

3.5.2 電離層横断伝搬 (Trans=横断)

電波の周波数が貫入周波数を越えたとき、その電波は電離層を通過する。しかし、周波数がそれほど大きすぎない場合には、ある測定可能な効果があって、それが有用な情報を与えるだろう。結果として、電離層横断電波に基づいた技術のまとまりがある。受信機が地上にあると仮定すると、送信源は人工衛星や打ち上がるロケットの周囲にある送信機かもしれないし、あるいは銀河からの自然な電波放射かもしれない。月もまた電離層横断レーダーの反射源として用いられてきた。このとき、シグナルが電離層を2度通過することで、シグナルに乗る効果が2倍になる。

搬送波位相

$X \ll 1$ で磁場と衝突が無視できる時、屈折率を表す 式3.8 は、

$$n = 1 - \frac{\omega_N^2}{2\omega^2}$$

ここで、プラズマ角周波数 ω_N は以下で与えられる。

$$\omega_N^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} = 3182N \quad (3.19)$$

従って、数値的に、

$$n = 1 - \frac{1591N}{\omega^2} = 1 - \frac{40.30N}{f^2}$$

ここで、 N の単位は m^{-3} , ω の単位は rad/s, f の単位は 回/s である。一体化した状態からの屈折率の値の離反 (departure: 乖離、離反、ズレ、(電車等の) 出発) は、いま電子密度に比例し、電波の周波数に反比例して変化する。電波が電離した媒質中の中で距離 l だけ進んだ時、その位相は以下のように変化する。

$$-\frac{\omega}{c} \int n \, dl = -\frac{l\omega}{c} + \frac{e^2}{2c\omega\epsilon_0 m} \int N \, dl$$

第一項は距離 l を光速 c で進んだことによる単純な位相の遅延である。第二項は位相の進行であり、これは一体化した状態よりも(プラズマ内の)屈折率が小さく、かつ位相速度が c よりも大きいことによって生じる。 $\int N \, dl$ の量は伝搬方向の線に沿った単位柱あたりの電子の数であり、一般に 電子数 I として知られている。値を代入することで、媒質による位相の進行は、

$$\phi = \frac{5.308 \times 10^{-6}}{\omega} \cdot I = \frac{8.448 \times 10^{-7}}{f} \cdot I \quad \text{radians.} \quad (3.22)$$

特筆すべき興味深い点は (物理的に明らかな意味はないのだが)、定数 8.448×10^{-7} は古典的な電子半径 ($r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2 = 2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$) と光速 ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) を掛け合わせたものにちょうど一致することだ。

位相変化を測定するためには、媒体の影響を受けないか、または影響を受ける程度が小さい基準信号が必要である。これは通常、最初の信号とは異なるがコヒーレント (**coherent**:「互いの振幅・位相に一定の関係があり、干渉縞を作ることができる2つの波」に対する形容詞) な周波数で、2回目の送信を行うことになる。例えば、 ω と $n\omega$ でコヒーレントな波が送信された場合、電離層を通過した後に両方が受信され、高い方の周波数が n で割られる。このとき、2つの信号の位相差は

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_1 - \phi_2 \\ &= \left(-\frac{l\omega}{c} + \frac{\omega_N^2}{2c\omega} \cdot I \right) - \frac{1}{n} \left(-\frac{l \cdot n\omega}{c} + \frac{\omega_N^2}{2cn\omega} \cdot I \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{\omega_N^2}{2c\omega} \cdot I \\ &= \frac{n^2 - 1}{n^2} \cdot \frac{8.448 \times 10^{-7}}{f} \cdot I \quad \text{radians.}\end{aligned}$$

n が既知であるため、 $\Delta\phi$ を測定すると、 I の値が得られる。

電子量が $10^{17}/\text{m}^2$ (例えば、厚さ 250km の電離層で電子密度が 4×10^{11} 個/ m^3) の場合、100MHz の信号は、自由空間の位相シフトに対して845ラジアン、つまり134周分位相が進む。したがって、キャリア位相は電子量の変化に非常に敏感であり、この方法により、全体の約 0.01 % の精度で測定することができる。

