

# 01月09日 進捗報告

Kalman Filter によるパラメータ推定（修正）  
Lorenz-63 モデルの  $\sigma$

0500-32-7354, 佐藤 匠

# 前回 (12/19) のふりかえり

---

# [ふり返り] 問題設定 | Lorenz-63

「Kalman Filter によるパラメータ推定」 のデモンストレーション

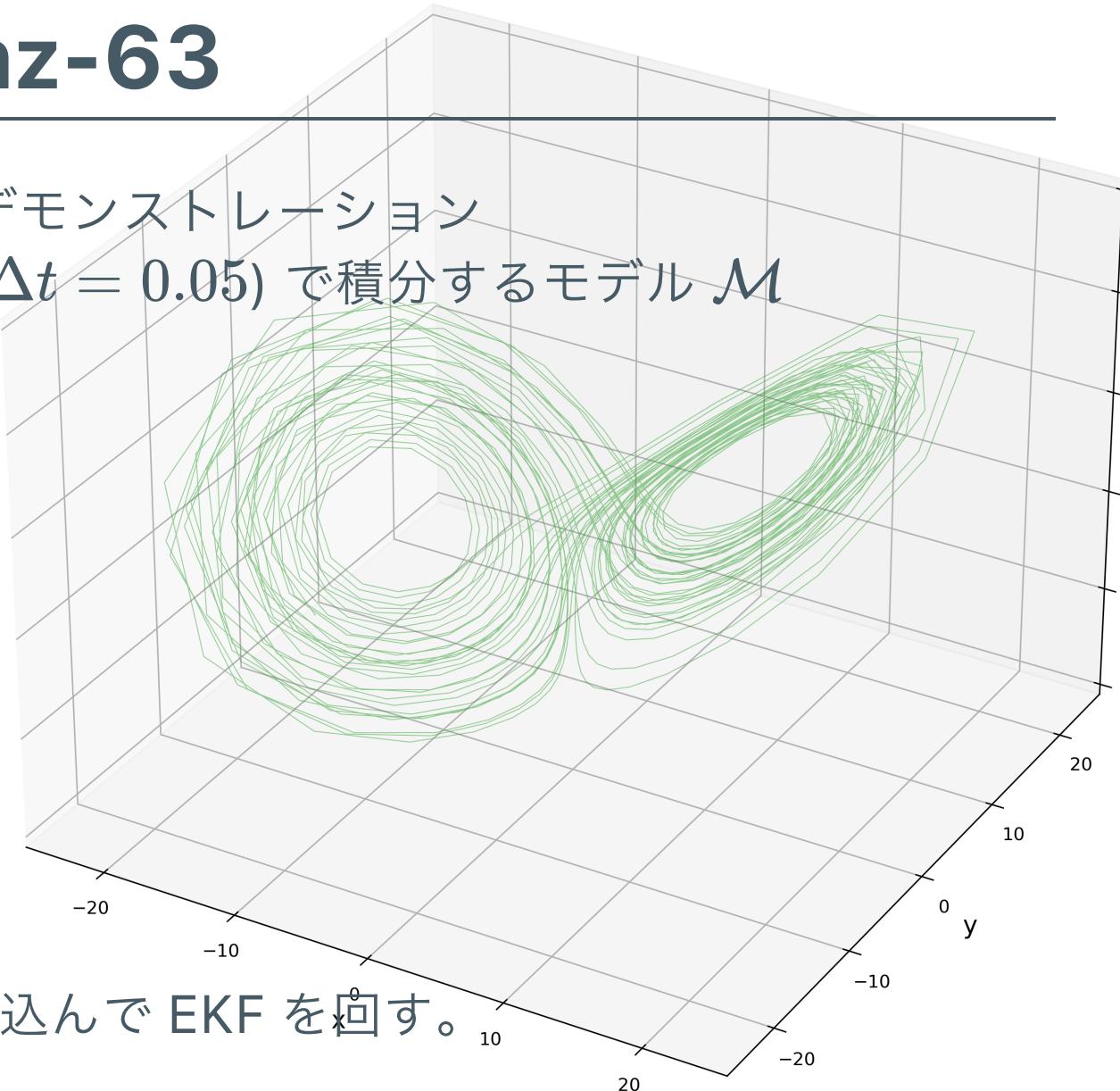
Lorenz-63 モデルを 4次の Runge-Kutta 法 ( $\Delta t = 0.05$ ) で積分するモデル  $\mathcal{M}$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z. \end{cases}$$

