

Abschluss

Kapitel 10



# Gliederung

1. Teil 1: Lieblingsfehler
2. Teil 2: Kochrezepte
3. Teil 3: Kerngedanken Bayes
4. Teil 4: Beispiele für Prüfungsaufgaben
5. Hinweise

# Teil 1

## Lieblingsfehler

Gliederung

# Lieblingsfehler im Überblick



- Post-Präd-Verteilung (PPV) und Post-Verteilung verwechseln
- Quantile und Verteilungsfunktion verwechseln
- Prädiktoren nicht zentrieren, wenn es einen Interaktionsterm gibt
- Interaktion falsch interpretieren
- Regressionskoeffizienten kausal interpretieren, wenn es keine kausale Fundierung gibt

# Post-Präd-Verteilung (PPV) und Post-Verteilung verwechseln



```
m1 <- stan_glm(mpg ~ hp, data = mtcars)
```

Die Post-Verteilung zeigt Stichproben zu den Parameterwerten.

```
post_verteilung <- m1 %>%
  as_tibble()
head(post_verteilung)
```

```
## # A tibble: 6 × 3
##   `(Intercept)`      hp sigma
##       <dbl>     <dbl> <dbl>
## 1        31.2 -0.0722  4.65
## 2        32.7 -0.0818  5.20
## 3        33.6 -0.0831  4.94
## 4        28.9 -0.0615  3.49
## 5        30.4 -0.0689  3.96
## 6        30.7 -0.0691  4.67
```

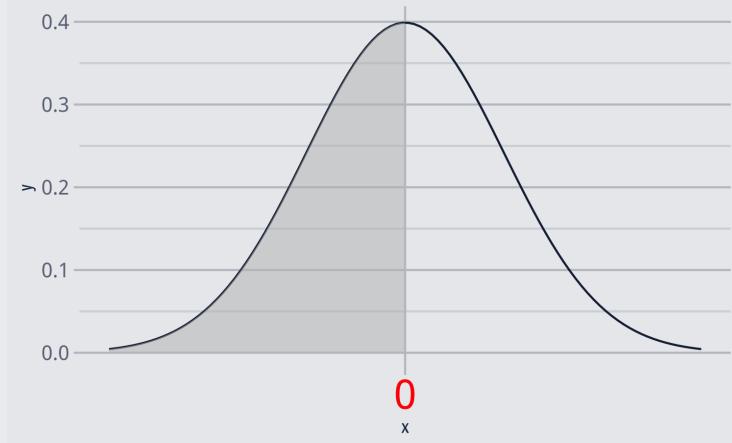
Die PPV zeigt die Vorhersagen, also keine Parameterwerte, sondern Beobachtungen.

name	value
Mazda RX4	22.62248
Mazda RX4 Wag	18.34485
Datsun 710	24.49181
Hornet 4 Drive	28.79135
Hornet Sportabout	24.19223

# Quantile und Verteilungsfunktion verwechseln 🤔

## Quantil für $p$

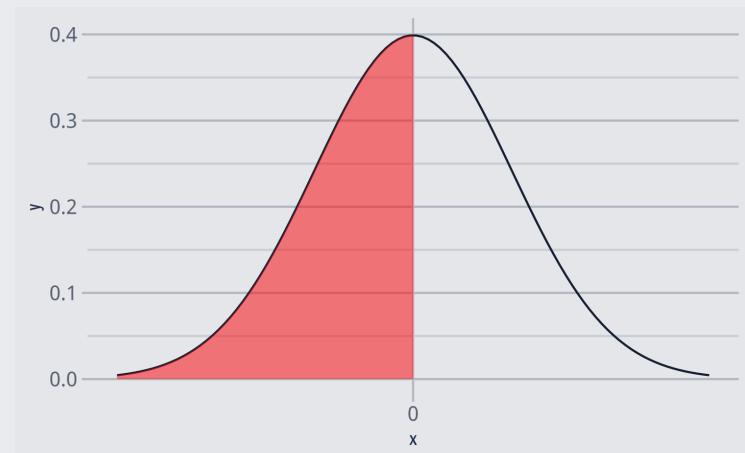
Ein  $p$ -Quantil teilt eine Verteilung in zwei Teile, und zwar so, dass mind.  $p$  kleiner oder gleich dem  $p$ -Quantil sind.



Das 50%-Quantil (.5-Quantil) beträgt  $x = 0$ . Mind ein Anteil  $1 - p$  ist größer oder gleich dem  $p$ -Quantil.

## Verteilungsfunktion $F$

$F(x)$  gibt die Wahrscheinlichkeit an der Stelle  $x$  an, dass  $X$  einen Wert kleiner oder gleich  $x$  annimmt.



$F(0) = 1/2$ , die Wahrscheinlichkeit beträgt hier 50%, dass  $x$  nicht größer ist als 0.

