Guia 11

11.1 Un emisor transmite una señal de valor μ. El canal de comunicación corrompe la transmisión con un ruido normal aditivo $N \sim \mathcal{N}(0,1)$. El receptor recibe una señal de valor $X = \mu + N$. El emisor transmitió 9 veces la señal y el receptor recibió los siguientes valores:

$$8.016, 8.488, 7.395, 9.011, 7.532, 7.841, 8.651, 6.917, 8.490.$$

En base a esa información muestral construir un intervalo de confianza de nivel $\underbrace{0.95}_{1-\alpha}$ para el valor de la señal transmitida.

$n=9$

$X = \mu + N$ $\qquad$ N va $\Rightarrow X =$ va

Como N_i es Normal estandar $\rightarrow X_i$ normal

$X_i \sim N(\mu, 1)$

5. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ y $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $aX + b \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$.

Como tengo $X_1, \ , X_9$

busco pivote $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 conoc

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightarrow Z \sim N(0,1)$$

med muestral $\overline{X} = \frac{\sum^{9} X_i}{9}$

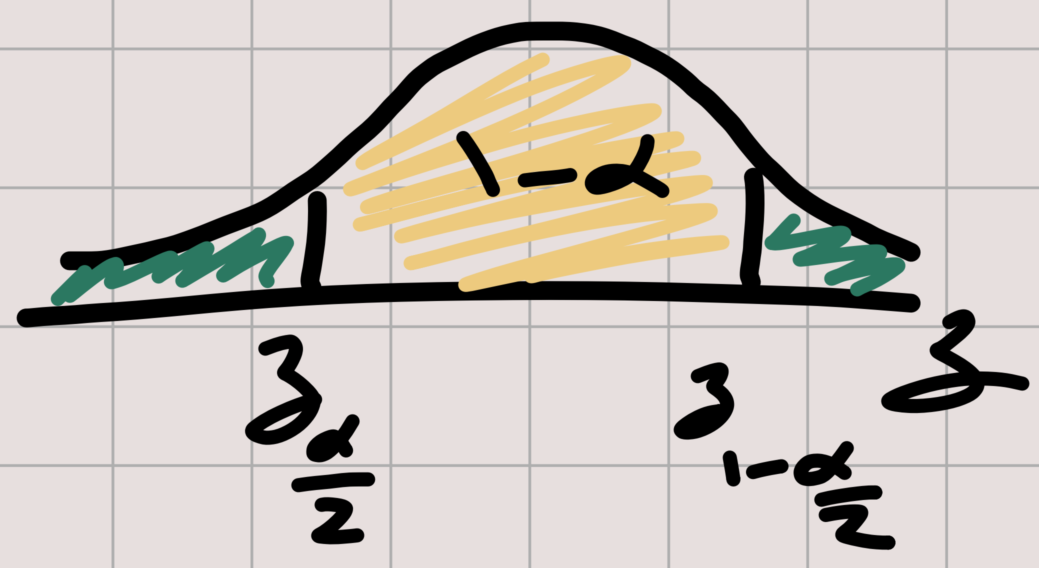
$\Rightarrow Z = \sqrt{9}(\overline{X} - \mu) \sim N(0,1)$

$= 3(\overline{x} - \mu) \sim N($

busco

$a,b \,/\, \mathbb{P}(a \le Z \le b) = 1-\alpha = 0,95$

$\alpha = 0,05 \to \frac{\alpha}{2} = 0,025$



$$\mathbb{P}\left(z_{\frac{\alpha}{2}} \le Z \le z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(-z_{0,975} \le Z \le z_{0,975}\right)$$

lo puedo calcular

$$\mathbb{P}\left(-1,95996 \le 3(\bar{x}-\mu) \le 1,95996\right)$$

$$\mathbb{P}\left(-\frac{1,95996}{3} - \bar{x} \le -\mu \le \frac{1,95996}{3} - \bar{x}\right)$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}\left(0,65332 + \bar{x} \ge \mu \ge -0,653 + \bar{x}\right)$$

