

01月08日 進捗報告

Kalman Filter によるパラメータ推定（修正）
Lorenz-63 モデルの σ

0500-32-7354, 佐藤 匠

前回 (12/19) のふりかえり

[ふり返り] 問題設定 | Lorenz-63

「Kalman Filter によるパラメータ推定」 のデモンストレーション

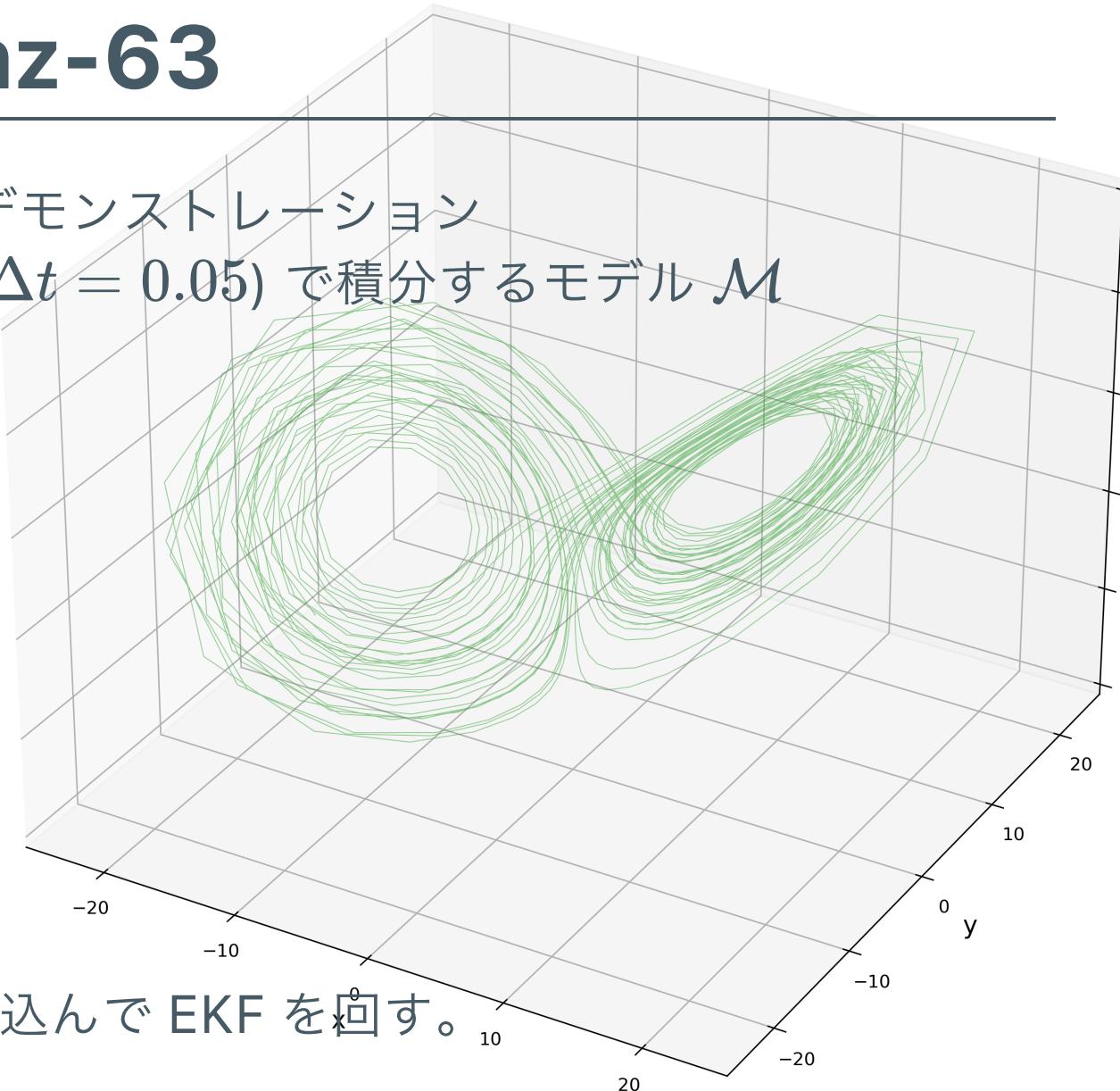
Lorenz-63 モデルを 4次の Runge-Kutta 法 ($\Delta t = 0.05$) で積分するモデル \mathcal{M}