# Interaktion falsch interpretieren 🤔

```
m2 <- stan_glm(mpg ~ hp*vs, data = mtcars) # mit Interaktionseffekt
```

Modellkoeffizienten:

```
## (Intercept)          hp          vs  
##      24.68       -0.04      13.85  
##    hp:vs  
##     -0.11
```

Falsch 😈

Der Unterschied im Verbrauch zwischen den beiden Gruppen  $vs=0$  und  $vs=1$  beträgt ca. -0.11.

Da  $hp=0$  kein realistischer Wert ist, ist das Modell schwer zu interpretieren. Zentrierte Prädiktoren wären eine Lösung.

Richtig 🌟

Der Unterschied im Verbrauch zwischen den beiden Gruppen  $vs=0$  und  $vs=1$  beträgt ca. -0.11 -- wenn  $hp=0$ .

# Teil 2

## Kochrezepte



Gliederung

# Kochrezept: Forschungsfrage untersuchen

## *Theoretische Phase*

1. Staunen über ein Phänomen,  $y$ , Kausalfrage finden
2. Literatur wälzen, um mögliche Ursachen  $x$  von  $y$  zu lernen
3. Forschungsfrage, Hypothese präzisieren
4. Modell präzisieren (DAG(s), Prioris)

## *Empirische Phase*

1. Versuch planen
2. Daten erheben

## *Analytische Phase*

1. Daten aufbereiten
2. Modell berechnen anhand eines oder mehrerer DAGs
3. Modell prüfen/kritisieren
4. Forschungsfrage beantworten

Yeah! Fertig.

# Parameter schätzen vs. Hypothesen prüfen

- Quantitative Studien haben oft einen von zwei (formalen) Zielen: Hypothesen testen oder Parameter schätzen.
- Beispiel Hypothesenprüfung: "Frauen parken im Durchschnitt schneller ein als Männer".
- Beispiel Parameterschätzung: "Wie groß ist der mittlere Unterschied in der Ausparkzeit zwischen Frauen und Männern?"
- Je ausgereifter ein Forschungsfeld, desto *kühnere* Hypothesen lassen sich formulieren:
  - stark ausgereift:
    - Die nächste totale Sonnenfinsternis in Deutschland wird am 27.7.2082 um 14.47h stattfinden, [Quelle](#)
  - gering ausgereift:
    - Die nächste Sonnenfinsternis wird in den nächsten 100 Jahren stattfinden.
    - Lernen bringt mehr als Nicht-Lernen für den Klausurerfolg.
- Kühne Hypothesen sind wünschenswert.

# Formalisierung von Forschungsfragen

- Der Mittelwert in Gruppe A ist höher als in Gruppe B (der Unterschied,  $d$ , im Mittelwert ist größer als Null):

$$\mu_1 > \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0 \Leftrightarrow \mu_d > 0$$

- Die Korrelation zwischen A und B ist positiv:

$$\rho(A, B) > 0$$

- Das Regressionsgewicht von  $x_1$  ist größer als  $k$  (nicht vernachlässigbar):

$$\beta_{x_1} > k$$

# ROPE als guter Einstieg

Das Rope-Konzept ist ein guter Weg, um eine Theorie bzw. eine Hypothese aus einer Theorie zu prüfen:

1. Leiten Sie aus der Theorie ab, wie groß der Effekt mindestens sein muss,  $k$
  2. Prüfen Sie dann, ob der Hauptteil der Post-Verteilung, z.B. das 95%-PI,
    - komplett innerhalb,
    - komplett außerhalb,
    - oder teils innerhalb teils außerhalb des ROPE liegt.
  3. Auf dieser Basis
    - bestätigen Sie die Nullhypothese
    - verwerfen Sie die Nullhypothese
    - enthalten Sie sich einer Entscheidung bzgl. der Nullhypothese
- Nullhypotesen zu testen ist verbreitet in der Frequentistischen Statistik.
  - Das ROPE-Konzept bietet ein analoges Verfahren auf Basis der Bayes-Statistik.
  - Daher ist das ROPE nützlich besonders wenn Anschlussfähigkeit zur Frequentistischen Statistik gefragt ist (z.B. wenn ein Publikum die Frequentistische Statistik gewohnt ist bzw. die Bayes-Statistik nicht kennt).
  - Im Frequentismus benutzt man oft den *p-Wert*, um über eine Nullhypothese zu unterscheiden:  $p < .05$  führt zum Verwerfen einer Nullhypothesen,  $p \geq .05$  führt zum Beibehalten.

