y V$) = P((R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap R_2))$

$R_1 \cap V_2 = \begin{cases} RV \\ RRV \\ RRRV \\ \vdots \end{cases}$ → voy a adelgazar.

primer color es rojo, 2do verde

no me importa los rojos

salen 1/2

Miro sacar verde o 1er tipo q' no sea rojo.

$P(R_1 \cap A_2) = P(R_1) \cdot P(A_2|R_1)$

$R(A_1 \cap R_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$= \frac{1}{6} \cdot P(A_2|R_1)$ → no voy a mirar los rojas, voy a ver la prob que salga amarillo antes que verde.

$\frac{1/6}{4/6}$

$P(R_1 \cap A_2) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

$P(V_1 \cap R_2) = P(V_1) \, P(R_2|V_1) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

R: R 1/6, A, V → 5/6: A 2/6, V 3/6

$\frac{\text{AMARILLO}}{\text{nuevo total}} = \frac{2/6}{5/6} = \frac{2}{5}$

V: R 1/6, A 2/6

$\frac{1/6}{3/6} = \frac{1}{3}$ ← miro prob que salga roja antes que amar.

$P(RA) = P(R_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap R_2) = \frac{1}{15} + \frac{1}{12}$

$P(VR) = P(V_1 \cap R_2) + \underbrace{P(R_1 \cap V_2)}_{\downarrow} = \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$

$P(R_1)\ P(V_2|R_1)$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{3/6}{5/6}$

$P(AV) = P(V_1 \cap A_2) + P(V_2 \cap A_1) =$ que salga uno de los otros antes que rojo.

$= P(V_1)\ P(A_2|V_1) + P(A_1)\ P(V_2|A_1) =$

$= \frac{3}{6} \cdot \frac{2/6}{1/6 + 2/6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3/6}{1/6 + 3/6} =$

$= \frac{2}{6} + \frac{1}{4}$

verifico que $P(RA) + P(VR) + P(AV) = 1$

$\downarrow$

para verme confiada

vuelvo a $E[N_3]$.

$E[N_3] = \frac{1}{2/6} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{1/6}\left(\frac{2}{6} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{3/6} \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{12}\right)$

$E(N_3) = 4/5 + \frac{7}{2} + \frac{3}{10} = \frac{23}{5}$

$\boxed{E[N]} = 1 + \frac{17}{10} + \frac{23}{5} = \boxed{\frac{73}{10} = 7{,}3}$

6.13 estacionamiento $\leftarrow$ coche 1, " 2, " 3 — solo entran 3 coches.

P(coche estacione) $= 0{,}8$. por minuto — ¿Prob de que en 10 min se llene?

coche $\rightarrow$ desea estacionar; $\rightarrow$ no desea est. $\rightarrow$ tengo 2 opciones. $\rightarrow$ éxito = estacione.

X: "cant de autos que desea estacionar"

$X \sim Ber(0{,}8)$

N: cant de ensayos hasta 3er éxito

$\downarrow$ P

yo quiero ver la P de que $N \leq 10$ $\longrightarrow$ ¿PQ? porque dice prob de q en 10 min se llene $\hookrightarrow$ osea (A)

$N \sim P(3, 0{,}8)$

④

o transforma de un 3 que expreso en m,m pq si no importa

Pascal

$$P(N \leq 10) = \sum_{m=3}^{10} \binom{m-1}{3-1} (1-0{,}8)^{m-3} \, 0{,}8^3$$

mín 3 m necesitos para que se llene. → pq por mucho solo puede no estacionar en auto.

④ a los 10 min quiero que este lleno ↓ pero podría venir eso antes. ↓ solo me importa que se forme este lleno ↓ no importa si en 1 se llena o en el 7 o en cual.

