GUÍA 7

7.1

$\{N(\tau),\ \tau \geq 0\}$ → proceso de conteo asoc a un proceso de Poisson de intensidad $2 = \lambda$

$N(a,b) = N(b) - N(a)$ el incremento del proceso en el intervalo $(a,b]$

a) $P(N(1)=0)$

N: n° de eventos

$\tau = 1 \quad \lambda = 2$
$\mu = 2$

PP → $\lambda = 2$

$$\boxed{N(\tau) \sim Po(2\tau)}$$

$$P_N(m) = P(N=m) = \frac{\mu^m e^{-\mu}}{m!}$$

$$P(N(1)=0) = \frac{2^0 e^{-2}}{0!}$$

$\mu = 2$
$m = 0$

$$\boxed{P(N(1)=0) = e^{-2}}$$

b) $P(N(1,2)=1) =$

$N(1,2) = N(2) - N(1)$

$m = 1 \quad \mu = 2.\underset{\text{long intervalo}}{\tau} = 2.1$

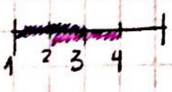
$$P(N(1,2)=1) = \frac{2^1 e^{-2}}{1!} = 2e^{-2}$$

c) $\underset{\text{como son ind por contar arribos en intervalos disjuntos}}{P(N(1)=0,\ N(1,2)=1,\ N(2,4)=2) =} P(N(1)=0) . P(N(1,2)=1) . P(N(2,4)=2)$

$$= e^{-2} . 2e^{-2} . \frac{4^2 e^{-4}}{2!} = 2e^{-4} . 8e^{-4} = 16e^{-8}$$

DATO: $e^{-4} . e^{-4} = e^{-8}$

d) $\text{cov}(N(1,3), N(2,4)) \overset{\text{distribuyo intervalos}}{=} \text{cov}\left[(N(1,2) + N(2,3)), (N(2,3) + N(3,4))\right]$



$\underset{\text{hago distributiva}}{=} \underbrace{\text{cov}(N(1,2), N(2,3))}_{0} + \underbrace{\text{cov}(N(1,2), N(3,4))}_{0} +$

$\text{cov}(N(2,3), N(2,3)) + \underbrace{\text{cov}(N(2,3), N(3,4))}_{0}$

$= \text{cov}(N(2,3), N(2,3)) = \text{VAR}(N(2,3)) = \underset{\lambda}{2} . \underset{3-2}{1} = 2$

$\text{VAR}(N) = \mu$

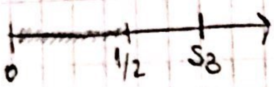
4) si el evento o punto del ...

e) Sea S_3 el tiempo de espera hasta q' ocurre el 3er evento.

POR def
$$P(S_m > t) = P(N(t) < m)$$

$$P(S_3 > 1/2) = P(\underbrace{N(1/2) < 3}_{\text{es lo mismo porque el 3ro entra}})$$

$$= P(N(1/2) \leq 2) =$$



PORQUE se que en ese intervalo, 2 llegaron seguro

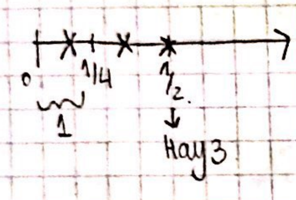
$S_3 > 1/2 \rightarrow$ espero + de 1/2 hasta 3er evento

$$= \sum_{i=0}^{2} \frac{\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)^i e^{-1}}{i!} =$$

$$= e^{-1} + e^{-1} + \frac{1}{2!} e^{-1} = \boxed{\frac{5}{2} e^{-1}}$$

f) $P\left(N\left(\frac{1}{4}\right) = 1 \mid S_3 = \frac{1}{2}\right) = P(N(1/4) = 1 \mid N(1/2) = 2)$

son iguales — hago condicional



$$= \frac{P(N(1/4) = 1, N(1/2) = 2)}{P(N(1/2) = 2)} =$$

$$= \frac{P(N(1/4) = 1)\, P(N(1/4, 1/2)) = 1}{P(N(1/2) = 2)}$$

$N(1/4) \sim Poi(1/2)$

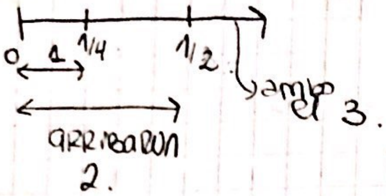
$N(1/4, 1/2) \sim Poi(1/2)$

$N(1/2) \sim Poi(1)$

$$= \frac{\frac{(1/2)^1 e^{-1/2}}{1!} \cdot \frac{(1/2)^1 e^{-1/2}}{1!}}{\frac{1^2 e^{-1}}{2!}}$$

$$\boxed{P(N(1/4) = 1 \mid S_3 = 1/2) = 1/2}$$

g) $P(S_3 > 1/2 \mid N(1/4) = 1) = \dfrac{P(S_3 > 1/2,\ N(1/4) = 1)}{P(N(1/4) = 1)}$