パラメータは  $\sigma, \rho, \beta$  の3つ。

推定するパラメータを状態変数ベクトルに入れ込んで EKF を回す。

例 :  $\vec{x} = (x, y, z, \sigma)^T$

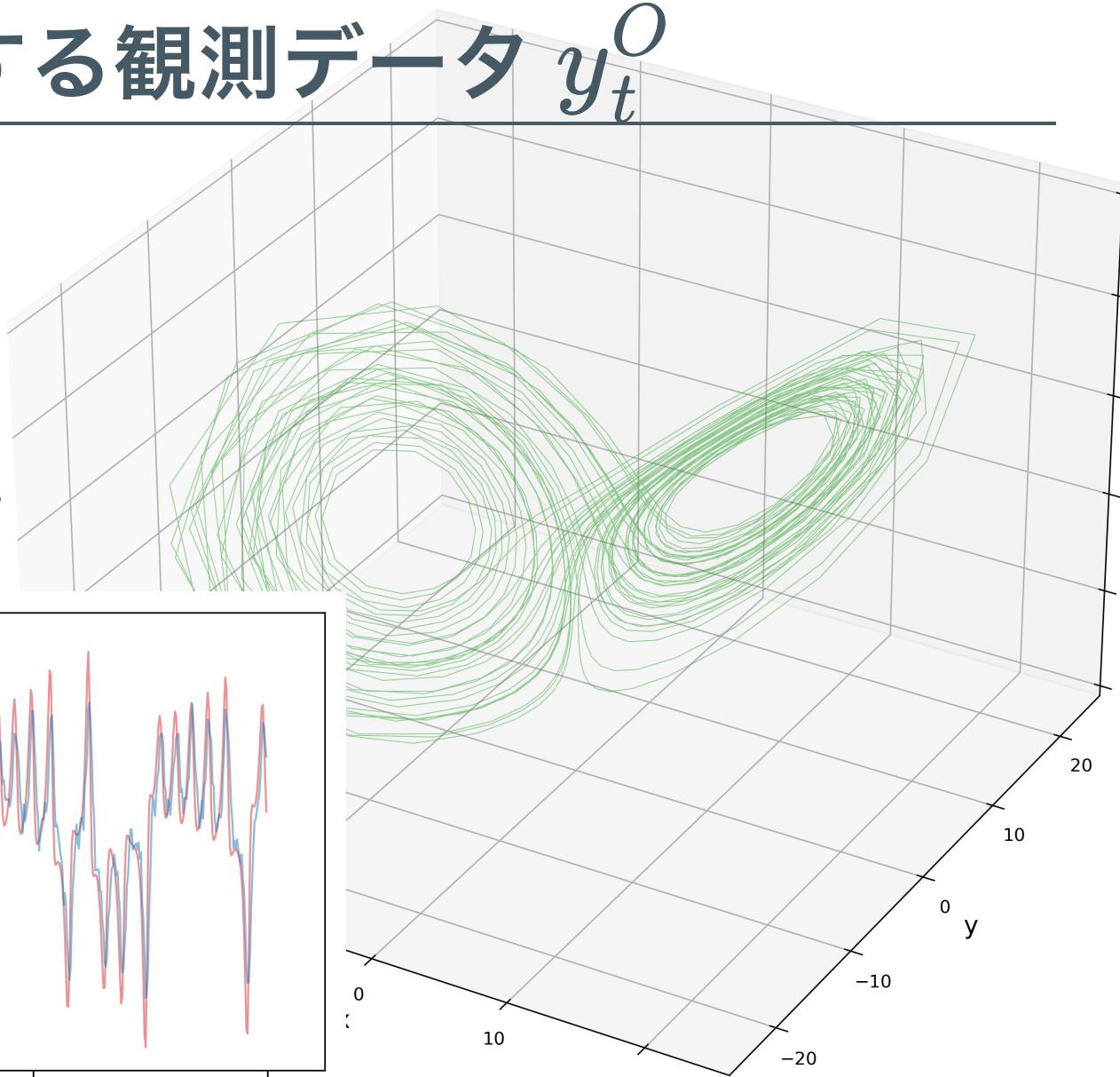
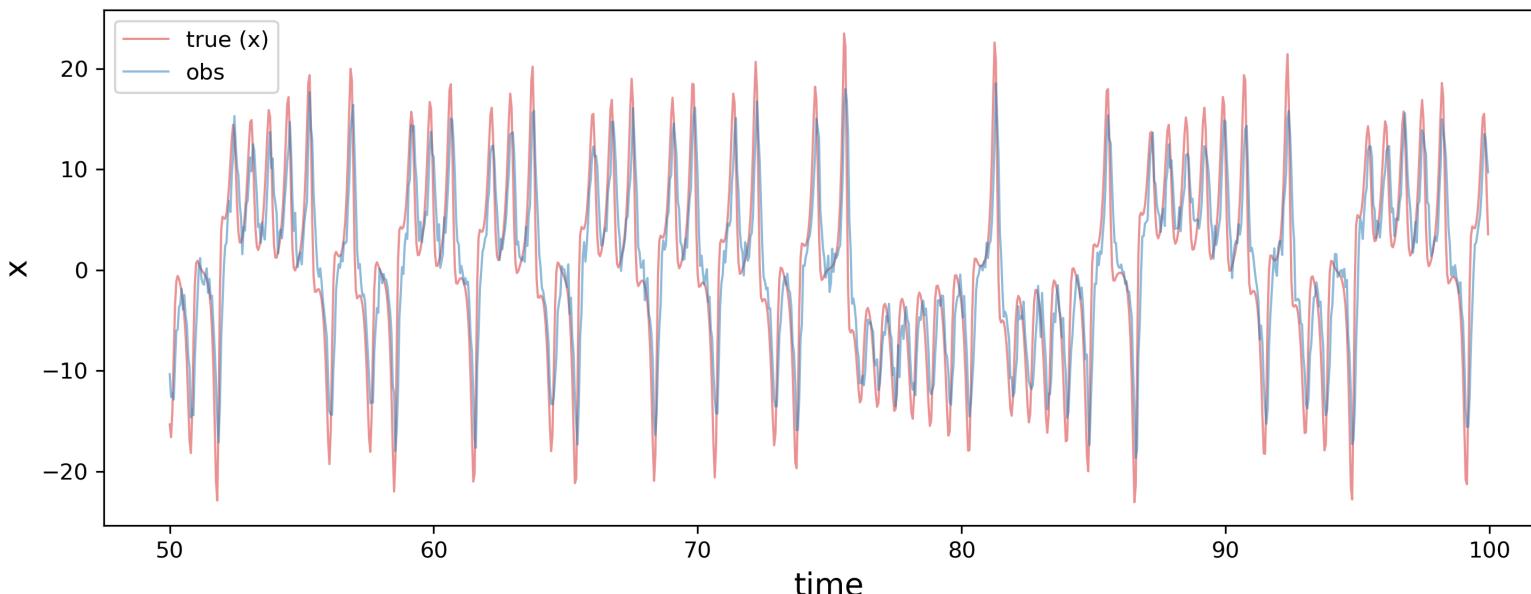


