

12月19日 進捗報告

Kalman Filter によるパラメータ推定
Lorenz-63 モデルの σ, ρ, β

0500-32-7354, 佐藤 匠

中間発表より | 【課題4】実習課題の概要

テーマ: パラメータ推定

時系列予測に用いられる機械学習モデル (AR, RNN) と
データ同化の融合

研究の背景

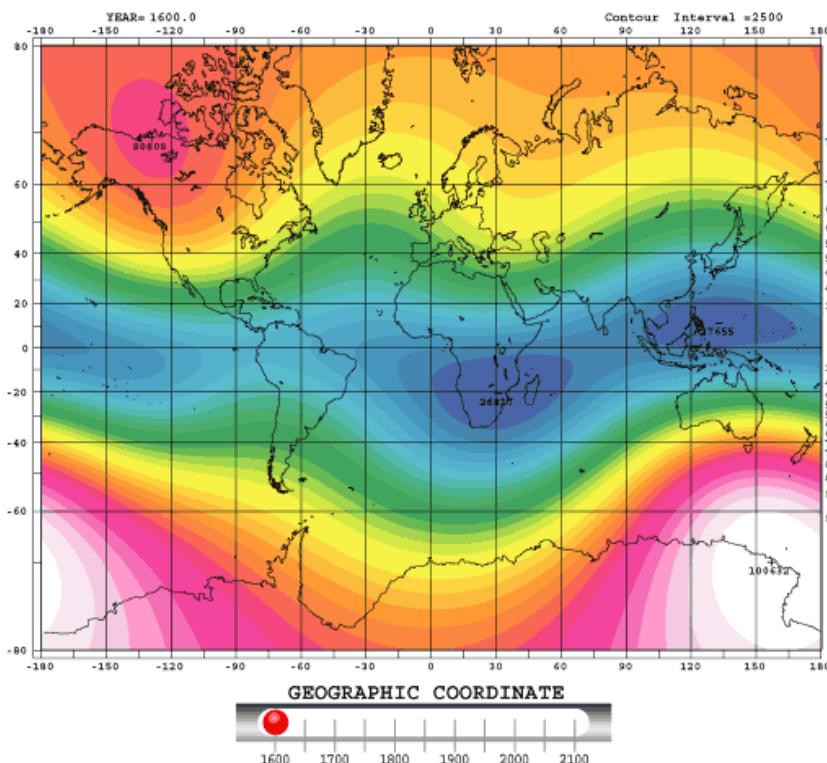
よくある「学習」 = **RMSE** の逆伝搬

→ 『どの程度外れそうか』の予報 (UQ) が難しい

→ 尤度に基づいた学習の実装

今後の計画

- 先行研究・具体的な実装法のサーベイ (12/12まで)
- AR(p) の実装 (12月中)
- RNN の実装 (1月中)



問題設定 | Lorenz-63

「Kalman Filter によるパラメータ推定」 のデモンストレーション

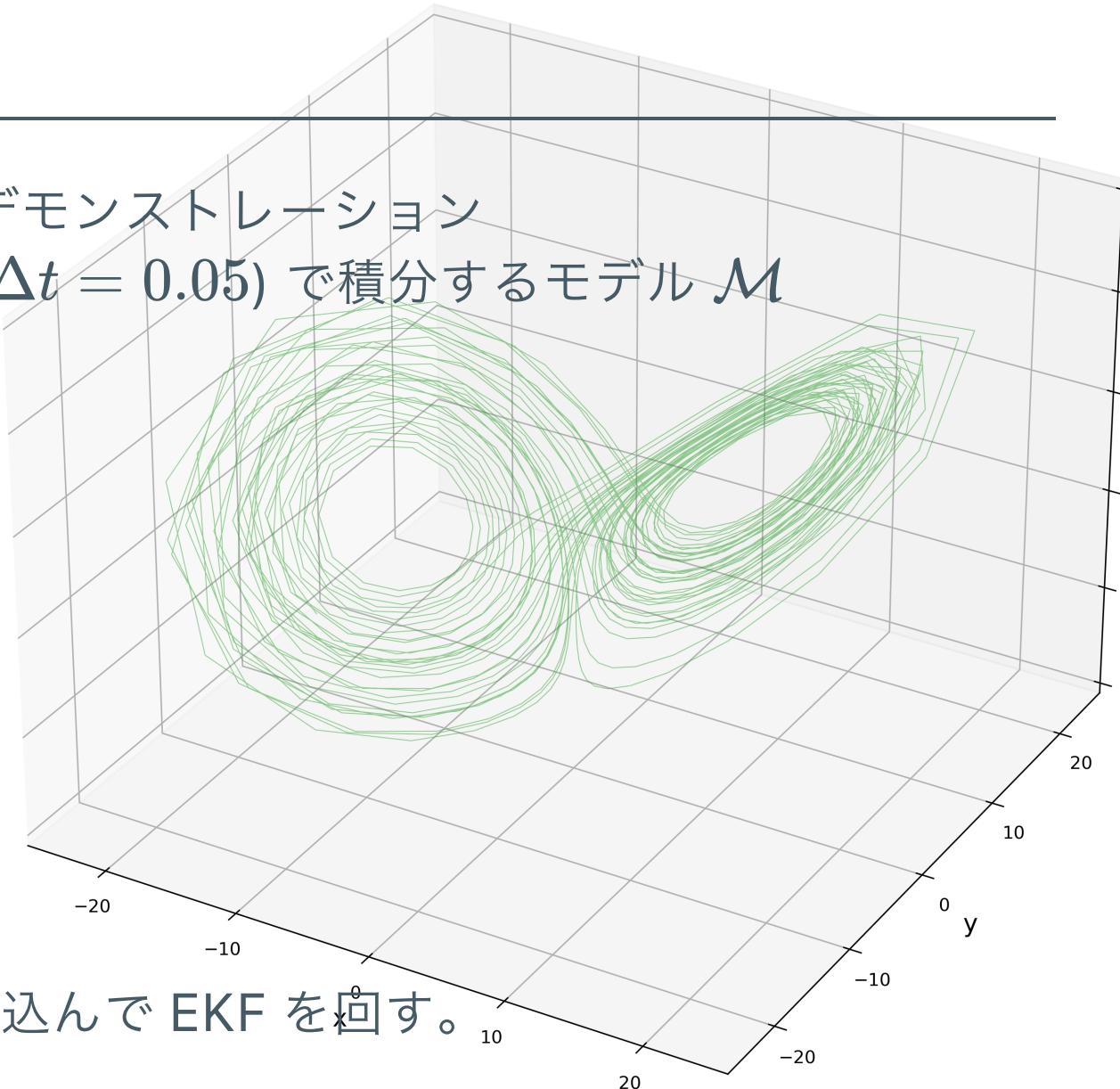
Lorenz-63 モデルを 4次の Runge-Kutta 法 ($\Delta t = 0.05$) で積分するモデル \mathcal{M}

