

10.17 En una elección se presentarán dos candidatos: el amarillo y el azul. Basándose en los resultados de una encuesta que se realizará sobre un conjunto de 100 ciudadanos a los que se les preguntará a cuál de los dos votará, diseñar un test de hipótesis para verificar si la intención de votos por el candidato azul supera el 35 %, con un nivel de significación asintótico del 5 %.

$$X: \begin{cases} 1 & \text{si vota por el azul} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad X \sim \text{Ber}(p)$$

$$H_0: p \leq 0,35$$

$$H_1: p > 0,35$$

$$\alpha = 0,05$$

$X \sim \text{Ber}(p)$ que es familia exponencial de 1 parámetro

$$C(p) = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) \quad r(x) = x$$

creciente

$$T = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\delta(\underline{x}) = \mathbb{1}\left\{\sum_{i=1}^n X_i > K_\alpha\right\}$$

Por TCL se que $\frac{\sum_{i=1}^n X_i - nE[X_i]}{\sqrt{n\text{Var}(X_i)}} \underset{(a)}{\overset{D}{\rightsquigarrow}} \mathcal{N}(0,1)$

$$E[X_i] = p, \quad \text{Var}(X_i) = p(1-p)$$

$$\alpha = \mathbb{P}_{p=0,35}(\delta(\underline{X})=1) = \mathbb{P}_{p=0,35}\left(\sum_{i=1}^n X_i > K_\alpha\right)$$

$$= \mathbb{P}_{p=0,35}\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n \cdot 0,35}{\sqrt{n \cdot 0,35 \cdot 0,65}} > K'_\alpha\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1 - \Phi(K'_\alpha) \quad \text{por TCL}$$

$$1 - \Phi(K'_\alpha) = \alpha = 0,05 \longrightarrow K'_\alpha = z_{0,95} = 1,64485$$

$$\Rightarrow \delta(\underline{X}) = \mathbb{1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n \cdot 0,35}{\sqrt{n \cdot 0,35 \cdot 0,65}} > 1,64485 \right\}$$