$$\to \bar{x} = \frac{\sum^{n} x_i}{n} = 8,036$$

$$\mathbb{P}\left(7,382 \le \mu \le 8,689\right) = 1-\alpha = 0,95$$

$$\boxed{IC = [7,38 \,,\, 8,68]}$$

11.2 Un emisor transmite una señal de valor μ. El canal de comunicación corrompe la transmisión con un ruido normal aditivo $N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, donde $\sigma^2 = 1/100$. El receptor recibe una señal de valor $X = \mu + N$. Para que el receptor pueda decodificar la señal con cierta precisión el emisor repite la transmisión n veces. El receptor decodifica la señal promediando los valores recibidos. Hallar el mínimo valor de n tal que, con un nivel de confianza de 0.99, el receptor pueda decodificar la señal con un error $\leqslant 0.01$.

$X = \mu + N \longrightarrow N \sim (0, \sigma^2) \quad \sigma^2 = \frac{1}{100}$

n?

$\Rightarrow X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

$1 - \alpha = 0{,}9 \quad \rightarrow \alpha = 0{,}01$

decodifica el prom de los señales recibidas

hallar el valor min de $n \longrightarrow$ deco con un error $\leqslant 0{,}01$

el ancho del intervalo tiene que valer 0,01

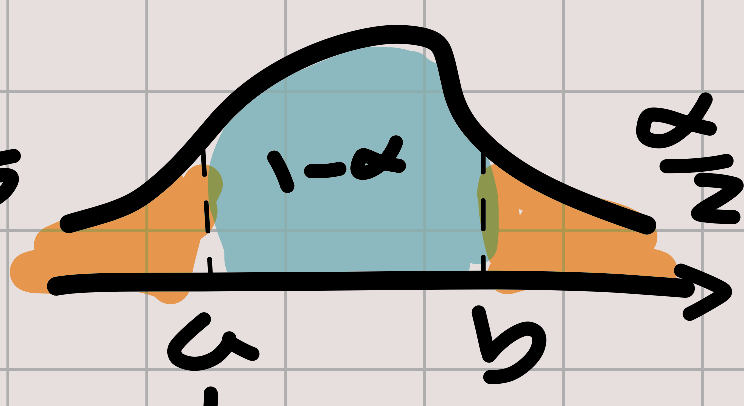
como μ no lo cono y σ^2 si

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma^2/\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - \mu)}{\sigma^2}$$

$IC = [a, b]$

$|a - b| = 0{,}01$

$\mathbb{P}(a \leqslant Z \leqslant b)$



$z_{\frac{\alpha}{2}} \quad z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$$\mathbb{P}\left(z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - \mu)}{\sigma^2} \leqslant z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \quad z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}99$$

calculo

$z_{0{,}995}$

$$\mathbb{P}\left(-\frac{2{,}575}{10} \leq \sqrt{n}(\bar{x}-\mu) \leq \frac{2{,}575}{10}\right) = 0{,}99$$

$$\mathbb{P}\left(-0{,}0257 \leq \sqrt{n}(\bar{x}-\mu) \leq 0{,}0257\right)$$

$$\mathbb{P}\left(\frac{-0{,}0257}{\sqrt{n}} - \bar{x} \leq -\mu \leq \frac{0{,}0257}{\sqrt{n}} - \bar{x}\right)$$

$$\left|\frac{-0{,}0257}{\sqrt{n}} \cancel{-\bar{x}} - \frac{0{,}0257}{\sqrt{n}} \cancel{+\bar{x}}\right| = 0{,}01$$

$$\frac{0{,}0515}{\sqrt{n}} = 0{,}01$$

$$\left(\frac{0{,}0515}{0{,}01}\right)^2 = n \longrightarrow n \simeq 26{,}58$$

$$\boxed{n = 26}$$

11.3 Para calcular la distancia entre la Tierra y el Sol, James Short realizó en 1761 varias mediciones de la paralaje solar (ángulo bajo el que se ve el radio ecuatorial de la tierra desde el centro del sol). Los datos siguientes son algunas de las mediciones, en segundos de grado, obtenidas por Short

9.11, 8.66, 8.34, 8.60, 7.99, 8.58, 8.34, 7.33, 8.64, 9.27, 9.06, 9.25.

