GUÍA 11

INTERVALOS DE CONFIANZA (IC)

(11.1) Emisor transmite una señal de valor μ. 9 veces.

Ruido $N \sim N(0,1)$.

Receptor recibe una señal $X_i = \mu + N \sim N(\mu, 1)$

8,016	8,488	7,395	~~7,395~~	9,011
7,532	7,841	8,651	6,917	8,490.

$\Rightarrow \bar{X} = 8{,}0378.$

Construir un I C de nivel 0,95 para el valor de la señal transmitida (μ)

$$T = \sqrt{9}\,\frac{(\bar{X}-\mu)}{1} \sim N(0,1)$$

$a, b \;/\; \mathbb{P}(a \leq T \leq b) = 0{,}95.$

$$\mathbb{P}\Big(\underbrace{-z_{0,975} \leq 3(\bar{X}-\mu) \leq z_{0,975}}\Big) = 0{,}95$$

$-1{,}95996.$

porque tiene que ser esto:

$$\mathbb{P}\left(-z_{\frac{(1+\beta)}{2}} \leq 3(\bar{X}-\mu) \leq z_{\frac{(1+\beta)}{2}}\right) = \beta.$$

$$\mathbb{P}\left(\frac{-1{,}95996}{3} \leq \bar{X}-\mu \leq \frac{1{,}95996}{3}\right) = 0{,}95$$

$$\mathbb{P}\left(\frac{1{,}95996}{3} + \bar{X} \geq \mu \geq \frac{-1{,}95996}{3} + \bar{X}\right) = 0{,}95$$

$$\left(8{,}6912 \geq \mu \geq 7{,}38448.\right) = 0{,}95.$$

$$\Rightarrow \boxed{IC = [7{,}38448 \,;\, 8{,}6912]}$$

11.2 - Emisor transmite μ n veces.

Ruido $N \sim N(0, \sigma^2)$; $\sigma^2 = 1/100 \Rightarrow \sigma = 1/10$.

Receptor recibe $X = \mu + N$

$\downarrow$

decodifica promediando los n veces.

Hallar mínimo valor de n / con $\beta = 0{,}99$ se pueda decodificar con un error $\leq 0{,}01$.

$\downarrow \alpha = 0{,}01$

$X = \mu + N \sim N(\mu, \sigma^2)$.

$T \Rightarrow \sqrt{n}\dfrac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$.

para calcular eso digo que el ANCHO DEL INTERVALO Tiene que valer 0,01.

Es decir, si IC = [a ; b].

= error mínimo.

b − a.

a − b.

a, b / $\mathbb{P}(a \leq T \leq b) = 0{,}99$.

μ / $\mathbb{P}\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq \sqrt{n}\dfrac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}99$.

$1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}995$.

$z = 2{,}57583$.

$\mathbb{P}\left(\dfrac{z \cdot \sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X} \geq \mu \geq -\dfrac{z \cdot \sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right) = 0{,}99$.

$IC = \left[\bar{X} + \dfrac{0{,}257583}{\sqrt{n}} ; \bar{X} - \dfrac{0{,}257583}{\sqrt{n}}\right]$

ANCHO

$\cancel{\bar{X}} + \dfrac{0{,}257583}{\sqrt{n}} - \cancel{\bar{X}} + \dfrac{0{,}257583}{\sqrt{n}} = 0{,}01$

$\dfrac{0{,}515166}{\sqrt{n}} = 0{,}01$.

$\boxed{2853{,}96 = n}$

NOTA:

HOJA N°

FECHA

11.3) Datos: mediciones: $\sim N(\mu, \sigma^2)$

9,11	8,66	8,34	8,60	7,99	8,58
8,34	7,33	8,64	9,27	9,06	9,25

$n = 12$

$\bar{X} = 8,5975$

construir IC $\beta = 0,95$ para μ.