$$P(N \leq 10) = \sum_{m=3}^{10} \binom{m-1}{2} (0{,}2)^{m-3} \cdot 0{,}8^3 .$$

$$= (0{,}8)^3 \left[\binom{2}{2}(0{,}2)^0 + \binom{3}{2}(0{,}2)^1 + \binom{4}{2}(0{,}2)^2 + \binom{5}{2}(0{,}2)^3 + \binom{6}{2}(0{,}2)^4 + \binom{7}{2}(0{,}2)^5 + \binom{8}{2}(0{,}2)^6 + \binom{9}{2}(0{,}2)^7 \right]$$

$$P(N \leq 10) = (0{,}8)^3 \left[1 + \frac{3}{5} + \frac{6}{25} + \frac{2}{25} + \frac{3}{125} + \frac{21}{3125} + \frac{28}{15625} + \frac{36}{78125} \right]$$

$$\boxed{P(N \leq 10) = 0{,}9\overline{9}}$$

6.14 N_1 y N_2 son geo e independientes

$P(N_i = 1) = p \qquad S_1 = N_1 \qquad \underbrace{S_2 = N_1 + N_2}_{\Sigma \text{ Geo ind.}}$

a) función prob conjunta S_1 y S_2.

b) la distribución de $S_1 | S_2 = m$, $P(3 \leq S_1 \leq 5 \mid S_2 = 8)$

$S_1 \sim Geo(p) \qquad S_2 \sim Pascal(2, p)$

$$p_{N_1 N_2}(n_1, n_2) = p^2 (1-p)^{n_1 - 1} (1-p)^{n_2 - 1} = p^2 (1-p)^{n_1 + n_2 - 2}$$

↑ 2 geo ind, multiplico cada función conjunta

NOTA

6.11

$(S_1, S_2) = (N_1, N_1+N_2) = (n_1, n_1+n_2) = (s_1, s_2)$

$g(s_1, s_2) = (n_1, n_1+n_2)$

$P_{S_1S_2}(s_1, s_2) = P_{N_1N_2}(n_1, n_2) \, |Jac| \Big|_{g^{-1}(s_1 s_2)}$

$\boxed{s_1 = n_1}$

$s_2 = n_1 + n_2$

$\boxed{n_2 = s_2 - s_1}$

$$|Jac| = \begin{vmatrix} \frac{dn_1}{ds_1} & \frac{dn_1}{ds_2} \\ \frac{dn_2}{ds_1} & \frac{dn_2}{ds_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$P_{S_1S_2}(s_1, s_2) = p^2(1-p)^{\overset{n_1+n_2}{\overbrace{s_2-2}}} \cdot 1$$

$$\boxed{P_{S_1S_2}(s_1, s_2) = p^2(1-p)^{s_2-2}}$$

o

$(1-p)^{s_1-1} \cdot$

$(1-p)^{s_2-s_1-1}$

b) $P_{S_1|S_2=m}(s_1) = \dfrac{P_{S_1S_2}(s_1 s_2)}{P_{S_2}(s_2)}$

$$P_{S_1|S_2=m} = \frac{\cancel{p^2}\cancel{(1-p)^{s_2-2}}}{\binom{s_2-1}{1}\cancel{p^2}\cancel{(1-p)^{s_2-2}}} = \frac{1}{\binom{s_2-1}{1}}$$

$$P_{S_1|S_2=m} = \frac{1}{\binom{m-1}{1}}$$

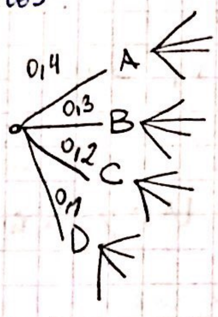
$P(3 \leq S_1 \leq 5 \mid S_2 = 8) = P(3 \leq S_{1|S_2=8} \leq 5) = 0$

6.15. 4 máquinas → fabrica.

A → 40% C → 20%
B → 30% D → 10% } TOTAL = 100%.

a) al azar se eligen 14 artículos.

$$P\begin{pmatrix} 5 \to A \\ 4 \to B \\ 3 \to C \\ 2 \to D \end{pmatrix} \Rightarrow$$



Total → 14

tengo 4 Binomiales

X_1: sale A X_2: sale B
X_3 = " C X_4 = " D.

$$(X_1, X_2, X_3, X_4) \sim \text{multinomial}\,(14,\ p_1 = 0{,}4,\ p_2 = 0{,}3,\ p_3 = 0{,}2,\ p_4 = 0{,}1)$$

$$X_i \sim Bin(14, p_i)$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0$$

$$P(X_1 = 5,\ X_2 = 4,\ X_3 = 3,\ X_4 = 2) = \frac{14!}{5!\,4!\,3!\,2!} \cdot 0{,}4^5\, 0{,}3^4 \cdot 0{,}2^3\, 0{,}1^2$$

$$\Sigma m_i = 5 + 4 + 3 + 2 = 14$$

$$P(\ldots) = 0{,}0167$$

b) condiciono la M. si sé que 5 vienen de A, prob. que 3 de C?

