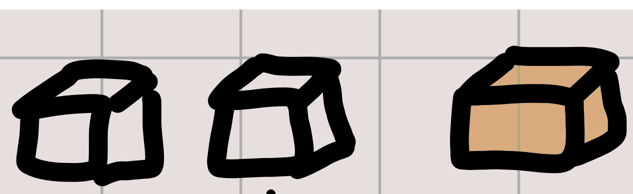
Finales

1. Lucas tiene tres dados de seis caras; dos equilibrados y uno cargado de manera tal que la probabilidad de obtener un 1 es 1/3 y los restantes resultados son equiprobables. Lucas elige un dado al azar, lo arroja y obtiene un 4. ¿Cuál es la probabilidad de que haya elegido un dado equilibrado?



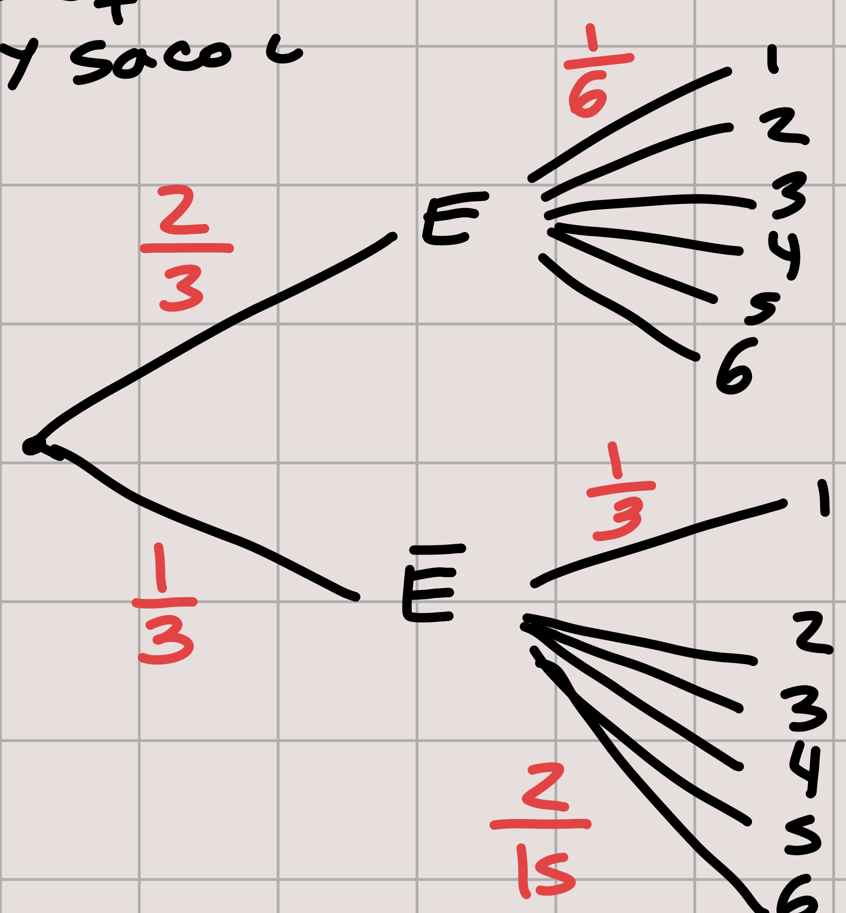
equilibrados

↳ $P(\bar{E}) = \frac{1}{3}$

$1 \to \frac{1}{3}$

$\left.\begin{matrix}2\\3\\4\\5\\6\end{matrix}\right\} \left(1-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{5} = \boxed{\frac{2}{15}}$ cada uno de los restantes

E_i = "se eligio un dado equilibrado" y saco i



$$\mathbb{P}(E \mid E_4 \cup \bar{E}_4) = \frac{\mathbb{P}((E_4 \cup \bar{E}_4) \cap E)}{\mathbb{P}(E_4 \cup \bar{E}_4)}$$

$$= \frac{\mathbb{P}(EE_4)}{\mathbb{P}(E_4 \cup \bar{E}_4)} = \frac{\frac{2}{3}\frac{1}{6}}{\mathbb{P}(E \cap E_4) + \mathbb{P}(\bar{E} \cap \bar{E}_4)}$$

$$= \frac{\frac{2}{18}}{\frac{2}{18} + \frac{1}{3}\frac{2}{15}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{7}{45}}$$

$$\frac{5}{7} \cong \boxed{0,7}$$

Mejorar los eventos

E = "Se elige un dado equilibrado"

D = "valor del dado obtenido" ⟶ No es evento es UA

ó

D = "Se obtuvo un 4" ⟶ evento ✓

2. El tiempo (en horas) que Tomás pasa mirando su serie favorita y escuchando música durante el fin de semana son variables aleatorias X e Y respectivamente, con función de densidad conjunta:

$$f_{X,Y}(x,y) = 0.5e^{-0.5(x+y)}\mathbf{1}\{0 < x < y\}.$$

Siempre grafica

Sabiendo que un fin de semana Tomás pasó más de dos horas mirando su serie favorita, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado menos de seis horas en total mirando la serie y escuchando música?

X="cant de horas mirando serie favorita"

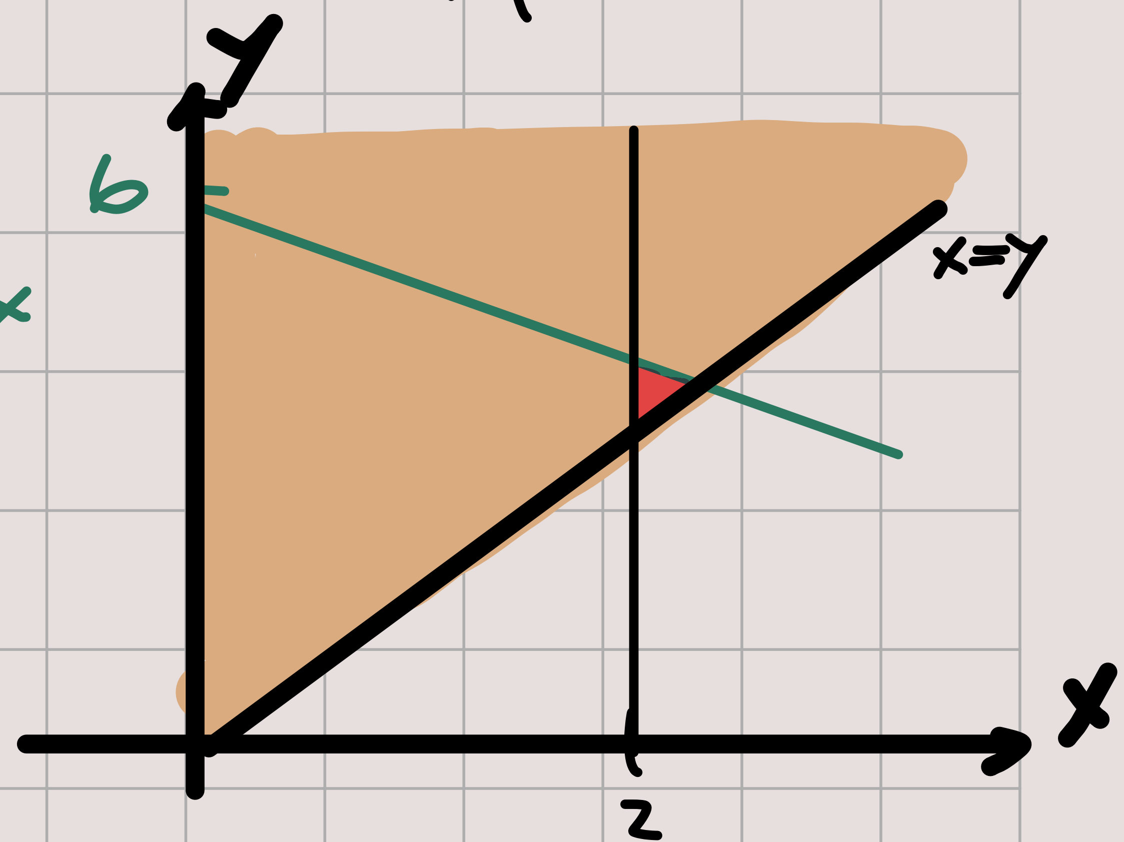
Y="cant de horas mirando escuchando musica"

$$\mathbb{P}(\underbrace{X+Y<6 \mid X>2}_{\text{graficar}}) = \frac{\mathbb{P}((X>2) \cap (X+Y<6))}{\mathbb{P}(X>2)} = \frac{}{1-\mathbb{P}(X\leq 2)}$$