# Übersetzung einer Hypothese in ein Regressionsterm

Vergleich zweier Gruppenmittelwerte:

$$\mu_1 > \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0 \Leftrightarrow \mu_d > 0$$

$$y \sim b$$

---

Vergleich von  $g$  Gruppenmittelwerte:

$$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_g$$

$$y \sim g$$

---

Prüfung auf eine positive Assoziation von  $X$  mit  $Y$ :

$$\beta_x > 0$$

$$y \sim m$$

Legende: b: binäre Variable (0/1); g: nominale Variable (Gruppierungsvariable) mit zwei oder mehr Stufen; y: metrisches Kriterium der Regression (AV); x: Beliebiger Prädiktor einer Regression; m: metrischer Prädiktor

# Übersetzung Frequentistischer Verfahren in Regressionsterme

Regressionsterm	Frequentistischer Test
$y \sim b$	t-Test (Vergleich zweier Gruppen)
$y \sim g$	Varianzanalyse
$y \sim g + m$	Kovarianzanalyse
$b \sim g$	Chi-Quadrat-Test
$y_z \sim x_z$	Korrelationstest
$y \sim 1$	Mittelwert schätzen (t-Test)
$b \sim 1$	Anteil schätzen
$y \sim x + g + x:g$	Interaktion
$y \sim x:g$	Interaktion