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z. \end{cases}$$

パラメータは σ, ρ, β の3つ。

推定するパラメータを状態変数ベクトルに入れ込んで EKF を回す。

例 : $\vec{x} = (x, y, z, \sigma)^T$

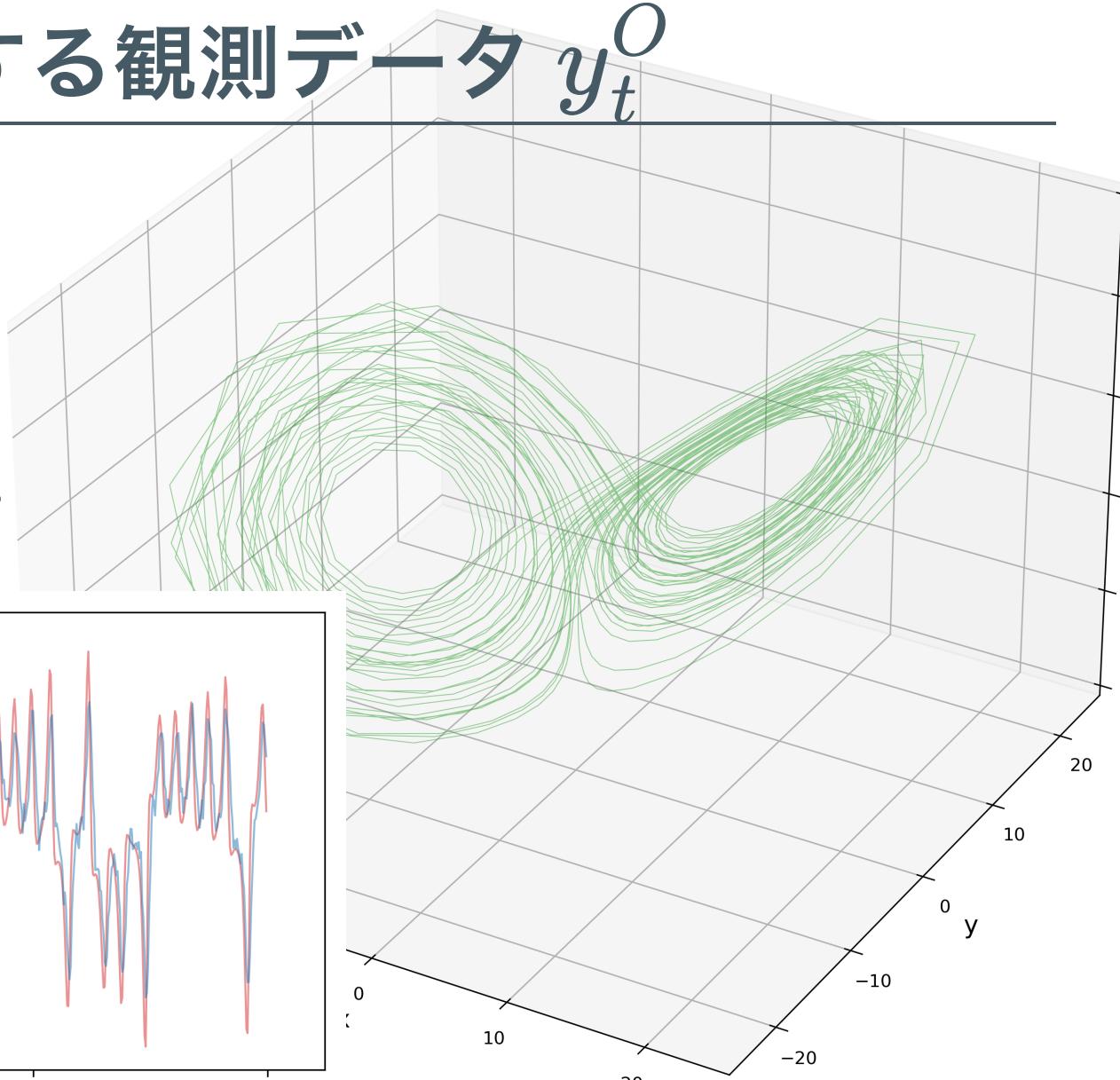
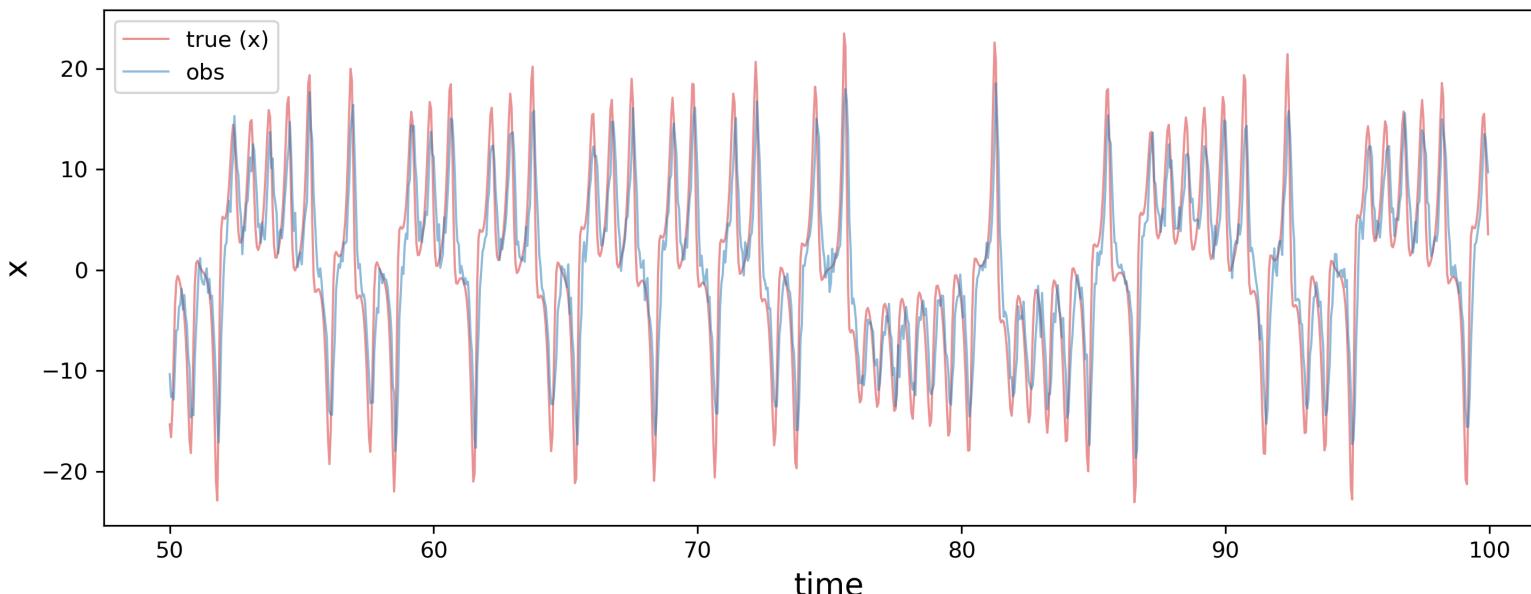