# [ふり返り] 問題設定 | 同化する観測データ $y_t^O$

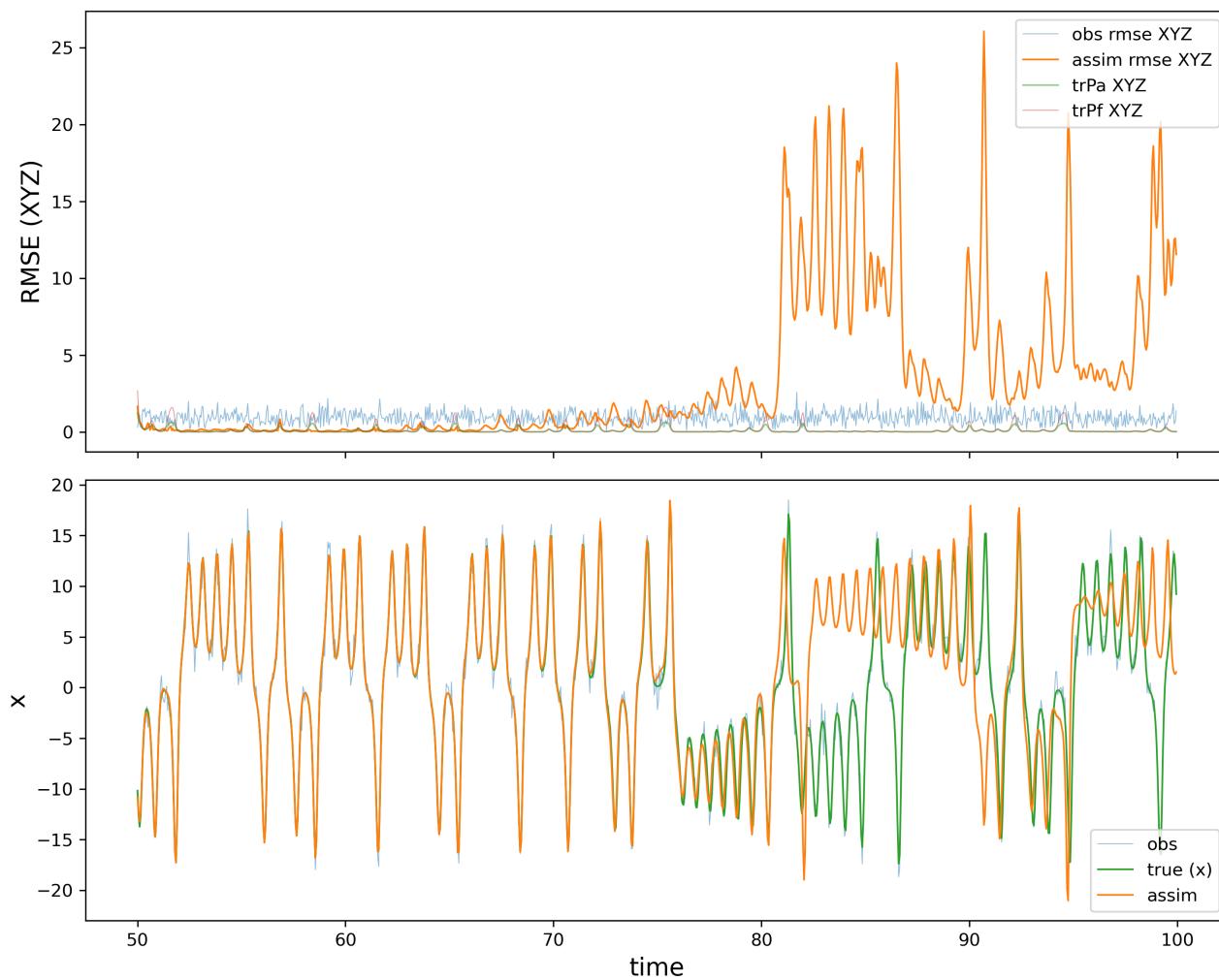
正解のパラメータは時間変化なしで

$$\sigma = 10, \quad \rho = 28, \quad \beta = 8/3$$

空間座標  $x, y, z$  は、spin up 後の  
1000データをアトラクタ上の真値として入手。  
分散 1 のノイズを載せる。



# [ふり返り] 問題設定 | パラメータ推定なし ( $x, y, z$ )



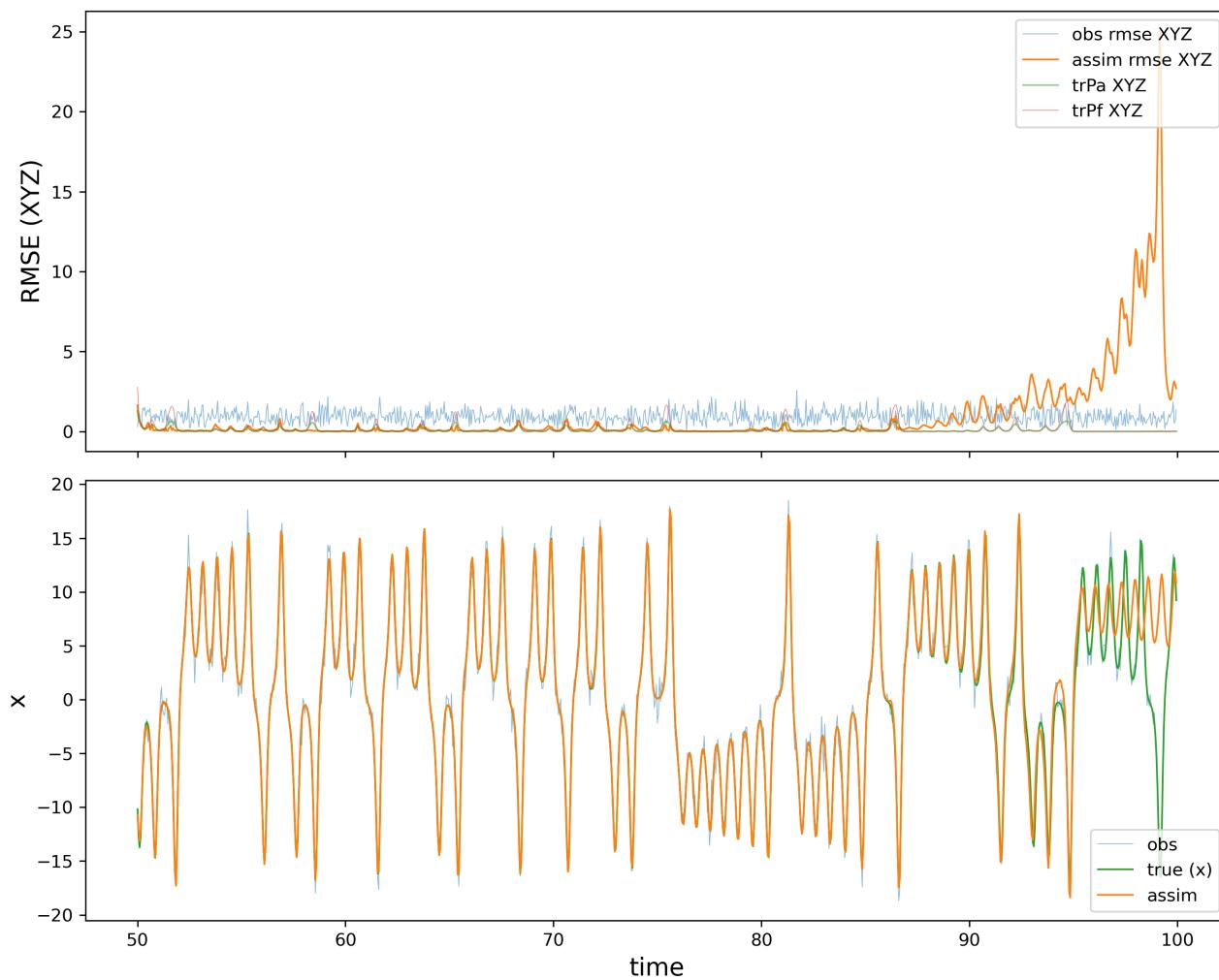
テストとして、パラメータ推定なしで同化を実行。

初期値はとりあえず、最初の観測値を鵜呑みにする。

$$x_0^a = y_0^O, \quad P_0^a = H = I$$