Legende: s. vorherige Seite;  $y_z$  bzw.  $x_z$ : z-standardisierte Variable

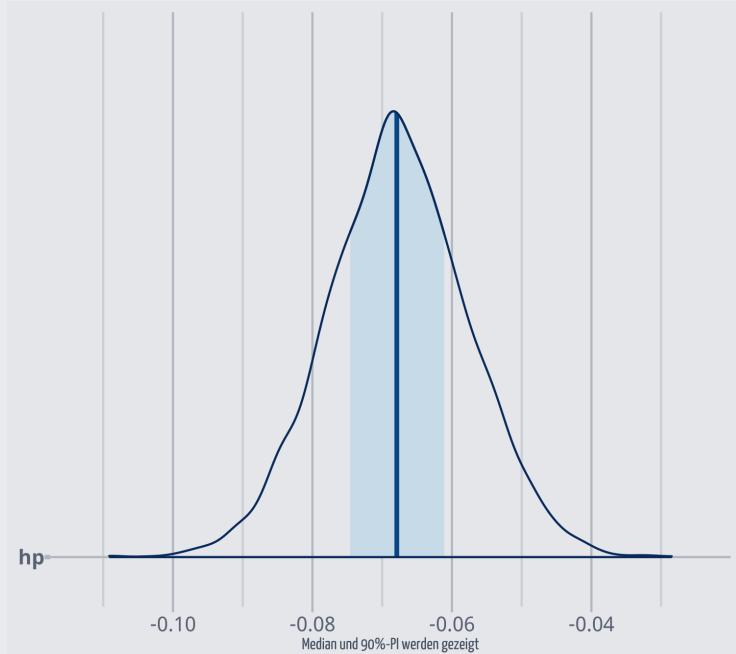
# Teil 3

## Kerngedanken Bayes

Gliederung

# Zentraler Kennwert der Bayes-Statistik: Post-Verteilung

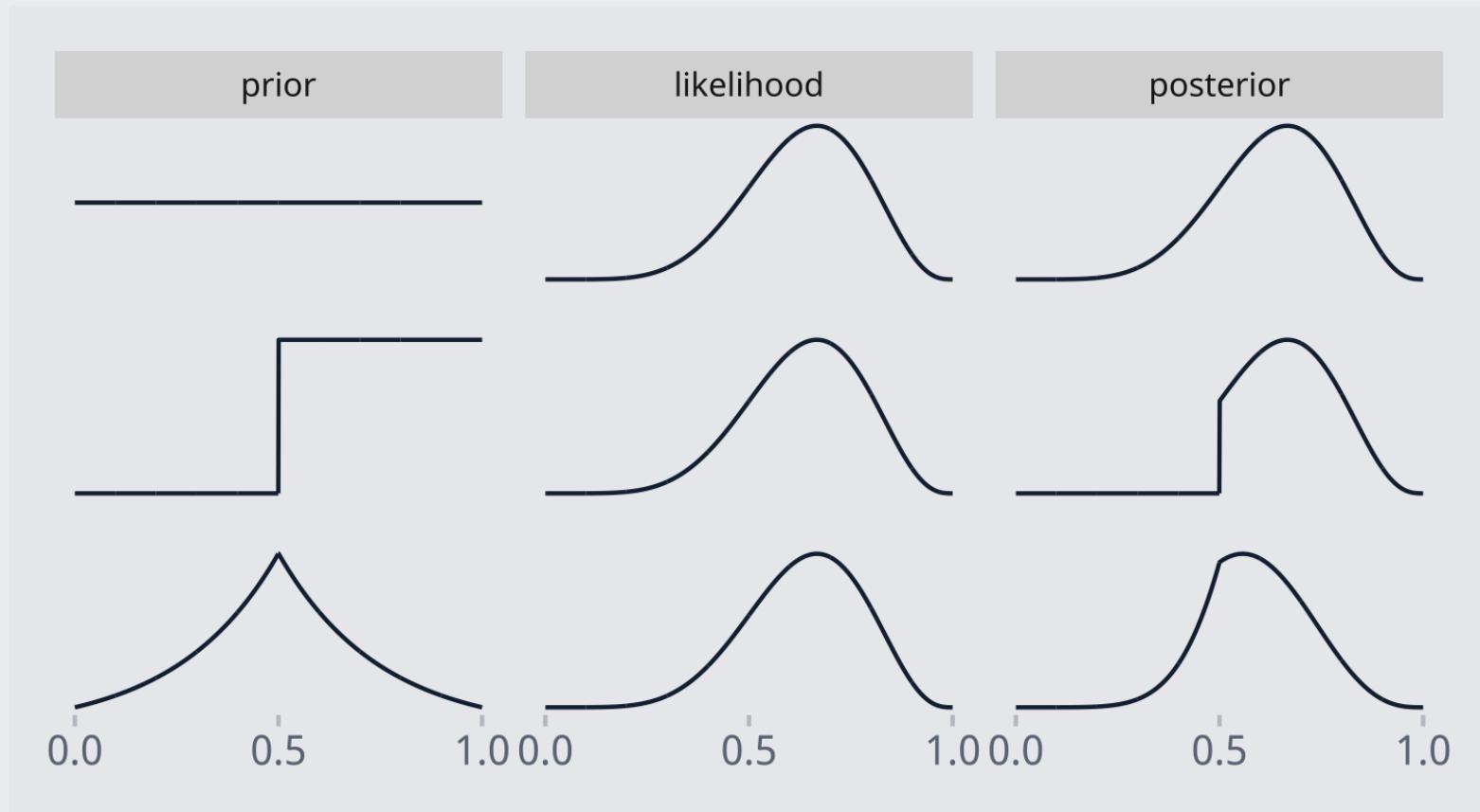
```
m3 <- stan_glm(mpg ~ hp, data = mtcars)
```



- Ein Zusammenfassen der Posterior-Verteilung (z.B. zu einem 95%-PI) ist möglich und oft sinnvoll.
- Verschiedene Arten des Zusammenfassens der Post-Verteilung sind möglich, z.B. zu Mittelwert oder SD oder einem HD-Intervall.
- Allerdings übermittelt nur die gesamte Post-Verteilung alle Informationen.
- Daher empfiehlt es sich (oft), die Post-Verteilung zu visualisieren.

# Posteriori als Produkt von Priori und Likelihood

$$\text{Posteriori} = \frac{\text{Likelihood} \times \text{Priori}}{\text{Evidenz}}$$

