

9.11 En una mesa electoral votaron 129 ciudadanos. Se extrajeron (sin reposición) 7 sobres al azar de la urna, se examinaron y resultó que el candidato verde obtuvo exactamente 3 votos. Estimar por máxima verosimilitud la cantidad de votos por el candidato verde que había en la urna.

X : # votos verdes en 7 sobres \sim Hipergeométrica $(129, d, 7)$

Dato (muestra observada, solo 1, no se sabe una productoria en $L(d)$)

$$: X_1 = 3$$

¿Qué es la verosimilitud? es la probabilidad "de lo que observo" como función de "d"

$$L(d) = \frac{\binom{d}{3} \binom{129-d}{4}}{\binom{129}{7}} \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} d \in \mathbb{N} \\ d \geq 3 \\ 129-d \geq 4 \end{array} \right\}$$

Truco para hacer max en una función discreta $\frac{L(d+1)}{L(d)} \geq 1$

$\Leftrightarrow L$ crece

$$\frac{L(d+1)}{L(d)} = \frac{\binom{d+1}{3} \binom{128-d}{4}}{\binom{d}{3} \binom{129-d}{4}} = \frac{\frac{(d+1)!}{\cancel{3!} (d-2)!} \frac{(128-d)!}{\cancel{4!} (124-d)!}}{\frac{d!}{\cancel{3!} (d-3)!} \frac{(129-d)!}{\cancel{4!} (125-d)!}}$$

$$= \frac{\frac{(d+1) \cancel{d!} \cancel{(128-d)!}}{(d-2) \cancel{(d-3)!} \cancel{(124-d)!}}}{\frac{\cancel{d!} (129-d) \cancel{(128-d)!}}{(\cancel{d-3})! (125-d) \cancel{(124-d)!}}} = \frac{(d+1) (125-d)}{(d-2) (129-d)}$$

$$\frac{(d+1) (125-d)}{(d-2) (129-d)} \geq 1 \longrightarrow 125d - d^2 + 125 - d \geq 124d - d^2 - 258 + 2d$$

$$\longrightarrow -7d + 383 \geq 0 \longrightarrow d \leq 54,71$$

Entonces $L(d+1) \geq L(d)$ se cumple hasta $d=54$

$$\Rightarrow L(54+1) \geq L(54) \Rightarrow L(55) \geq L(54)$$

Por máxima verosimilitud, la cantidad de votos por el candidato verde es 55