[ふり返り] 問題設定 | 同化する観測データ y_t^O

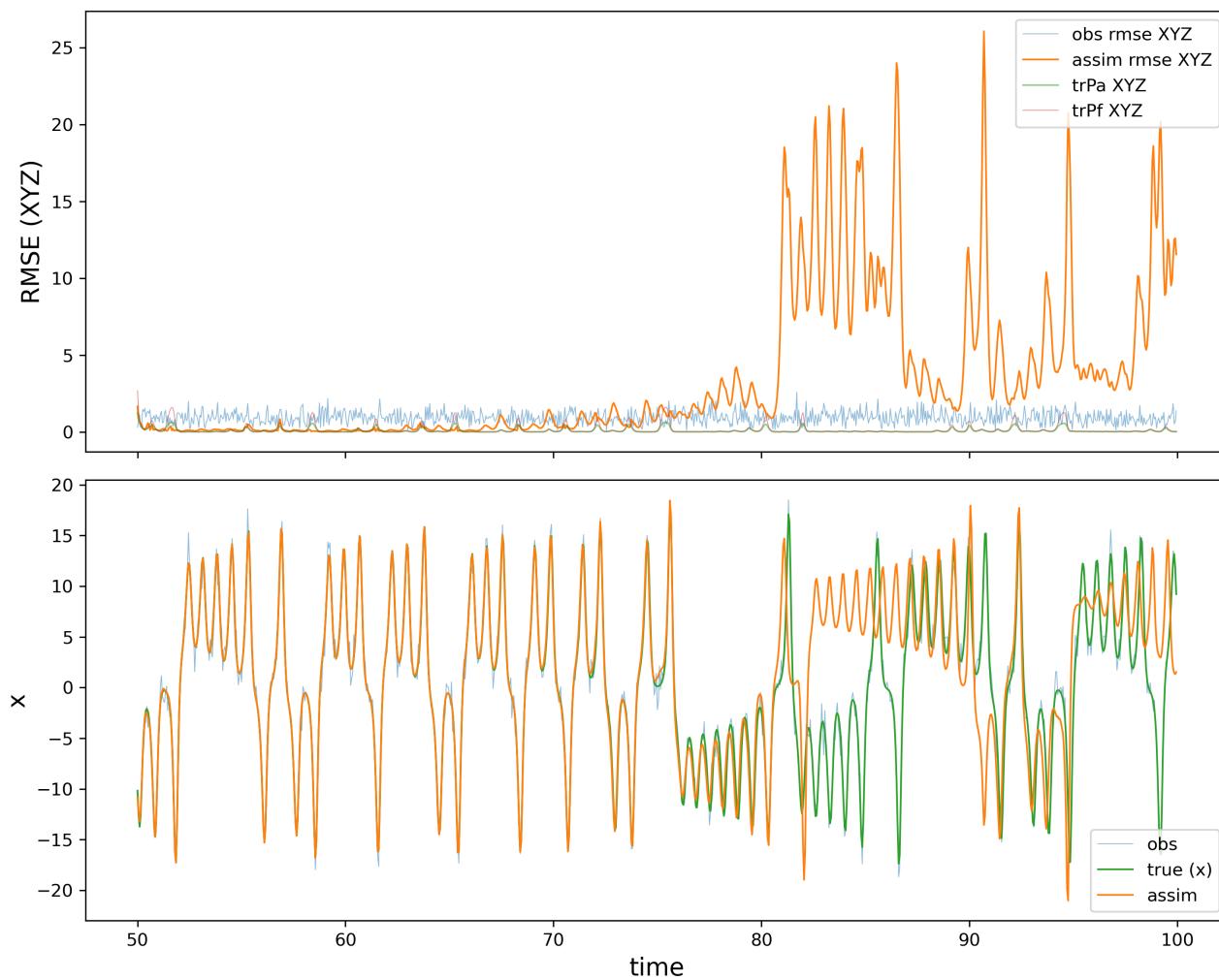
正解のパラメータは時間変化なしで

$$\sigma = 10, \quad \rho = 28, \quad \beta = 8/3$$

空間座標 x, y, z は、spin up 後の
1000データをアトラクタ上の真値として入手。
分散 1 のノイズを載せる。



[ふり返り] 問題設定 | パラメータ推定なし (x, y, z)



