

# PARCIAL 1 - ESTADÍSTICA II

ITAM, Primavera 2022

16/03/2022

## Instrucciones

El examen cuenta con 8 preguntas a desarrollar. La formalidad al escribir los resultados es considerada como parte del puntaje. En caso de no tener el desarrollo de la pregunta, o bien se llegó a la respuesta sin una justificación se anulará la respuesta. Cualquier práctica fraudulenta será sancionada de acuerdo al reglamento del departamento. **Trabajar con 4 cifras decimales**

### Seccion A: Estimación puntual

1. (10pts) Se toma una muestra del número de matches que se tienen en una app para conocer personas llamada *Bubble* durante 5 días aleatorios. Se obtienen los siguientes datos:

75, 92, 517, 3200, 428

- A) (2pts) Determina el número promedio de matches por día
- B) (5pts) La varianza del número de matches por día
- C) (3pts) La proporción de días que cuentan con más de 100 matches al día

### Seccion B: Distribuciones de muestreo exactas

2. (15pts) Suponga que una variable aleatoria  $X$  puede tomar los valores  $\{10, 50, 70\}$  con probabilidades  $\{0.1, 0.3, 0.6\}$ . Considere muestras de tamaño 2 con reemplazo.

- A) (3pts) Calcule  $E(X)$  y  $V(X)$
- B) (4pts) Obtenga el espacio muestral y sus respectivas probabilidades
- C) (5pts) Obtenga distribución de muestreo de  $\bar{X}$ ,  $E(\bar{X})$  y  $V(\bar{X})$  ¿Qué puede concluir comparandola con lo obtenido en A)?
- D) (3pts) ¿La distribución de  $\bar{X}$  es exacta? Justifique

3. (10 pts) En una fabrica de galletas tienen 5 líneas de producción  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$ . Se sabe que que las líneas  $L_3, L_4, L_5$  requieren reparación.

- A) (3pts) Sea  $X$  la variable aleatoria que indica si una línea de producción falla o no falla. Obtenga la distribución de  $X$
- B) (7pts) Se toma una muestra aleatoria de tamaño 2 sin reemplazo. Obtenga la distribución de muestreo de la proporción de líneas  $\hat{p}$  que necesitan reparación

## Seccion C: Distribuciones de muestreo aproximada

4. **(10pts)** Se decide hacer un evento para apoyar monetariamente a refugios de animales sin hogar. Se sabe que el monto que dona cada persona ( $X$ ) es una variable aleatoria con media 300 y desviación estándar 50. Si en total acuden 100 personas al evento:
- A) (5pts) Determine cuál es la probabilidad que se recauden más de \$30,500 pesos durante el evento.
  - B) (5pts) Si los costos logísticos del evento ascienden a \$15,000, ¿Cuál es la probabilidad que se incurran en pérdidas?
5. **(10pts)** El peso de los armadillos en el zoológico se distribuye normal con media 5 kg y varianza 1.
- A) (5pts) ¿Cuál es la probabilidad que un armadillo seleccionado al azar pese más de 4.5 kg?
  - B) (5pts) Se toma una muestra de 5 armadillos ¿Cuál es la probabilidad que la varianza de la muestra sea mayor a 1.2?

## Seccion D: Propiedades de estimadores

6. **(15pts)** Sea  $\hat{\mu}$  un estimador a la media poblacional. Resuelva los siguientes incisos:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2}(X_1) + \frac{X_3 + \dots + X_{n-3}}{2b}$$

- A) (10pts) Encuentre el ECM del estimador (poner en términos de  $b$ )
  - B) (5pts) Determina  $b$  tal que el estimador sea insesgado
7. **(15pts)** Sea  $Y$  la variable aleatoria que modela el número de alumnos en el ITAM que deciden cambiarse a la carrera de Matemáticas Aplicadas después de llevar Estadística 2. Se sabe que  $Y$  se distribuye Poisson con media  $\lambda$ . Se considera el siguiente estimador a la media:

$$\hat{\lambda} = \sum_i Y_i(Y_i - 1)$$

Toma una muestra de tamaño  $n$

- A) (15pts) Determina si el estimador es insesgado
8. **(15pts)** La probabilidad de que un alumno se vuelva fit después de una plática de Barby Regil es  $p$ . Se sabe que  $n$  alumnos acudieron a la platica impartida y se propone el siguiente estimador a la proporción poblacional:

$$\hat{p} = \frac{Y}{n}$$

Sea  $Y$  el número de alumnos que se vuelven fit.

- A) (15pts) Determina el sesgo de  $\hat{p}$