$\alpha = 1 - \beta = 0,05$

LA VARIANZA ES DESCONOCIDA $\Rightarrow$ T-student

$$M = \frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \sim t_{n-1}$$

$$S = \frac{1}{11} \sum (X_i - \bar{X})^2$$

$$S = 0,3153$$

pifie ese numero

$a, b \mid \mathbb{P}(a \leq M \leq b) = 0,95$

$$\mathbb{P}\left(\underbrace{-t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}_{t = -2,20099} \leq \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \leq \underbrace{t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}_{= 2,20099}\right) = 0,95$$

$$\mathbb{P}\left(-\frac{S\,t}{\sqrt{n}} + \bar{X} \geq \mu \geq -\frac{t \cdot S}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right) = 0,95$$

$$\mathbb{P}(8,7978 \geq \mu \geq 8,3971)$$

$$\Rightarrow \boxed{IC = [8,3971 \,;\, 8,7978]}$$

arrastro error pero same SHIT

11.4) 10 cap. $\rightarrow \bar{X} = 201,5$

$\sim N(\mu, \sigma^2) \hookrightarrow S^2 = \frac{1}{9}(\Sigma X_i^2 + n\bar{X}^2) = (3,37)^2$

Construir cota inferior $\beta = 0,95$ para la media μ.

$\alpha = 0,05$

NO tengo la varianza $\Rightarrow$ T-student

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S} \sim t_{n-1}$$

Solo me interesa la cota inferior:

$$\delta(X) = \mathbb{1}\left\{\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S} > K\right\}$$

$$\alpha = P_{\mu=\mu_0}\left(\frac{\sqrt{10}(\bar{X}-\mu)}{S} > K\right) = 0,05$$

$$P_\mu\left(\frac{\sqrt{10}(\bar{X}-\mu)}{S} \leq \mathfrak{z}_{0,95}\right) = 0,95$$

$\mathfrak{z}_{0,95} \rightarrow 1,83311$

$$P_\mu\left(-\mathfrak{z}\frac{S}{\sqrt{10}} + \bar{X} \leq \mu\right)$$

MI COTA INFERIOR.

$$\Rightarrow CI(\bar{X}) = \bar{X} - \mathfrak{z}_{0,95}\frac{S}{\sqrt{10}}$$

$$\boxed{CI(\bar{X}) = 199,5}$$

NOTA

PRÁCTICA 03/12

11.4 X_i

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_\mu(\mu \geq cI(\underline{X})) = 0{,}95.$$

→ El test asociado a este problema es:

$$H_0: \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad \underbrace{H_1: \mu > \mu_0}_{\text{porque me piden cola inferior}}.$$

En estos casos se utiliza como test el ~~de~~ cociente de máxima verosimilitud, porque tengo un parametro desconocido (σ^2).

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S} > k\right\}$$

lo saco de tabla

(estadístico de normal con σ^2 descon.)

$$\longrightarrow \alpha = \mathbb{P}_\mu\left(\frac{\sqrt{10}(\bar{X}-\mu)}{S} > k\right) = 0{,}05. \qquad \longrightarrow \underbrace{k = t_{9,1-\alpha} = t_{9,0{,}95}}_{\text{por tabla}}$$

$\sim t_{9=n-1}$ → t de Student

$$k = 1{,}83311.$$

$$\longrightarrow 0{,}95 = \mathbb{P}_\mu\left(\frac{\sqrt{10}(\bar{X}-\mu)}{S} \leq 1{,}83311\right) = \mathbb{P}_\mu\left(\bar{X} - \frac{S(1{,}83311)}{\sqrt{10}} \leq \mu\right).$$

esta es mi $cI(\underline{X})$

⟶ lo evaluo en la muestra correspondiente. } calculo con los valores que me da el ejercicio.