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x+y)}\mathbb{1}\{0<x<y\}$$

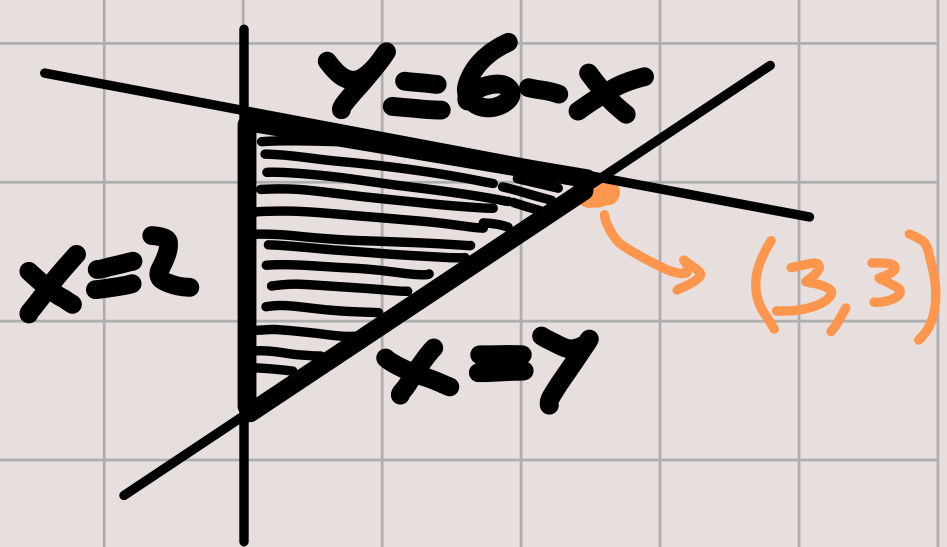
X+Y<6

Y<6-X



$$\int_0^2\int_x^{+\infty} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x+y)}\,dy\,dx \simeq \boxed{0{,}86}$$

$$1-\mathbb{P}(X\leq 2) = 1-0{,}86 \cong \boxed{0{,}14}$$



$$\mathbb{P}(X>2 \cap Y=6-X)$$

$$f_{XY}(x,y) = \int_2^3\int_x^{6-x} \frac{e^{-\frac{1}{2}(x+y)}}{2}\,dy\,dx \cong \boxed{0{,}035}$$

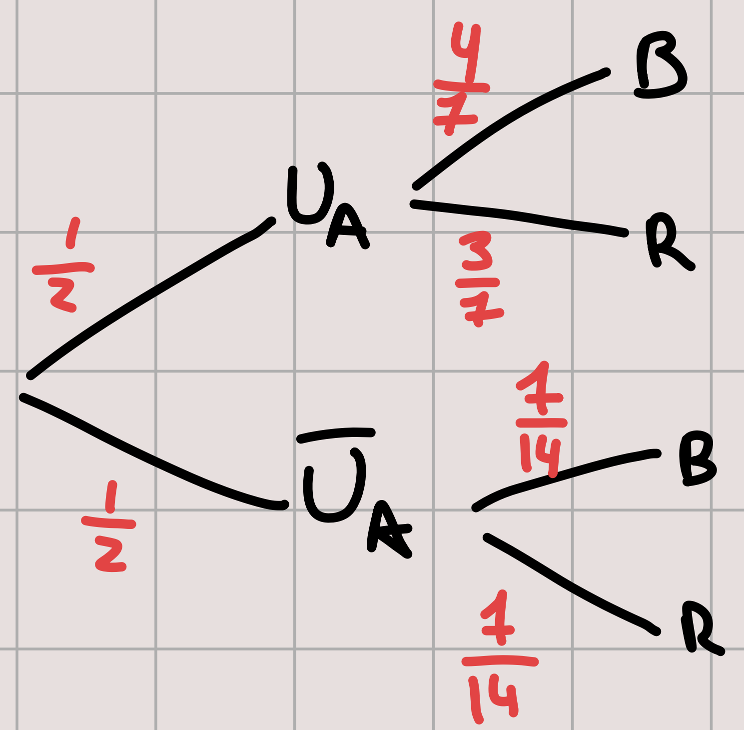
$$\frac{0{,}035}{0{,}14} = \boxed{0{,}25}$$

5. La urna a contiene 4 bolas blancas y 3 rojas. La urna b contiene 7 bolas blancas y 7 rojas. El experimento consiste en elegir una urna al azar, extraer una bola y reponerla en la misma urna. Si se realiza el experimento 200 veces, calcular aproximadamente la probabilidad de observar más de 90 bolas rojas.

teorema normal

extrae al azar con reposicion → C L → binomial

U_A	U_B
4B 3R	7B 7R
total 7	total 14



$N = 200$

$$\mathbb{P}(R>90) = 1 - \mathbb{P}(R \leq 90)$$

$$\mathbb{P}(R) = \mathbb{P}(R|U_A)\,\mathbb{P}(U_A) + \mathbb{P}(R|U_B)\,\mathbb{P}(U_B)$$

$$= \frac{3}{7}\cdot\frac{1}{2} + \frac{7}{14}\cdot\frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{14} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{13}{28}} \to Ber\left(\frac{13}{28}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{200} Ber_i\left(\frac{13}{28}\right) \qquad X_i \sim Ber\left(\frac{13}{28}\right)$$

$$W = \sum_{i=1}^{200} X_i > 90 \longrightarrow \text{Teorema central del límite}$$

Discreta a normal

Como $n > 25$ W tiene distribución normal

con media $n\,\mu_x$ desvio $\sqrt{n}\,\sigma_x$

esperanza de $X \to \mu_x = p$

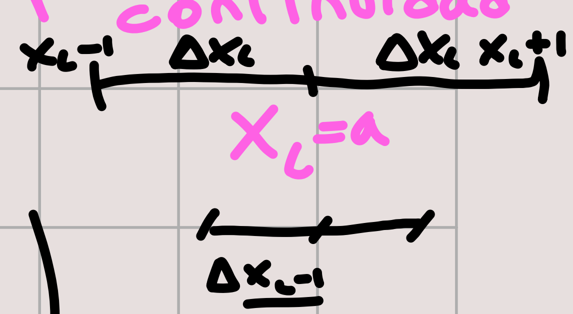
varianza $\to \sigma_x = p(1-p)$

normalizo

$$\Rightarrow \mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{200} X_i < t\right) \cong \phi\left(\frac{t - nE(X_1)}{\sqrt{n\,\mathrm{var}(X_1)}}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{200} X_i > 90\right) = \mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{200} X_i \geq 90{,}5\right)$$

corrección por continuidad



$$= 1 - \phi\left(\frac{90{,}5 - \frac{650}{7}}{\sqrt{\frac{4875}{98}}}\right)$$

4. A una tienda de ropa entran clientes de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad 4 por hora. La cantidad de prendas que compra cada cliente es independiente, y puede ser 0, 1 ó más de 1 con probabilidades respectivas 0.4, 0.35, 0.25. Sabiendo que en las dos primeras horas entraron exactamente 2 clientes, calcular la probabilidad de que 1 cliente no compre nada y 1 cliente compre una sola prenda.

coloreo

$N(2)$ = "cant de arribos en las 2 horas"

$N_N(2)$ = "cant de arribos que no compraron"