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z. \end{cases}$$

パラメータは σ, ρ, β の3つ。

推定するパラメータを状態変数ベクトルに入れ込んで EKF を回す。

例 : $\vec{x} = (x, y, z, \sigma)^T$

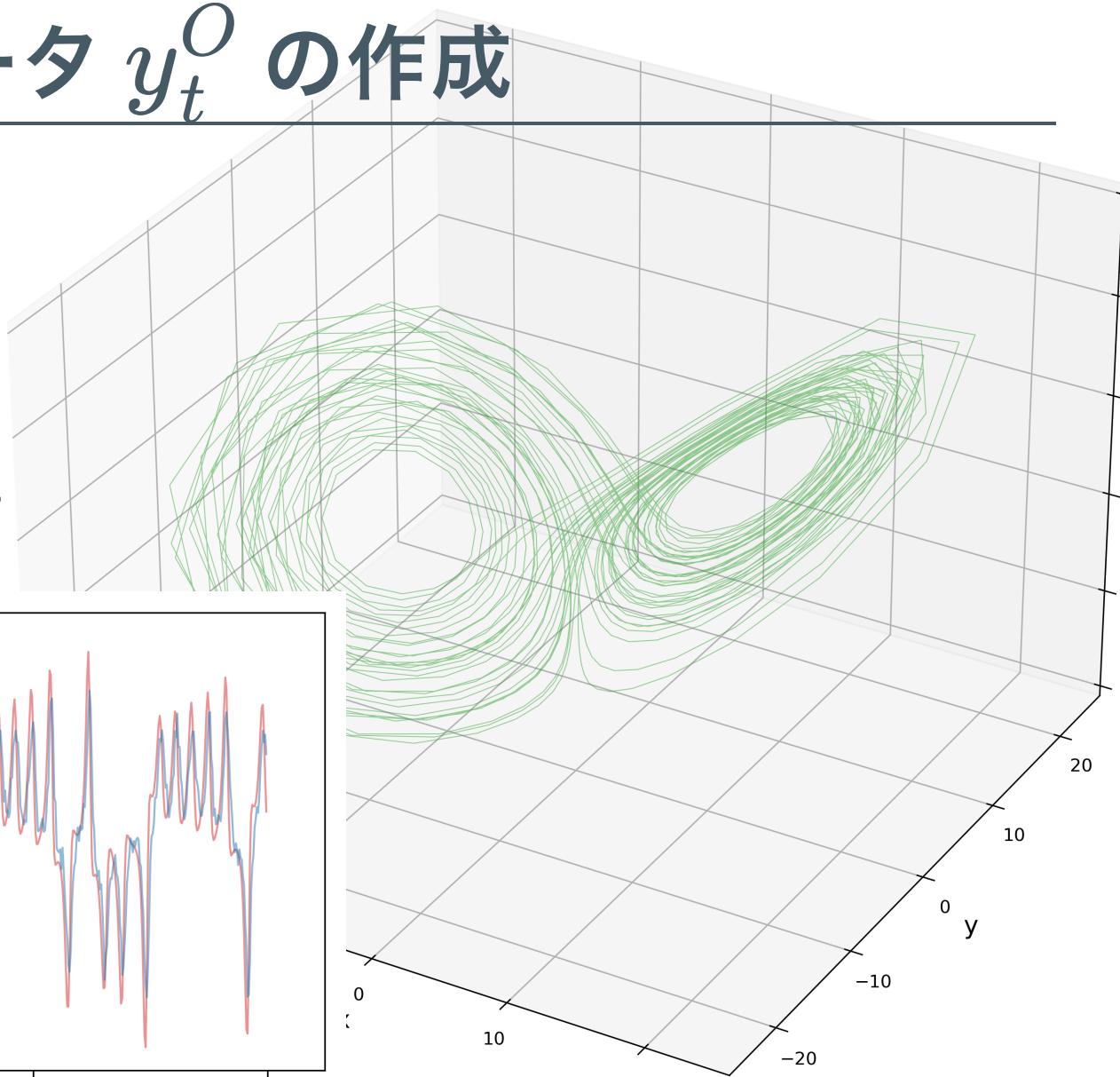
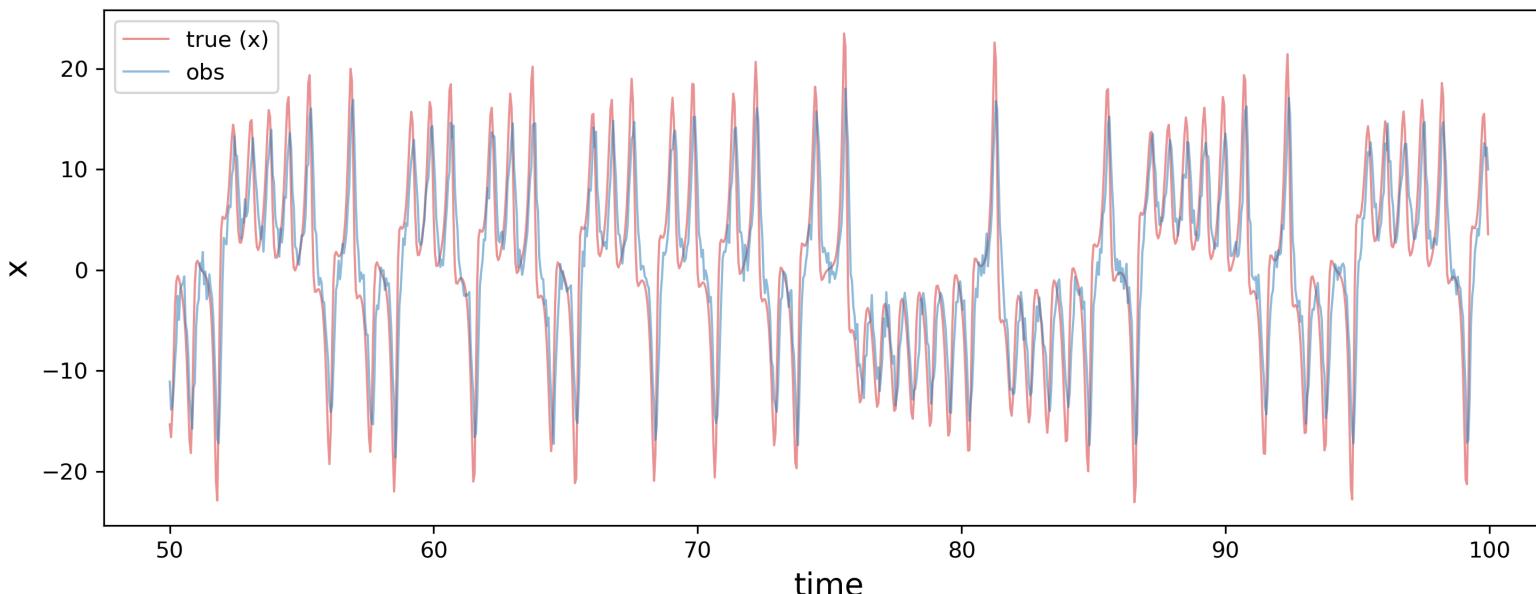