$$(X_2, X_3, X_4 \mid X_1 = 5) \sim \text{multi}\,(\overset{14-5}{9},\ p_2^* = \tfrac{1}{2},\ p_3^* = \tfrac{1}{3},\ p_4^* = \tfrac{1}{6})$$

$$X_i \sim Bin(n, p_i^*) \quad p_2^* = \frac{p_2}{p_2 + p_3 + p_4} = \frac{1}{2}$$

$$p_3^* = \frac{p_3}{0{,}6} = \frac{1}{3}$$

$$p_4^* = \frac{p_4}{0{,}6} = \frac{1}{6}$$

· P muy lato: E no me sirve usa multi condicionada, porque de los 6 que me quedan tengo q' ver todas las pos. que van a C o B

6.11

amalizo gloso otto → de agopaores
quero 3 sean C.

1. $P(X_3=3 \mid X_1=5) =$

$X_C \mid X_A=5 \sim Bin(n=9,\ p=p(C|\bar{A}))$.

$$p(C|\bar{A}) = \frac{pC \cap p\bar{A}}{p\bar{A}} = \frac{pC}{pC+pB+pD} = \frac{1}{3}$$

$X_3 \sim Bin(9, 1/3)$.

$$\hookrightarrow P(X_3=3 \mid X_1=5) = \binom{9}{3}\left(\frac{pC}{pC+pB+pD}\right)^3 \cdot \left(1-\frac{pC}{pC+pB+pD}\right)^6.$$

$$\boxed{P(X_3=3 \mid X_1=5) = 84 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{64}{729} = 0{,}273}$$

6.16.

$$\text{Defectos} \begin{cases} R \to 0{,}1 \\ AB \to 0{,}2 \end{cases} \Big\} \ 0{,}3.$$

Im: analizar bien la prob. de cada uno

sin defecto $\to 0{,}7$ Elijo 8 piezas.

a) 1 tenga ambos defectos, 2 abolladura, 3 rota, 2 buenos.

$p_1 = pA \cap pR = 0{,}2$ $p_2 = pA \cap p\bar{R} = 0{,}2 \cdot 0{,}9 = 0{,}18$ $p_3 = pR \cdot p\bar{A} = \frac{2}{25}$

$p_4 = p\bar{A} \cap p\bar{R} = 0{,}72.$

$(X_1, X_2, X_3, X_4) \sim Multi(8,\ p_1 = 0.1 \cdot 0{,}2,\ p_2 = 0{,}18,$
$p_3 = \frac{2}{25},\ p_4 = 0{,}72)$.

$$P(X_1=1, X_2=2, X_3=3, X_4=2) = \frac{8!}{1!\,2!\,3!\,2!}(0{,}02)^1(0{,}18)^2\left(\frac{2}{25}\right)^3(0{,}72)^2$$

$$P(\ldots) = 1680 \cdot 1{,}71 \times 10^{-7} = \underline{2{,}89 \times 10^{-4}}$$

b) a lo sumo 1 tenga ambos defectos

X: cant de piezas con 2 defectos.

$$X \sim Bin(8,\ \underbrace{pR \cap pA}_{0{,}02})$$

$$p(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(Z=0) = \downarrow \text{por tabla}$$

$$1-\binom{8}{0}0{,}02^{0}(1-0{,}02)^{8}=1-0{,}85=\frac{3}{20}$$

c) menos de 5 tengan algún defecto

X: piezas con algún defecto

$X \sim Bin(8, p = pA \cup pR) =$

$p_{A\cup R} = P(A)+P(R)-P(A\cap R)$

$= 0{,}2+0{,}1-0{,}02 = 0{,}28$.