$= \dfrac{P(N(0,1/4) = 1,\ N(1/4, 1/2) \leq 1)}{P(N(0,1/4) = 1)}$

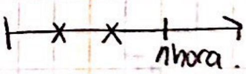
$= \dfrac{P(N(\cancel{0,1/4}) = 1)\,P(N(1/4,1/2) \leq 1)}{P(N(\cancel{0,1/4}) = 1)}$ → por ser indep.

$= \sum_{i=0}^{1} \dfrac{(2 \cdot \frac{1}{4})^i}{i!} e^{-2 \cdot \frac{1}{4}} = e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} e^{-1/2} = 0{,}9098$

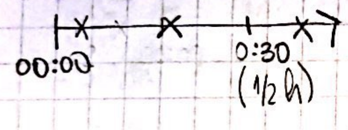
7.2

$N(t)$ = nº accidentes en intervalo

$N \sim Poi(\lambda T) = Poi(2T)$ λ: 2 por hora.



a)



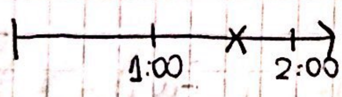
$\mu = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ $m = i$

q' en esa 1/2 hora solo pasen 2 accidentes ← $P(N(0,1/2) < 3) = \sum_{i=0}^{2} \dfrac{\mu^m e^{-\mu}}{m!} = \dfrac{1^0 e^{-1}}{0!} + \dfrac{1^1 e^{-1}}{1!} + (1^2 e^{-1})/2! =$

$P(S_3 > 1/2)$ = es lo mismo.
↳ con este debo usar gamma

$P(N(0,1/2) < 3) = e^{-1}(1 + 1 + \frac{1}{2}) = \frac{5}{2} e^{-1}$

b)



$P(N(1,2) = 1) = \dfrac{2^1 e^{-2}}{1!} = 2e^{-2}$

3

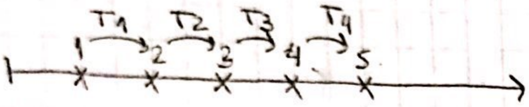
$\lambda = 10$ por hora

$N(t)$: cantidad de partículas emitidas en ese tiempo

$N \sim Poi(10t)$

T: tiempo entre partículas consecutivas.

$T \sim exp(10)$



Para que sean registrados, tiene que pasar + de 2 minutos entre c/ partícula

60 min → 1 hora
2 min → $\frac{1}{30}$ hora.

$P(T_1 > \frac{1}{30}, T_2 > \frac{1}{30}, T_3 > \frac{1}{30}, T_4 > \frac{1}{30}) =$

como son todas expo e ind.

$= P(T_1 > \frac{1}{30})\, P(T_2 > \frac{1}{30})\, P(T_3 > \frac{1}{30})\, P(T_4 > \frac{1}{30})$

$= e^{-10 \cdot \frac{1}{30}} \cdot e^{-10/30} \cdot e^{-10/30} \cdot e^{-10/3}$

$= \boxed{0{,}2636 = P(\text{las primeras 5 sean detectados})}$

PROB EXP.

$P(T_1 \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$

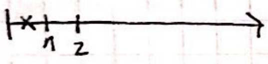
$P(T_1 > t) = e^{-\lambda t}$

$P(T_1 > t) = P(N(t) = 0) = \frac{(\lambda t)^0}{0!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}$

4

$\lambda = 2$ x seg

$\underbrace{\text{tic TAC tic TAC}}_{1 \text{ seg}}$ → solo se registran TAC.



$\mu = 2 \cdot t$

R = registran

$P(N(0,1) = 1, N(1,2) = 0)$

N: señal emitida

$P(R(1,2) = 0 \mid R(0,1) = 1) =$

$= \frac{P(R(1,2) = 0, R(0,1) = 1)}{P(R(0,1) = 1)} = 0{,}2977$

son ind. multiplico.