$N_1(2)$ = "cant de arribos que compraron 1 sola prenda"

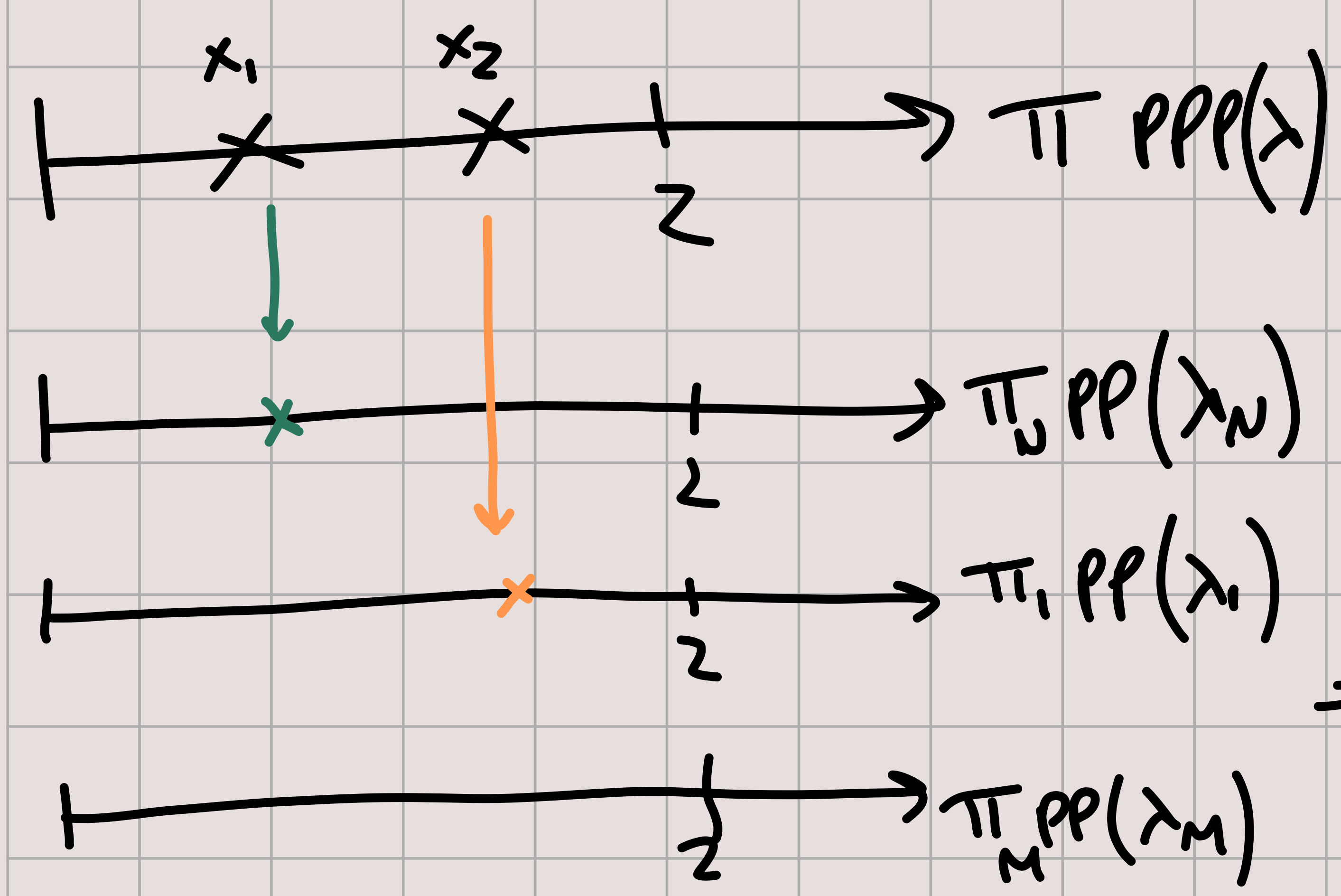
$\Downarrow$

$N(2) \sim Poi(\lambda 2)$

$N_N(2) \sim Poi(\lambda_N 2)$ $\qquad \lambda_N = \lambda\, p_N$

$N_1(2) \sim Poi(\lambda_1 2)$ $\qquad \lambda_1 = \lambda\, p_1$

$$\mathbb{P}(N_1(2)=1 \cap N_N(2)=1 \mid N(2)=2) = \frac{\mathbb{P}(N_1(2)=1 \cap N_N(2)=1 \cap N_M(2)=0)}{\mathbb{P}(N(2)=2)}$$



$$\overset{ind}{=} \frac{\mathbb{P}(N_N(2)=1)\,\mathbb{P}(N_1(2)=1)\,\mathbb{P}(N_M(2)=0)}{\mathbb{P}(N(2)=2)}$$

$$= \frac{\dfrac{3{,}2e^{-3{,}2}}{1!}\;\dfrac{2{,}8\cancel{e^{-2{,}8}}}{1!}\;\dfrac{2^0\cancel{e^{-2}}}{0!}}{\dfrac{8^2 \cancel{e^{-8}}}{2!}} \simeq \boxed{0{,}28}$$

$$\frac{2!}{1!\,1!\,0!}\,0{,}4\;0{,}35 = 2\;0{,}4\;0{,}35 = \boxed{0{,}28}$$

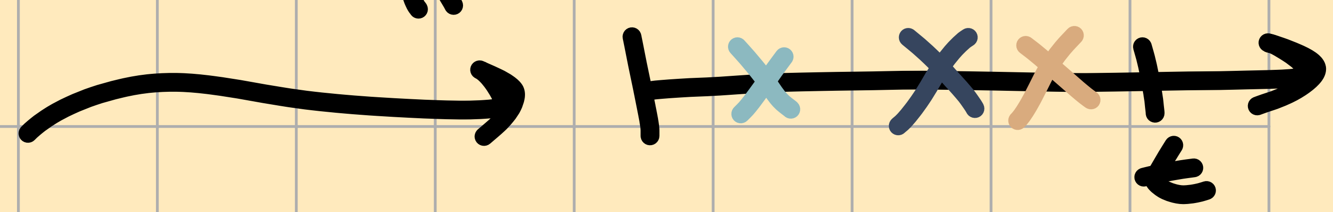
(*) $N_M(2), N_N(2), N_1(2) \mid N(2)=2 \sim \mathcal{M}(2, 0{,}4, 0{,}35, 0{,}25)$

(*) $N_M(2) \mid N(2)=2 \sim Bin(2, p_M) \rightsquigarrow N_M \sim Po.(\lambda_M = \lambda p_M)$

Coloreo

(Adelgazamiento)

$\pi \; PP(\lambda)$



$N_{\bullet}(t) \sim Poi(\lambda p_{\bullet} t)$

$N_{\bullet}(t) \sim Poi(\lambda p_{\bullet} t)$

$N_{\bullet}(t) \sim Poi(\lambda p_{\bullet} t)$

$N(t) \sim Poi(\lambda t)$

1. $N_{\bullet}(t), N_{\bullet}(t), N_{\bullet}(t) \mid N(t)=n \sim \mathcal{M}(n, p_{\bullet}, p_{\bullet}, p_{\bullet})$

2. $N_{\bullet}(t) \mid N(t)=n \sim Bin(n, p_{\bullet})$

3. $N_{\bullet}(s) \mid N(t)=n \sim Bin(n, \frac{s}{t})$

4. Sea X una variable aleatoria con densidad

$$f_\theta(x) = 2\theta\mathbf{1}\{0 < x < 1/2\} + 2(1-\theta)\mathbf{1}\{1/2 \le x < 1\}, \quad 0 < \theta < 1.$$

Basándose en la muestra: $x_1 = 0.32, x_2 = 0.67$ y $x_3 = 0.85$, hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ.