問題設定 | 同化する観測データ y_t^O の作成

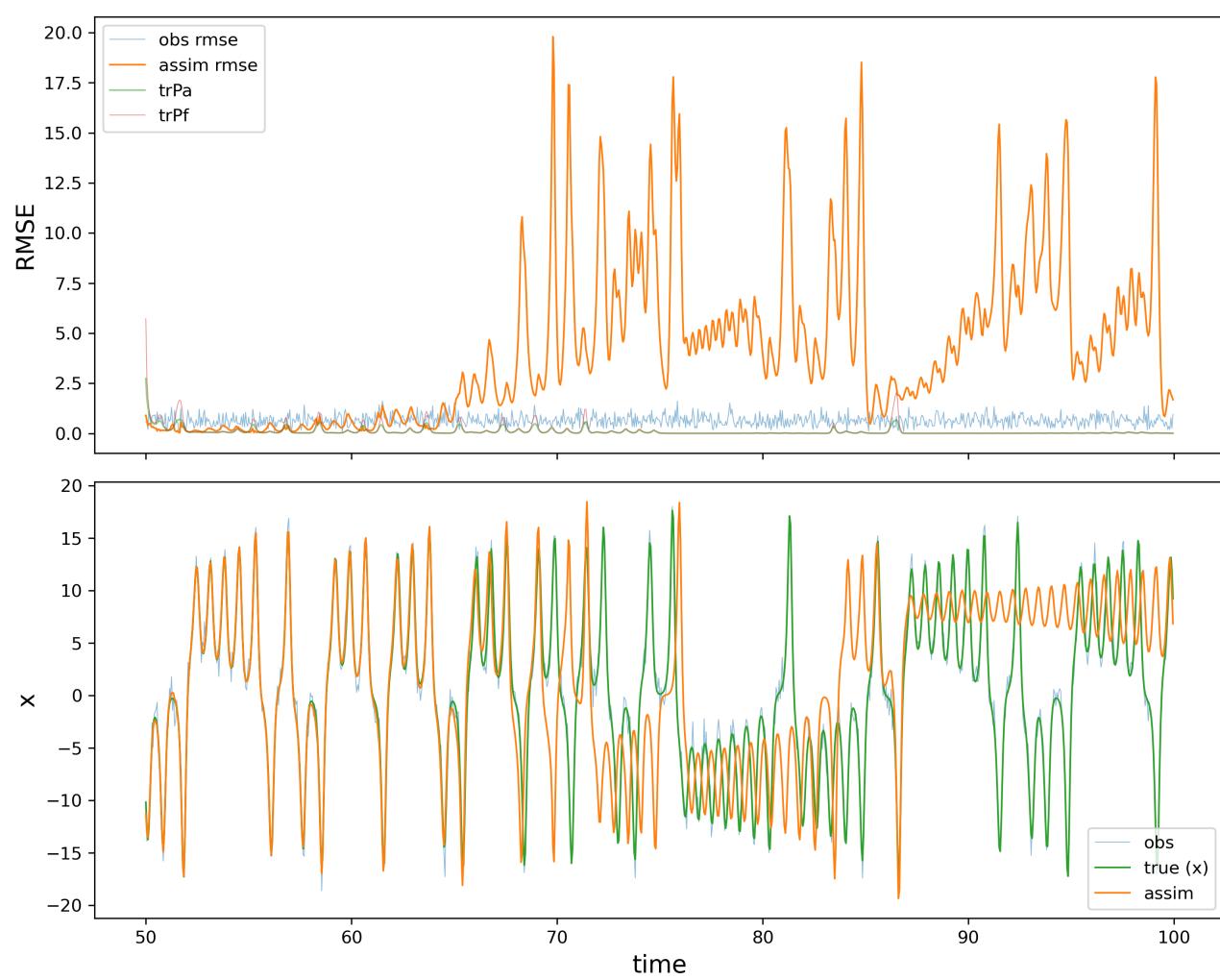
正解のパラメータは時間変化なしで

$$\sigma = 10, \quad \rho = 28, \quad \beta = 8/3$$

空間座標 x, y, z は、spin up 後の
1000データをアトラクタ上の真値として入手。
分散 1 のノイズを載せる。



問題設定 | パラメータ推定なしの同化 (x, y, z)



