

# 有限世界の否定

omura

平成 33 年 1 月 30 日

## 1 概要

懐中電灯を書いていると、有限ドメイン上の命題の否定が必要なきがしてきた。たとえば、懐中電灯の述語を  $FL(\textit{switch}, \textit{lamp})$  としたとき、ただし、 $\textit{switch}$  はスイッチの状態で  $\{\textit{on}, \textit{off}\}$ 、 $\textit{lamp}$  は電灯の状態で  $\{\textit{dark}, \textit{bright}\}$  とすると、正常な懐中電灯の動作は

$$FL(\textit{on}, \textit{bright}) \quad (1)$$

$$FL(\textit{off}, \textit{dark}) \quad (2)$$

になる。ここで、実際の懐中電灯の状態を観察してこういう Fact が得られたとする。

$$FL(\textit{on}, \textit{dark}) \quad (3)$$

このとき、正常な動作と Fact が矛盾するところから、原因を調べるという話を作りたいとすると、(1) と (3) で矛盾してほしいが、これは異なる命題であり resolution では矛盾できない。

### 1.1 命題の場合

命題レベルだと、 $P$  と  $Q$  は記号が違えば否定されても関係がないので resolution では矛盾できない

### 1.2 一階述語の定数の場合

まず、 $P(a)$  と  $P(b)$  を考える。a も b も定数とする。

このときも命題論理と同じく、同じ述語記号ではあるが否定にはならないので矛盾しない。しかし、述語引数のドメインを考えると、つまりエルブラン宇宙は  $\{a, b\}$  になるので、 $\neg P(a)$  は  $P(b)$  と等しいのではないか。だとすれば、 $P(a) : P(b)$  は  $P(a) : \neg P(a)$  であり、矛盾が導けると思う。

構文論でおさまるべきところ意味論まで踏み込んでいるので、数学的にはでたらめだが、アイディアということでそこは目をつぶる。

この矛盾には前提がいろいろあるので、一般的には成り立たないだろう。

$\neg P(a)$  これは  $P(b)$  と関係がないので、 $P(b)$  だからといって  $\neg P(a)$  は成り立たない

ドメインと否定  $\{a, b\}$  の  $a$  についての主張  $P(-)$  が否定されてドメインの差  $D - \{a\}$  になるには、ドメインが singleton であるとかいう条件が必要。

$\{P(a), P(b)\}$  では、 $P(a)$  も  $P(b)$  も axiom に存在して、つまり singleton でないときの否定はどうなるのか？ ドメインが  $\{a, b, c\}$  なら  $P(c)$  になるのか？

$\{P(a), P(b)\}$  ドメインが  $\{a, b\}$  ならそもそも否定はありえないのか？

おもしろいと思ったのだが、でたらめだった