$\bar{X} = 201{,}5$; $S = 3{,}37$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2.$$

$$cI(\underline{x}) = 201{,}5 - \left(\frac{1{,}83311}{\sqrt{10}}\right) 3{,}37$$

$$\boxed{cI(\underline{x}) = 199{,}5}$$

HOJA N°

FECHA

11.5. T V.A $\sim Exp(\lambda)$. $\alpha = 0,1$

Hallar IC $\beta = 0,9$ para λ suponiendo que

a) M.A de $n = 10$ se observo $\sum_{i=1}^{10} t_i = 29,51$

¿Puedo usar eso directam? ¿De donde sale? $Exp(\lambda)$

$$2\lambda n . \bar{X} = \lambda \sum X_i \sim \chi^2_{2n}$$

$$\mathbb{P}(a \leq \lambda\, 29,51 \leq b) = 0,9$$

$\sim \chi^2_{2n}$

$$\mathbb{P}_\lambda\left(\frac{\chi_{10.2, \frac{\alpha}{2}}}{29,51} \leq \lambda \leq \frac{\chi_{10.2, 1-\frac{\alpha}{2}}}{29,51} \right) = 0,9$$

20. 0,05. 10,851 31,410

$$\mathbb{P}_\lambda (0,3677 \leq \lambda \leq 1,064) = 0,9$$

$$\Rightarrow \boxed{IC = [0,3677 \,;\, 1,064]}$$

b) MA $n = 100$. $\sum_{i=1}^{100} t_i = 223,21$.

same shit, cambio solo ese valor

$$IC = [0,0486 \,;\, 0,1407]$$

Al incrementar n, el intervalo se reduce ⇒ tengo + precision del parametro λ.

NOTA

(11.7). D_i: duración lámparas $\sim Exp(\lambda)$.

$n = 5$ lámparas.

duración mínima $= 200h$

construir cInferior de nivel $\beta = 0{,}95$ para λ

en vez de pensar en 5 muestras y usar la de χ^2 (que acá no lo puedo usar porque no puedo calcular $\bar{x}$) me conviene pensarlo como 1 sola muestra del mínimo

$$X_m = \min\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} \underset{4.14}{\sim} Exp(5\lambda)$$

→ Para calcular la cota:

$$\alpha = P(X_m \leq K) = 1 - e^{-5\lambda K} = 0{,}05$$

$$K = \frac{1}{5\lambda} \ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)$$

$$K = \frac{0{,}0102}{\lambda}$$

$$\Rightarrow P\left(X_m \leq \frac{0{,}0102}{\lambda}\right) \rightarrow \lambda \leq \frac{0{,}0102}{X_{min}} \quad X_{min} = 200$$

$$\rightarrow \boxed{cInf = \frac{0{,}0102}{200} = 5{,}1 \cdot 10^{-5}}$$

NOTA

PRACTICA
03/12.

si es chico el dato es α, sino es $1-\alpha$

(α es chico).

Int. de confianza. $\longrightarrow$ $1-\alpha = \mathbb{P}_\theta(cI(\underline{X}) \leq \theta \leq cS(\underline{X}))$.

cota superior $\longrightarrow$ $1-\alpha = \mathbb{P}_\theta(\theta \leq cS(\underline{X}))$.

cota inferior $\longrightarrow$ $1-\alpha = \mathbb{P}_\theta(\underbrace{cI(\underline{X})}_{\text{(cola inferior)}} \leq \theta)$.

(11.7) La duración de una lampara

$0{,}95 = \mathbb{P}_\lambda(cI(\underline{X}) \leq \lambda)$. , x = el mínimo de 5 lámparas es 200.

en vez de tener 5 muestras exponenciales, digo que tengo una sola muestra del mínimo (X_m). $\Rightarrow X_m = \min\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\} \sim \operatorname{Exp}(5\lambda)$ por 4.14

Conviene pensar el test de hipotesis asociado a este problema:

$H_1: \lambda > \lambda_0$ vs $H_0: \lambda \leq \lambda_0$.

(porque quiero un α chico).

$\Rightarrow \underset{0{,}05}{\alpha} = \mathbb{P}_\lambda(\underset{\text{estadístico}}{X_m} \leq k) = 1 - e^{-5\lambda k} = 0{,}05$.

#DATO.
en los expon. siempre tiene que depender de las muestras. casi siempre conviene usar $\overline{X}$. pero acá no lo puedo calcular

$\Rightarrow k = \frac{1}{5\lambda} \ln\left(\frac{1}{0{,}95}\right)$.