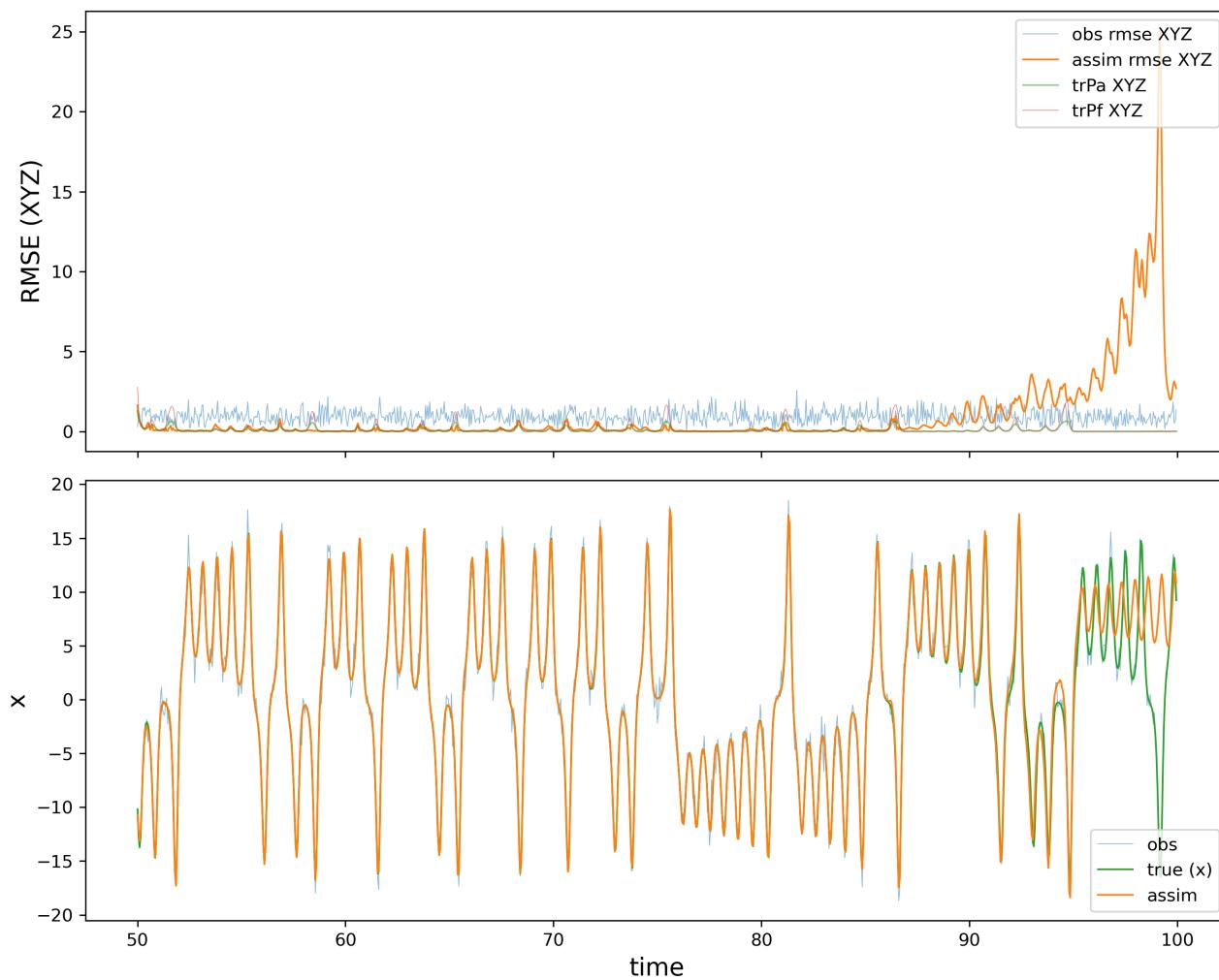
テストとして、パラメータ推定なしで同化を実行。

初期値はとりあえず、最初の観測値を鵜呑みにする。

$$x_0^a = y_0^O, \quad P_0^a = H = I$$

Filter Divergence -
同期と非同期の
on-off intermittency が発生。
(Covariance Inflation 無しのため)