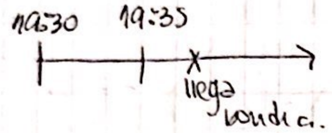
$$\frac{P(N(0,1) = 2, N(1,2) = 1) + P(N(0,1) = 2, N(1,2) = 0) + P(N(0,1) = 3, N(1,2) = 0)}{P(N(0,1) = 2) + P(N(0,1) = 3)}$$

$N(1,2) \sim Poi(2)$
$N(0,1) \sim Poi(2)$

7.5 $\lambda = 12$ x hora

a) andrés llega 19:30 → esperan + de 5min.

5min → 1/12 hora.
60min → 1 hora.

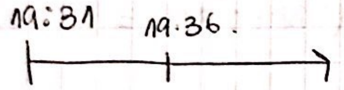


T: tiempo hasta q' pasa el bondi

$\underline{P(T > 5min)} = P(T > \frac{1}{12} \text{ horas}) =$

$T \sim exp(12)$ $= e^{-\cancel{12} \cdot \frac{1}{\cancel{12}}} = \underline{e^{-1}}$

b)



$P(T > 1/12) = e^{-1}$

c) Marías 19:3X $X = \{2, 3, 4, 5\}$ equiprob.

$P(T > 1/12) = e^{-1}$

d) 19:00 + U $U \sim unif(0,60)$

$P(T > 1/12) = e^{-1}$

no importa horario que llegen, la prob de esperar + de 5min es la misma.

↳ quiere mostrar la pérdida de memoria

7.6 $\frac{1}{\lambda} = 3$ kilos → $\lambda = 1/3$ X: peso de bolsa pissa.

a) $X \sim exp(\lambda)$ $S_m > 7$

Yo se que supera los 5, y quiero que supere los 7 si mi peso final

$S_m = T_1 + T_2 + \dots$

$5 + Y > 7$

Y: peso final

$Y > 2$

$P(Y > 2) = e^{-\frac{1}{3} \cdot 2} = \underline{e^{-\frac{2}{3}}}$

4) Si el evento o punto del ...

b) $X_i \sim Exp(1/3)$ $\boxed{E[X_f] = 3}$

X_i = cada bolsa X_f: ultima bolsa

↓

todos los bolsas tienen la misma media.

7.7) $\lambda = 4$ x hora

15 min = 1/4 hora

9:00 10:00

a) 9:00 9:15

N: nº de llamadas q' llegan.

b) 9:00 9:30

$P(N(0,1/4) \geq 1 \mid N(0,1) = 3) =$

$P(N(0,1/2) \geq 2 \mid N(0,1)=3) = Y$

POR PROPIEDAD → 3

$X = N(0,1/4) \mid N(0,1) = 3 \sim Bin\left(3, \frac{1/4}{1}\right)$

$Y \sim Bin\left(3, \frac{1}{2}\right)$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) =$

$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y<1) =$

$1 - P(X=0) = 1 - \binom{3}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(1-\frac{1}{4}\right)^3$

$1 - P(Y=0) - P(Y=1) =$

$1 - \frac{27}{64} = \boxed{0{,}58}$

$1 - \binom{3}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^3 - \binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1(1-1/2)^2$

$1 - \frac{1}{8} - \frac{3}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$

7.8) $\lambda = 50$ x minuto

T: cantidad total de tiempo que esperaron los pasajeros $\sim exp(50)$

S_i = instante de arribo del pasajero $E[T]$ y $Var(T)$

T_i = cantidad de tiempo q' espera el pasajero

$T = \sum_{i=1}^{N(0,15)} T_i$

$N(0,15) = n$ → cantidad de arribos en 15 minutos al condicionar N de (0,15) se que

$$\boxed{T_i = 15 - S_i} \qquad T = \sum_{i=1}^{N(0,15)} (15 - S_i)$$

tiempo de espera ↓ ; ↳ tiempo llegada

si $T_i = 15 - S_i \mid N(0,15) = m \sim U(0,15)$.

$$E[T] = E\left[E[T \mid N(0,15)]\right] =$$

PROP GUIAS.

