10.4 *La porota* vende dos variedades de soja. El rinde (en toneladas) por hectárea de la variedad 1 es una variable aleatoria con distribución normal de media 6.2 y desvío 0.45, y el de la variedad 2 es una variable aleatoria con distribución normal de media 7 y desvío 0.45. Vivaldo compró semillas de la variedad 2 y antes de seguir comprando, quiere asegurarse de que las semillas que le enviaron son de la variedad 2.

(a) Diseñar un test de hipótesis que le garantice a Vivaldo que la probabilidad de seguir comprando semillas a *La porota* cuando le hayan enviado de la variedad 1 sea 0.05.

(b) Calcular β.

(c) ¿Cuántas hectáreas deben cultivarse para que $\beta \leqslant 0.1$?

(d) Vivaldo cultivó 10 hectáreas con la semillas que le enviaron y obtuvo los siguientes rindes:

$$7.36,\ 7.62,\ 7.02,\ 6.99,\ 6.66,\ 6.74,\ 6.25,\ 6.41,\ 6.91,\ 7.11.$$

Basándose en esa información: calcular el p-valor del test, y determinar qué debe hacerse.

(a)

X : Rinde (en toneladas) por hectarea de la variedad 1

Y : " " " " " " " 2

$X \sim \mathcal{N}(6{,}2\,,\,0.45^2)$ $\qquad$ $Y \sim \mathcal{N}(7\,;\,0.45^2)$

$H_0: \mu = \underbrace{6{,}2}_{\mu_0}$ Vs $H_1: \mu = \underbrace{7}_{\mu_1}$

Es un test para hipotesis simple Vs hipotesis simple (teorica, normales)

$$\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n6{,}2}{0{,}45\sqrt{n}} > K_\alpha \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$\mathbb{P}_\mu(\delta(\underline{X})=1) = 1 - \Phi\left(K_\alpha + \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\mu_0-\mu)\right) = \pi(\mu)$$

mismo desarrollo que en la clase

$$\alpha = \sup_{\mu \in \Theta_0} \mathbb{P}_\mu(\delta(\underline{X})=1) = \mathbb{P}_{\mu=\mu_0}(\delta(\underline{X})=1)$$

$$= 1 - \Phi(K_\alpha) = 0{,}05$$

$$= \Phi(K_\alpha) = 0{,}95$$

$$\Rightarrow K_\alpha = z_{0{,}95} \approx 1{,}645$$

$$\Longrightarrow \boxed{\delta(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i - n{,}6{,}2}{0{,}45\sqrt{n}} > 1{,}645 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}}$$

(b)

$$\beta(\mu) = \mathbb{P}_\mu(\text{Error tipo II}) = 1 - \pi(\mu), \quad \mu \in \Theta_1$$

$$= \phi\left(K_\alpha + \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\mu_0 - \mu)\right), \quad \mu \in \Theta_1 = \{\mu_1\}$$

$$= \phi\left(K_\alpha + \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\mu_0 - \mu_1)\right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{\beta = \phi\left(1{,}645 - \frac{16}{9}\sqrt{n}\right)}$$

(c)

$$\beta = \phi\left(1{,}645 - \frac{16}{9}\sqrt{n}\right) \leq 0{,}1$$

$$1{,}645 - \frac{16}{9}\sqrt{n} \leq z_{0{,}1}$$

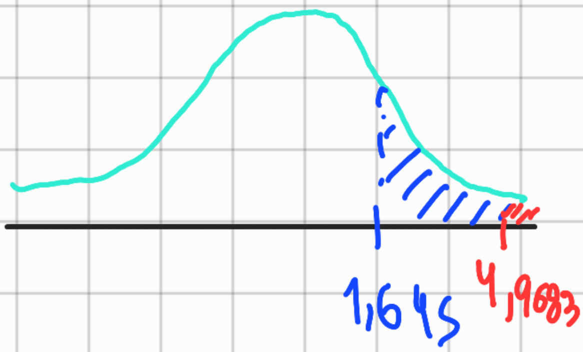
$$1{,}645 - \frac{16}{9}\sqrt{n} \leq -1{,}2815$$

$$n \geq 2{,}71 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\text{Como mínimo } 2{,}71 \text{ hectáreas}}$$

(d)

$\underline{x} = (x_1, \dots, x_{10}) =$ 7.36, 7.62, 7.02, 6.99, 6.66, 6.74, 6.25, 6.41, 6.91, 7.11.

$$\frac{\overbrace{\sum_{i=1}^{10} x_i}^{69,07} - 10 \cdot 6,2}{0,45\sqrt{10}} = 4,9683$$



$\delta(\underline{x}) = 1 \leftarrow$ se rechaza H_0

p-valor: el menor α para el cual se rechaza H_0

$K_\alpha = 4,9683$ —— $\alpha = 1 - \Phi(K_\alpha) \simeq 0$?

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{p-valor: } 0}$