$k = \frac{0{,}0102}{\lambda}$.

$\Rightarrow \mathbb{P}_\lambda\left(X_m \geq \frac{0{,}0102}{\lambda}\right) = 0{,}95$.

$\mathbb{P}_\lambda\left(\lambda \geq \frac{0{,}0102}{X_m}\right) = 0{,}95$.

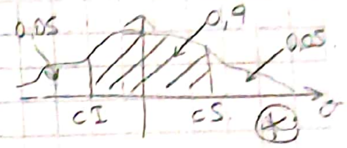
es la cota inferior evaluada en la muestra
$cI(\underline{X})$

$\underset{\text{evaluado en mi muestra particular}}{cI(x)} = \frac{0{,}0102}{200} = 5\,10^{-5}$

#DATO λ no es lo aleatorio, es la cota, es la muestra lo aleatorio!

PRACTICA 03/12

11.9



$0,9 = \mathbb{P}_\theta\left(cI(\underline{X}) \le \theta \le cS(\underline{X})\right)$ ← intervalo de confianza (*)

→ Como no sé qué estadístico usar, uso alguno suficiente

$\mathcal{L}(\theta|X) = \mathcal{L}(\theta) = f_\theta(\underline{X}) = \frac{2^3}{\theta^6}\left(\prod x_i\, \mathbb{1}\{x_i > 0\}\right) \mathbb{1}\{\max(\underline{X}) < \theta\}$

$h(x)$

$\Rightarrow T = \max\{\underline{X}\}$

conviene calcular $\le$ porque es el max ⟹ todos tienen que ser mayores que K y como son igualm. distribuidos pongo eso.

→ (Δ) $\mathbb{P}_\theta(T \le K) = \left(\mathbb{P}(X_1 \le K)\right)^3$

una integral cuyo resultado es

Si $0 < K < \theta$: $\mathbb{P}(X_1 \le K) = \left(\frac{K}{\theta}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\mathbb{P}(X_1 \le K)\right)^3 = \left(\frac{K}{\theta}\right)^6$

(*) $0,05 = \mathbb{P}_\theta(\theta \le cI(X))$

$0,05 = \mathbb{P}_\theta(\theta \ge cS(X))$

$0,9 = \mathbb{P}_\theta(cI(X) \le \theta \le c$

sumo todo eso y da 1 ✓

→ Propongo (por (*)) $\left(\frac{K}{\theta}\right)^6 = 0,05 \Rightarrow K = 0,05^{1/6}\,\theta$.

$\Rightarrow 0,05 = \mathbb{P}_\theta\left(T \le \theta\, 0,05^{1/6}\right) = \mathbb{P}\left(\frac{T}{0,05^{1/6}} \le \theta\right)$

⚠ es la cota superior porque está igualado a 0,05 (*).

es el complem de (Δ)

→ $\mathbb{P}_\theta(T > K_2) \overset{(\Delta)}{=} 1 - \left(\frac{K_2}{\theta}\right)^6 = 0,05. \Rightarrow K_2 = \theta\, 0,95^{1/6}$

$0,95 = \mathbb{P}_\theta\left(T > \theta\, 0,95^{1/6}\right) = \mathbb{P}\left(\frac{T}{(0,95)^{1/6}} > \theta\right)$

es la cota inferior $cI(X)$.

$\Rightarrow \boxed{IC(\underline{X}) = \left(cI(\underline{X}), cS(\underline{X})\right) = (0,806\ ;\ 1,31)}$ → #DATO el $T = 0,8$ como x ...

PRACTICA
03/12

(11.10) Se recibe un lote de artículos, el fabricante asegura 2% de artículos defectuosos.