**Filter Divergence -**  
同期と非同期の  
on-off intermittency が発生。  
(Covariance Inflation 無しのため)

# [ふり返り] パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $x$



3つあるパラメータ  $\sigma, \rho, \beta$  のうち  
 $\sigma$ のみを推定。正解は  $\sigma = 10$

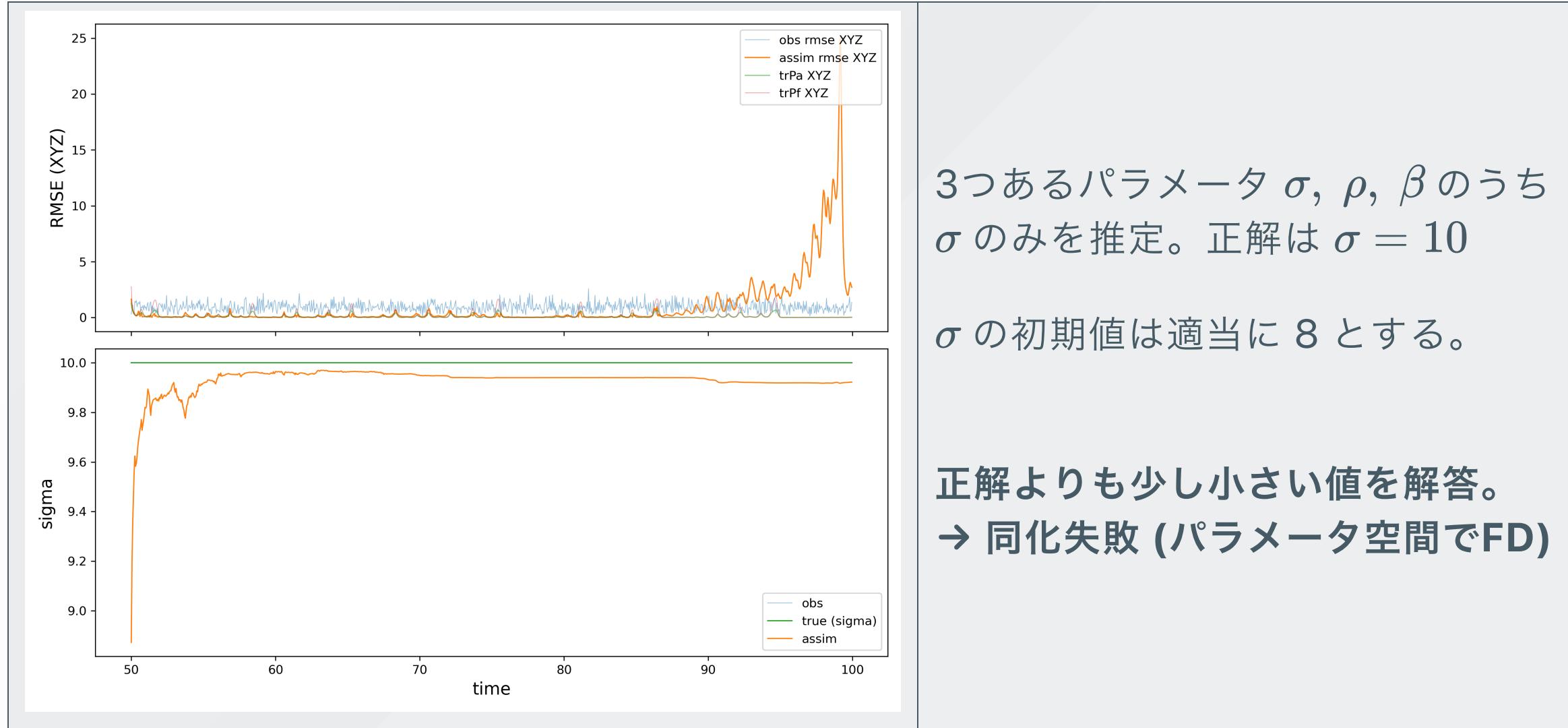
$\sigma$ の初期値は適当に 8 とする。

疑問:

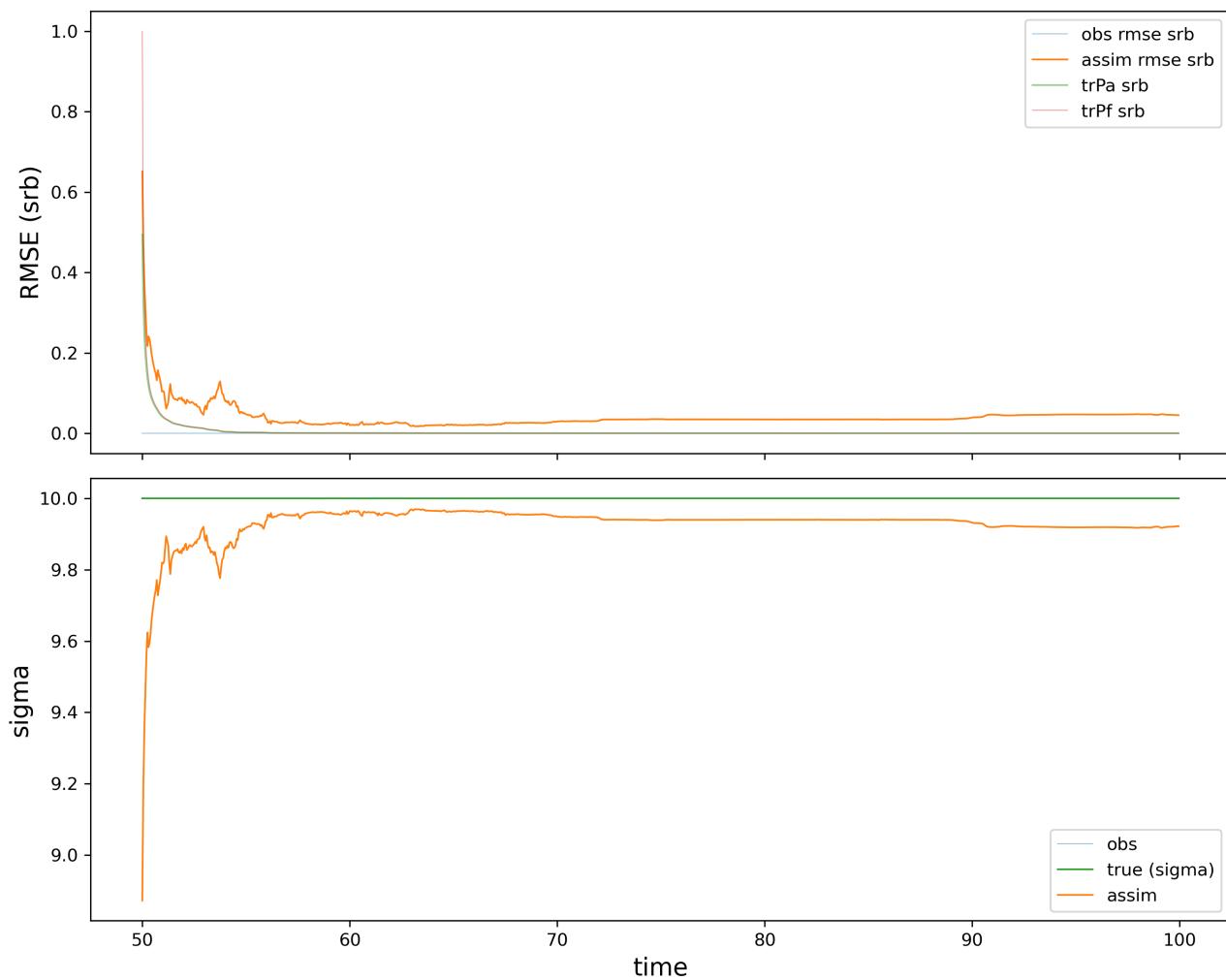
$P^a$  の初期値をどうするか？

**Covariance Inflation** 無しでも  
 長期間にわたって同化できたが...

# [ふり返り] パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $\sigma$



# パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $\sigma$



3つあるパラメータ  $\sigma, \rho, \beta$  のうち  $\sigma$  のみを推定。正解は  $\sigma = 10$

$\sigma$  の初期値は適当に 8 とする。

パラメータ空間の RMSE と  $P^a$  を調べる。

正解よりも少し小さい値を解答。  
→ 同化失敗 (パラメータ空間でFD)