$$P(X<5) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4) =$$

$$=\binom{8}{0}(0{,}28)^{0}(1-0{,}28)^{8}+\binom{8}{1}(0{,}28)^{1}(1-0{,}28)^{7}$$

$$+\binom{8}{2}(0{,}28)^{2}(1-0{,}28)^{6}+\binom{8}{3}(0{,}28)^{3}(1-0{,}28)^{5}$$

$$+\binom{8}{4}(0{,}28)^{4}(1-0{,}28)^{4}$$

$$P(X<5) = 0{,}072+0{,}22+0{,}306+0{,}238+0{,}116$$

$$\boxed{P(X<5) = 0{,}952}$$

d) 3 sin defecto al menos

Y: sin defecto $\quad Y \sim Bin(8, P(\bar{A}\cap\bar{R}))$

$0.8 \cdot 0{,}9 = 0{,}72$

$$P(Y\geq 3) = 1-P(Y<3) = 1-P(Y=0)-P(Y=1)-P(Y=2) = 0{,}992.$$

amalizo glosario

6.17 defectos → I, II

	p
I	1/3
II	1/4

con 2 defectos.

la máquina produce hasta obtener una con 2 defectos.

se produjeron $\underline{12}$, E de los sin defectos

↳ la nº 12 tiene 2 defectos

X = total de piezas prod

Y = total piezas sin 2 defectos.

$p(\text{pieza con 2 def}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$X = \underbrace{Y}_{11} + 1$

11 → de estos 11 yo quiero los q' no tienen defectos así saco la esperanza

Z = piezas sin defectos

$Z \sim Bin(11', p(\text{sin defecto}))$

$p(\text{sin defecto}) = p(\text{sin defecto} \mid p \text{ no tiene } 2) = \frac{p(\bar{I})\,p(\bar{II})}{1 - 1/12}$

$p(\text{sin defecto}) = \frac{(1-1/3)(1-1/4)}{(1-1/12)} = \frac{6}{11}$

$E[Z] = n \cdot p = 11 \cdot \frac{6}{11}$

$\boxed{E[Z] = 6}$

6.18 Dado piramidal → 4 lados → 144 veces.

cara 1 → 0,4
" 2 → 0,3
" 3 → 0,2
" 4 → 0,1

$X_1\ X_2\ X_3\ X_4$ (X_1 → col 1, X_2 → col 2, X_3 → col 3, X_4 → col 4.)

"Matriz de cov"

$(X_1\ X_2\ X_3\ X_4) \sim multinomial\ (144,\ 0{,}4, 0{,}3, 0{,}2, 0{,}1)$

$cov(X_i, X_j) = n\, p_i\, p_j$ con $i \neq j$

$cov(X_i, X_i) = V(X_i) = n p_i (1 - p_i)$

$$\begin{bmatrix} COV(X_1,X_1) & COV(X_1,X_2) & COV(X_1,X_3) & COV(X_1,X_4) \\ COV(X_2,X_1) & COV(X_2,X_2) & COV(X_2,X_3) & COV(X_2,X_4) \\ COV(X_3,X_1) & COV(X_3,X_2) & COV(X_3,X_3) & COV(X_3,X_4) \\ COV(X_4,X_1) & COV(X_4,X_2) & COV(X_4,X_3) & COV(X_4,X_4) \end{bmatrix} \quad 4\times4.$$

$$144\begin{bmatrix} 0{,}4^2 & 0{,}4 \cdot 0{,}3 & 0{,}4 \cdot 0{,}2 & 0{,}4 \cdot 0{,}1 \\ 0{,}3 \cdot 0{,}4 & 0{,}3 \cdot 0{,}3 & 0{,}3 \cdot 0{,}2 & 0{,}3 \cdot 0{,}1 \\ 0{,}2 \cdot 0{,}4 & 0{,}2 \cdot 0{,}3 & 0{,}2 \cdot 0{,}2 & 0{,}2 \cdot 0{,}1 \\ 0{,}1 \cdot 0{,}4 & 0{,}1 \cdot 0{,}3 & 0{,}1 \cdot 0{,}2 & 0{,}1 \cdot 0{,}1 \end{bmatrix}$$

$$COV(X_i,X_j) = \begin{bmatrix} \frac{576}{25} & \frac{432}{25} & \frac{288}{25} & \frac{144}{25} \\ \frac{432}{25} & \frac{324}{25} & \frac{216}{25} & \frac{108}{25} \\ \frac{288}{25} & \frac{216}{25} & \frac{144}{25} & \frac{72}{25} \\ \frac{144}{25} & \frac{108}{25} & \frac{72}{25} & \frac{36}{25} \end{bmatrix}$$ ES SIMÉTRICA

6.19 Dado equilibrado hasta q' salga el 2.

$P(\text{salga } 2) = 1/6$

N: cantidad de tirados por 2. $\rightarrow N \sim Geo(1/6)$ — m = sale 2.