[ふり返り] パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の x



3つあるパラメータ σ, ρ, β のうち
 σ のみを推定。正解は $\sigma = 10$

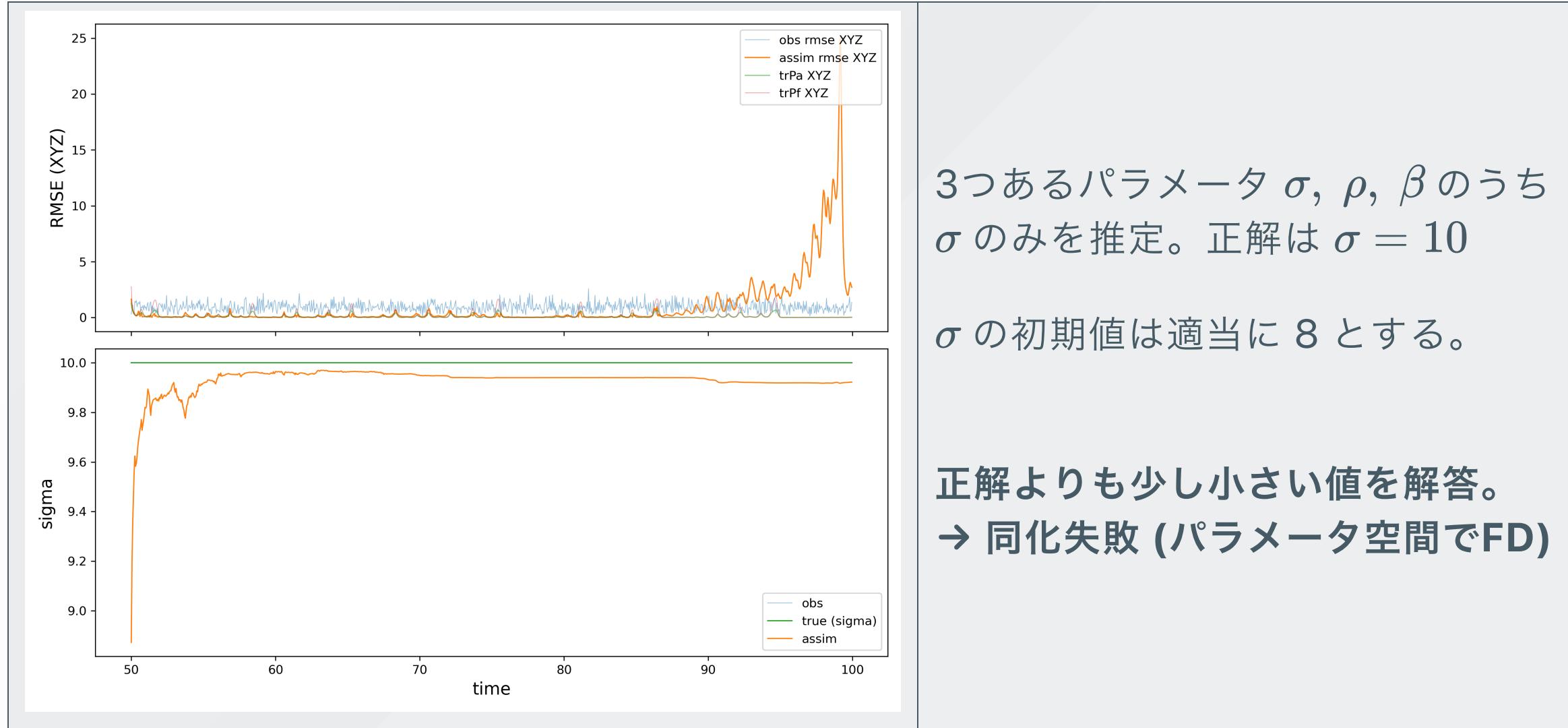
σ の初期値は適当に 8 とする。

疑問:

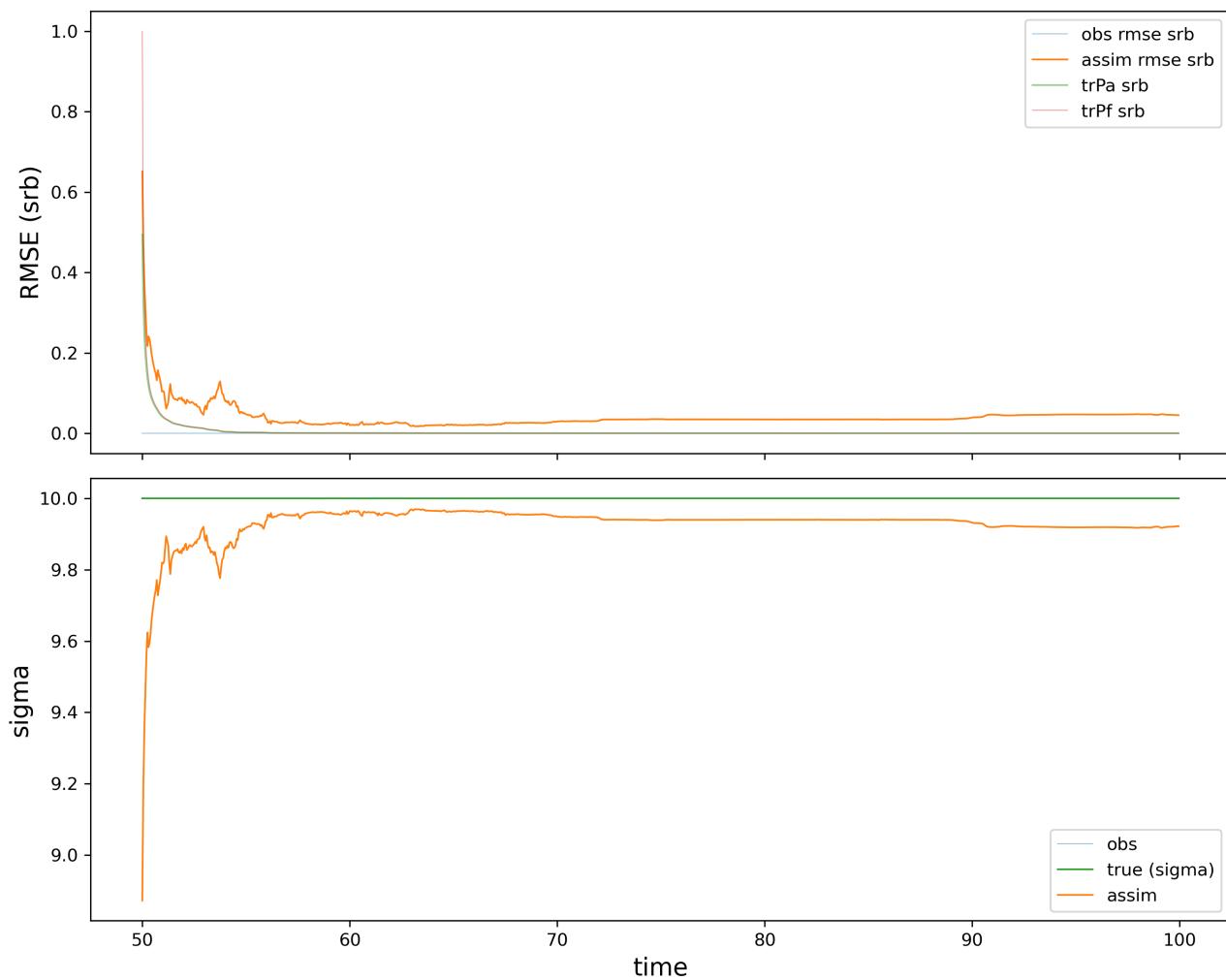
P^a の初期値をどうするか？

Covariance Inflation 無しでも
 長期間にわたって同化できたが...