しかし、位相は $0 \sim 2\pi$ の範囲でしか測定できないため、絶対値は曖昧(**ambiguous**:曖昧な、不明瞭な、多義的な)であり、他の手段で決定する必要がある。

変調位相

キャリア (f_c) が周波数 (f_m) で変調(**modulated**)される場合、変調の位相は、地上において (例えば、はるかに高い周波数で搬送されるコヒーレント変調を参照して評価することによって) 測定することができ、これは、以下のように与えられる。

$$\phi_m = 8.448 \times 10^{-7} \cdot \frac{f_m}{f_c^2} \cdot I$$

f_m/f_c はいくらでも小さくできるので、 ϕ_m の I に対する感度を下げて、すべての値が $0 \sim 2\pi$ の間に収まるようにし、曖昧さを取り除くことができる。この変形が **変調位相法** である。電離層では搬送波の位相が進んでいる (**式 (3.22) 参照**) のに対し、変調位相は遅れている。

時間の遅延

位相の遅延 ϕ_m は、時間の遅延 $\phi_m/2\pi f_m$ 秒に相当する。したがって、電離層による時間の遅延は

$$\Delta t = \frac{8.448 \times 10^{-7}}{2\pi f_c^2} \cdot I \quad \text{秒}$$

となり、変調周波数に依存しない。1パルスは同じだけ遅れることになる。 $I = 10^{17} \text{ m}^{-2}$ 、 $f_c = 100 \text{ MHz}$ とすると、 $\Delta t = 1.34 \mu\text{s}$ となる。比較のため、1000 km の自由空間を飛行する時間は $3333 \mu\text{s}$ である。電離層の影響はあまり大きくないように見えるが、位置決定システム (10.2.3項参照) の文脈では重要である。

くさび屈折

電子の含有量が空間的に均一ではなく、伝搬方向に垂直な方向に変化する場合、結果として光線を逸らすことになる。最も単純なケースはくさび(wedge)屈折で、この場合、電子含有量は距離に対して直線的に変化する。図3.8を参照すると、電子量が距離 δx に対して δI だけ増加した場合、位相は $\delta\phi = 8.448 \times 10^{-7} \delta I / f$ だけ進む（式 3.22）。したがって、定位線は距離 $\delta d = \delta\phi \lambda / 2\pi$ だけ前進し、位相前線が以下の角度 α だけ回転する。

$$\alpha = \frac{c}{2\pi} \cdot \frac{8.448 \times 10^{-7}}{f^2} \cdot \frac{\delta I}{\delta x}$$

その結果、電離層の外にある光源の見かけ上の位置は、日中（日の出と日の入り）には規則的に変化し、電離層が空間的に不規則な時間帯には不規則に変化することがある。これらの勾配に関する情報は、電波星の正確な測定から得ることができる。

ファラデー効果

地磁気を考慮すると、別のバリエーションが得られるが、これは比較的簡単な装置で測定が可能のため、電子数の研究で広く使用されている。式2.58を参照して、 $Z = 0$ とし、 Y は 0 より大きいが 1 よりはるかに小さいと仮定する（これは現実的である）。さらに、伝播は地磁気の方に直接沿っていると仮定する（ $Y_T = 0$ ）。式2.59を用いると、屈折率は次のようになる、

$$n^2 = 1 + \frac{\omega_N^2}{\omega(\omega \pm \omega_B)} \quad (3.27)$$

cf.

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - jZ - \left[\frac{Y_T^2}{2(1-X-jZ)} \right] \pm \left[\frac{Y_T^4}{4(1-X-jZ)^2} + Y_L^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} X &= \omega_N^2 / \omega^2, \\ Y &= \omega_B / \omega, \\ Y_L &= \omega_L / \omega, \\ Y_T &= \omega_T / \omega, \\ Z &= \nu / \omega, \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\omega_B = eB/m \quad (\text{ジャイロ周波数})$$

