

PROBABILIDAD (61.09-81.04-81.16-61.06-81.03)

Primer cuatrimestre - 2024

Cuarto parcial

28 de mayo 2024 - 9h

Duración: 2 horas

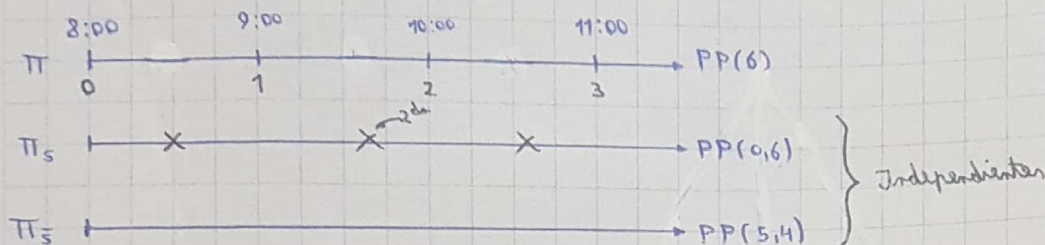
*Escribir claramente en su hoja: **apellido, nombres - padrón- código de materia.***

El parcial debe resolverse a mano. Una vez terminado debe subirse al campus una foto o escaneado del mismo. Los ejercicios recibidos después de las 11:10 del 28/5/2024 no serán considerados como entregados.

1. Los correos arriban a una casilla de email de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad 6 por hora. De manera independiente, estos pueden ser spam o no spam. Un correo es spam con probabilidad 0.1. Sabiendo que entre las 8:00 y las 11:00 llegaron exactamente 3 correos spam, calcular la probabilidad de que el segundo spam haya llegado entre las 9:00 y las 11:00.
2. Se lanza un dado equilibrado hasta observar por décima vez un 4. Estimar la probabilidad de lograrlo en menos de 80 tiros.

1)

Amigos de correo a un email con proceso de Poisson de $\lambda = 6$ (por h)



S: "El email recibido es spam", $P(S) = 0,1$

$N(a,b)$: "Cont. de mensajes spam que envían en el intervalo (a,b) ", $N(a,b) \sim \text{Poi}(0,6(b-a))$

$N(0,3) \sim \text{Poi}(9/5)$, $N(1,3) \sim \text{Poi}(6/5)$, $N(0,1) \sim \text{Poi}(3/5)$

$$P(N(1,3) \geq 2 \mid N(0,3) = 3) = \frac{P(N(1,3) = 2 \cup N(1,3) = 3, N(0,3) = 3)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2, N(0,3) = 3) + P(N(1,3) = 3, N(0,3) = 3)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2, N(0,1) = 1) + P(N(1,3) = 3, N(0,1) = 0)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{P(N(1,3) = 2)P(N(0,1) = 1) + P(N(1,3) = 3)P(N(0,1) = 0)}{P(N(0,3) = 3)}$$

$$= \frac{\frac{(6/5)^2 e^{-6/5}}{2!} \cdot \frac{(3/5) e^{-3/5}}{1!} + \frac{(6/5)^3 e^{-6/5}}{3!} \cdot e^{-3/5}}{\frac{(9/5)^3 e^{-9/5}}{3!}}$$

$$= \frac{0,432 e^{-9/5} + 0,288 e^{-9/5}}{0,972 e^{-9/5}}$$

$$P(N(1,3) \geq 2 \mid N(0,3) = 3) \equiv 0,7407$$

Otra opción

$X = N(1,2) \mid N(0,3) = 3$: "Cont. de mensajes spon en el intervalo $(1,2)$ dado que hay 3 en el intervalo $(0,3)$ "

Prob. de que arrive en $(1,2)$

$$X \sim B\left(3, \frac{2}{3}\right) \rightarrow P_X(x) = \binom{3}{x} \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}$$

2.1

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$= 1 - \binom{3}{0} \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \binom{3}{1} \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{27} - \frac{2}{9}$$

$$P(X \geq 2) = \frac{20}{27} \approx 0,7407$$

Padrón: 109786

OTERO, Leandro Agustín

2)

X_i : "Cont. de lanzamientos de un dado equilibrado hasta obtener 10 veces el 4", $X \sim \text{Pas}(10, 1/6)$

Piden $P(X < 80)$

$$X = \sum_{i=1}^{10} X_i \quad / \quad X_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} g(1/6) \longrightarrow (\text{Secuencia de VA iid})$$

} Puede usar TCL

$$E(X_i) = 6 < \infty, \text{Var}(X_i) = 30 < \infty \longrightarrow (E(X_i) < \infty, \text{Var}(X_i) < \infty)$$

$$P(X < 80) = P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i < 80\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10 \cdot E(X_i)}{\sqrt{10 \cdot \text{Var}(X_i)}} < \frac{80 - 10 \cdot E(X_i)}{\sqrt{10 \cdot \text{Var}(X_i)}}\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10 \cdot 6}{\sqrt{10 \cdot 30}} < \frac{80 - 10 \cdot 6}{\sqrt{10 \cdot 30}}\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 60}{\sqrt{300}} < 1,1547\right) \approx \Phi(1,15) = 0,87493$$

↑
Aproximación por TCL

$$\rightarrow \boxed{P(X < 80) \approx 0,87493}$$



Índice de comentarios

1.1 te queda una binomial

2.1 genial!