$$f_\theta(x) = 2\theta\, \mathbb{1}\{0<x<\tfrac{1}{2}\} + 2(1-\theta)\,\mathbb{1}\{\tfrac{1}{2}\le x<1\} \qquad 0<\theta<1$$

$$F_\theta(x) = \begin{cases} 2\theta x & 0<x<\frac{1}{2} \\ -2\theta x+\theta+2x-1 & \frac{1}{2}\le x<1 \end{cases}$$

$F_\theta(x) \sim U(0,1) \longrightarrow 2\theta x = u$ $\quad$ $\boxed{x = \frac{u}{2\theta}}$ $\quad$ $u=0$, $u=\frac{1}{2} \longrightarrow x = \frac{1}{4\theta}$

$\longrightarrow -2\theta x+\theta+2x-1 = u$ $\quad$ $\boxed{x = \frac{-u-1}{2\theta-3}}$

$$L(\theta, \underline{x}) = \prod_{i=1}^{3} f_\theta(x_i) = f_\theta(0{,}32)\, f_\theta(0{,}67)\, f_\theta(0{,}85)$$

$$= 2\theta\,\big(2(1-\theta)\big)^2$$

$$= g(r(\underline{x}),\theta) \quad h(x)=0$$

$\longrightarrow \theta \subset \mathbb{R}$

$\theta \in (0,1)$ abierto

sop $f_\theta(x)$ no dep de θ

$\Rightarrow$ Regular

$$\frac{\partial \ln(L(\theta))}{\partial\theta} = \big(\ln(2)+\ln(\theta)+2\ln(2(1-\theta))\big)'$$

$$= 0 + \frac{1}{\theta} + \frac{2}{\theta-1} = 0$$

$$\boxed{\hat{\theta}_{MV} = \frac{1}{3}}$$

$\hat{\theta}_{MV}(\underline{x})$

3. Mica y Carla estudian juntas para un examen y cada una de ellas tiene probabilidad 0.6 de aprobarlo. Sea X_1 la variable aleatoria que toma el valor 1 si Mica aprueba el examen ó 0 si no, y X_2 la variable aleatoria que toma el valor 1 si Carla aprueba el examen ó 0 si no. Si $\mathbf{cov}(X_1, X_2) = 0.14$, calcular la probabilidad de que ambas amigas aprueben el examen.

$\mathbb{P}(A_m) = 0{,}6 = \mathbb{P}(A_c)$ $\longrightarrow$ $X_1 \begin{cases} 1 & \text{Mica aprueba} \\ 0 & \text{No} \end{cases}$

$\text{cov}(X_1 X_2) = 0{,}14$

$\hookrightarrow$ no son ind

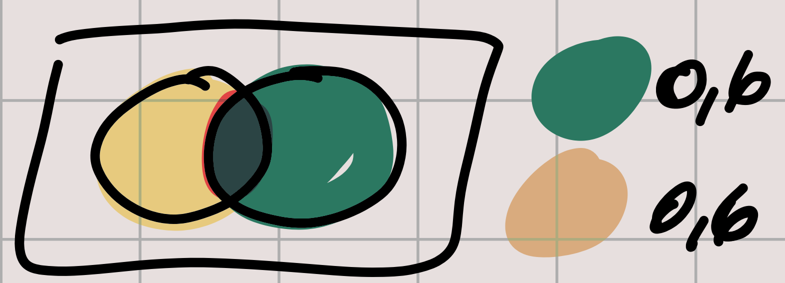
$\text{cov}(X_1, X_2) = E[X_1 X_2] - E[X_1]E[X_2]$

no son ind

$\mathbb{P}(A_M \cap A_c) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A_M \cap A_c}) =$

$1 - \mathbb{P}(\bar{A}_M \cup \bar{A}_c) = 1 - \mathbb{P}(\bar{A}_M) - \mathbb{P}(\bar{A}_c) + \mathbb{P}(A_M \cap A_c)$

$M \sim Ber(0{,}6)$
$C \sim Ber(0{,}6)$



$X_1 \sim Ber(0{,}6) \rightsquigarrow E(X_1) = 0{,}6$
$E(X_2) = 0{,}6$

$0{,}14 + 0{,}6^2 = E(X_1 X_2) = 0{,}5$

$E(X_1 X_2) = E[g] = \sum\sum g(x_1 x_2)\, \mathbb{P}(xy)\, dy\, dx$

$X_1 X_2 = g(x_1, x_2)$

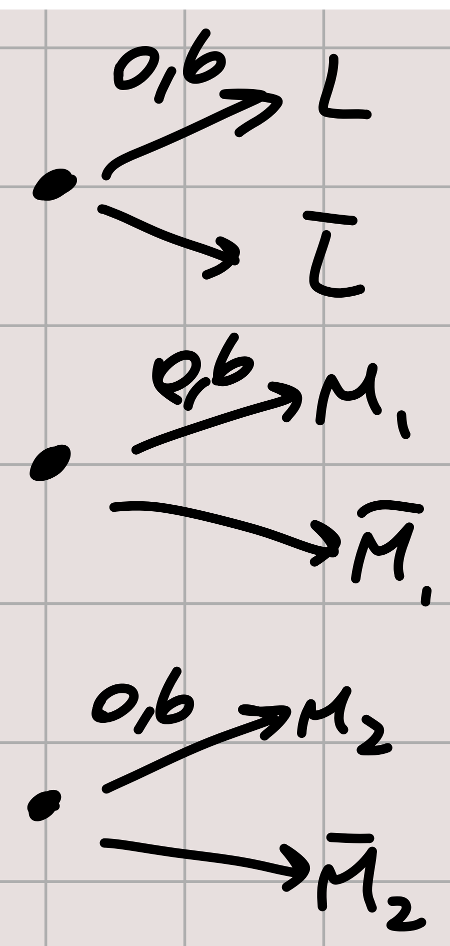
$= \sum_{\forall x}\sum_{\forall y} x_1 x_2 \; (X_1 = x_1, X_2 = x_2)$

$0{,}5 \quad = \sum_{\forall x}\sum_{\forall y} x_1 x_2\, \mathbb{P}(X_1 = x_1, X_2 = x_2) = P(X_1 = 1, X_2 = 1)$

$\mathbb{P}(X_1 = 1, X_2 = 1) = \frac{1}{2}$

1. Un examen consta de 3 ejercicios, uno de lengua y dos de matemática. Para aprobar el examen se debe resolver correctamente el de lengua y al menos uno de matemática. Juan resuelve correctamente cada ejercicio en forma independiente con probabilidad 0.6. Sabiendo que rindió el examen y resolvió mal al menos uno de los tres ejercicios, calcular la probabilidad de que Juan haya aprobado.

$$\mathbb{P}(\text{Aprobo} \mid N \geq 1)$$



Almenos 1 → $N \geq 1$

N "cant de ejercios mal resolt"

$$N \sim Bin(3, 0{,}3)$$

$$\mathbb{P}(N \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(N = 0)$$

$$= 1 - \binom{3}{0}(0{,}3)^0(1-0{,}3)^3$$

$$= 1 - 0{,}6^3 = \boxed{0{,}784}$$

$$\text{Aprobo} = L \cup M_1 \cup M_2, \; L \cup \bar{M}_1 \cup M_2, \; L \cup M_1 \cup \bar{M}_2$$

$$\mathbb{P}\big((L \cap M_1 \cap M_2) \cup (L \cap \bar{M}_1 \cap M_2) \cup (L \cap M_1 \cap \bar{M}_2) \mid N \geq 1\big)$$