# Additive Inflation を入れてみる。

---

# Infl付パラメータ推定実験 | 実験の設定

---

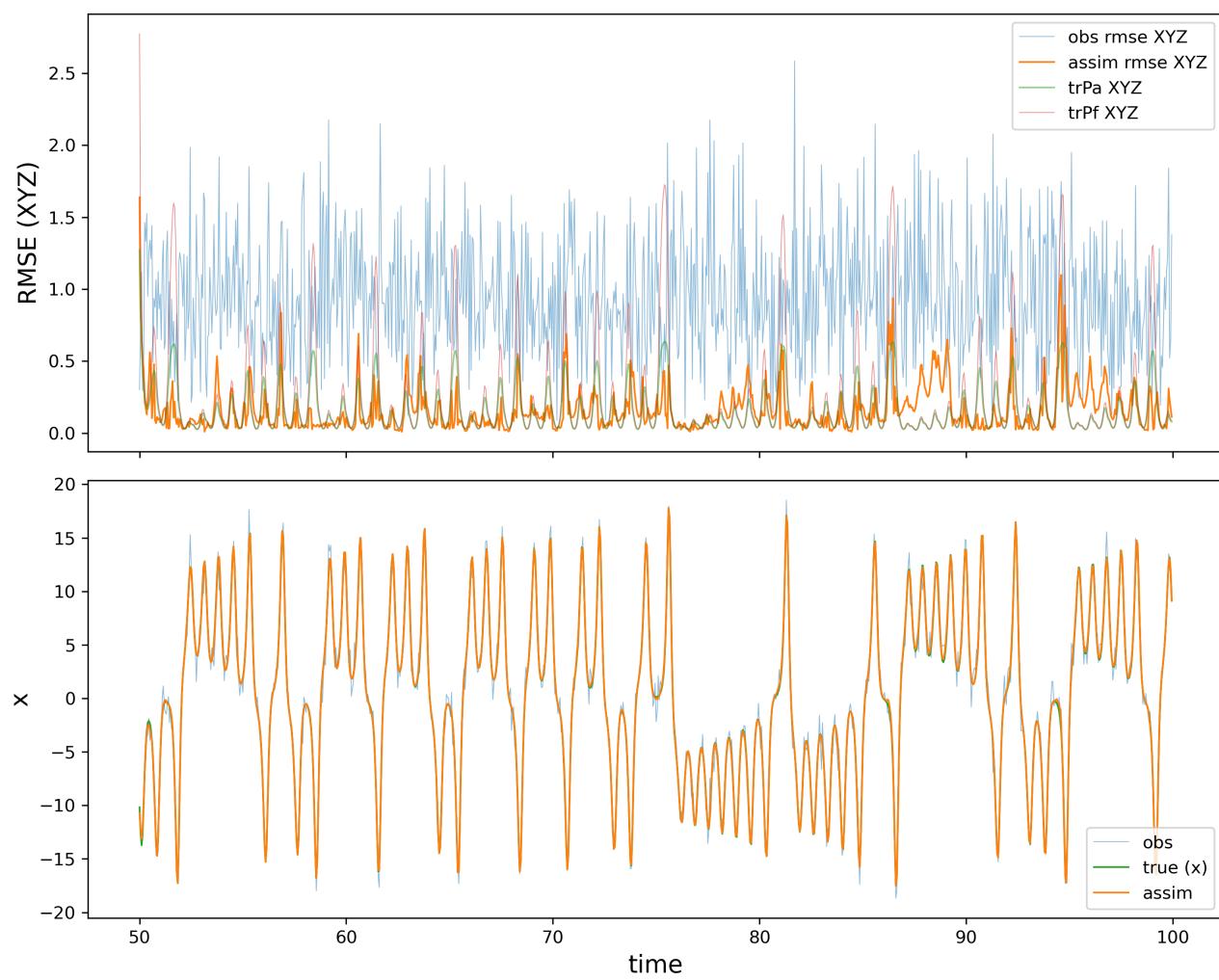
状態変数空間とパラメータ空間でインフレーションを変えやすいAdditive Inflation を採用。

$$P_{\text{inf}}^a = P_{\text{orig}}^a + P^{\text{add}}$$

$$P^{\text{add}} = \begin{pmatrix} \alpha_{xyz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{xyz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{xyz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_\sigma \end{pmatrix}$$