M: cantidad de 4 hasta 1er 2. $M|N \sim Bin\left(m-1, \frac{1/6}{5/6} = \frac{1}{5}\right)$

$\frac{1}{5} \rightarrow P(\text{salga } 4 / \text{no sale } 2)$

a) Recta regresión de M dada N

$$E[M \mid N=m] = \varphi(n) \overset{\text{Tabla}}{=} (m-1)p = \frac{1}{5}m - \frac{1}{5} \rightarrow$$ como la función de regresión es lineal ésta es la recta reg.

$$\boxed{\hat{M} = \frac{1}{5}N - \frac{1}{5}}$$

b) $E[M]$, $COV(M,N)$, $VAR(M)$

por la recta reg $M = \frac{N-1}{5}$

$$E[M] = E\left[\frac{N-1}{5}\right] = -E\left[\frac{1}{5}\right] + \frac{1}{5}\left[E[N]\right] = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{6}{5} - \frac{1}{5} = 1$$

$\text{Var}(M) = V[E[M|N]] + E[\text{Var}[M|N]] =$ $\quad$ Var Bin $\to m p(1-p)$ $\quad (m-1)\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$

$= \text{Var}\left[\frac{1}{5}N - \frac{1}{5}\right] + E\left[\frac{4}{25}m - \frac{4}{25}\right] =$

$\text{Var}\left(\frac{1}{5}N - \frac{1}{5}\right) =$

$\left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{Var}(N) =$

$\frac{1}{25} \cdot 30 = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$

$= \frac{6}{5} + \frac{4}{25}E[N] - \frac{4}{25} = \frac{6}{5} + \frac{4}{25} \cdot 6 - \frac{4}{25} = 2 \ldots$

$M = \frac{N-1}{5} = E[M] + \frac{\text{cov}(M,N)}{V(N)}(N - E[N])$.

$\frac{N-1}{5} = 1 + \frac{\text{cov}(M,N)}{30}(N-6)$

var geo $\to N$

$\frac{(1-p)}{p^2} = \frac{(1-1/6)}{1/6^2} = 30$. $\quad \left(\frac{N-1}{5} - 1\right) \cdot \frac{30}{(N-6)} = \text{cov}(M,N)$.

$\frac{N-1-5}{5} \cdot \frac{30}{N-6} = \text{cov}(M,N)$.

$\boxed{6 = \text{cov}(M,N)}$

6.20

semaforo $\to$ R 0,45. $\quad$ solo se detiene cuando

$\to$ A 0,05 $\quad$ ve semaforos en rojo.

$\to$ V 0,5.

N: cantidad de luces verdes q' atraviesa hasta

a) $\quad \underbrace{\text{1er rojo}}_{\to \text{ éxito}}$

$X \sim \text{Geo}(PR)$

X: nº de semaforos hasta 1er rojo.

sabiendo que no rojo cont. verdes.

$N|X=x \sim \text{Bin}\left(m = x-1,\ P = P(V|\bar{R}) = \frac{PV}{PV+PA}\right)$

Y: cant no amarillo hasta 1er rojo.

$N+1 = Y \qquad Y \sim \text{Geo}\left(P(R|\bar{A}) = \frac{PR}{PR+PV}\right)$

$N = Y-1 \qquad P_Y(Y = m+1) = \left(1 - \frac{PR}{PR+PV}\right)^{(m+1)-1} \frac{PR}{PR+PV}$

b) $P(N>2) = 1 - P_N(0) - P_N(1) - P_N(2) \simeq 0{,}277$

HOJA N

FECHA

DISTRIBUCIÓN DE POISSON → PROCESO DE ARRIBOS

Una V.A N, a valores no negativos, sigue una distribución de Poisson si y sólo si N tiene una función de PROBABILIDAD dada por:

↓ de parametro $\mu > 0$

$$p_N(n) = P(N=n) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \quad , n = 0, 1, 2, \ldots$$