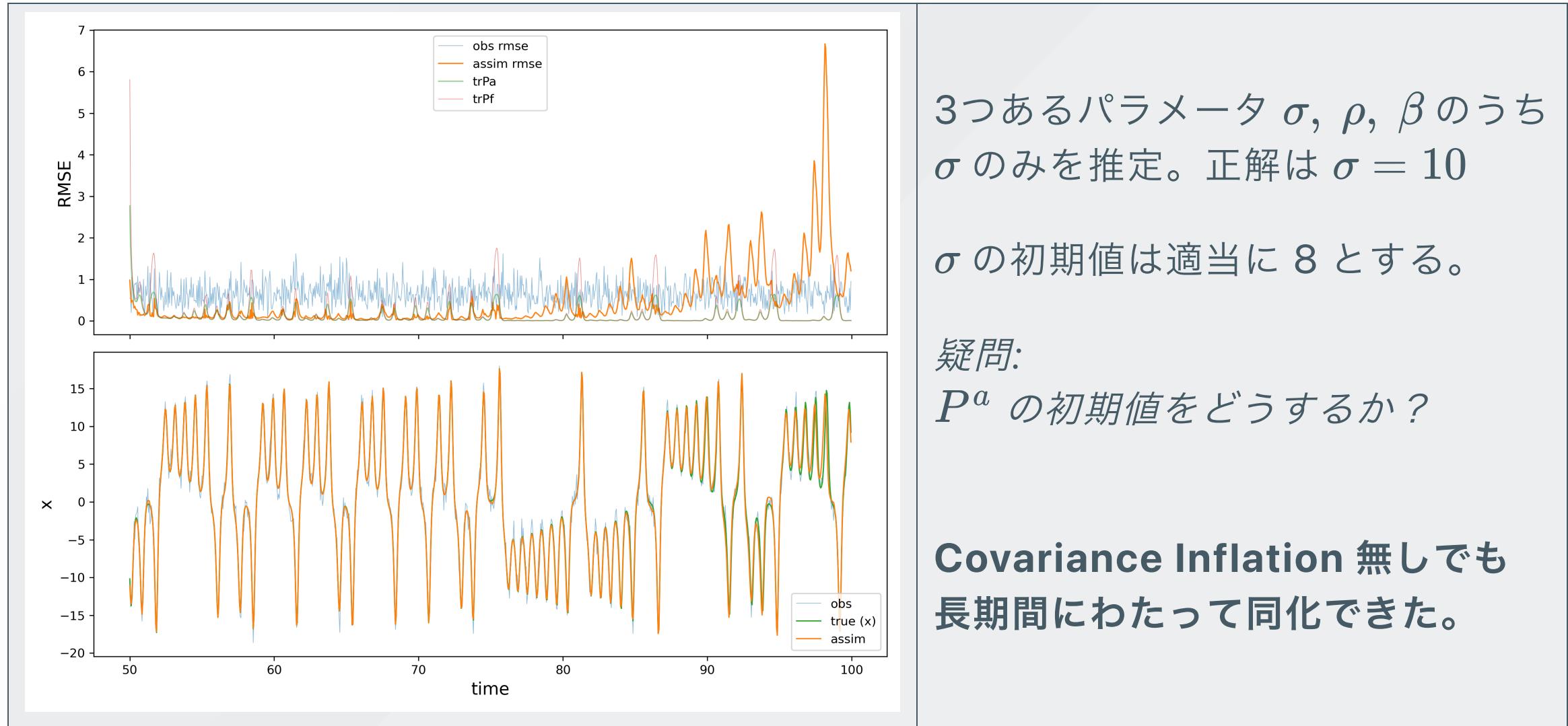
テストとして、パラメータ推定なしで同化を実行。

初期値はとりあえず、最初の観測値を鵜呑みにする。

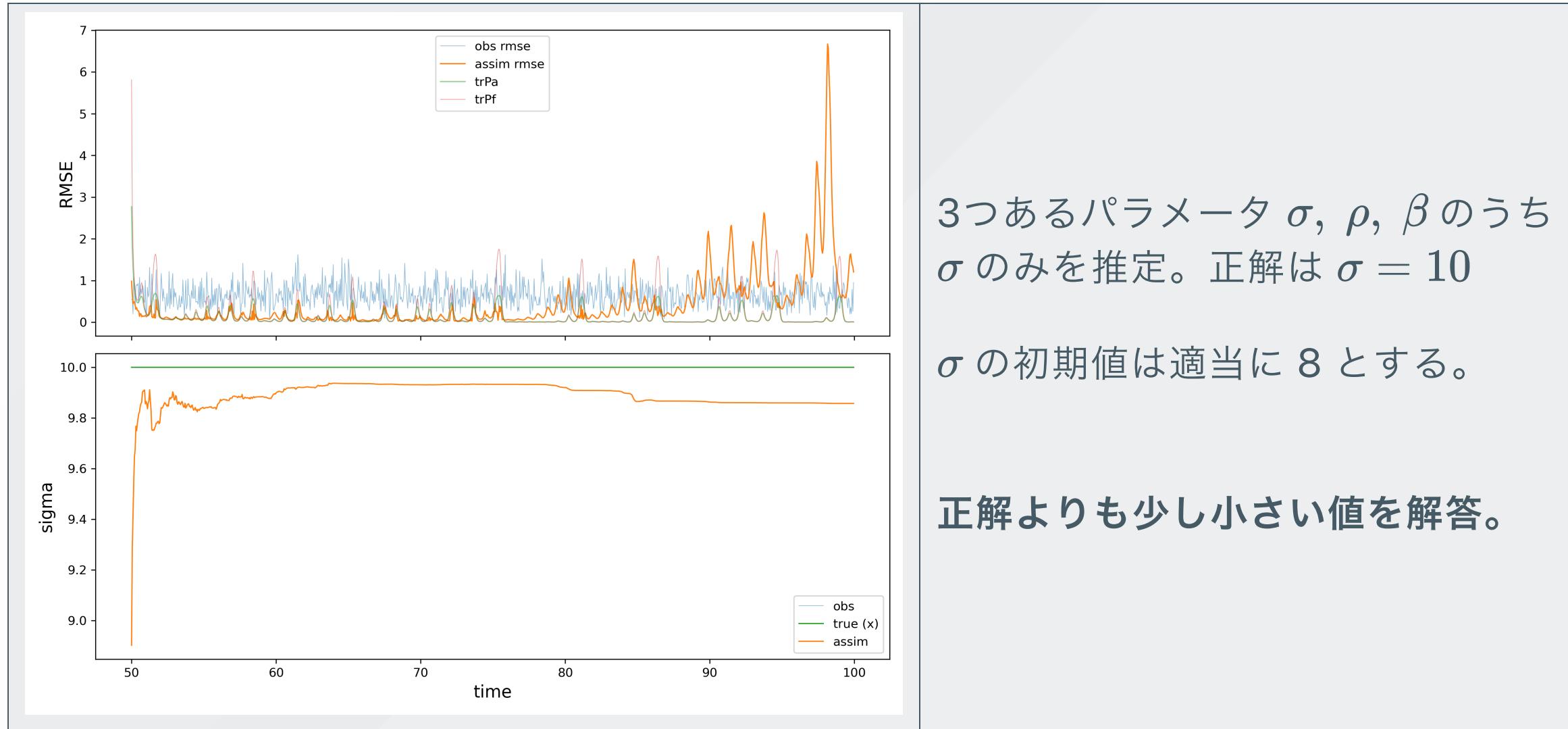
$$x_0^a = y_0^O, \quad P_0^a = H = I$$

Filter Divergence -
同期と非同期の
on-off intermittency が発生。
(Covariance Inflation 無しのため)