Muestra de 200, se observan 11 defectuosos.

a) Construir un intervalo de confianza de nivel asintótico 0,9 para la proporc. de artic. defe

$X_i \sim Ber(p)$ $\quad Y = \sum_{i=1}^{200} X_i = 11$ $\quad \bar{X} = \frac{\sum^{200} X_i}{200} = 0{,}055 > 0{,}02$

$\underset{TCL}{\approx} N(np, \sqrt{np(1-p)})$

$\Rightarrow \frac{\sum X_i - p}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1).$

quiero algo de esta forma: $P(cI(\underline{X}) \leq \theta \leq cS(\underline{X})) = 0{,}9.$

$$\mathbb{P}\left(Z_{0,05} \leq \frac{n\bar{X} - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \leq Z_{0,95}\right)$$

tabla $N(0,1)$

$$\mathbb{P}\left(-1{,}645 \leq \frac{n\bar{X} - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \leq 1{,}645\right) = \mathbb{P}\left(|n\bar{X} - n\theta| \leq 1{,}645\sqrt{n\theta(1-\theta)}\right).$$

$$= \mathbb{P}\left((n\bar{X} - n\theta)^2 \leq 1{,}645^2 n\theta(1-\theta)\right) = \mathbb{P}\left((n\bar{X})^2 - 2n^2\bar{X}\theta + n^2\theta^2 \leq 1{,}645^2 n\theta\right.$$

$+ 1{,}645^2 n\theta$

$$= \mathbb{P}\left(n\bar{X}^2 - 2n\bar{X}\theta - 1{,}645^2\theta + n\theta^2 + 1{,}645^2\theta^2 \leq 0\right).$$

$$= \mathbb{P}\left(\theta^2(n + 1{,}645^2) + \theta(-1{,}645^2 - 2n\bar{X}) + n\bar{X}^2 \leq 0\right).$$

cuando reemplazo.

$\Rightarrow \mathbb{P}\left(\theta^2(202{,}706) + \theta(-24{,}706) + 0{,}605 \leq 0\right) \rightarrow \theta = 0{,}087942 \leftarrow$ cota superior

$\theta = 0{,}033938 \leftarrow$ cota inferior.

$\Rightarrow$ ~~IC: P(0,03 ≤ θ ≤ 0,08) = 0,9~~

$$\boxed{Ic = [0{,}03 \; , \; 0{,}08]}$$

(11.15) · Sust. radioactiva emite partículas α de acuerdo con un pp de Poison λ por seg.

a).

X_{10} : # de emisiones en 10. ; $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$.

$X \sim Poi(10\lambda) \underset{TCL}{\approx} N\left(10\lambda, 10\frac{\lambda}{10}\right)$

porque λ es muy grande

$\Rightarrow \dfrac{X - 10\lambda}{\sqrt{10\lambda}} \sim N(0,1)$.

esto es lo que quiero averiguar

$\Rightarrow P\left(Z_{0{,}025} \leq \dfrac{X - 10\lambda}{\sqrt{10\lambda}} \leq Z_{0{,}975} \right)$ → lo puedo resolver con tabla y resolviendo la cuadrática como en 11.10 a).

otra forma (estimar)

$\hat{\lambda}_{MV} = 0{,}4$ porque en los Poissones es $\overline{X}$. en 10 seg se vieron 4 emisiones

→ Δ estimamos la varianza $\hat{\lambda}_{MV}$

$= P\left(-1{,}96 \leq \dfrac{X - 10\lambda}{\sqrt{10\hat{\lambda}_{MV}}} \leq 1{,}96 \right)$.

DATO DEL EJ.

$= P(|4 - 10\lambda| \leq 3{,}92) = \cancel{P((4-10\lambda)^2 \leq 3{,}92^2)}$

$\cancel{= P(4^2 - 40\lambda + \lambda^2 \leq 3{,}92^2)}$.

$\cancel{\quad}$

$\dfrac{4 - 1{,}96 \cdot 2}{10} \leq \lambda \leq \dfrac{4 + 1{,}96 \cdot 2}{10}$

$\boxed{0{,}008 \leq \lambda \leq 0{,}792}$.

otra forma (cuadrática).