Calculo aparte

$$E[T \mid N(0,15) = m] = E\left[\sum_{i=1}^{m} (15 - S_i) \mid N(0,15) = m\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \Big(15 - E[\underbrace{S_i \mid N(0,15) = m}_{U(0,15)}]\Big)$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \Big(15 - \underbrace{\tfrac{15}{2}}_{(a+b)/2}\Big) = \frac{15}{2} m$$

valor que toma m ↳ ambos.

$$E[T] = E\left[\frac{15}{2} m\right] = \frac{15}{2} E[m] = $$ se que $N(0,15) = m$

$$= \frac{15}{2} E[N(0,15)] = \frac{15}{2} \mu = \frac{15}{2} \lambda . 15.$$

$$E[N] = \mu = \lambda \tau = \lambda . 15.$$

$$\boxed{E[T] = \frac{15}{2} . 50 . 15 = 5625.}$$

$$\mathrm{Var}(T) = \mathrm{Var}\big(\underbrace{E[T \mid N(0,15)]}_{\mathrm{I}}\big) + E\big(\underbrace{\mathrm{Var}(T \mid N(0,15))}_{\mathrm{II}}\big)$$

↑ pitagoras.

I $\mathrm{VaR}\big(E[T \mid N(0,15)]\big) = \mathrm{VaR}\left(\frac{15}{2} m\right) = \left(\frac{15}{2}\right)^2 . \mathrm{Var}(m) = \rightarrow$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 \quad var(N) = \left(\frac{15}{2}\right)^2 \cdot \overset{50}{\overset{\shortparallel}{\lambda}} \cdot \overset{\overset{\tau}{\nearrow}}{15} \cdot = \frac{84375}{2}.$$

(II) $Var(T \mid N(0,15) = m) = Var\left(\sum_{i=1}^{m} (15 - S_i) \mid N(0,15) = m\right)$

= como $15 - S_i \mid N(0,15) = m$ son ind saco la sumatoria afuera y no aparecen las $\underline{\text{covarianzas}}$.

$\sum_{i=1}^{m} var(15 - S_i \mid N(0,15) = m)$ → saco 15 afuera $var(15) = 0$

$\sum_{i=1}^{m} var\underbrace{(S_i \mid N(0,15) = m)}_{\text{es uniforme.}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{15^2}{12} = \frac{75}{4} m$

$\frac{(b-a)^2}{12}$

$E\left[\frac{75}{4} m\right] = \frac{75}{4} E[N(0,15)] = \frac{75}{4} \cdot \overset{\overset{50}{\uparrow}}{\lambda} \cdot 15.$

$var(T) = \frac{84375}{2} + \frac{28125}{2} = \boxed{56250}$

f.a $\lambda = 6$ x hora

1 → 60 min.

1/6 ← 10 min.

2/3 ← 40.

$\mu = \lambda T$

0:00 — 00:30

0:10 — 0:40

$P([N(0,1/6) = 0 \cap N(0,2/3) = 3] \mid N(0,1/2) = 3) =$

↓ de acuerdo eso, es ↓

$\frac{P(N(0,1/6) = 0,\ N(1/6, 2/3) = 3)}{P(N(0,1/2) = 3)} \overset{\text{por ser indep}}{=}$

$\mu = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3.$

$\mu = 1$ ← $\frac{P(N(0,1/6) = 0)\ P(N(1/6, 2/3) = 3)}{P(N(0,1/2) = 3)} =$

→ $\mu = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$

$\left(\frac{1^0 e^{-1}}{0!} \cdot \frac{3^3 e^{-3}}{3!}\right) \Big/ \frac{3^3 e^{-3}}{3!} = 0{,}37$

PROP 4 YS.

↑

7.10

Fallas.

$\lambda = 1$ cada 20 m $= 1/20$ m

$PPP(\lambda)$

$P(D_i) = 0{,}75$.

D_i: se detecta la falla

↓ se corta el alambre.

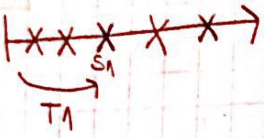
a) Long de rollos de alambre: X = hasta que se detecta la 1ra

$\Pi_D \sim PP(\lambda_D = p\lambda) \to$ proceso del éxito

↳ hallar falla

T_1: la 1ra detectada

$X = T_1 \sim \exp(\underbrace{p\lambda}_{\lambda_1})$.



