

**10.21** Una fuente radiactiva emite partículas alfa de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad  $\lambda$  por segundo. Se la observó durante 3 horas y se registraron 5029 emisiones. ¿Al 0.01 de significación asintótica, se puede rechazar la hipótesis  $\lambda = 0.5$ ? Hallar el  $p$ -valor aproximado.

$\Pi$ : Emisión de partículas alfa  $\sim PP\left(\lambda \frac{1}{\text{seg}}\right)$

$$N(0, 10800) \sim \text{Poi}(10800\lambda)$$

$$N(0, 10800) = \sum_i^{10800} N_i(0, 1) \sim \text{Poi}(10800\lambda)$$

$\text{Poi}(\lambda) \rightarrow$  Familia exponencial  $c = \log \lambda$ ,  $r(x) = x$   
 $\downarrow$   
Creciente

$$H_0: \lambda = 0,5$$

$$H_1: \lambda \neq 0,5$$

$$\delta(\underline{x}) = \{T < K_1 \text{ o } T > K_2\}$$

$$\delta(\underline{X}) = \left\{ \sum_{i=1}^n N_i < K_1 \text{ o } \sum_{i=1}^n N_i > K_2 \right\}$$

$$P_{\lambda=0,5} \left( \frac{\sum_{i=1}^n N_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} < K_1 \text{ o } \frac{\sum_{i=1}^n N_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} > K_2 \right) = 0,01$$

Como  $\lambda=0,5 \rightarrow \sim N(0,1)$

Por teorema de Zemin  $\Rightarrow K_1 = z_{\frac{0,01}{2}}$  ,  $K_2 = z_{1-\frac{0,01}{2}}$



Una TCL

$$K_1 = -2,5758 \text{ , } K_2 = 2,5758$$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1} \left\{ \left| \frac{\sum N_i - 0,5n}{\sqrt{n \cdot 0,5}} \right| > 2,5758 \right\}$$

En mi muestra:  $n=10800$  ,  $\sum_1^{10800} N_i = 5029$

$$\delta(\underline{x}) = \mathbb{1} \left\{ |-5,04| > 2,5758 \right\} = 1$$

$\Rightarrow$  se puede rechazar la hipótesis  $H_0$

Pvalue

$$\begin{aligned} P(z < -5,04 \text{ \& } z > 5,04) &= P(|z| > 5,04) \\ &= 2 P(z < -5,04) \approx 0 \end{aligned}$$

Pvalue :  $\approx 0$