Guía 11

11.1 Un emisor transmite una señal de valor μ. El canal de comunicación corrompe la transmisión con un ruido normal aditivo $N \sim \mathcal{N}(0,1)$. El receptor recibe una señal de valor $X = \mu + N$. El emisor transmitió 9 veces la señal y el receptor recibió los siguientes valores:

$$8.016, 8.488,\ 7.395,\ 9.011,\ 7.532,\ 7.841,\ 8.651,\ 6.917,\ 8.490.$$

En base a esa información muestral construir un intervalo de confianza de nivel 0.95 para el valor de la señal transmitida.

11.2 Un emisor transmite una señal de valor μ. El canal de comunicación corrompe la transmisión con un ruido normal aditivo $N \sim \mathcal{N}(0,\sigma^2)$, donde $\sigma^2 = 1/100$. El receptor recibe una señal de valor $X = \mu + N$. Para que el receptor pueda decodificar la señal con cierta precisión el emisor repite la transmisión n veces. El receptor decodifica la señal promediando los valores recibidos. Hallar el mínimo valor de n tal que, con un nivel de confianza de 0.99, el receptor pueda decodificar la señal con un error $\leqslant 0.01$.

11.3 Para calcular la distancia entre la Tierra y el Sol, James Short realizó en 1761 varias mediciones de la paralaje solar (ángulo bajo el que se ve el radio ecuatorial de la tierra desde el centro del sol). Los datos siguientes son algunas de las mediciones, en segundos de grado, obtenidas por Short

$$9.11,\ 8.66,\ 8.34,\ 8.60,\ 7.99,\ 8.58,\ 8.34,\ 7.33,\ 8.64,\ 9.27,\ 9.06,\ 9.25.$$

Suponiendo que las mediciones tienen distribución normal $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$, usar esas observaciones muestrales para construir un intervalo de confianza de nivel 0.95 para μ.

11.4 El voltaje de ruptura de ciertos capacitores obedece a una distribución normal. Se pusieron a prueba 10 capacitores y se obtuvieron los voltajes de ruptura

$$196.73,\ 204.37,\ 201.57,\ 197.58,\ 205.89,\ 199.03,\ 201.75,\ 206.53,\ 199.31,\ 202.27.$$

En base a la información muestral construir una cota inferior de confianza de nivel 0.95 para la media del voltaje de ruptura de dichos capacitores.

11.5 Sea T una variable aleatoria con distribución exponencial de intensidad λ. Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.90 para λ suponiendo que

(**a**) en una muestra aleatoria de tamaño 10 se observó que $\sum_{i=1}^{10} t_i = 29.51$,

(**b**) en una muestra aleatoria de tamaño 100 se observó que $\sum_{i=1}^{100} t_i = 223.21$.

11.6 Clientes arriban a un banco de acuerdo con proceso de Poisson de intensidad λ por minuto. El banco abre sus puertas a las 10:00; los primeros clientes arribaron a las 10:01, 10:03, 10:11, 10:12, 10:13, 10:16. En base a estos datos construir una cota inferior de confianza de nivel 0.9 para la intensidad λ.

11.7 [Ver **Ejercicio 10.13**] La duración (en horas) de cada lámpara en un lote es una variable aleatoria con distribución exponencial de intensidad λ. Se pusieron a prueba 5 lámparas y se observó una duración mínima de 200 horas. Construir una cota inferior de confianza de nivel 0.95 para la intensidad λ.

11.8 [Ver **Ejercicio 10.15**] La longitud en metros de cada rollo de tela en un lote es una variable aleatoria con distribución uniforme sobre el intervalo $[15, 15 + \theta]$. Se examinaron 4 rollos y la máxima longitud observada resultó ser 25 metros. En base a la información muestral construir una cota superior de confianza de nivel 0.99 para θ.

11.9 [Ver **Ejercicio 10.16**] Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es de la forma

$$f_\theta(x) = \frac{2x}{\theta^2}\, \mathbf{1}\{0 \leqslant x \leqslant \theta\}, \qquad \theta > 0$$

Construir un intervalo de confianza de nivel 0.9 para θ basado en la siguiente muestra aleatoria: $0.8, 0.1, 0.3$.

11.10 Se recibe un lote de artículos provenientes de un fabricante que asegura que el porcentaje de artículos defectuosos es como máximo 2 %. Al observar una muestra de 200 artículos se descubren 11 defectuosos.

(**a**) Construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0.9 para la proporción de artículos defectuosos.

(**b**) Hallar una cota inferior de nivel asintótico 0.95 para la proporción de artículos defectuosos y en base a ese resultado evaluar la afirmación del fabricante.

11.11 El 50 % de los bits emitidos por un canal de comunicación binario son 1. El receptor indica que hay un 1 cuando efectivamente se ha enviado un 1 con probabilidad p e indica que hay un 0 cuando efectivamente se ha enviado un 0 con probabilidad 6/10. Cuántos bits deberán emitirse para que sea posible construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0.95 para p cuya longitud sea menor que 0.01.

11.12 En una elección se presentarán dos candidatos: el amarillo y el azul. Se realizó una encuesta a 100 ciudadanos y exactamente 44 respondieron que votarán al candidato azul. Usando esa información construir una cota inferior de confianza de nivel asintótico 0.95 para la proporción de votantes a favor del candidato azul.

11.13 Una fuente de polonio emite partículas alfa de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad λ por segundo. Se la observó durante 4 horas y se registraron 11150 emisiones. En base a esta información muestral construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0.99 para la intensidad del proceso.

11.14 Los terremotos ocurren en una región con riesgo sísmico de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad λ por año. En los últimos 200 años se registraron 7 terremotos en esa región. En base a esa información, hallar una cota inferior de confianza de nivel asintótico 0.95 para λ .

11.15 Una sustancia radiactiva emite partículas alfa de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad λ por segundo.

(**a**) Se la observó durante 10 segundos y se registraron 4 emisiones. En base a esta información muestral construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0.95 para λ.

(**b**) Se volvió a observar la misma sustancia radiactiva hasta que emitió la cuarta partícula alfa, lo que sucedió a los 10 segundos. En base a esta información muestral construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0.95 para λ.