O波の屈折率は分母に正の符号をとり、E波の屈折率は負の符号をとることで得られる。この条件では、これらの波はいずれも円偏光の波である。地磁気に沿って静止した観測者が見ると、O波は反時計回りに回転し、E波は時計回りに回転している。ある瞬間、O波とE波の電気ベクトルが、ある基準方向に対してそれぞれ角度 θ_O と θ_E をなすと、等価な直線波の電気ベクトルは、以下の角度 Ω にある。

$$\Omega = (\theta_O + \theta_E)/2$$

図3.9を参照せよ。

式3.27によると、この二つの円偏光の波は少しだけ異なる速度で伝搬し、この速度は比 ω_B/ω に依存する。光源において $\theta_O = \theta_E$ であったとすると、距離 l だけ進んだ後では、

$$\theta_O = \omega t + \frac{\omega n_O}{c} \cdot l.$$

と、

$$\theta_E = -\omega t - \frac{\omega n_E}{c} \cdot l.$$

したがって、

$$\Omega = \frac{\theta_O + \theta_E}{2} = \frac{\omega}{2c} \cdot (n_O - n_E) l. \quad (3.29)$$

$\omega_B \ll \omega$ のとき、これは電波周波数が 50 MHz を超えた時に成り立つが、式3.27によって、

$$(n_O - n_E) = \frac{\omega_N^2 \omega_B}{\omega^3}$$

式3.29に代入することで、

$$\Omega = \frac{1}{2c} \cdot \frac{\omega_N^2 \omega_B}{\omega^2}$$

つまり、波が電離した媒質を伝搬する際に偏波角が変化する。これが 電離層ファラデー効果 である。 ω_N と ω_B の表式を代入して、値を入れ、電子密度が経路に沿って変化して良いとすると、

$$\Omega = \frac{2.97 \times 10^{-2}}{f^2} \int H_L N dl \quad \text{radians}$$

ここで、 N は電子密度 (単位: m^3)、 dl は経路の要素 (単位: m)、 f は電波周波数 (単位: Hz)、 H_L は地磁気の緯度成分 (単位: A/m) である。 H_L の使用は、 ω_B が ω_L (準縦断(南北方向)近似) に置き換わったことを意味し、地磁気を多少横切る伝搬を許容するために、議論を適度に拡張している。ファラデー効果では、準縦断近似は磁場の法線から数度以内の範囲で実際に広く有効である。

式3.32では、電子量は地磁気によって重み付けされているが、電離層高度の地磁気がわかっている範囲では、これを計算に入れることができる。衛星通信で受信した信号の偏波角度を測定し、電子量に変換することができる。この方法は便利で安価であり、回転アンテナを備えた受信機 (またはそれに相当する電子機器) を必要とするだけであるが、適切な衛星ビーコンが視界に入ることが必要である。ファラデー法は、長年にわたって電離層の観測に広く応用されてきた。電離層の嵐や日周・季節変動を観測するだけでなく、突発的な擾乱や波のような揺らぎを捉えることができる。後の章で取り上げる多くの現象は、電子量データに負うところが大きい。

しかし、ファラデー法は正確ではない。イオン化の高さが変わると、磁場の重み付けが変わるため、電子量の値が10%や20%も誤差を生じることがある。また、実際には電離は地表から遠く離れているため、測定された電子量がどの高度まで適用されるかを判断しなければならない。位相法と偏光法を併用し、送信機が遠方 (例えば、地球同期距離の $6.6R_E$) にある場合、イオン化の高さ分布とその積分値について何かわかるかもしれない。

スラブ厚

電子含有量の値は、しばしばイオノゾンデ(電離層を観測するための特別なレーダー)のデータと組み合わせられる。特に、ピーク電子密度に対する電子含有量の比

$$\tau = I/N_m$$

を スラブ厚 (slab: 平板) と呼ぶ。これは、電子密度 N_m と電子含有量 I が一様な仮想的な電離層の厚さである。スラブ厚は電離層の有用なパラメータであり、温度とイオン組成に物理的に依存する。