調整パラメータは  $\alpha_{xyz}, \alpha_\sigma$  の二つ。

# Inf付パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $x$

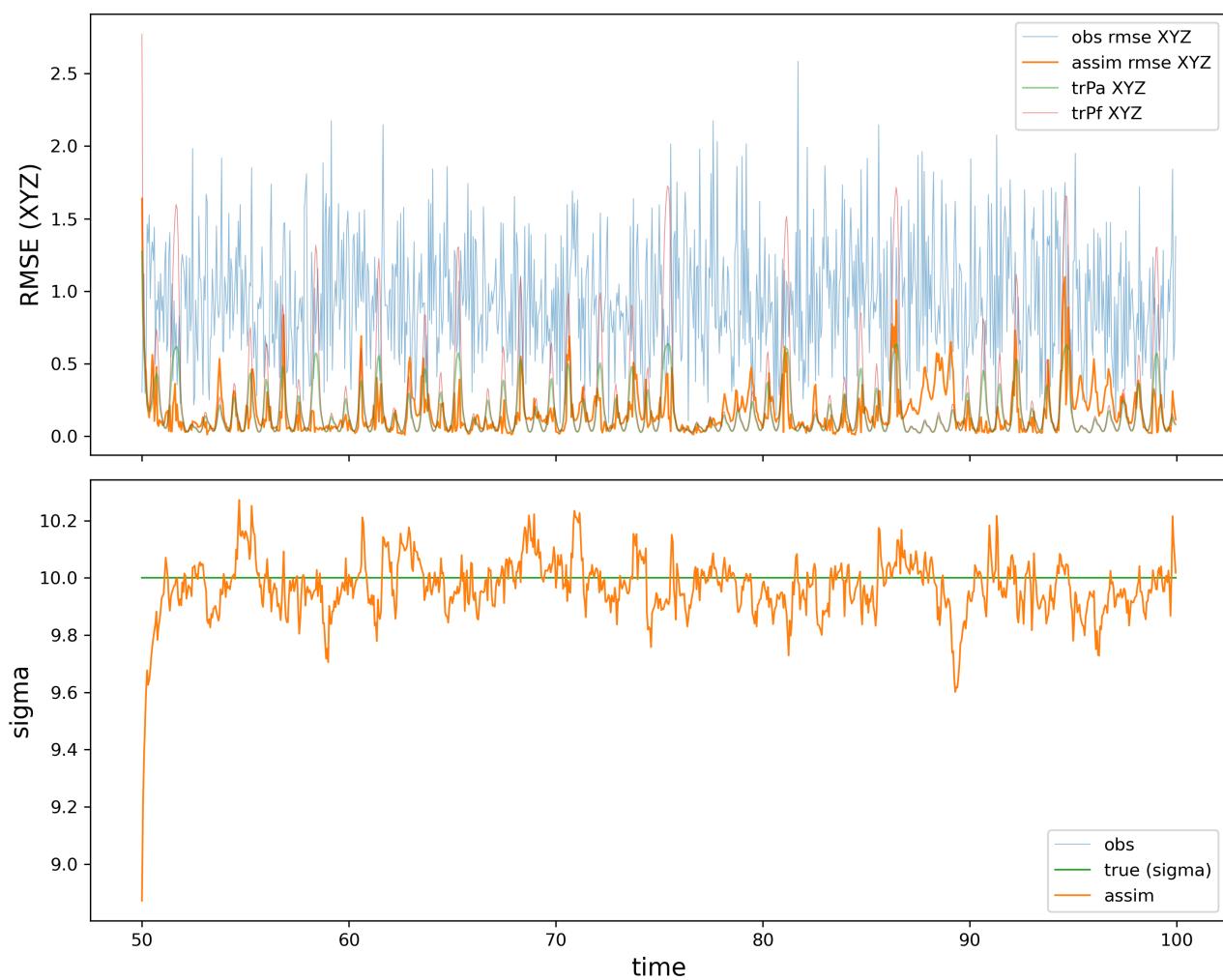


正解は  $\sigma = 10$   
 $\sigma$  の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