[ふり返り] パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の σ



パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の σ



3つあるパラメータ σ, ρ, β のうち σ のみを推定。正解は $\sigma = 10$

σ の初期値は適当に 8 とする。

パラメータ空間の RMSE と P^a を調べる。

正解よりも少し小さい値を解答。
→ 同化失敗 (パラメータ空間でFD)

Additive Inflation を入れてみる。

Inf付パラメータ推定実験 | 実験の設定

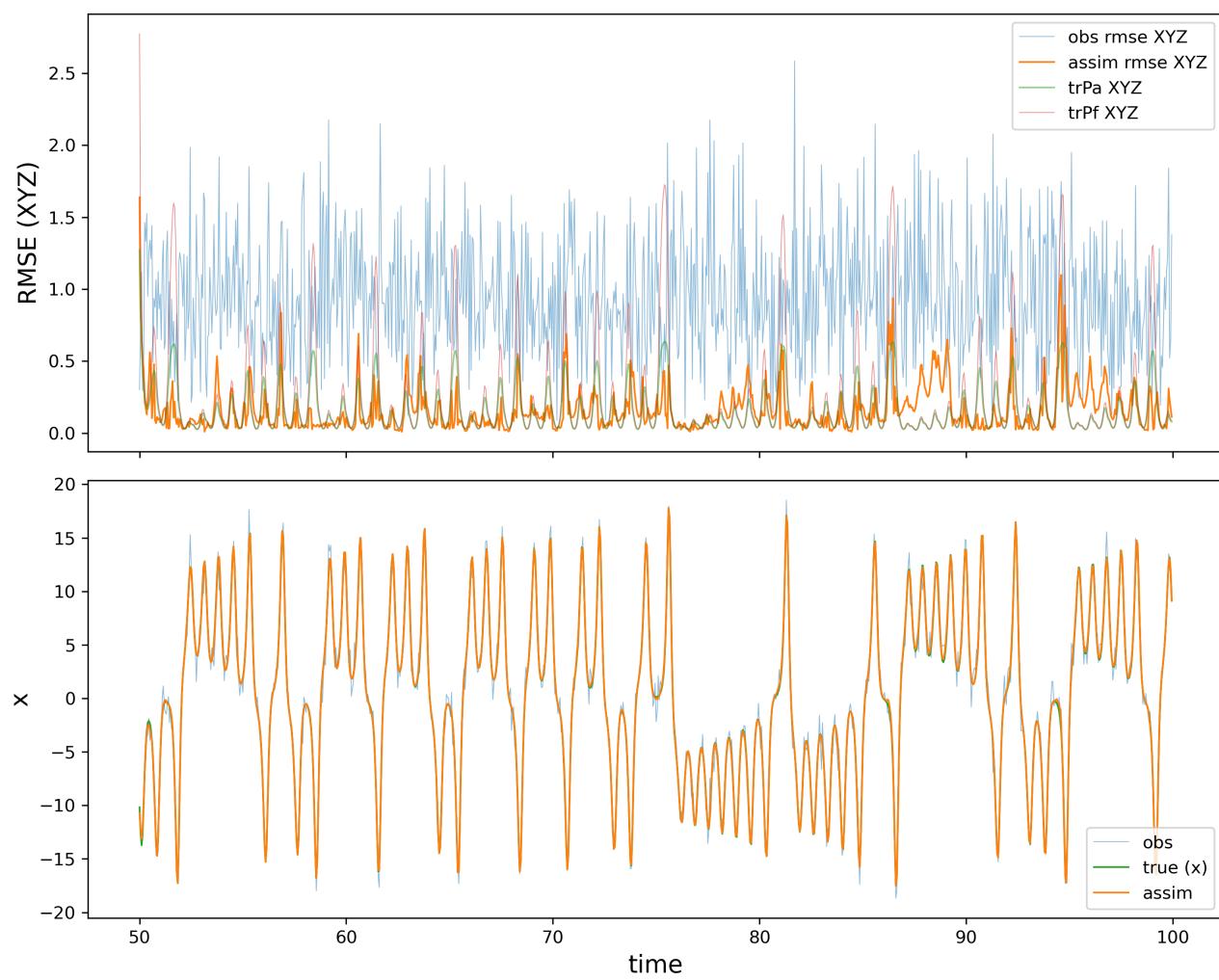
状態変数空間とパラメータ空間でインフレーションを変えやすいAdditive Inflation を採用。

$$P_{\text{inf}}^a = P_{\text{orig}}^a + P^{\text{add}}$$

$$P^{\text{add}} = \begin{pmatrix} \alpha_{xyz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{xyz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{xyz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_\sigma \end{pmatrix}$$