吸収

電離層を通過する電波伝搬に基づく第三の重要な技術では、固定した受信機を使用して、電離層を通過する信号の強度を測定し、それによって全吸収量を決定する。式3.16を参照すると、積分は電離層を通る直線に沿って行われる。衛星からの電波を送信源として利用することも可能だが、自然界では銀河系内の電波星や高温ガスといった形で便利な送信源が提供されている。銀河系内の電波星や高温ガスが一緒になると 宇宙電波ノイズ となる。

cf) p.53

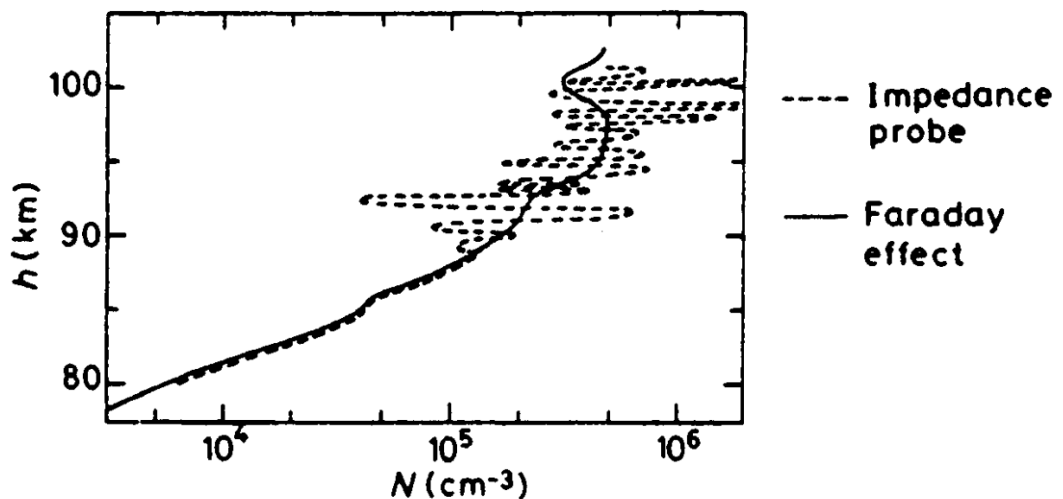


Fig. 3.3 Electron density profiles determined by two methods during a rocket flight into the auroral ionosphere. (After O. Holt and G. M. Lerfald, *Radio Science* 2, 1283, 1967, copyright by the American Geophysical Union)

宇宙ノイズの受信強度を測定するために必要な固定受信機は、リオメーター (**Relative Ionospheric Opacity METER: 相対的電離層不透明度測定器**) である。図3.10は、リオメーターによる記録と、そこから得られる吸収の変動を示している。リオメーターは、吸収が最も大きく、かつ散発的(**sporadic: 時々起こる、散財する、まばらの**)な高磁気緯度で最も有用であることが証明されている (8.3.6、8.5節参照)。実用的な理由から、ほとんどのリオメーターは、広いビームを持つ比較的小さなアンテナを使用しており、したがって測定は水平距離の約100kmを平均している。しかし、より優れた空間分解能を持つシステムが徐々に普及しつつある。宇宙ノイズはコヒーレントではなく、広帯域ノイズの統計的性質を持ち、そのため位相が定まらないので、電子量測定用のソースとしては適さない。

ロケット法

電離層横断伝搬の方法は、ロケットで送信源を上昇させることにより、電離層下部の研究に適応させることができる。信号は電離層の密度の高い部分を通過する必要がないため、周波数を下げて観測をより高感度にできる。ロケットの上昇と下降を記録することで、電子密度と衝突周波数を高さの関数として決定することができる (図3.3参照)。この方法には、VLF送信機による電界の観測 (3.5.3項) など、いくつかのバージョンがある。