状態変数は最後まで同化できた。

# Inf付パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $\sigma$

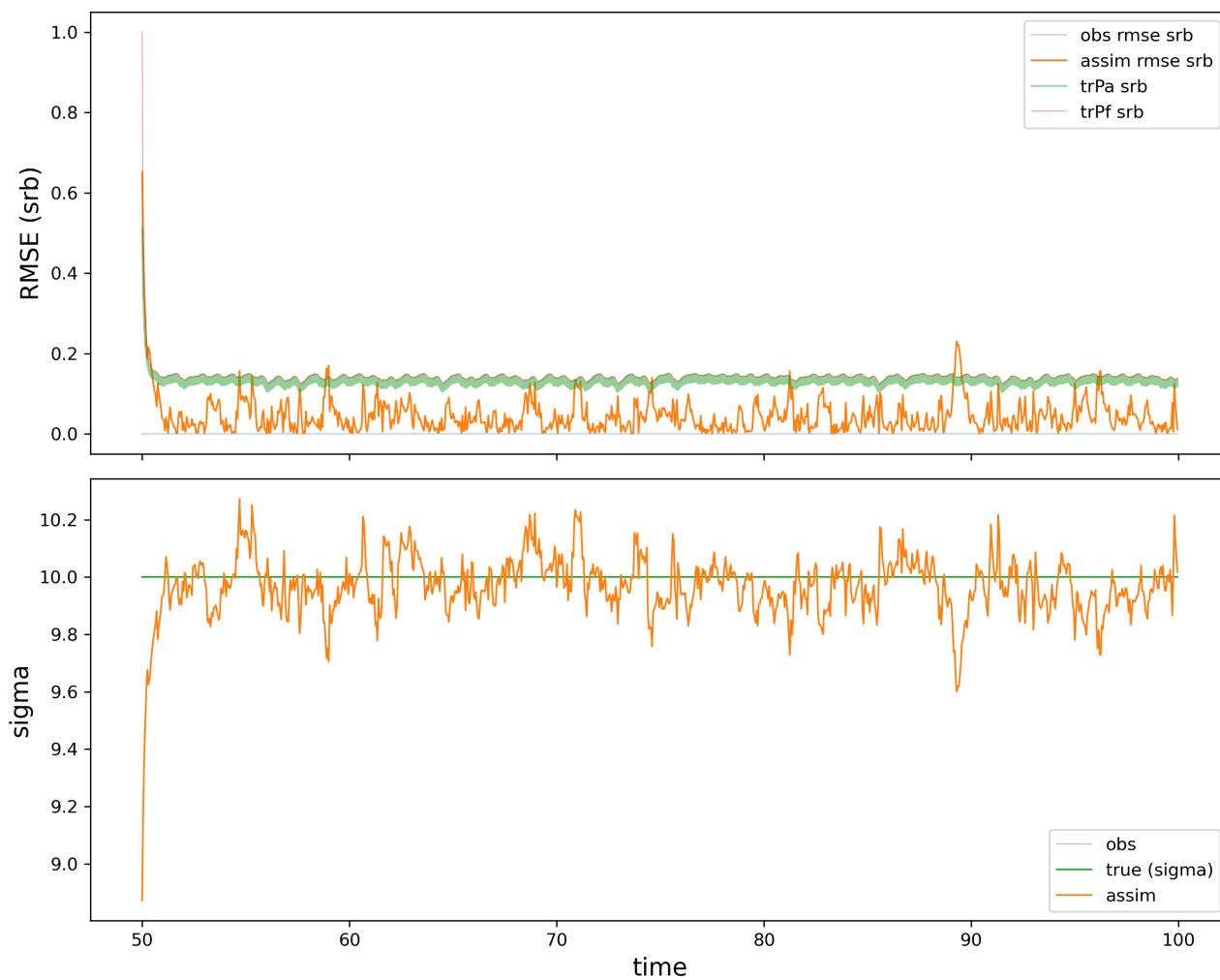


正解は  $\sigma = 10$   
 $\sigma$  の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

正解の周りを上下に振動  
→ うまく推定できている。

# Inf付パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $\sigma$

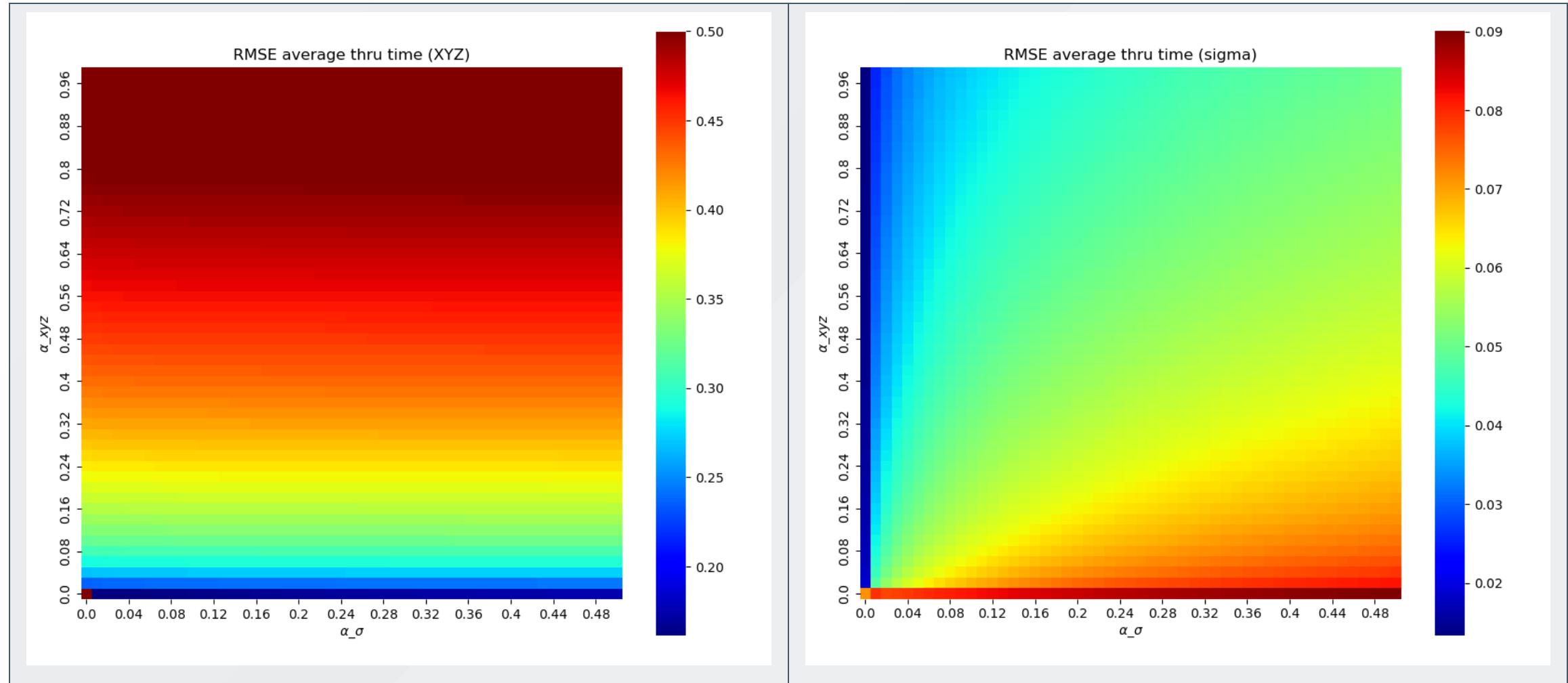


正解は  $\sigma = 10$   
 $\sigma$  の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

正解の周りを上下に振動  
→ うまく推定できている。

# Inf付パラメータ推定実験 | $(x, y, z, \sigma)$ の $\alpha_{xyz}, \alpha_\sigma$



01/09(火) データ同化B 佐藤 匠