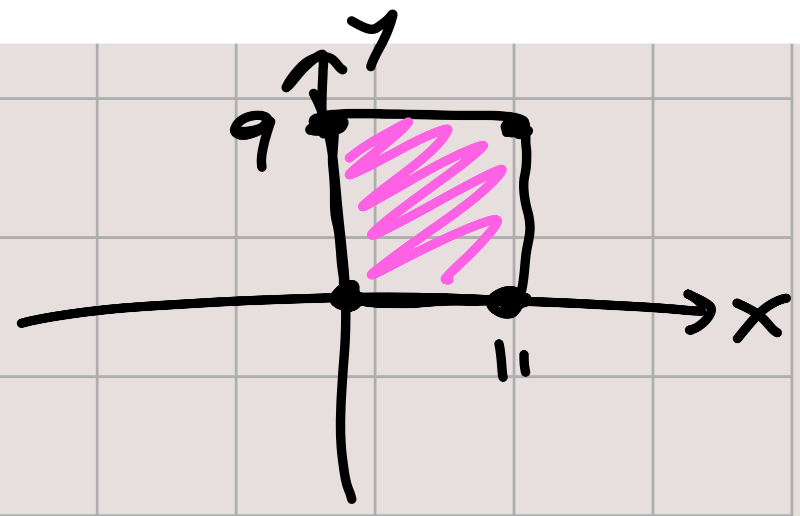
$$= \mathbb{P}\left(\frac{(L \cap M_1 \cap M_2) \cup (L \cap M_1 \bar{M}_2)}{\mathbb{P}(N \geq 1)}\right)$$

$$\text{me} = \frac{\mathbb{P}(L \cap \bar{M}_1 \cap M_2) + \mathbb{P}(L \cap M_1 \cap \bar{M}_2)}{\mathbb{P}(N \geq 1)}$$

$$\text{ind} = \frac{\mathbb{P}(L)\big(\mathbb{P}(\bar{M}_1)\mathbb{P}(M_2) + \mathbb{P}(M_1)\mathbb{P}(\bar{M}_2)\big)}{\mathbb{P}(N \geq 1)} = \frac{0{,}6\,(2(0{,}6 \; 0.3))}{0{,}784} = 0{,}27

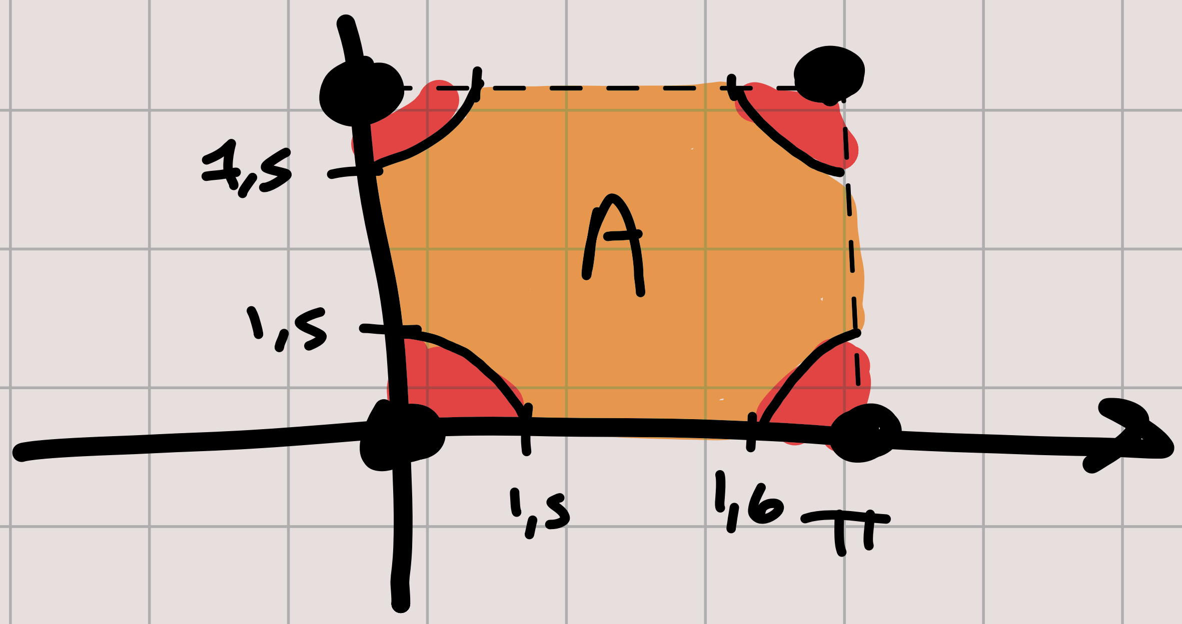
1. Sean P_1, P_2, P_3, tres puntos aleatorios independientes, cada uno con distribución uniforme sobre el rectángulo de vértices $(0,0)$, $(\pi,0)$, $(\pi,9)$, $(0,9)$. Calcular la probabilidad de que exactamente dos de esos tres puntos estén a distancia mayor que $3/2$ de los vértices del rectángulo.

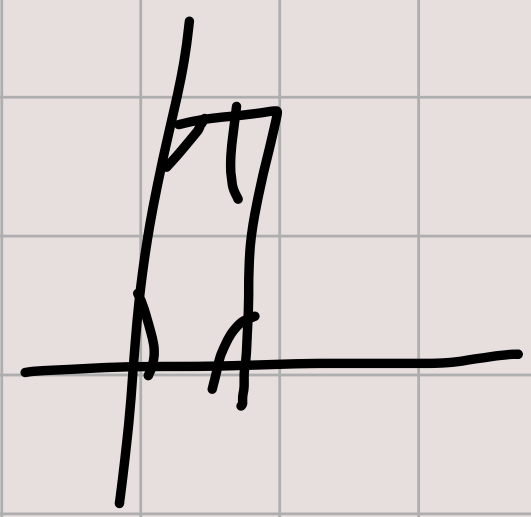
$$d(P_1 P_2) = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$



$$f_{XY}(x\,y) = \frac{1}{9\pi}\, \mathbb{1}\{0\leq x\leq \pi\}\, \mathbb{1}\{0\leq y\leq 9\}$$

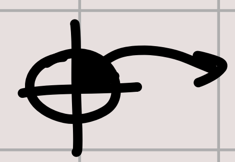
$X \sim U(0,\pi)$
$Y \sim U(0,9)$ } ind



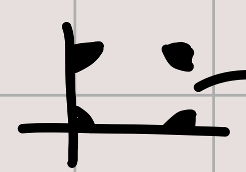


Area circulo radio 1,5

$\pi\, 1{,}5^2 = 7{,}068$



$\frac{1}{4}\pi\, 1{,}5^2 = 1{,}76$ ⟶ Area cuadrado 28,2



$4 \cdot 1{,}76 = \pi\, 1{,}5^2$

laplace

$$\hookrightarrow \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(R)} = \frac{\cancel{\pi}\left(\frac{3}{2}\right)^2}{9\cancel{\pi}} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

p = prob de que este en las esquinas (en A)

tengo 3 puntos
calc que 2 esten en A

N = "cant de Puntos en el medio de 3"

$N \sim Bin\left(3, \frac{3}{4}\right)$

$$\mathbb{P}(N=2) = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{1}{4} = \frac{27}{64}$$