3.5.3 VLF伝搬

シャープな境界処理

3～30kHzの超低周波（VLF (**very low frequency**)) 帯の電波の伝搬を扱うには、別のアプローチが必要である。この周波数では波長が長い（10～100km）ため、1波長の間に電離層が大きく変化し、接近するVLF信号は電離層の底を鋭い境界線だと感じる。電離層下部では、衝突周波数(ν)は約 $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ (70km地点)で、波の周波数(ω)よりも大きい。したがって、式2.58より、 Y を無視すると、

$$n^2 = 1 - j \frac{X}{Z} = 1 - \frac{\omega_N^2}{j\omega\nu}$$

電離層はこの場合、誘電体ではなく金属のように振る舞い、その導電率は、

$$\sigma_i = \frac{Ne^2}{m\nu} = \frac{\varepsilon_0\omega_N^2}{\nu}$$

電離層下部は、様々な距離の送信機から受信したVLF信号の振幅と位相を観測することで調べることができる。このデータから、実効反射高度と導電率が容易に推測でき、日周や擾乱時の変動を観測することができる。反射係数は通常0.2～0.5である。

数百キロメートル以上の距離のVLF伝搬は、一般に、下方の地面と上方の電離層に繋がれた導波管という観点から理論的に扱われる。ここで、下方の地面と上方の電離層はどちらも部分的に導電している。この導波管は、7、8Hzと高調波で電磁気的な共振を示す。この共振は雷の閃光によって発生し、数サイクルかけて減衰する応答は磁気探知機で観測することができる。減衰率は回路の「Q値 (または品質係数Q。系に蓄えられるエネルギーを、一周期の間に系から散逸するエネルギーで割ったもの。Q値が大きいほど振動が安定であることを意味する。)」を示し、これは下部電離層の擾乱によって変化する。

シャープでない境界

これは便利な第一近似を作るが、鋭い境界の仮定は厳密には正しくない。この境界問題はコンピュータで正確に解くことができ、電子密度や衝突周波数の垂直分布、電波の周波数、偏光、入射角などを想定して解くことができる。その方法は、電離層媒体を、均一と見なせるほど薄いスラブの連続と見なすことである。マクスウェル方程式を各ステップで解くことにより、電場と磁場が全高域にわたって詳細に導かれ、各波長内で多くの点が取られる。波が下から入射する場合、あるエネルギーは境界で反射し、あるエネルギーは吸収され、あるエネルギーは透過する。したがって、十分な高さでは、上向きに伝播する波だけが存在することが一つの条件となる。電離層の下では、波動場は2つの波に分解され、一方は上方に、他方は下方に伝播し、それぞれ入射波と反射波となる。入射波と反射波の関係から、必要な複素反射係数が求まるが、振幅と位相の変化だけでなく、反射時の偏光変化も含むため、一般的には4つある。透過係数も同様に導かれる。

この方法で導き出された解は、完全波動解と呼ばれる。この方法は、Appleton-Hartreeの磁気イオン理論とは異なり、屈折率の概念を用いて、媒質が均一であるか、あるいは「ゆっくり変化する」程度、実際には波長の距離でわずかに変化するだけであることを要求する。完全波動解を扱うことは、より正確で一般的であるが、利便性も低くなる。その解は、媒質がゆっくり変化する場合、Appleton-Hartree特性波（2.5.1節）と同じになる。

ホイッスラー波

どのように境界を処理しても、そこに入射した電波エネルギーの一部が電離層に通過することは明らかである。その電波の周波数は媒質のプラズマ周波数より小さいが、この波は次のように電離層をホイッスラーモードで伝搬することができる。

Appleton-Hartree方程式（式2.58）の準縦断近似をとり、 $X/Y_L \gg 1$ とすることで、プラズマ周波数よりはるかに小さいがジャイロ周波数に対して小さすぎない波の周波数であることを表し、衝突を無視する（ $Z = 0$ ）とする。すると、