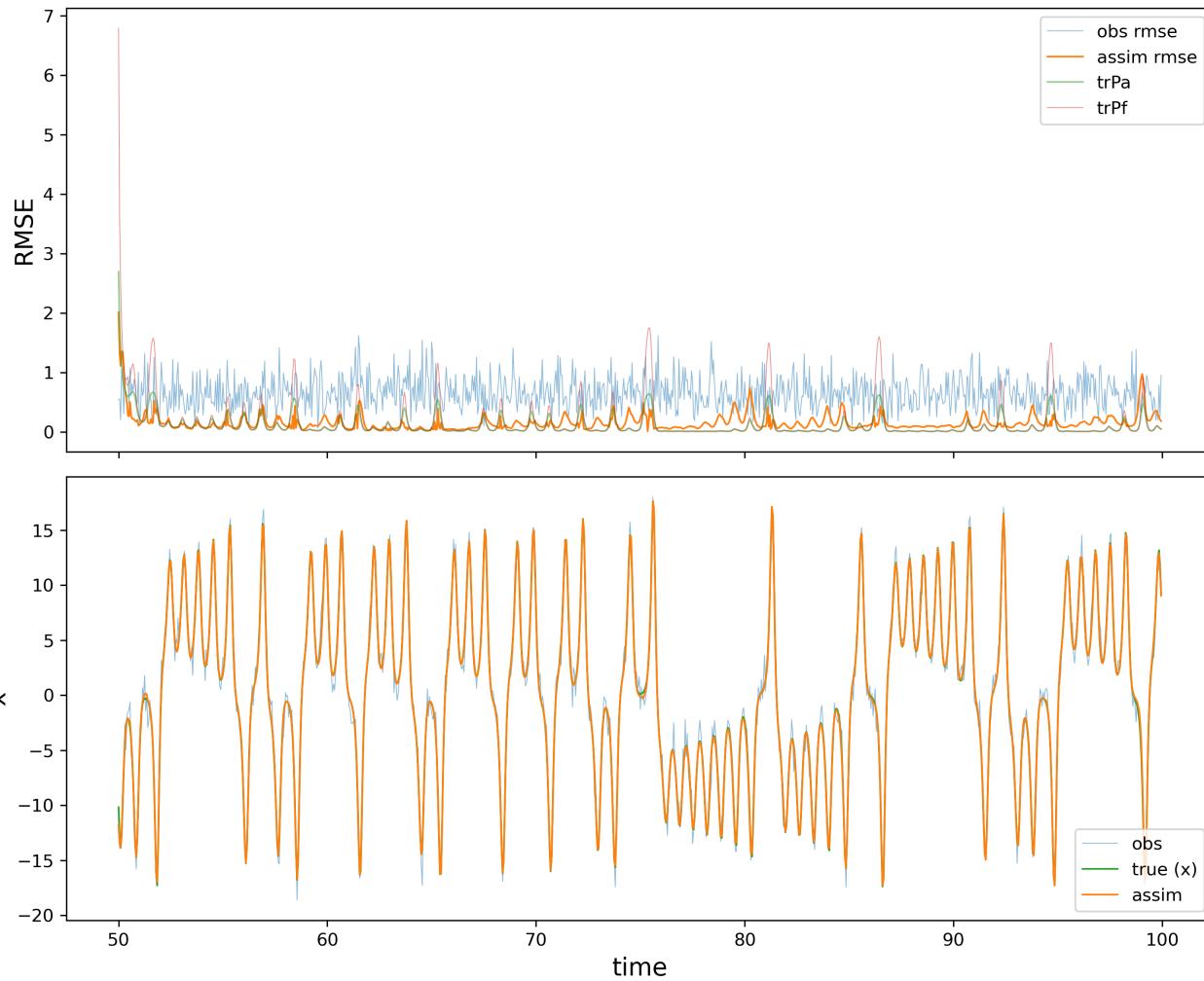
パラメータ推定実験 | σ のみ (x, y, z, σ) の x



パラメータ推定実験 | σ のみ (x, y, z, σ) の x



パラメータ推定実験 | 全部 $(x, y, z, \sigma, \rho, \beta)$ の x