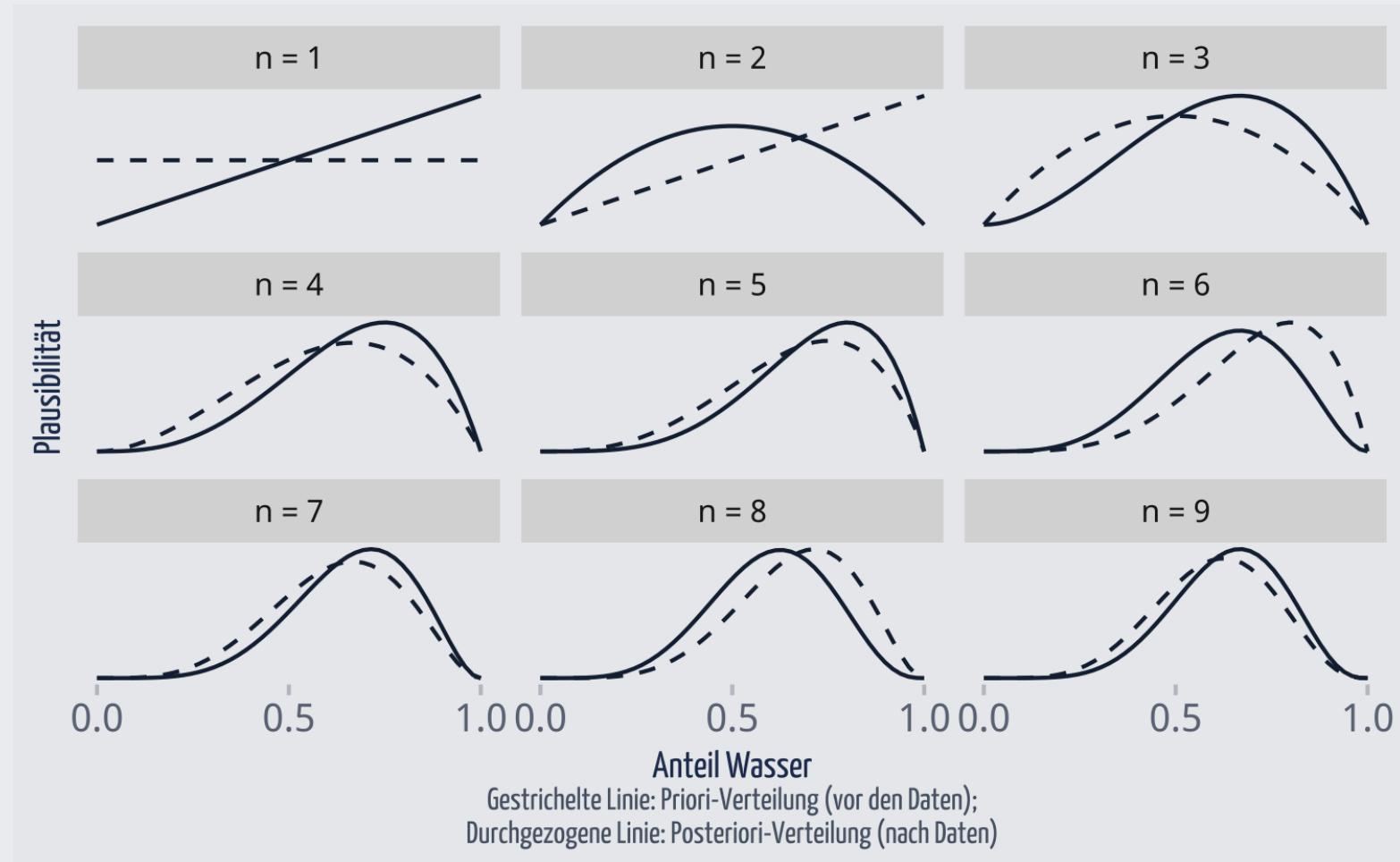


# Bayes' Theorem

$$Pr(H|D) = \frac{Pr(D|H)Pr(H)}{Pr(D)}$$

- Bestandteile:
  - Posteriori-Wahrscheinlichkeit:  $Pr_{Post} := Pr(H|D)$
  - Likelihood:  $L := Pr(D|H)$
  - Priori-Wahrscheinlichkeit:  $Pr_{Priori} := Pr(H)$
  - Evidenz:  $E := Pr(D)$
- Bayes' Theorem gibt die  $Pr_{Post}$  an, wenn man die Gleichung mit der  $Pr_{Priori}$  und dem  $L$  füttert.
- Bayes' Theorem wird häufig verwendet, um die  $Pr_{Post}$  zu quantifizieren.
- Die  $Pr_{Post}$  ist proportional zu  $L \times Pr_{Priori}$ .

# Wissen updaten: Wir füttern Daten in das Modell



# So denkt unser Bayes-Golem

Priori → Daten → Post

# Statistisches Modellieren ist an vielen Stellen subjektiv

- Definition des DAG
- Wahl der Stichprobe
- Wahl der Prädiktoren
- Wahl von Transformationen (z.B. Logarithmus)
- Wahl von Prioris
- Wahl von Intervallgrößen und -arten

Dabei meint "subjektiv", dass die Entscheidung nicht datengeleitet, logisch deduziert oder von der Methode diktiert werden.

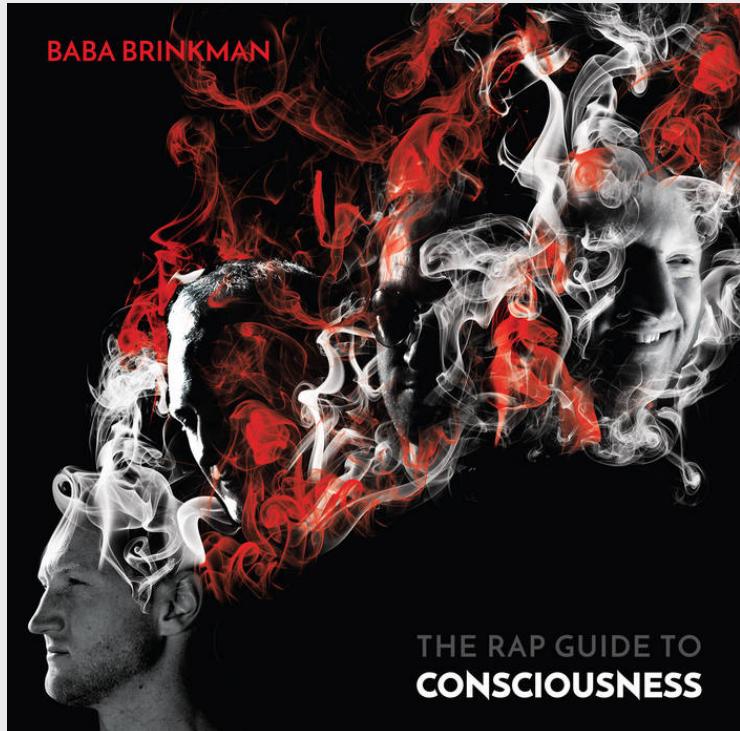
Subjektive Entscheidungen können z.B.

