

PROPUESTA FINAL - ESTADÍSTICA II

ITAM, Primavera 2022

08/05/2022

Propiedades de estimadores

1. Se sabe que el costo de televisores (X) de última generación en la industria tiene la siguiente distribución:

$$f(x; \theta) = \frac{3\theta^3}{x^4} \quad \text{si } x > \theta$$

con θ un parámetro desconocido. Una empresa productora de televisores desea estimar el parámetro para establecer su lista de precios, por lo que toma una muestra de 3 televisores (iid) y registra el costo, proponiendo a $\hat{\theta}$ como estimador de θ :

$$\hat{\theta} = c\bar{X}$$

1. Determine el valor de c tal que $\hat{\theta}$ es insesgado. ($c = 2/3$)
 2. Usando el valor c del inciso anterior, determine su ECM ($\text{ECM} = \frac{1}{9}\theta^2$)
2. La distancia promedio que recorre un ave migratoria en cientos de kilómetros tiene la siguiente distribución:

$$f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta^2} \quad \text{si } 0 < x < \theta, \quad \theta > 0$$

Para estimar el parámetro θ se toma una muestra de 3 aves (iid) y se propone el estimador:

$$\hat{\theta} = c\bar{X}$$

1. Determine el valor de c tal que $\hat{\theta}$ es insesgado. ($c = 3/2$)
2. Usando el valor c del inciso anterior, determine su ECM ($\text{ECM} = \frac{1}{24}\theta^2$)

Pruebas de hipótesis paramétricas

1. El Director General de una empresa de consumo tiene la creencia que la inversión en marketing (X) tiene una relación positiva con las ventas de su empresa (Y). Para verificar su creencia selecciona una muestra de 12 semanas de datos de inversión en marketing y de ventas (los datos se presentan en millones). Los resultados son los siguientes:

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 111 \quad \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 1,277 \quad \sum_{i=1}^{12} y_i = 462 \quad \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 26,944 \quad \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 5,585$$

Utilicé una prueba de hipótesis paramétrica para probar si existe evidencia de una asociación positiva entre la inversión en marketing y las ventas (use $\alpha = 0,05$).

1. Plantear H_1 y H_0
 2. Determina la Región de Rechazo y el estadístico a utilizar
 3. Concluya utilizando los datos de la muestra proporcionada ($r = 0.8664$, $t_{10} = 5.4867$)
 4. Determina el valor-p de la prueba
2. El secretario de economía de un país de latinoamérica desea saber si existe una relación lineal entre la tasa de desempleo (X) y la tasa de inflación de su país (Y). Para esto toma información de 10 meses:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 0,292 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0,012294 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 0,83 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 0,0883 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0,03185$$

Utilicé una prueba de hipótesis paramétrica para probar si existe evidencia de una asociación positiva entre la tasa de desempleo y la tasa de inflación (use $\alpha = 0,025$)

1. Plantear H_1 y H_0
2. Determina la Región de Rechazo y el estadístico a utilizar
3. Concluya utilizando los datos de la muestra proporcionada ($r = 0.8904$, $t_8 = 5.5328$)
4. Determina el valor-p de la prueba