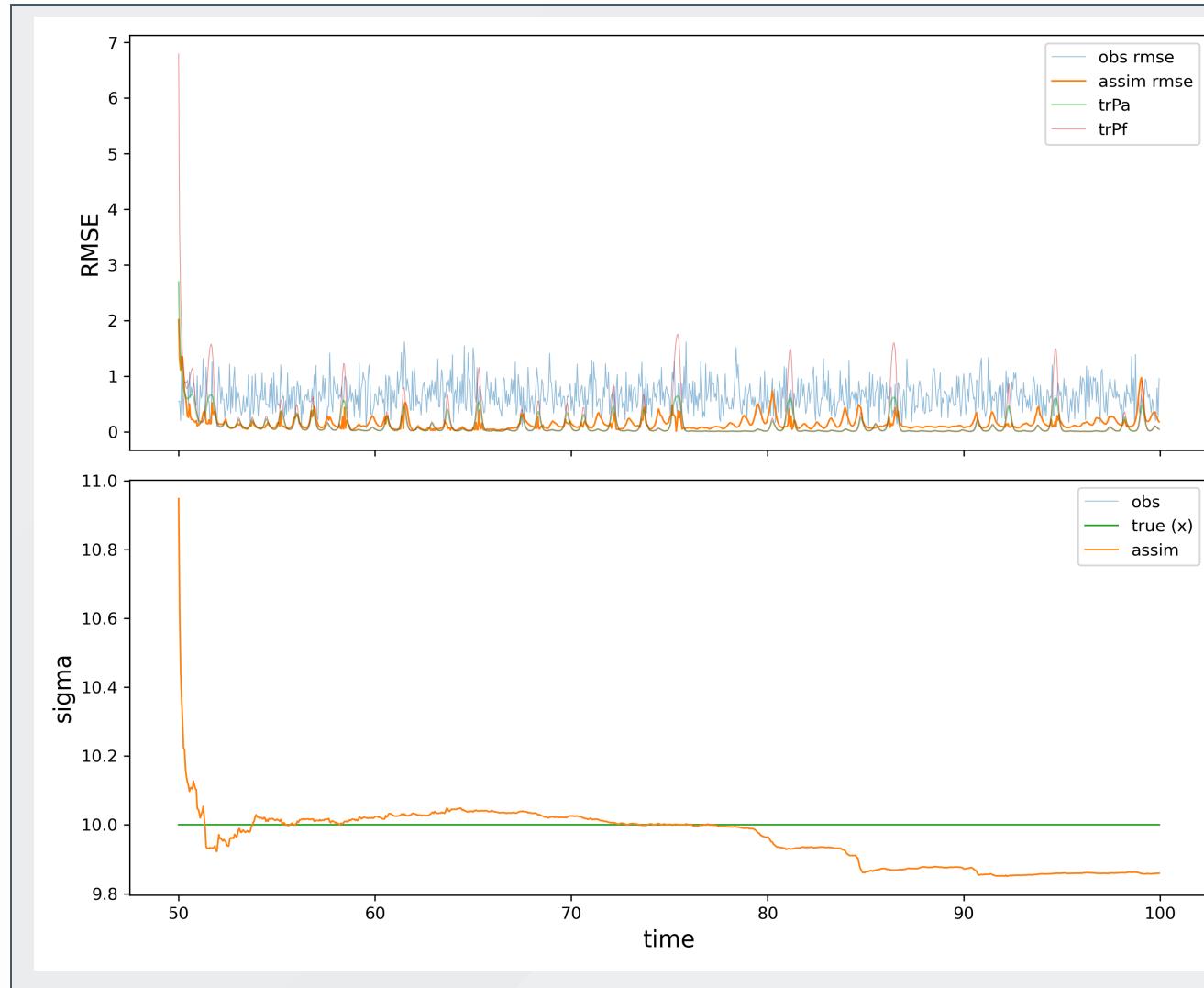
正解は $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$

初期値はそれぞれ

- $\sigma : 12$ (大きめ)
- $\rho : 20$ (小さめ)
- $\beta : 8/3$ (最初から正解)