$= P\left(|4 - 10\lambda|^2 \leq (1{,}96\sqrt{10\lambda})^2\right) = P(4^2 - 40\lambda + 10^2\lambda^2 \leq 1{,}96^2\, 10\lambda)$.

$\lambda^2 10^2 - \lambda(\cancel{40} \; 78{,}416) + 4^2 \leq 0$. → ~~40~~ DA RAICES COMPLEJAS NO SIRVE!

$k = 0 \to 0+1$
$k = 1 \to 2$
$k = 2 \to 3$
$k_3 \to 4$
$k_4 \to 5+6+7+8$

$\to \begin{cases} np_0 = 19{,}62 \\ np_1 = 22{,}25 \\ np_2 = 22{,}4 \\ np_3 = 16{,}9 \\ np_4 = 13{,}397 \end{cases}$ $\underline{\underline{\geq 10}}$

$$D^2 = \sum_{i=0}^{4} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = \underline{\underline{6{,}1696}}$$

$$\delta(\underline{X}) = 1 \left\{ D^2 > \chi^2_{k-1-r,\, 1-\alpha} \right\}$$

cantidad de parámetros que estimé por MV

$$\chi^2_{5-1-1,\, 1-0{,}05} = \chi^2_{3;0{,}95} = 7{,}815$$

$$\delta(\underline{X}) = 1 \left\{ 6{,}1696 > 7{,}815 \right\}$$ | ~~no~~ | → No puedo rechazar $\underline{\underline{H_0}}$

(10.29)

(11.5) $T \sim \exp(\lambda)$

I.C ⇒ confianza nivel 0,90 para λ

ⓐ $\sum_{i=1}^{10} t_i = 29{,}51$

$T_1, \dots, T_n \overset{iid}{\sim} \exp(\lambda)$

PIVOTE $\longrightarrow 2\lambda \cdot \bar{X} = \lambda \sum X_i \sim \chi^2_{2n} = U$

$A, B \,/\, P(A < U < B) = 1-\alpha = 0{,}90$

$\Rightarrow \alpha = 0{,}1$

$$P\left(\chi^2_{20,\frac{\alpha}{2}} < 2\lambda\sum X_i < \chi^2_{20,1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{\chi^2_{20,\frac{\alpha}{2}}}{2\sum X_i} < \lambda < \frac{\chi^2_{20,1-\alpha/2}}{2\sum X_i}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{10{,}851}{2 \cdot 29{,}51} < \lambda < \frac{31{,}410}{2 \cdot 29{,}51}\right) = 0{,}90$$

$$P(0{,}18 < \lambda < 0{,}63) = 0{,}90$$

$$I(\underline{X}) = [0{,}18 ; 0{,}53]$$

b) Análogo

$$I(\underline{X}) = [0{,}0243 ; 0{,}0703]$$

Al aumentar n (cant. de muestras), el intervalo se reduce y tengo más precisión del parámetro.

(11.7) D (horas) $\sim exp(\lambda)$

MIRAR TABLA

$n=5$

D mínimo $\to$ 200 hs

C.N $= 0,95$ $\to$ $1-\alpha = 0,95$

$X = \min\{D_1; D_2; D_3; D_4; D_4\}$

Por 4.14

$X \sim exp(5\lambda)$

Construir un CI de nivel 0,95 para λ

Pivote $\to$ $2nX_{min}\lambda \sim \chi^2_{2;\alpha}$

Quiero una cota inferior

DUDA, no, avenido $\to$ $1-\alpha$

$P(2nX_{min}\lambda > \chi^2_{2;\alpha})$

$P(2nX_m\lambda > \chi^2_{2;0,05}) = P\left(\lambda > \frac{0,103}{2.5.200}\right)$

