Лабораторна робота №1

з дисципліни "Математичне моделювання систем та процесів"

тема: "Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку"

Мета роботи – опанувати комп'ютерні засоби для розв'язання та аналізу диференціальних рівнянь першого порядку та набути навичок побудови найпростіших математичних моделей, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку.

Завдання для виконання

1. Знайти розв'язок диференціального рівняння (без початкових умов), заданого за варіантом (*табл*. 1.1), в аналітичному вигляді за допомогою будь-якого математичного пакета, використовуючи спеціальні функції, що наявні в ньому.

2. Побудувати поле напрямків та декілька (близько 10) інтегральних кривих диференціального рівняння, заданого за варіантом (*табл*. 1.1).

3. Знайти аналітичний розв'язок задачі Коші (*табл*. 1.1), заданої за варіантом.

4. Розв'язати задану за варіантом задачу Коші (*табл*. 1.1):
   - ✓ методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
   - ✓ методом Рунге-Кутта четвертого та п'ятого порядку,

   змінюючи точність обчислень, що задана за замовчуванням для кожного метода.

5. На одній декартовій площині побудувати графіки отриманих розв'язків задачі Коші (графіки чисельних розв'язків мають бути побудовані у вигляді точок, які не з'єднані між собою):
   - ✓ методом Рунге-Кутта другого та третього порядка;
   - ✓ методом Рунге-Кутта четвертого та п'ятого порядку;
   - ✓ при аналітичному розв'язанні задачі Коші.

6. Знайти чисельний розв'язок задачі Коші, заданої за варіантом (*табл*. 1.2), не приводячи рівняння до нормального вигляду та побудувати його графік.

7. Знайти точки рівноваги диференціального рівняння $\dfrac{dx}{dt} = f\left(x\right)$, де $f\left(x\right)$ – функція задана за варіантом (*табл*. 1.3). Аналітично дослідити на стійкість кожну знайдену точку рівноваги та нарисувати відповідну фазову діаграму. Побудувати поле напрямків даного диференціального рівняння та декілька інтегральних кривих і візуально перевірити стійкість кожної точки рівноваги.

8. Розв'язати задачі, задані за варіантом (*табл*. 1.4, *табл*. 1.5). Кожну числову задачу потрібно спочатку розв'язати в загальному вигляді та дослідити отриману модель (побудувати поле напрямків, кілька інтегральних кривих і т.д.), а потім з відповідними числовими даними.

9. Припустимо, що чисельність населення в певній країні змінюється за законом

$$P\left(t\right) = \frac{1}{100i}\left(i^2 e^{0.0375\cdot\left(t-1350\right)} + \left(t+595\right)^2 - 75\cdot\left(t-350\right)\cdot i^{3.5} + 273914997\right),$$

де i – номер варіанту, t – поточний рік.

Обчислити населення даної країни в 1800 р., 1850 р. та 1900 р. На основі отриманих статистичних даних побудувати модель Мальтуса та логістичну модель Ферхюльста зростання населення. Дослідити отримані моделі. Заповнити таблицю порівняння моделей Мальтуса та Ферхюльста (*табл*. 1.6). Знайти середню похибку кожної моделі.

10. Номер варіанту визначається таблицею:

№ за списком викладача	**Варіант №**
1	4
2	8
3	15
4	9
5	11
6	3
7	12
8	13

№ за списком викладача	**Варіант №**
9	7
10	6
11	14
12	10
13	1
14	2
15	5

Примітка до пунктів 1 – 5: Якщо буде обрано пакет *MatLab*, то програма має бути написана у вигляді функції з назвою Lab_1_*p* (де *p* номер варіанту). Дана функція повинна мати один вхідний та один вихідний параметр. В залежності від значення вхідного параметра функція має присвоювати вихідному параметру розв’язок, отриманий методом Рунге-Кутта другого та третього порядку, методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку або аналітичний розв’язок. Дана функція має запускатися з командного рядка *MatLab*.

Вимоги до оформлення звіту

Звіт має містити:

1. Оформлений за зразком титульний аркуш.
2. На кожній сторінці, окрім титульної, в правому верхньому куті прізвище, ініціали студента та номер групи.
3. Наскрізну нумерацію, окрім титульної, в правому нижньому куті.
4. Постановку задачі за варіантом.
5. Математичне підгрунття для виконання даної лабораторної роботи.
6. Аналітичний розв’язок диференціального рівняння з п.1 завдання, отриманий одним зі спеціалізованих математичних пакетів.
7. Поле напрямків та декілька інтегральних кривих диференціального рівняння з п.2 завдання.
8. Аналітичний розв’язок задачі Коші з п.3 завдання, отриманий одним зі спеціалізованих математичних пакетів.
9. Чисельні розв’язки задачі Коші з п.4 завдання (при необхідності таблицю можна розміщувати в альбомному форматі):

Спеціалізований математичний пакет (вказати назву)			
Метод Рунге-Кутта 2–3 порядку		Метод Рунге-Кутта 4–5 порядку	
x	y	x	y

10. Графіки з п.5 завдання.
11. Чисельний розв’язок задачі Коші та його графік з п.6 завдання.
12. Процес знаходження та дослідження на стійкість точок рівноваги з п.7 завдання.
13. Поле напрямків та фазова діаграма диференціального рівняння з п.7 завдання.
14. Повний процес розв’язку задач з п.8 завдання.
15. Процес побудови та аналіз моделі з п.9 завдання.