**Covariance Inflation 無しでも
最後までうまく同化できた。**

パラメータ推定実験 | 全部 $(x, y, z, \sigma, \rho, \beta)$ の σ



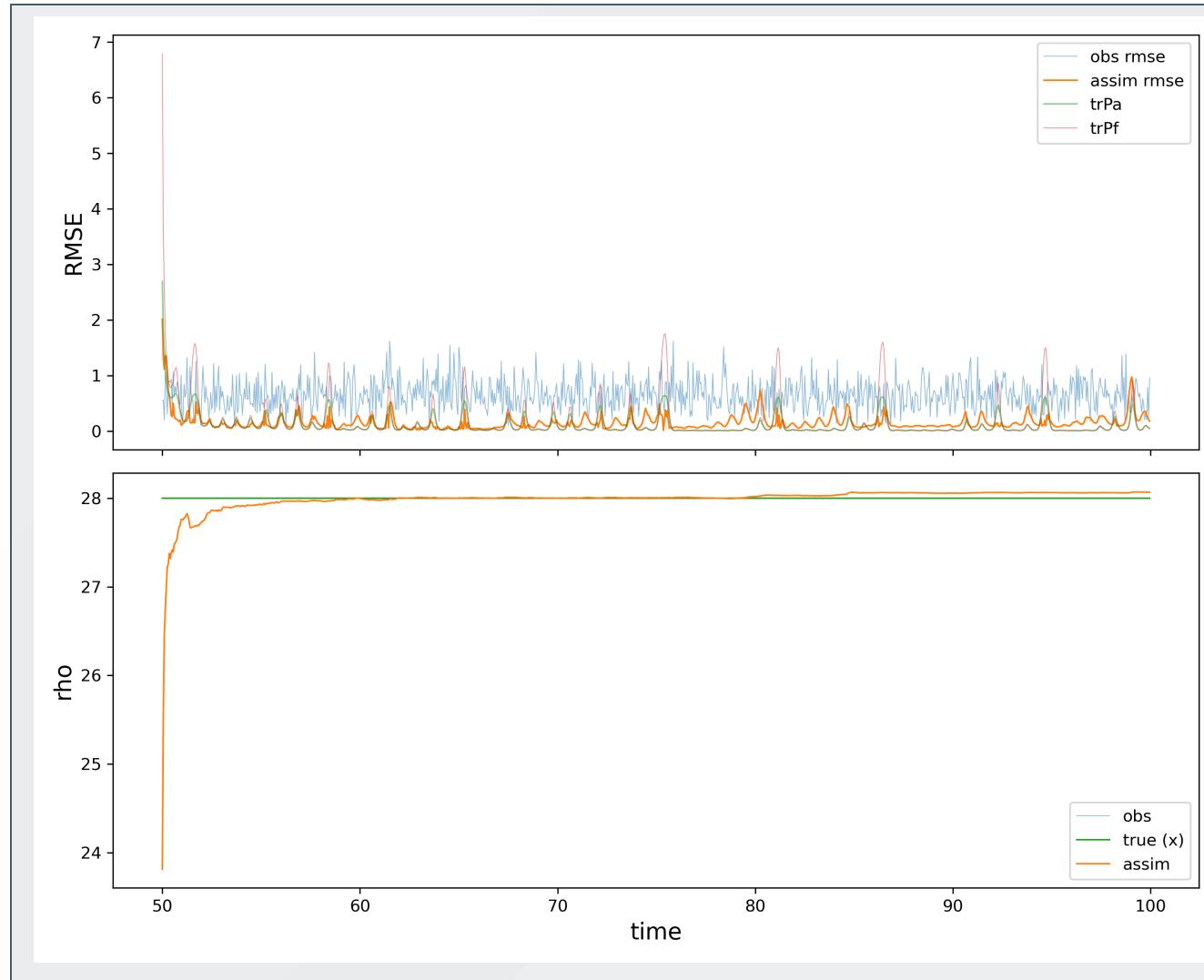
正解は $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$

初期値はそれぞれ

- $\sigma : 12$ (大きめ)
- $\rho : 20$ (小さめ)
- $\beta : 8/3$ (最初から正解)

やはり σ は小さめの値を解答。

パラメータ推定実験 | 全部 $(x, y, z, \sigma, \rho, \beta)$ の ρ



正解は $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$

初期値はそれぞれ

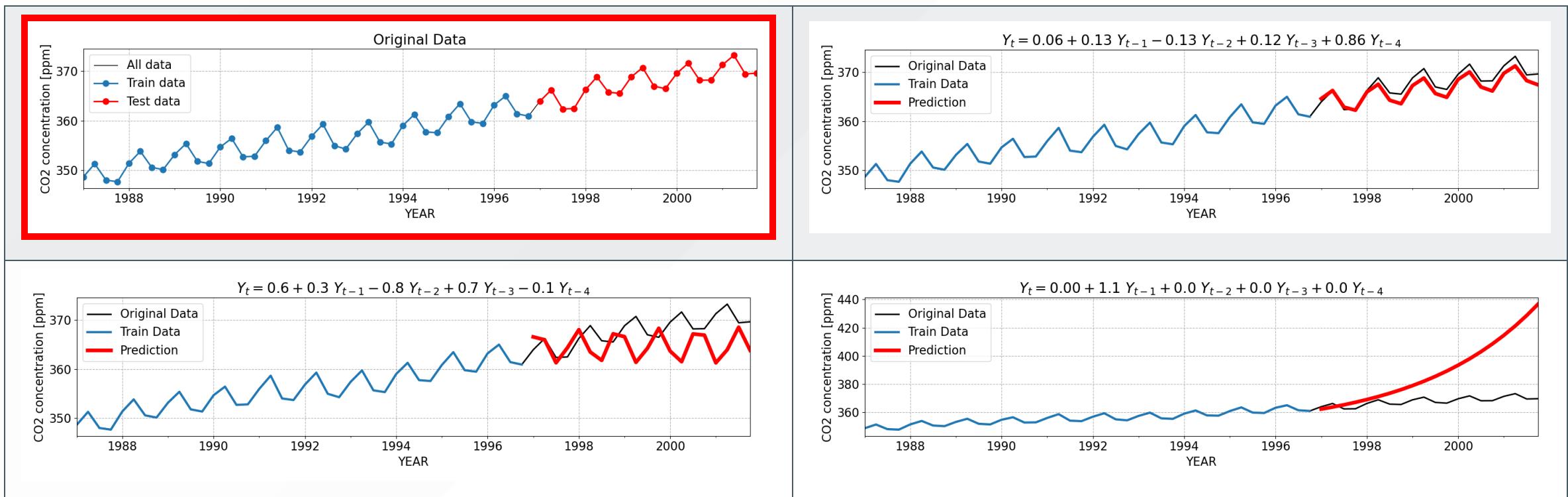
- $\sigma : 12$ (大きめ)
- $\rho : 20$ (小さめ)
- $\beta : 8/3$ (最初から正解)