2. Sea X una variable aleatoria con función de distribución

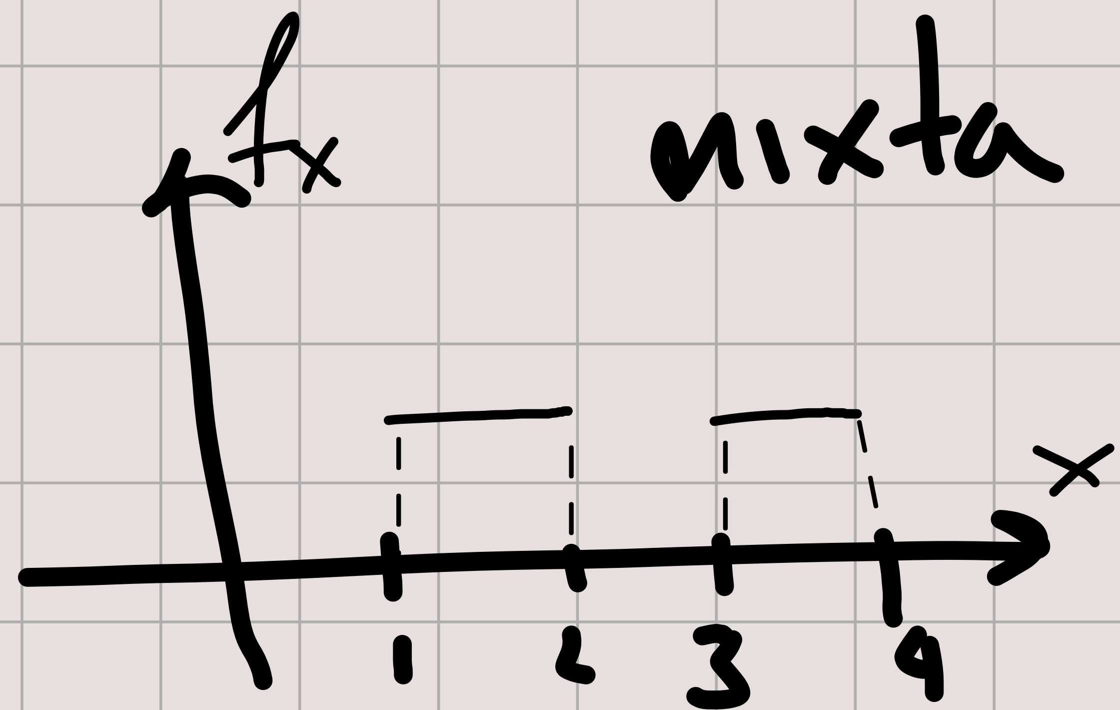
$$F_X(x) = \frac{x}{5}\mathbf{1}\{1 \le x < 2\} + \frac{3}{5}\mathbf{1}\{2 \le x < 3\} + \frac{x+1}{5}\mathbf{1}\{3 \le x < 4\} + \mathbf{1}\{4 \le x\}.$$

Calcular $\mathbf{E}[X|X > 2]$.

Mixta

$$E(X|X>2) =$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & 1 \le x < 2 \\ 0 & 2 \le x < 3 \\ \frac{1}{5} & 3 \le x < 4 \\ 0 & x \le 4 \end{cases}$$



Atomos

$$\mathbb{P}(X=x) = \frac{1}{5} \quad \forall\, x \in At$$

$$\mathbb{P}(X>2) = 1 - \mathbb{P}(X \le 2) = 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

$$E(X|X>2) = \int_2^{+\infty} \frac{x\, f_X(x)\, dx}{\mathbb{P}(A>2)} + \sum_{x \in A} x\, \mathbb{P}(X=x)$$

$$E(X \mathbb{1}\{x \in A\}) = \int_3^4 x \frac{1}{5} dx + 3\, \frac{1}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{x^2}{2}\Big|_3^4 + 3\right) = \frac{1}{5}\left(8 - \frac{9}{2} + 3\right) = \boxed{\frac{13}{10}}$$

$$E(X|X>2) = \frac{E(X \mathbb{1}\{X>2\})}{\mathbb{P}(X>2)} = \frac{\frac{13}{10}}{\frac{2}{5}} = \boxed{\frac{13}{4}}$$

3. Cada vez que se enfrenta a un oponente, el campeón mundial de piedra, papel o tijera, juega piedra con probabilidad 0.4, papel con probabilidad 0.25, o tijera con probabilidad 0.35. En su próximo torneo se enfrentará a 250 oponentes. Calcular la covarianza entre la cantidad de veces que jugará piedra y la cantidad de veces que jugará tijera.

$\xrightarrow{0,4} P_1$

$\xrightarrow{0,25} Pa$

$\xrightarrow{0,35} t$

$n = 250$ oponentes

X_{p_1} = "cant de pied obser"

X_{t_1} = "cant tijeras — "

X_{pa} = " — papel — "

$cov(t_1, P_1)$

$M(250, 0{,}4, 0{,}35, 0{,}25)$

$X_{p_1} \sim Bin(250, 0{,}4)$

$X_{t_1} \sim Bin(250, 0{,}35)$

$X_{pa} \sim Bin(250, 0{,}4)$

$$Cov(X_{p_1}, X_{t_1}) = E(X_{t_1} X_{p_1}) - E(X_{t_1}) E(X_{p_1})$$

$\hookrightarrow E(X_{p_1}) = 250 \ 0{,}4$

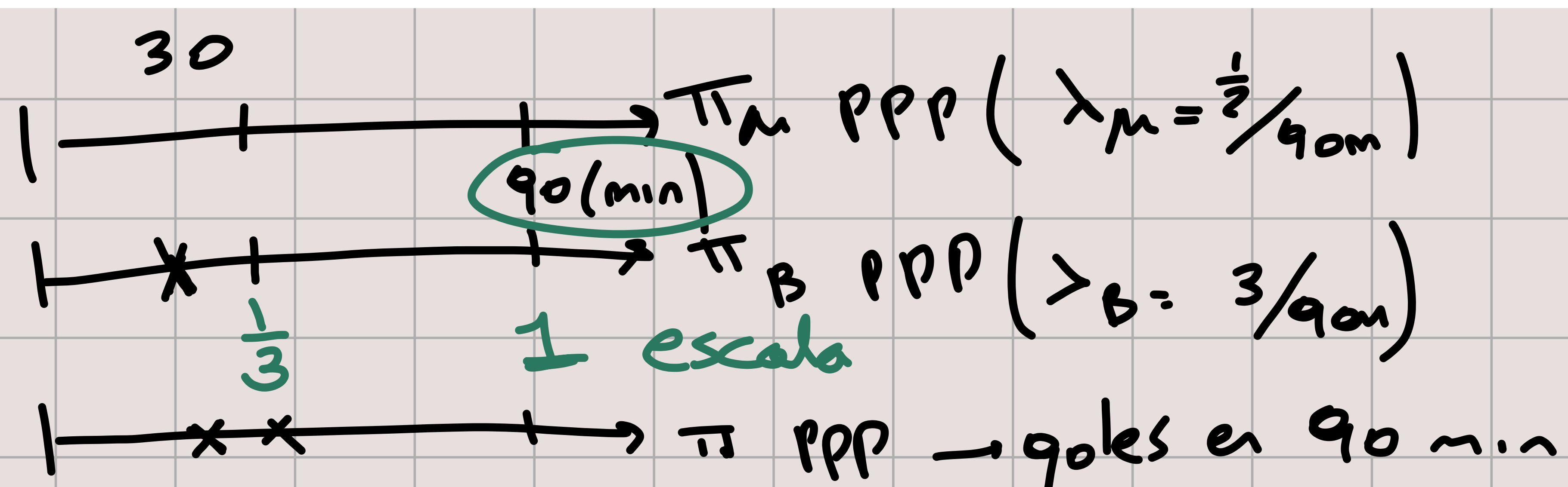
$E(X_{t_1}) = 250 \ 0.35$

$$E(X_{t_1} X_{p_1}) = \sum_{i=1}^{250} \sum_{i=1}^{250} x_{t_1} x_{p_1} \ \mathbb{P}(X_{t_1} = x_{t_1} \cap X_{p_1} = x_{p_1})$$

¿ hay $\frac{250^2 \text{ casos}}{4}$? Pxy

$$cov(X_{p_1} X_{t_1}) = -n \ 0{,}4 \ 0{,}35 = -35$$

4. Los equipos β y μ juegan un partido de fútbol. Los goles que hacen los equipos obedecen a dos procesos de Poisson independientes: de intensidad 3 cada 90 minutos para el equipo β, y de intensidad 1/2 cada 90 minutos para el equipo μ. Sabiendo que durante el partido se hicieron exactamente 2 goles, calcular la probabilidad de que el equipo β haya hecho exactamente un gol en los primeros 30 minutos y el partido haya terminado 2 a 0.