$N \sim \text{Poisson}(\mu)$

$E[N] = \mu \qquad V(N) = \mu \qquad \mu = \lambda T$

$$\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = \frac{\mu}{n} \longrightarrow p_n = \frac{\mu}{n} \cdot p_{n-1}$$

OBS.
$\text{COV}(N(1,2), N(3,4)) = 0$
↳ V.A ind.
si no son ind → ver 7.1 (d)
↳ $\text{COV}(A,A) = \text{VAR}(A)$

PROPIEDADES

1) La suma de V.A de Poisson independientes es otra V.A de Poisson

$N_1 \sim \text{Poisson}(\mu_1) \quad N_2 \sim \text{Poisson}(\mu_2)$ IND.

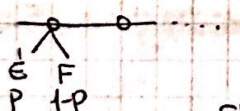
$N_1 + N_2 \sim \text{Poisson}(\mu_1 + \mu_2)$

$$P(N_1 + N_2 = n) = \sum_{m=0}^{n} P(N_1 = m, N_2 = n - m)$$

2) Adelgazamiento

$N \sim \text{Poi}(\mu)$ N: no de eventos que ocurren en una situación

Supongo que cada evento que ocurre en forma independiente tiene prob. p constante de éxito y 1-p de fracaso.



Si M: cantidad de éxitos en los N eventos.

N - M: cantidad de fracasos en N eventos.
(↓ total, ↓ éxitos)

Si condiciono a N a ser un nº

$M | N = m \sim \text{BIN}(m, p)$

Entonces M y N-M son IND con DISTRIB. POISSON.

$M \sim \text{Poi}(p\mu) \qquad N - M \sim \text{Poi}((1-p)\mu)$

NOTA

3) Distribución conjunta y distribuciones marginales de m variables de Poisson ind. condicional a la suma de esas variables.

$N_1, N_2, \dots, N_m$ ind , $N_i \sim Poi(\mu_i)$ $i = 1, 2, \dots, m$

$$S = \sum_{i=1}^{m} N_i \sim Poi\Big(\underbrace{\sum_{i=1}^{m} \mu_i}_{\mu}\Big)$$

Entonces

i) $N_j \mid S=s \sim Bin\left(s, \frac{\mu_j}{\mu}\right)$ $j = 1, 2, \dots, m$

ii) $(N_1, N_2, \dots, N_m) \mid S=s \sim Multinomial\Big(s, \underbrace{\frac{\mu_1}{\mu}}_{p_1}, \underbrace{\frac{\mu_2}{\mu}}_{p_2}, \dots, \underbrace{\frac{\mu_m}{\mu}}_{p_m}\Big)$

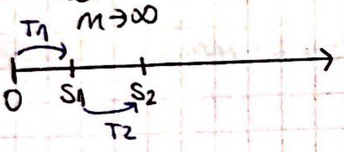
Proceso puntual sobre $(0, +\infty)$ → un proceso de Poisson se encuentra dentro de un proceso puntual → sucesión de variables S_n, $n \geq 0$, tal que S_n es el tiempo hasta el n-ésimo arribo. → conjunto ∞ de puntos $s_1, s_2, \dots, s_n$ distribuidos aleatoriamente en un intervalo

Las S_n satisfacen:

$S_0 = 0$

$0 < S_1 < S_2 < \dots < S_n$ → no ocurren eventos simultaneos

$\lim_{n \to \infty} S_n = +\infty$



Tiempo entre arribos: $T_k = S_k - S_{k-1}$ → sucesión de tiempo de espera entre arribos

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} T_k$$

$N(t)$: nro de eventos en $(0, t]$

$N(t_1, t_2]$: nro de eventos en $(t_1; t_2]$

Relación entre variables S_n y $N(t)$

$$P(S_n > t) = P(N(t) < n)$$ → para sacar de la gamma

↳ ver prop 2 de la hoja siguiente

UN PROCESO DE POISSON ESTÁ CARACTERIZADO POR UNA CONSTANTE POSITIVA:

λ : intensidad del proceso

→ Para todo conjunto de variables $N(\tau_1, \tau_2]$, asociados a intervalos no superpuestos, se cumple que dichas variables son independientes.