逆に ρ は大きめの値を解答。

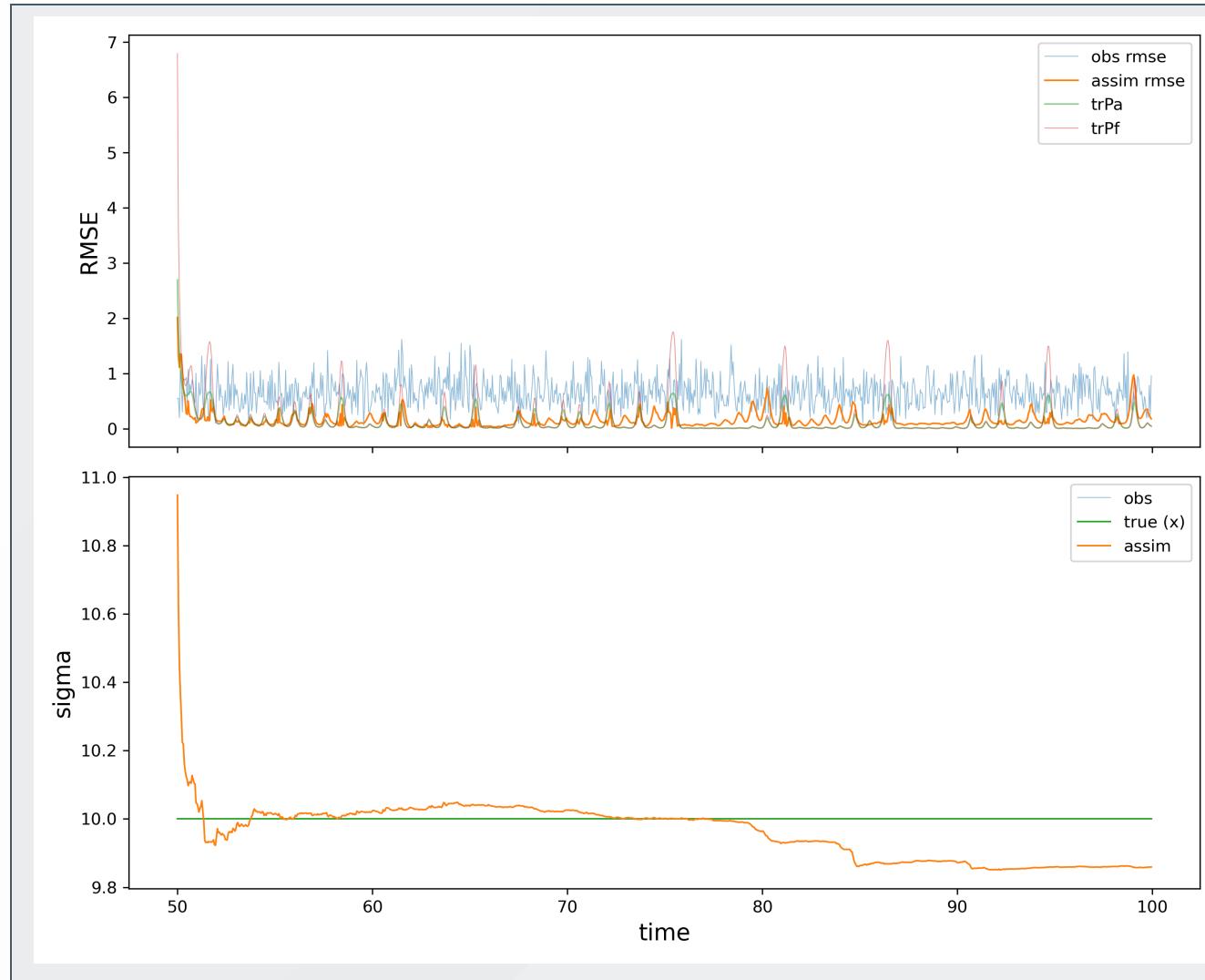
[課題4] 機械学習におけるパラメータ推定と予測

例：AR(4) モデルによる学習と予測

$$Y_t = \varepsilon_t + c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + \phi_4 Y_{t-4}, \quad (c, \phi_i \text{ がパラメータ})$$



パラメータ推定実験 | 全部 $(x, y, z, \sigma, \rho, \beta)$ の β



正解は $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$

初期値はそれぞれ

- $\sigma : 12$ (大きめ)
- $\rho : 20$ (小さめ)
- $\beta : 8/3$ (最初から正解)

最初から正解しているのだが、
そうとは知らず一度スパイク
(最初は P^a が大きいため?)

12/19(火) データ同化B 佐藤 匠