$P(\lambda > 0,0000515)$

$CI(\lambda) = 0,0000515$

(11.8) $n=4$

máximo long $= 25$ m

$L \sim U(15; 15+\theta)$

C.N $= 0,99$

Mirar las hipótesis del 10.15

$1-\alpha = 0,99$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 0,01}$

Pivote $\to$ $\frac{X_{max}}{\theta+15}$

tabla de pivotes

$\delta(X) = 1\!\!1\left\{\frac{X_{max}}{\theta+15} < \sqrt[n]{\alpha}\right\}$

$P\left(\frac{X_{max}}{15+\theta} < 0,3162\right)$

(11.10) $n=200$

defectuosos $= 11$

(a) $X_i = \begin{cases} 1 & \text{defectuoso} \\ 0 & \text{no " "} \end{cases}$ $\bar{X} = \frac{11}{200}$

$X_i \sim Be(p)$

Pivote $\to$ $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-p)}{\sqrt{p(1-p)}}$

Si p no esta acotado ni a 0 ni a 1 puedo $\boxed{p=\bar{X}}$

DUDA

busco $\to$ $P\left(A < \frac{\sqrt{n}(\bar{X}-p)}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} < B\right) = 0,9$

$P\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{\sqrt{n}(\bar{X}-p)}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 0,9$

$P\left(\frac{-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} - \bar{X} < -p < \frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right)$

$P\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} + \bar{X} < p < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right)$

$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0,95} = 1,64$

$\Rightarrow I.C(X) = [0,0278; 0,08143]$

¿Como se cuando va $1-\frac{\alpha}{2}$?

$P\left(\frac{X_{max}}{0{,}3162} - 15 < \theta\right)$

Debería sacar el $IC(X)$ y lo que sacar lo superior e inferior

(11.9) Tomo $X_{(n)} = \max_{i=1,\dots,n} X_i$

$P(X_{(n)} \le x) = P(\prod_{i=1,\dots,n} X_i < x) \stackrel{ind}{=} \prod P(X_i < x) = F_X^n(x)$

integral de la f de densidad

(6) $1-\alpha = 0{,}95$

Quiero $P(CI(X) \le p) = 0{,}95$

$P\left(\bar{X} - z_{1-\alpha}\frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} \le p\right) = 0{,}95$

$C.I.(X) = \bar{X} - \underbrace{z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}}_{COTA} = 0{,}028$

$0{,}028 > 0{,}02$

Refuto la afirmación del fabricante

(11.12) $n=100$

$44 = \text{Azul}$

$1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05$

$H_0: p = p_0$

$H_1: p > p_0$

$X_i \sim Be(p)$

PIVOTE $\rightarrow \frac{(\bar{X}-p)\sqrt{n}}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} \sim N(0,1)$

$P\left(\frac{(\bar{X}-p)\sqrt{n}}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} > z_{1-\alpha}\right)$

$\bar{X} = \frac{44}{100}$

$z_{1-\alpha} = z_{0,95} = 1{,}64$

$P\left((\bar{X}-p)\sqrt{n} > 1{,}64\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}\right)$

$P\left(-p > \frac{1{,}64\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right)$

$P\left(p < -\frac{1{,}64\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right)$

$$CI \Rightarrow -1{,}64 \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X}}}{\sqrt{n}} + \bar{X}$$

$$\Rightarrow \hat{p} < 0{,}358$$

$$\boxed{CI = 0{,}358}$$

(11.13) $Poi(\lambda)$

4 horas → 14.400

11.150 envíos $\bar{X} = \frac{14400}{11.150}$

$1-\alpha = 0{,}99$

$\alpha = 0{,}01$

$$\text{PIVOTE} \rightarrow \frac{\bar{X}-\lambda}{\sqrt{\bar{X}/n}}$$

$$P\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{X}-\lambda}{\sqrt{\bar{X}/n}} < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha = 0{,}99$$

$$P\left((-z_{1-\frac{\alpha}{2}})\sqrt{\bar{X}/n} - X < -\lambda < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}/n} - X\right)$$

$$P\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}/n} + X > \lambda > -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}/n} + X\right)$$

$$P\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}/n} + X < \lambda < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\bar{X}/n} + X\right)$$

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{1-\frac{0{,}1}{2}} = z_{0{,}995} = 2{,}575$$

$$IC(\lambda) = [0{,}755 ; 0{,}7932]$$