▪ detectada

↓

solo le doy importancia a las detectadas en el proceso

$$E[X] = \frac{1}{p\lambda} = \frac{1}{(0{,}75)\frac{1}{20}} = \frac{80}{3}$$

$$Var(X) = \frac{1}{(p\lambda)^2} = \frac{1}{\left(\frac{0{,}75}{20}\right)^2} = \frac{6400}{9}$$

b) media de fallas en los rollos → no detectados

las no detectadas siendo dos esp. $\Pi_{\bar{D}} \sim PP(\lambda_{\bar{D}} = (1-p)\lambda) \to$ proceso de fracaso

↳ no detectadas.

Y: no detectadas

$Y|_{X=x} \sim Poi(\mu = \lambda_{\bar{D}} \cdot x)$

$P(\bar{D}) = 0{,}25$.

$$E[Y|X=x] = \overbrace{(1-p)\lambda \cdot x}^{\mu}$$

$$E[Y] = E\left[E[Y|X=x]\right] = E\left[(1-p)\lambda X\right] = (1-p)\lambda\, E[X] =$$

↓

las no detectadas

$$= \frac{(1-0{,}75)}{20} \cdot \frac{80}{3} = \frac{1}{80} \cdot \frac{80}{3} = \boxed{\frac{1}{3}.}$$

7.11 $\lambda = \frac{1}{20}$ m $P_{\substack{falla \\ det.}} = 0{,}75$

CORTA → 1ra detectada antes de los 20 o a los 20 m.

a) media X: longitud rollos [m]

$$X = \begin{cases} T_1^D, & T_1^D < 20 \\ 20, & T_1^D \geq 20 \end{cases}$$

T_1: 1ra falla hallada

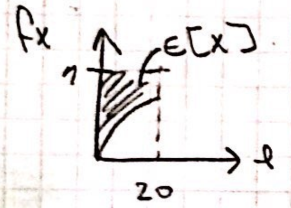
$T_1^D \sim exp(\lambda_D)$

$$E[X] = E[X \mid T_1^D < 20]\, P(T_1^D < 20) + E[\overset{20}{X} \mid T_1^D \geq 20]\, P(T_1^D \geq 20)$$

uso la formula de esperanza total y separo los 2 casos.

$$= E[T_1^D \mid T_1^D < 20](1 - e^{-\lambda_D 20}) + E[20 \mid T_1^D \geq 20] \cdot e^{-\lambda_D 20} =$$

otra forma.



→ como es def positiva (no toma valores neg) y lo puedo calcular como el área sobre la f densidad

$$E[X] = \int_0^{20} 1 - (1 - e^{-3/80\, l})\, dl =$$

$$= \int_0^{20} (1-1) + e^{-\frac{3}{80} l}\, dl = 14{,}07$$

b) Hallar la media de las fallas en los rollos → igual que antes.

$$E[N] = (1-P)(\lambda)\, E[X] = \frac{1}{80}(14{,}07) = \boxed{0{,}1758}$$

7.12 Lucas $\rightarrow PPP(\lambda_1)$ $\lambda_1 = 3$ minuto.
Monk $\rightarrow PPP(\lambda_2)$ $\lambda_2 = 5$ minuto. } independientes.

a) 0:00 0:10

$\Pi_1 + \Pi_2 \sim PPP(\lambda_1+\lambda_2)$

superposición

$T_k \sim \exp(\lambda_1+\lambda_2)$

$$\mathbb{P}(T_1 > 10) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)10} = e^{-80}$$

b) $U = \min\{T_1^{(1)}, T_1^{(2)}\}$.

solo voy a considerar el 1er ambo de c/ proceso

si yo quiero 1ro sea de lucas.
$U = T_1^{(1)}$

$J_1 \begin{cases} 1 = \text{lucas} \\ 0 = \text{monk} \end{cases}$

$$P(T_1^{(1)}) = P(J_1 = 1) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} = \frac{3}{8}$$

$\downarrow$

$P(T_L < T_M)$

c) uno todo

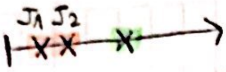
como U y J son ind x el $\underline{4.14}$

$$\mathbb{P}(T_1^{(1)} > 10 \cap J = 1) \overset{\uparrow}{=} P(T_1^{(1)} > 10)\, P(J=1)$$

$U \sim \exp(\lambda_1+\lambda_2)$

$$= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)10} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} = \boxed{e^{-80} \cdot \frac{3}{8}}$$