調整パラメータは $\alpha_{xyz}, \alpha_\sigma$ の二つ。

Inf付パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の x

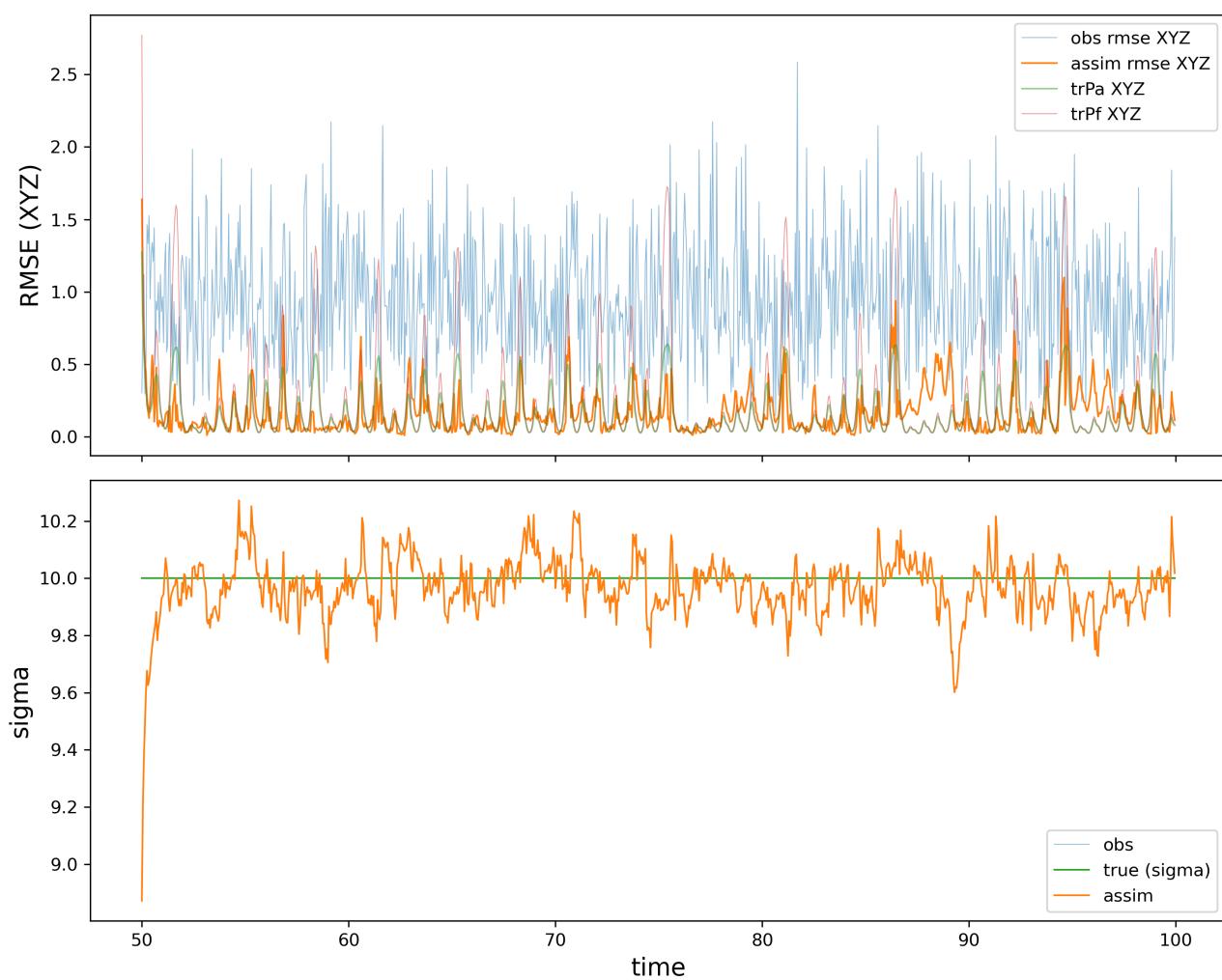


正解は $\sigma = 10$
 σ の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

状態変数は最後まで同化できた。

Inf付パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の σ

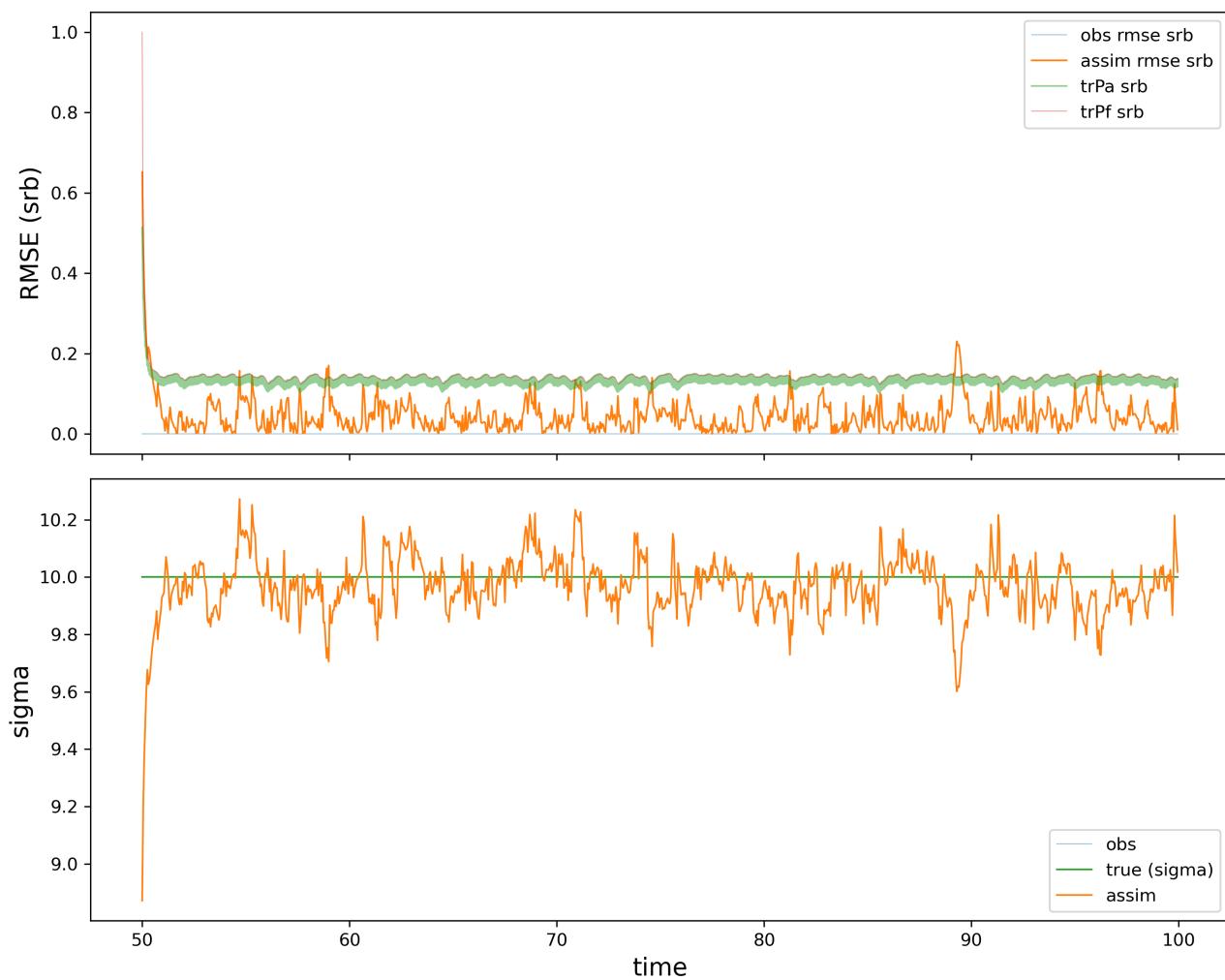


正解は $\sigma = 10$