$$n^2 = -\frac{X}{(1 \pm Y_L)}$$

分母に負の符号を取ることで n^2 が正となり、 $Y_L > 1$ であれば実数の屈折率で伝搬波となることがわかる。 X と Y_L の式を代入して、

$$\mu^2 = n^2 = \frac{f_N^2}{f(f_L - f)}.$$

パルスの速度は群屈折率によって決定されて、

$$\mu_g = \frac{d(\mu f)}{df}$$

式2.55を用いた。したがって、

$$\mu_g = \frac{f_N f_L}{2f^{\frac{1}{2}}(f_L - f)^{\frac{3}{2}}}.$$

μ は f に依存するから、媒質は分散的である、すなわち速度は電波周波数に依存する。周波数の値域の最低値付近（ $f \ll f_L$ ）では、

$$\mu_g \approx f_N / 2f^{\frac{1}{2}} f_L^{\frac{1}{2}}$$

地磁気を基準とした伝搬方向に関する依存性が存在するため、信号は地磁気方向に従う傾向がある。また別の、そしてより強い場合もある影響として、電離層の電界に沿った不規則性によるダクティング（**ducting: 伝搬経路が誘導されること**）がある。その結果、ホイッスラー波たちは電離層を伝搬するだけでなく、地磁気に従って片方の半球からもう片方の半球に向かい、そこで反射して戻って来ることもある。

VLF信号の自然な発生源は雷であり、雷は広い周波数スペクトルをカバーする短い無線パルス（または 球面波）を放射する。分散により、可聴範囲内の高い周波数（例えば10kHz未満）が反対側の半球に最初に到達し（式3.38）（**低い周波数はその後が続いて順に届くので**）、信号は（**高い波長から低い波長へヒューン**）と落ちるような音（**falling tone: 下降調（イントネーションの一種）**）として受信される。このため、ホイッスリング大気と呼ばれる（**whistle: 口笛、ホイッスル**）。現在は一般に ホイッスラー と略されている。

球面波との関連は70年ほど前に H. Barkhausen と T. L. Eckersley によって確立されたが、口笛の特性が半球間伝播によるものであることは、1950年代初頭に L. R. O. Storey の研究によって初めて理解された。何度も往復反射を繰り返すと、図3.11の周波数-時間曲線に示すように、分散が蓄積される。ホイッスラーモードのエネルギーは、通信用のVLF送信機からも発射され、磁気圏内の自然現象によって波が発生する磁気圏の波動粒子相互作用においても大きな役割を果たしている（9章）。

ホイッスラー分散の観測は、磁気圏の電子密度を測定するための地上での重要な方法となる。式3.37より、全伝搬時間は

$$t = \frac{1}{c} \int \mu_g ds = \frac{1}{2c} \int \frac{f_N f_L}{f^{\frac{1}{2}} (f_L - f)^{\frac{3}{2}}} ds$$

ここで、 c は光速、積分は磁力線に沿ったものである。電子密度に依存する f_N が与えられた場合、 f が小さいか、 $f \sim f_L$ であれば移動時間は大きくなる。これらの f の値の間には、移動時間が最小となるものがある。これはすべてのホイッスラーの特徴であるが、実際にはすべてのホイッスラーが最小値を示すとは限らない。実際に最小値を示すものはノーズホイッスラーと呼ばれ、最小値の周波数がノーズ周波数となる（図3.12）。この曲線の詳細な形は、経路に沿った電子密度の分布に依存し、図3.12はある特定のモデルのものである。

$4R_E$ 程度のホイッスラーの場合、最小時間は通常 $f/f_{Bmin} \sim 0.42$ となる。このように、ノーズ周波数は、ホイッスラー波が地球からどの程度離れたところに行ったかを示している。また式3.39から、 f と f_N が与えられた場合の遅延に対して最も寄与する要素は、経路の最も遠い領域にある電子に起因することもわかる。なぜならば、(1)ここで分母の $f_L - f$ が最小であり、(2)経路のうち相対的に多くの部分は地磁気磁場の形のせいで遠くにあるからである。したがって、ノーズホイッスラー解析によって、ホイッスラー波が赤道面を横切った領域の電子密度を決定することが可能である。ノーズ周波数は信号が通った磁力線を示し、時間の遅延は赤道面付近の電子密度を示す。一般に、この解析では、周波数-時間曲線から3点を正確に読み取る必要があるため、軌跡が十分に明確である必要がある。関連する球面波の時間も分かれば、精度は向上する。力管に沿った電子密度分布のモデルを仮定する必要があるが、結果はこれに対してあまり影響を受けない。ホイッスラーモード伝搬の結果とさらなる応用については、5.6.2項と9.2.1項で扱う。