- fachlich begründet sein
- ein Konsensus der Scientific Community ausdrücken
- auf Vorwissen früherer Studien beruhen

Generell spricht von *Researchers' degrees of Freedom*, wenn man (negativ konnotiert) Intransparenz in einem wissenschaftlichen Prozess anprangern (aufzeigen) möchten, vgl. [weiterführende Infos](#).

Das Problem ist aber *nicht* "Subjektivität" - sie ist unumgänglich und oft wünschenswert - sondern Intransparenz über "subjektive" Entscheidungen.

# Learn to be a good Bayesian



Baba Brinkman

Quelle

## Good Bayesian

...

Let me show you how to be a good Bayesian  
Change your predictions after takin' information in  
And if you're thinkin' I'll be less than amazin'  
Let's adjust those expectations  
What's a Bayesian? It's someone who cares about evidence  
And doesn't jump to assumptions based on intuitions and prejudice  
A Bayesian makes prediction on the best available info  
And adjusts the probability, 'cause every belief is provisional  
And when I kick a flow, mostly I'm watchin' eyes widen  
Maybe 'cause my likeness lowers expectations of tight rhymin'  
How would I know, unless I'm rhymin' in front of a bunch of blind men?  
Droppin' placebo-controlled science like I'm Richard Feynman

...

from The Rap Guide to Consciousness  
by Baba Brinkman [YouTube Song](#)