$N_{(90)} = 2$ "cant goles total"

$N_\mu(a,b) =$ "cant goles μ"

$N_\beta(a,b) =$ "cant goles β"

$N(a,b) = N_B + N_\mu$

$N(0,90) = N_B(0,30) + N_B(30,90) + N_\mu(0,90)$

$N_B(0,30) \Rightarrow \lambda_B\, 30 \sim Poi$

$N_B(30,90) \Rightarrow \lambda_B\, 60 \sim Poi$

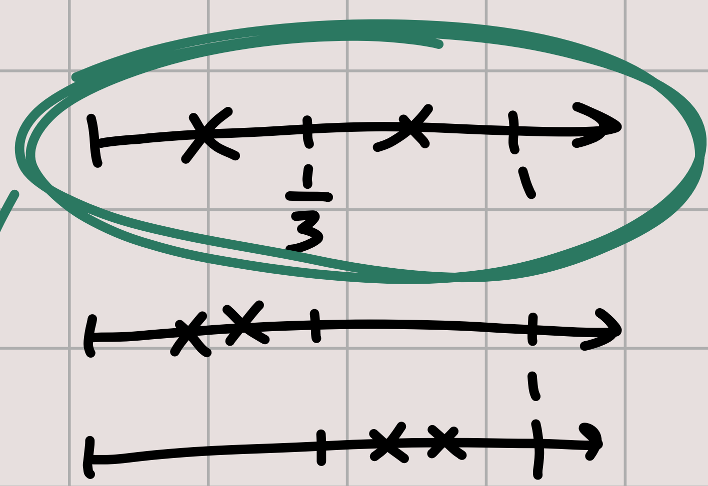
$N_\mu(0,90) \Rightarrow \lambda_\mu\, 90 \sim Poi$

$\Pi_\mu + \Pi_B = \Pi_\mu \cup \Pi_B \sim PPP(\lambda_B + \lambda_\mu)$

$N_{(a,b)} \sim Poi\left((\lambda_B + \lambda_\mu)\Delta t\right)$

$$\mathbb{P}\left(N_{(0,90)} = 2\right) = \frac{(\lambda_1+\lambda_2)^2 e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{2!} \doteq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 e^{-\frac{1}{2}}}{2!} \simeq 0{,}184$$

$$\underbrace{\underbrace{\mathbb{P}\left(N_B(\tfrac{1}{3}) = 1 \cap N_B(1) = 2\right.}_{\text{no son me}} \cap N_\mu(1) = 0)}_{\text{me}} = \mathbb{P}\left(N_B(\tfrac{1}{3}) = 1 \cap N_B(1) = 2\right)\mathbb{P}\left(N_\mu(1) = 0\right)$$



$\mathbb{P}\left(N_B(\tfrac{1}{3}) = 1, N_B(\tfrac{1}{3},1) = 1\right)$

$\overset{ind}{=} \mathbb{P}\left(N_B(\tfrac{1}{3}) = 1\right)\mathbb{P}\left(N_B(\tfrac{1}{3},1) = 1\right)$

5. El costo por transportar 100 barriles de whisky desde Canadá hasta EE.UU. es 100000 dólares. Los volúmenes de los barriles de whisky (en litros) son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 160 y varianza 1. ¿Qué precio debe tener como mínimo el litro de whisky transportado para que la probabilidad de que el transportista tenga una ganancia superior a 10000 dólares sea por lo menos 0.95?

costo 100 barriles $\longrightarrow$ 100 000 usd

V = "litros por barril" VA $\sim N(160, 1)$

V_i = "Litros en el barril i-nesimo"

costo por barril $C_i(v) = d\, V_i$ $\qquad$ d = precio/Litro

costo por 100 barriles $\quad C(v) = \sum_{i=1}^{100} d V_i = d \sum_{i=1}^{100} V_i$

ganancia chofer $\quad C(v) - 100000 = d \sum_{i=1}^{100} V_i - 100\,000 = G(v)$

$$\boxed{\mathbb{P}\left(G(v) > 10000\right) \leq 0{,}95}$$

$\hookrightarrow \mathbb{P}\left(d \sum^{n} V_i - b > 10000\right)$

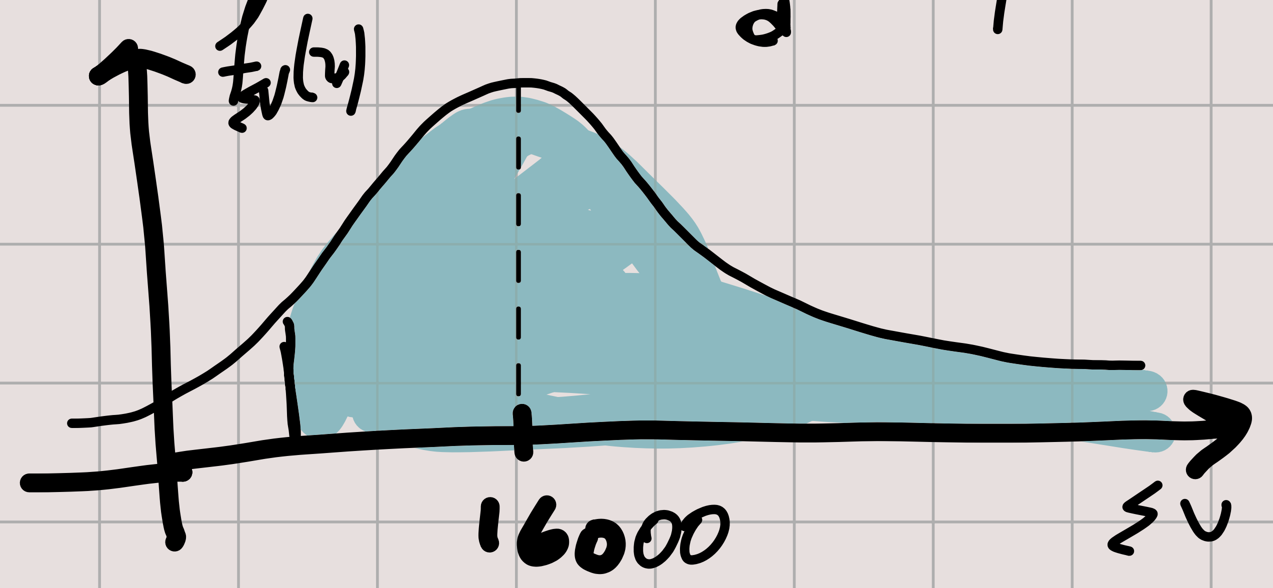
$\Rightarrow \mathbb{P}\left(\sum V_i > \frac{10000 + b}{d}\right) = \mathbb{P}\left(\sum^{n} V_i > \frac{110000}{d}\right)$

TCL $\quad \sum^{n} V_i \sim N(n\mu, n\sigma^2) = N(16000, 100) =$

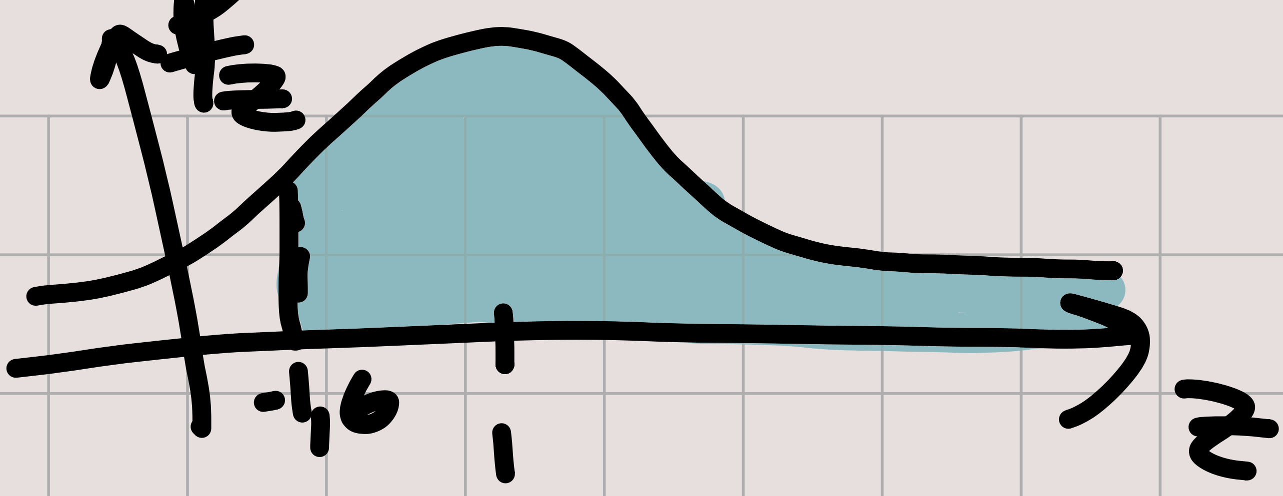
$$\mathbb{P}\left(\frac{\sum^{n} V_i - 160000}{10} > \frac{\frac{11000\cancel{0}}{d} - 1600\cancel{0}}{1\cancel{0}}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(Z > \frac{11000 - 1600d}{d}\right) \geq 0{,}95$$