 σ の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

正解の周りを上下に振動
→ うまく推定できている。

Inf付パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の σ

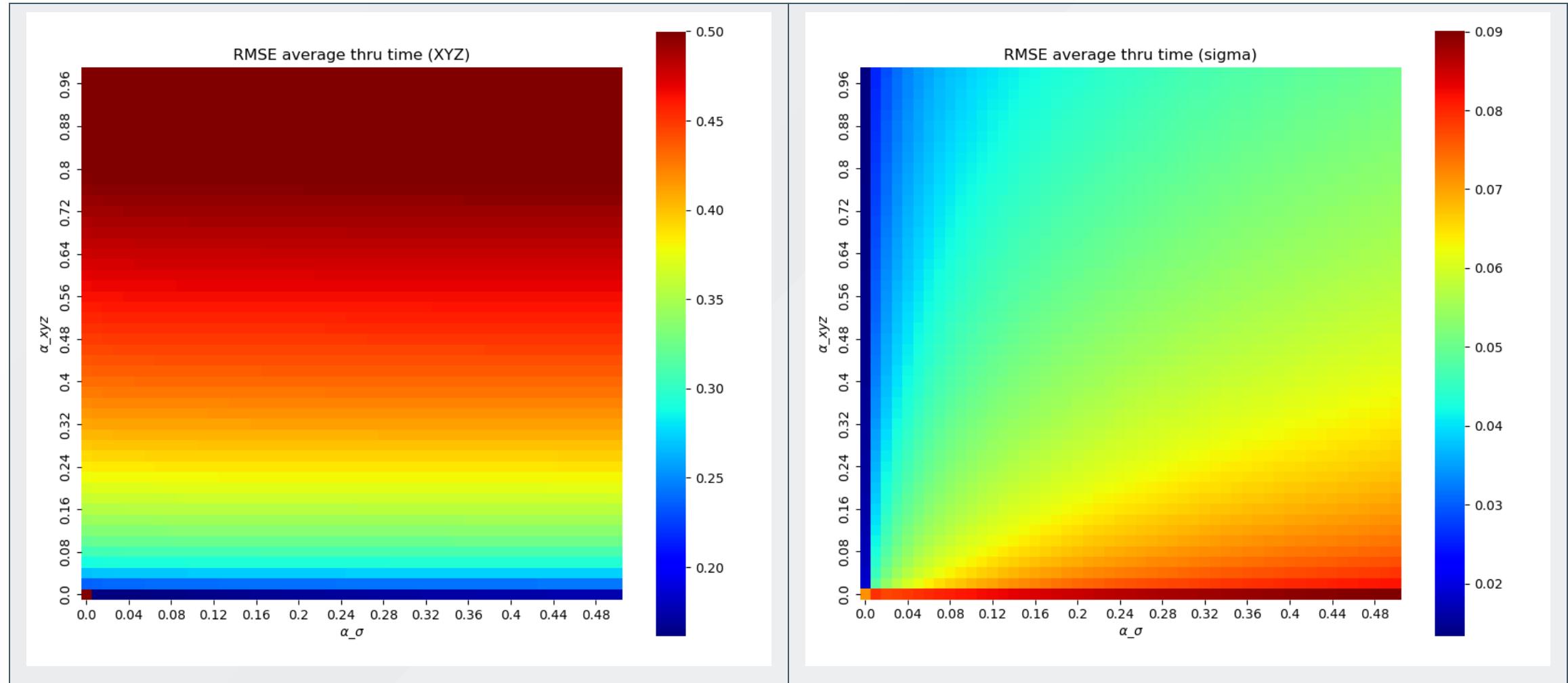


正解は $\sigma = 10$
 σ の初期値は適当に 8 とする。

$$\alpha_{xyz} = 0.0$$
$$\alpha_\sigma = 0.01$$

正解の周りを上下に振動
→ うまく推定できている。

Inf付パラメータ推定実験 | (x, y, z, σ) の $\alpha_{xyz}, \alpha_\sigma$



01/08(火) データ同化B 佐藤 匠