## Teil 4

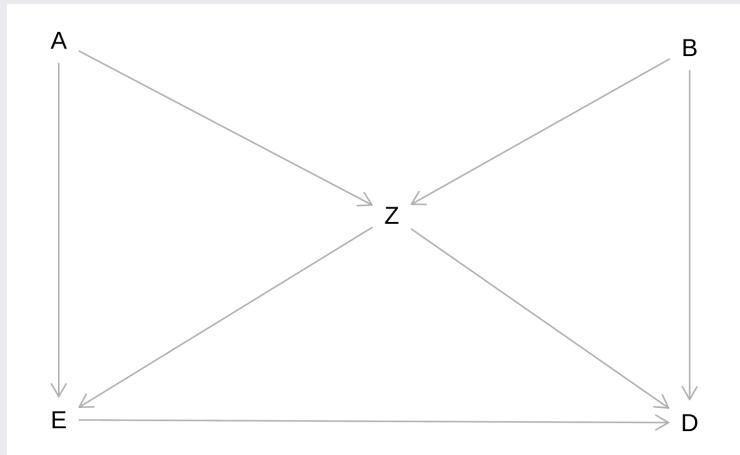
# Beispiele für Prüfungsaufgaben

Gliederung

# Geben Sie den korrekten Begriff an!

Bus 🚗 Girl 👩 Hans ♂ ← Anna 🌈 ← Lise

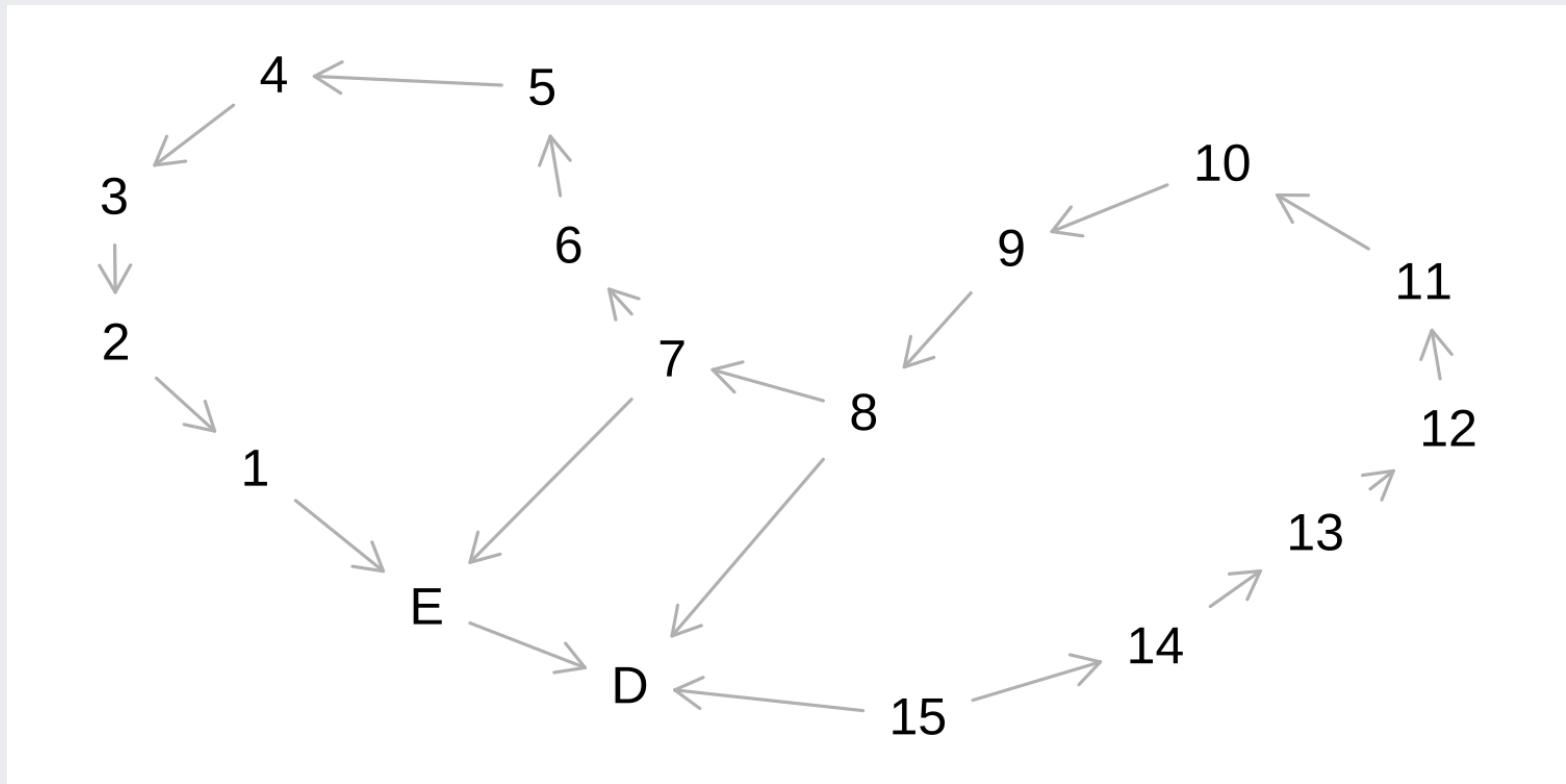
# DAG mit doppelter Konfundierung



? Geben Sie die minimale Adjustierungsmenge (minimal adjustment set) an, um den totalen (gesamten) Effekt von  $E$  auf  $D$  zu bestimmen!

! Entweder ist die Menge  $\{A, Z\}$  zu adjustieren oder die Menge  $\{B, Z\}$ .

# DAG mit vielen Variablen



Minimale Adjustierungsmenge, um den Effekt von E auf D zu identifizieren: {7}, {8}.

# Ein Kausalmodell der Schizophrenie, van Kampen (2014)

*The SSQ model of schizophrenic prodromal unfolding revised:*

*An analysis of its causal chains based on the language of directed graphs*

D. van Kampen

Lesen Sie [hier den Abstract](#).

Folgende Symptome der Schizophrenie wurden gemessen:

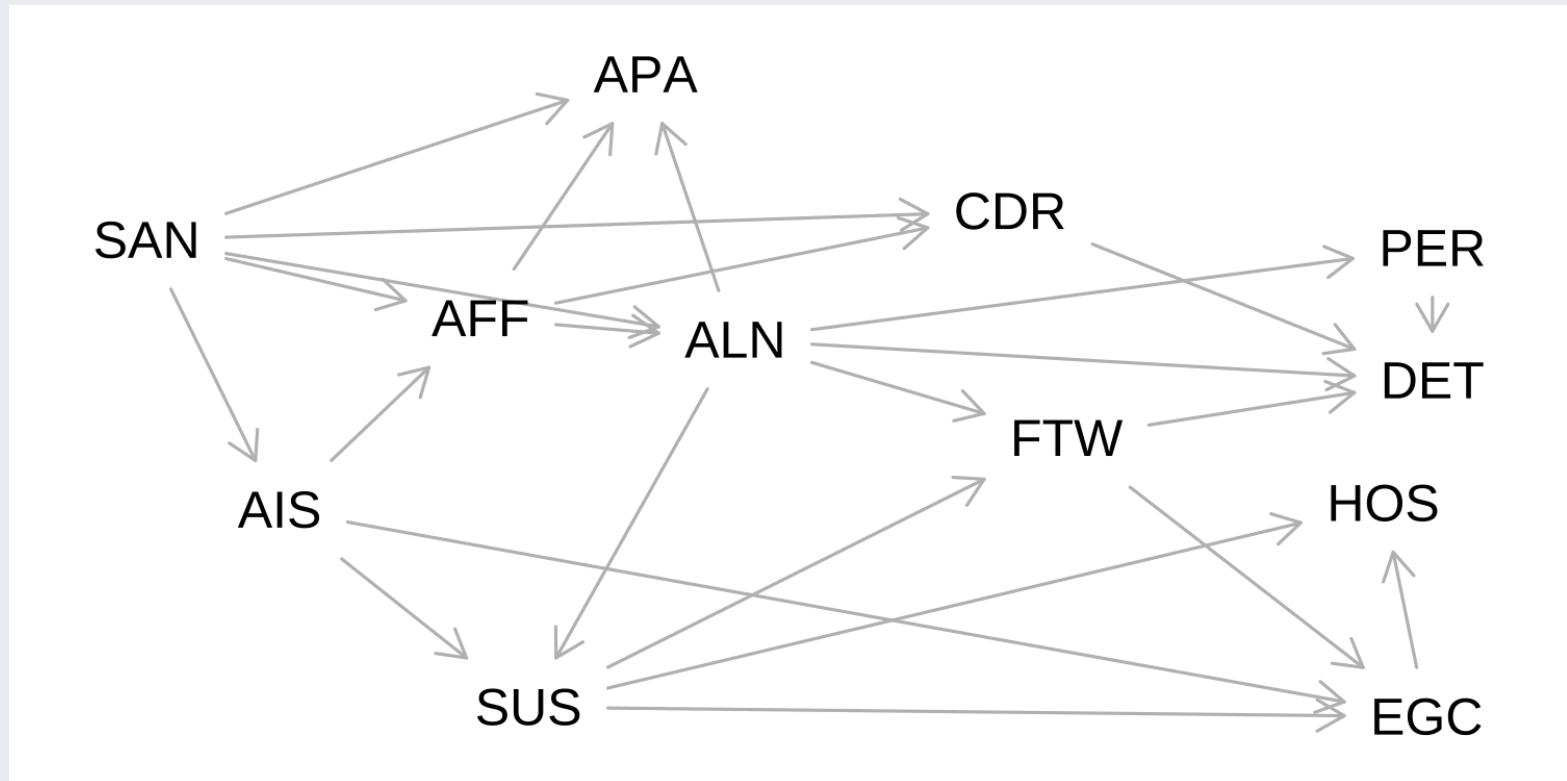
Social Anxiety (SAN), Active Isolation (AIS), Affective Flattening (AFF), Suspiciousness (SUS), Egocentrism (EGC), Living in a Fantasy World (FTW), Alienation (ALN), Apathy (APA), Hostility (HOS), Cognitive Derailment (CDR), Perceptual Aberrations (PER), and Delusional Thinking (DET)

[van Kampen \(2014\)](#)

UV: SUS, AV: EGC

Berechnen Sie die minimale Adjustierungsmenge, um den kausalen Effekt der UV auf die AV zu identifizieren!

# DAG von van Kampen (2014) zu den Symptomen der Schizophrenie



Minimales Adjustment-Set für den totalen Kausaleffekt: {AIS, ALN}

# Hinweise

# Zu diesem Skript

- Dieses Skript bezieht sich auf folgende **Lehrbücher**:
  - Regression and other stories; Statistical Rethinking (jeweils alle behandelten Kapitel)
- Dieses Skript wurde erstellt am 2022-01-10 13:40:38.
- Lizenz: **MIT-Lizenz**
- Autor: Sebastian Sauer.
- Um die HTML-Folien korrekt darzustellen, ist eine Internet-Verbindung nötig.
- Mit der Taste ? bekommt man eine Hilfe über Shortcuts für die HTML-Folien.
- Wenn Sie die Endung .html in der URL mit .pdf ersetzen, bekommen Sie die PDF-Version (bzw. HTML-Version) der Datei.
- Alternativ können Sie im Browser Chrome die Folien als PDF drucken (klicken Sie auf den entsprechenden Menüpunkt).
- Den Quellcode der Skripte finden Sie **hier**.
- Eine PDF-Version aus den HTML-Folien kann erzeugt werden, indem man im Chrome-Browser die Webseite druckt (Drucken als PDF).



Homepage

# Literatur

Diese R-Pakete wurden verwendet.

Gelman, A., J. Hill, and A. Vehtari (2021). *Regression and other stories*. Analytical methods for social research. Cambridge University Press.

Kampen, D. van (2014). "The SSQ model of schizophrenic prodromal unfolding revised: An analysis of its causal chains based on the language of directed graphs". In: *European Psychiatry* 29.7, pp. 437-448. DOI: [10.1016/j.eurpsy.2013.11.001](https://doi.org/10.1016/j.eurpsy.2013.11.001).

McElreath, R. (2020). *Statistical rethinking: a Bayesian course with examples in R and Stan*. 2nd ed. CRC texts in statistical science. Taylor and Francis, CRC Press.