$\mathbb{P}\left(\sum V_i > \frac{110000}{d}\right) \longrightarrow$



Φ



$$\mathbb{P}\left(Z > \frac{11000}{d} - 1600\right) = 1 - \Phi\left(\frac{11000}{d} - 1600\right)$$

$$\frac{11000}{d} - 1600 = -1,64$$

$$\frac{11000}{1600-1,64} = d \longrightarrow \boxed{d \simeq 6,88}$$

el valor del litro debe ser mayor a 6.88 usd

Para tener >10000$ ganancia

4. El punto de ebullición del agua (en grados Fahrenheit) puede considerarse una variable aleatoria X con distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. En un laboratorio se realizan 16 experimentos independientes y se registran los valores del punto de ebullición del agua x_i. El laboratorio procesa los datos e informa que $\bar{x} = 202.38$ y $s_X^2 = 439.75$. En base a esa información muestral construir un intervalo de confianza de nivel 0.95 para μ.

X = "punto de ebullición del agua"

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

16 experimentos ind x_i

$\left.\begin{array}{l} \bar{X} = 202{,}38 \\ S_X^2 = 439{,}75 \end{array}\right\}$ construir intervalo de confianza

$$(\bar{x}, S_x^2) = \left(\frac{1}{16}\sum^{16} x_i \, , \, \frac{1}{15}\sum^{16}(x_i - \bar{x})^2\right)$$

teorema Fischer

$$\frac{\bar{x} - \mu)}{S_x} \rightarrow T_{n-1} \sim t_{15}$$

$$P_\mu\left(t_{15,\, 0{,}025} \leq \frac{4(\bar{x} - \mu)}{S_x} \leq t_{15\, ,\, 0{,}975}\right) = 0{,}975 - 0{,}025 = 0{,}95$$

1. Lucas tiene tres dados de seis caras; dos equilibrados y uno cargado de manera tal que la probabilidad de obtener un 1 es $1/3$ y los restantes resultados son equiprobables. Lucas elige un dado al azar, lo arroja y obtiene un 4. ¿Cuál es la probabilidad de que haya elegido un dado equilibrado?

es la probabilidad de que haya elegido un dado equilibrado.

3. Una caja contiene 4 bolas rojas, 5 amarillas y 1 lila. Se extraen bolas con reposición hasta observar la primera amarilla. Si X e Y son las variables que cuentan la cantidad de bolas rojas y lilas observadas respectivamente, hallar $\mathbf{E}[X - Y]$.

$\boxed{\begin{matrix} 4R \\ 5A \\ 1L \end{matrix}} \longrightarrow$ extraccion con repo hasta 1° amarilla

$$\underset{N_1}{\_\_} \quad \underset{N_2}{\_\_} \quad \_\_ \quad \underset{N_n}{\underline{A}}$$

N="cant extracciones hasta 1° amarilla"

$$N \sim geo\left(\frac{5}{10}\right)$$

$$E(X|N=n) = n\frac{4}{10} \qquad E(X) = E(E(X|N))$$

$$E(Y|N=n) = n\frac{1}{10} \qquad E(X|N)$$

$$E(X|N=n) = \sum_{\forall x} x\, \mathbb{P}(x|N=n)$$

$$= \sum_{1}^{n} x\, \mathbb{P}(x|N=n)$$

$$E(X|N=n) = \varphi(n) \qquad = \sum^{n} x \binom{n}{x}\left(\frac{4}{10}\right)^{n}\left(\frac{6}{10}\right)^{n-x}$$

$$E(X|N) = \varphi(N) \qquad = n x \binom{n}{x}\left(\frac{4}{10}\right)^{n}\left(\frac{6}{10}\right)^{n-x}$$

$$X\Big|_{N=n} = \underbrace{\sum^{n-1} X_i | N<n}_{Bin(n-1,p)} + \underbrace{X_i | N=n}_{Ber(p)}$$

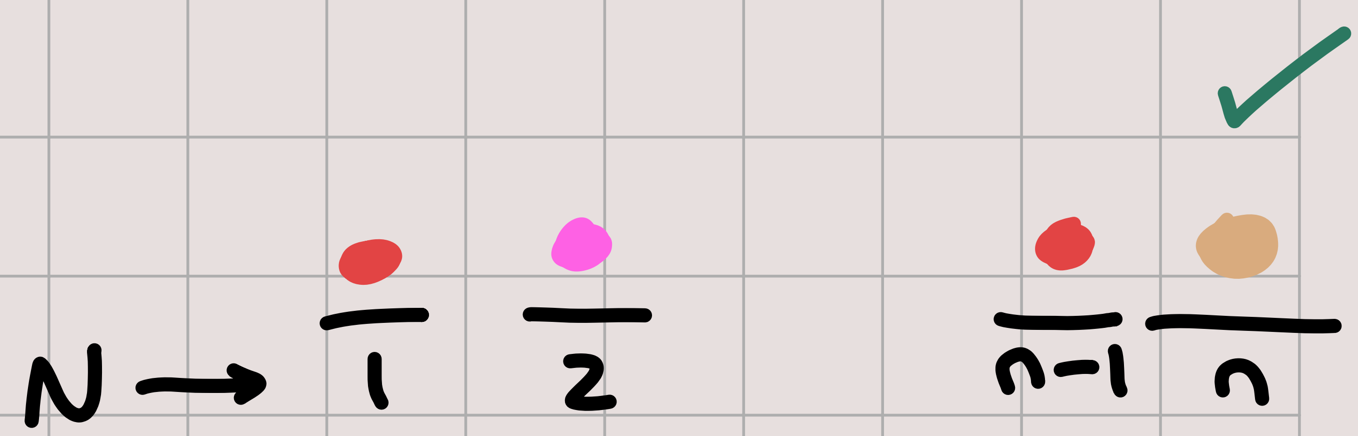
$$= E\left(\sum^{n-1} X_i | N<n\right) + E(X_i | N=n)$$

$$E(X-Y) = E(X) - E(Y)$$

$$= E(E(X|N)) - E(E(Y|N))$$

$$E(X|N) = \varphi(N)$$

$$E(X|N=n) = \varphi(n)$$



$$\underbrace{X|_{N=n}}_{\text{cant de bolas rojas en N ext}} = \sum^{n-1} X_i|_{N<n}$$

$$X_i|_{N<n} \sim Ber\left(\frac{4}{10}\right)$$

como se llama

$$E(X|_{n=n}) = E\left(\sum^{n-1} X_i|_{N<n}\right) = (n-1)\frac{4}{10} \quad \varphi(n)$$

$$E(X|N) = \varphi(N) = (N-1)\frac{4}{10}$$

la catdad de bolas rojas en N extracciones es una suma de N bernoullis, aunque la ultima se que no es roja,. la tego que sumar igual

$$E(\varphi(N)) = \frac{\cancel{10}}{5}\frac{4}{\cancel{10}} - \frac{4}{10} = \frac{4}{5} - \frac{4}{10} = \frac{40-20}{50}$$

$$\boxed{E(X) = \frac{2}{5}}$$