→ las variables $N(\tau_1, \tau_2]$ siguen una distribución de Poisson de media $\lambda \Delta T$.
↳ solo dependen de la longitud

El proceso NO tiene memoria.

PROP:

1) $T_k \sim Exp(\lambda)$ Tiempos entre eventos consecutivos
variables independientes

$S_m = \sum_{k=1}^{m} T_k$: proceso de arribos con la sucesión $T_1, \ldots, T_k$ si se define un proceso
↓
es proceso de Poisson de intensidad λ

2) $S_m = \sum_{k=1}^{m} T_k \sim Gamma(m, \lambda)$

3) sea Π : proceso de poisson de intensidad λ
Dado el evento $N(T) = n$ (en $(0,T]$ ocurrieron n arribos)

$T_i / N(T)=n$ ← Los puntos n se distribuyen al azar en $(0,T]$

$\sim U(0,T)$ La posición de c/ arribo es una variable uniforme en el intervalo.

↓
ver 7.8

$0 \quad s \quad T \rightarrow PP(\lambda)$

$N(T) \sim Poisson(\lambda T)$

$N(s) \sim Poisson(\lambda s)$

$N(s) \mid N(T) = n \sim Bin(n, s/T)$

Cada n arribo tiene una prob. $\frac{s}{T}$ de ocurrir en los $(0,s)$

4) si el evento o punto del proceso tiene una p: "éxito" y $1-p$: "fracaso".

Π_E: proceso de arribo de éxitos Π_F: proceso de arribo de fracasos

son ambos procesos de poisson ind.

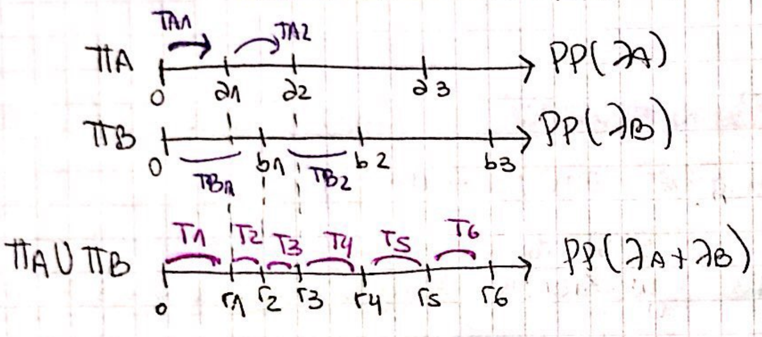
$\Pi_E \sim PP(p\lambda)$ $\Pi_F \sim PP((1-p)\lambda)$

5) Superposición de procesos de Poisson indep:

$\Pi_A \sim PP(\lambda_A)$ $\Pi_B \sim PP(\lambda_B)$

$\lambda_A = p\lambda$
$\lambda_B = (1-p)\lambda$

$\Pi_A \cup \Pi_B \sim PP(\lambda_A + \lambda_B)$

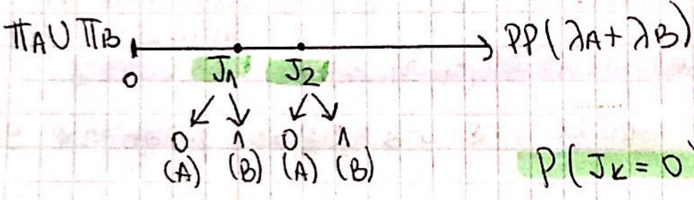


P("ocurran en simultaneo arribos") = 0

$T_{A_K} \sim Exp(\lambda_A)$

$T_{B_K} \sim Exp(\lambda_B)$

T_K sigue la distribución del mínimo entre T_{AK} y T_{BK}. ← $T_K \sim Exp(\lambda_A + \lambda_B)$



$$P(J_K = 0) = P(T_{A_i} < T_{B_j}) = \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B}$$

J_K es una VA, que indica si el evento proviene de Π_A o de Π_B.

Las J_K son ind entre sí → al PP se le asocia una sucesión de var Ber(p). ∃ un proceso de Bernoulli asociado independiente al P.P. J_K y T_K son ind.

7-12 ← $P(J_K = 0 \wedge T_K > \tau) = P(J_K = 0) \cdot P(T_K > \tau) = \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B} \cdot e^{-\tau(\lambda_A + \lambda_B)}$