Suponiendo que las mediciones tienen distribución normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, usar esas observaciones muestrales para construir un intervalo de confianza de nivel 0.95 para μ.

no conozco σ^2 ni μ

$n=12$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$Y = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \longrightarrow Y \sim t_{11}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum^{n} (X_i - \bar{X})^2}$$

ambas son útiles

$$U = \frac{n-1}{\sigma^2} S^2 \longrightarrow U \sim \chi^2_{11}$$

$$\mathbb{P}\left(z_{0,025} \leq Z \leq z_{0,975}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(-z_{0,975} \leq Z \leq z_{0,975}\right.$$

$$\mathbb{P}\left(-z_{0,975} \leq \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X}-\mu)}{S} \leq z_{0,975}\right) = 0,95$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}\left(-\frac{z_{0,975}}{\sqrt{n}} S - \bar{X} \leq -\mu \leq \frac{z_{0,975}\, S}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{11}\sum^{?} (X_i - \bar{X})^2} \longrightarrow \text{¿programo?}$$

11.4 El voltaje de ruptura de ciertos capacitores obedece a una distribución normal. Se pusieron a prueba 10 capacitores y se obtuvieron los voltajes de ruptura

196.73, 204.37, 201.57, 197.58, 205.89, 199.03, 201.75, 206.53, 199.31, 202.27.

En base a la información muestral construir una cota inferior de confianza de nivel 0.95 para la media del voltaje de ruptura de dichos capacitores.

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

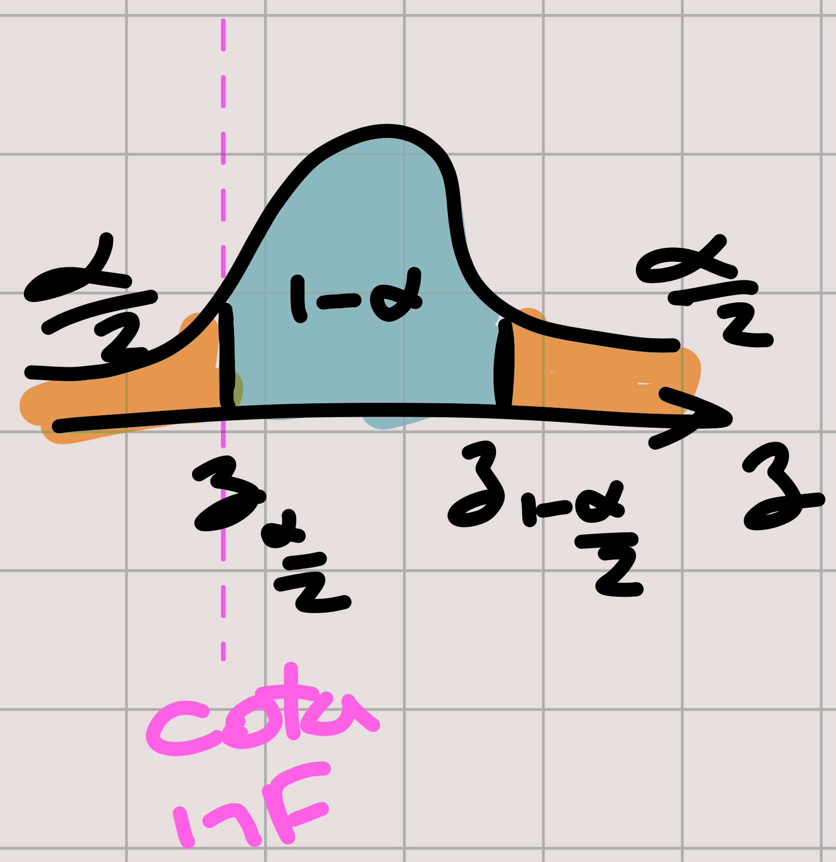
X_i = "voltaje de ruptura"

cota inferior

↓

test?

¿



Pivote t-student

$$Y = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$$

$n = 10$

$Y \sim t_9$