7.13 $\Pi_1 \sim PP(2)$
$\Pi_2 \sim PP(2)$



uso el J de 4.14

$J_i \begin{cases} 1 \to \Pi_1 \\ 0 \to \Pi_2 \end{cases}$

a) $P(J_1 = 1 \cap J_2 = 1) =$

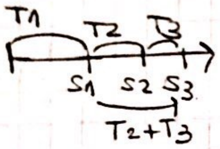
como el evento es ind

$$P(J_1=1)P(J_2=1) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{16}.$$

$(J_1 = 1) = (T_1^{\pi_1} < T_1^{\pi_2})$

$(J_2 = 1) = (T_2^{\pi_1} < T_2^{\pi_2})$

b) $\lambda = 2 \qquad E[\exp] = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2}$



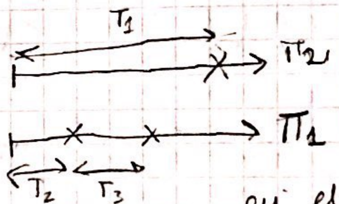
$T_1 > \underbrace{T_2+T_3}$ — tiempo desde 1ra señal a la 3ra.

T_1: tiempo hasta 1era señal.

$T_1 \sim \mathcal{E}(1/2)$
$T_2 \sim \mathcal{E}(1/2)$
$T_3 \sim \mathcal{E}(1/2)$

si yo quiero que el tiempo hasta la primera sea mayor que hasta T_2 y T_3.

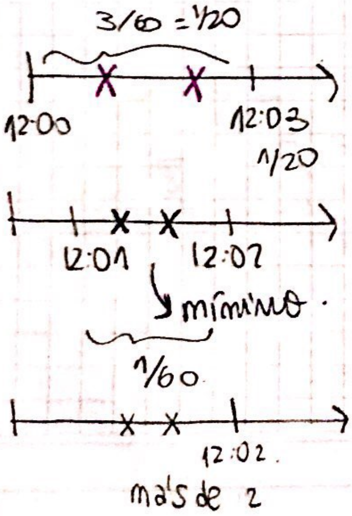
$$P(T_1 > T_2+T_3) = 1/4$$



es 1/0 en el total.

7.14 $\lambda = 60 \times$ hora $\to$ patriotas
$\lambda = 40 \times$ hora $\to$ chisperos
} ind

$\Pi_1 \cap \Pi_2$. es lo mismo.



si superpongo los PP.

$PP(\lambda = 100 \times \text{hora})$

$N = N_1 + N_2$

N: cant de ambos de patriotas.

$$P(N(1/60, 1/30) \geq 2 \mid N_2(1/20) = 2) =$$

N_1: cant de ambos de patriotas

defino $N(1/60, 1/30) \mid N_2(1/20) = 2 \sim Bin(2, 1/3)$ N_2: cant todos chisperos

$$P(T \geq \tau) = \sum_{n=0}^{k-1} \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^n}{n!}$$

$\to$ superposición

$\frac{1/30 - 1/60}{1/20}$.

$Sq = 1 - F(T)$ $\quad P(T \geq 2) = \sum_{n=0}^{n} \frac{e^{-\frac{1}{3} \cdot 2} (\frac{1}{3} \cdot 2)^m}{m!} \simeq 0{,}8557$ ← 7/14

7

7.15. PPP (4) x hora.

X: tiempo de trabajo.

$X \sim N(\underset{min}{5}, 1/2)$ $\quad E[X]$ y $Var(X)$ entre 11 y 12.

$0 \quad 1$ (11:00 → 12:00)

T_T = tiempo total = $X = \sum_{i=1}^{N(0,1)=n} T_i$

$E[T] = E[E[T \mid N(0,1) = n]]$

$= E\left[E\left[\sum_1^n T_i\right]\right] = E[\underbrace{E[nT]}_{nE[T] = n \cdot \frac{5}{60}}]$

$E\left[n \frac{5}{60}\right] = \frac{5}{60} \underbrace{E[N(0,1)]}_{\substack{\lambda \\ \text{por poisson}}} = \boxed{\frac{5}{60} \cdot 4 \ h}$

$V(T_T) = Var(E(T_T \mid N(0,1)) + E(Var(T_T \mid N(0,1)))$ → igual 7.8.

7.16.

