10.19 Un fabricante asegura que produce con una calidad del 5 % de artículos defectuosos. Un comprador de grandes cantidades de esos artículos observa una muestra de 100 artículos y descubre 10 defectuosos. Realizar un test de hipótesis para determinar con un nivel de significación asintótico de 0.05 si existen motivos para dudar de la afirmación del fabricante.

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{el artículo es defectuoso} \\ 0 & \text{el artículo no es defectuoso} \end{cases} \qquad X \sim Ber(p)$$

$$H_0: p = 0{,}05 \qquad H_1: p \neq 0{,}05$$

$Ber(p)$ es familia exponencial con $C(\theta)$ creciente y $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \sum_{i=1}^{100} X_i > K_\alpha^1 \ \text{ó} \ \sum_{i=1}^{100} X_i < K_\alpha^2 \right)$$

Voy a buscar un test de nivel asintótico usando TCL

$$\mathbb{P}_{p=0,5}(\delta(\underline{X}) = 1) \xrightarrow[n \to \infty]{} 0{,}05$$

$$\mathbb{P}_{p=0,05}(\delta(\underline{X}) = 1) \simeq \mathbb{P}_{p=0,05}\left(\frac{\sum^n X_i - 0{,}05 n}{\sqrt{n \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95}} > K_\alpha^1 \ \text{ó} \ < K_\alpha^2 \right)$$

$$\Longrightarrow K_\alpha^2 = z_{1-\frac{0{,}05}{2}} = 1{,}959$$

$$K'_\alpha = z_{\frac{0,05}{2}} = -1,959$$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{-1,959 < \frac{\sum^{n} X_i - 0,05 \cdot n}{\sqrt{n \cdot 0,0475}} < 1,959\right\}$$

Muestra: $n = 100$, $\sum_{i=1}^{100} X_i = 10$

$$\delta(\underline{x}) = \mathbb{1}\left\{-1,959 < \frac{10 - 0,05 \cdot 100}{\sqrt{100 \cdot 0,0475}} < 1,959\right\} = 0$$

$\Longrightarrow$ no tengo motivos para dudar de la afirmación del fabricante