$\lambda = 3.000$ x semana. $\quad \Pi \sim PPP(\lambda)$ → familias que inmigran

Nº integrantes:
- 3 $P = 0{,}5$
- 4 $P = 0{,}4$
- 5 $P = 0{,}1$

N: cantidad q' inmigran en 4 semanas.

Voy a dividir el PP grall en 3 dependiendo la familia.

$\Pi_1 \sim PPP(\lambda_1 = 0{,}5 \cdot \lambda)$ → 3 integrantes
$\Pi_2 \sim PPP(\lambda_2 = 0{,}4\lambda)$ → 4 "
$\Pi_3 \sim PPP(\lambda_3 = 0{,}1\lambda)$ → 5 "
} ind.

$N = 3\, N_1(0,4) + 4\, N_2(0,4) + 5\, N_3(0,4)$

↓ cant q' migran de semana 0 a 4 del Π_1

$E[N] = 3\, E[N_1(0,4)] + 4\, E[N_2(0,4)] + 5\, E[N_3(0,4)]$

$N_i \sim Poi(\mu = \lambda_i \cdot 4)$

$E[N] = 3 \cdot \underset{0{,}5\lambda}{\lambda_1} \cdot 4 + 4\, \underset{0{,}4\lambda}{\lambda_2} \cdot 4 + 5 \cdot \underset{0{,}1\lambda}{\lambda_3} \cdot 4$

$\boxed{E[N] = 43200}$

como c/ proceso es indep → cov = 0 → la var es la suma de las var

$var(N) = 3^2\, var(N_1(0,4)) + 4^2\, Var(N_2(0,4)) + 5^2\, var(N_3(0,4))$

$var(N) = 9 \cdot \lambda_1 4 + 16\, \lambda_2 4 + 25 \lambda_3 4$

$\boxed{var(N) = 160800}$

7.17

PPP (10 x minuto) Π: vehiculos arriban.

1) 70% = 0,7 autos
2) 10% 0,1 motos.
3) 20% 0,2 camiones.

X: peso de carga.

$E[X_1] = 400$

$E[X_2] = 120$.

$E[X_3] = 1300$

a)

30 minutos.

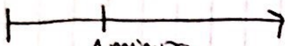
$P(N_1(0,1/2) \geq 2) = 1 - P(N(0,1/2) < 2)$

$1 - P(N(0,1/2) = 0) - P(N(0,1/2) = 1) =$

$\mu = \lambda \cdot p_2 \cdot \tau$ (8)

$$= 1 - \frac{(10 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{1}{2})^0 e^{-10 \cdot 0{,}7 \frac{1}{2}}}{0!} - \frac{(\frac{7}{2})^1 e^{-7/2}}{1!}$$

$$= \boxed{0{,}86}$$

b) 

1 minuto.

$\mu_1 = \lambda p_1 \frac{1}{60} = \frac{7}{60}$ $\mu_2 = \lambda p_2 \frac{1}{60} = \frac{1}{60}$

$\mu_3 = \lambda p_3 \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$

$$\mathbb{P}(N_1(0, 1/60) = 7, N_2(0, 1/60) = 1, N_3(0, 1/60) = 2) =$$

como son indep.

$$\frac{(\frac{7}{60})^7 e^{-\frac{7}{60}}}{7!} \cdot \frac{(\frac{1}{60})^1 e^{-1/60}}{1!} \cdot \frac{(\frac{1}{30})^2 e^{-1/30}}{2!}$$

$$P(\ldots) = 4{,}6 \times 10^{-16}$$

c) formula de E total

$$E[X] = E X_1 \cdot P X_1 + E X_2 \, P X_2 + E X_3 \cdot P X_3.$$

$$= 400 \cdot 0{,}7 + 0{,}1 \, 120 + 1300 \cdot 0{,}2 = 552$$

d) T: carga total en 1 hora.

$$= E[T] = 400\,kg \; E[N_1(0,60)] + 120 \; E[N_2(0,60)]$$
$$+ E[N_3(0,60)] \, 1300\,kg =$$

$$= 400 \cdot 420 + 120 \cdot 60 + 1300 \cdot 120$$

$$\boxed{E[T] = 331\,200\,kg}$$

7.18) A $2 \times$ minuto B $1 \times$ minuto. → ind.

$$P(\text{par}) = P(J_1 = 1)\, P(J_2 = 2) = \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B} \cdot \frac{\lambda_B}{\lambda_B + \lambda_A}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

T: tiempo hasta que pase eso.