16. Тексти всіх програм (при необхідності дозволяється тексти програм розміщувати в альбомному форматі).
17. Висновки.
18. Основний текст звіту має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Times New Roman 14 пт, відступ першого рядка 12.5 мм з міжрядковим інтервалом 1.5 з вирівнюванням по ширині та надрукований на одному боці аркуша паперу формату А4 з полями таких розмірів:
    - верхнє та нижнє поле: до тексту – 20 мм,
до колонтитула – 12.5 мм;
    - ліве поле – 30 мм;
    - праве поле – 15 мм.
19. Текст в таблицях має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Times New Roman 12 пт (при необхідності дозволяється змінити шрифт на Courier New 8 пт), міжрядковий інтервал 1.0, інтервал перед 6 пт, інтервал після 6 пт.
20. Текст програм має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Courier New 8 пт з міжрядковим інтервалом 1.0.
21. Звіт подається на перевірку в роздрукованому та електронному вигляді в форматі **.doc* або **.docx*, або **.rtf*, або **.pdf*.

Таблиця 1.1. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння	Початкова умова	Сітка результатів	
			Інтервал	Кількість точок
1	$y' = 2x^2y^2$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = -1$	$[x_0; 5.0]$	21
2	$y' = \sqrt[3]{y}$	$x_0 = 0$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 5.0]$	21
3	$y' = xy \cdot \cos\frac{x}{3} + 0.25y$	$x_0 = 5$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 8.9]$	21
4	$y' = -y + \cos x$	$x_0 = -1$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 3.0]$	21
5	$y' = 2xy + x$	$x_0 = 3$; $y(x_0) = 3$	$[x_0; 4.0]$	21
6	$y' = y\sin x$	$x_0 = 15$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 21.0]$	21
7	$y' = 1 + x + y + xy$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 2.5]$	21
8	$y' = e^x + y$	$x_0 = 3$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 5.0]$	21
9	$y' = \sqrt[3]{64xy}$	$x_0 = 5$; $y(x_0) = -23$	$[x_0; 9.0]$	21
10	$y' = (1 - y) \cdot \cos x$	$x_0 = \pi$; $y(x_0) = 5$	$[x_0; 9.0]$	21
11	$y' = y \cdot e^x$	$x_0 = 0$; $y(x_0) = 2e$	$[x_0; 1.0]$	21
12	$y' = 2xy^2 + 3x^2y^2$	$x_0 = -1$; $y(x_0) = -3$	$[x_0; 3.0]$	21
13	$y' = y \cdot tgx + \frac{1}{\cos x}$	$x_0 = 0$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 7.0]$	21

Таблиця 1.1. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння	Початкова умова	Сітка результатів	
			Інтервал	**Кількість точок**
14	$y' = 6e^{2x-y}$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 5.0]$	21
15	$y' = \frac{y^3 + y}{x}$	$x_0 = 2$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 2.7]$	21

Таблиця 1.2. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння	Початкова умова	Сітка результатів	
			Інтервал	Кількість точок
1	$xy' = y + 2x\sqrt{xy}$	$x_0 = 5$; $y(x_0) = 3$	$[x_0; 7.0]$	21
2	$xy' = x^3 + 3y$	$x_0 = 3$; $y(x_0) = 1$	$[x_0; 10.0]$	21
3	$2y \cdot y' = \frac{x}{x^2 - 16}$	$x_0 = 5$; $y(x_0) = 9$	$[x_0; 11.0]$	21
4	$xy' - y - 2x^2 y = 0$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 5$	$[x_0; 1.3]$	21
5	$2\sqrt{x} \cdot y' = \cos^2 x$	$x_0 = \frac{\pi}{2}$; $y(x_0) = 3$	$[x_0; \pi]$	21
6	$y'\left(x^2 + 1\right) \cdot \operatorname{tg} y = x$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 9$	$[x_0; 15.0]$	21
7	$y'y^3 - y^4 \cos x + x \sin(y') = 0$	$x_0 = 3$; $y(x_0) = 13$	$[x_0; 11.0]$	21
8	$\left(1 - x^2\right) y' = 2y$	$x_0 = 15$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 23.0]$	21
9	$yy' = x\left(y^2 + 1\right)$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 3$	$[x_0; 2.0]$	21
10	$y' = \cos x - \frac{y}{\operatorname{tg} x} - \sin(y')$	$x_0 = 0.01$; $y(x_0) = 0$	$\left[x_0; \frac{\pi}{2}\right]$	21
11	$\left(x^2 + 1\right) y' + 3x^3 y = 6xe^{-\frac{3x^2}{2}}$	$x_0 = 0$; $y(x_0) = 5$	$[x_0; 3.0]$	21
12	$2xy' + y - 10\sqrt{x} = 0$	$x_0 = 1$; $y(x_0) = 7$	$[x_0; 2.0]$	21
13	$\left(x + e^y\right) y' = xe^{-y} + \cos(y') - 1$	$x_0 = 3$; $y(x_0) = 9$	$[x_0; 14.0]$	21

Таблиця 1.2. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння	Початкова умова	Сітка результатів	
			Інтервал	Кількість точок
14	$\left(x^2+4\right)y'+3xy=x$	$x_0=5$; $y\left(x_0\right)=1$	$\left[x_0;19.0\right]$	21
15	$3y^2\cdot y'+\sin\left(y'\right)=y^3e^{-2x}+2xy$	$x_0=5$; $y\left(x_0\right)=1$	$\left[x_0;19.0\right]$	21

Таблиця 1.3. Варіанти завдань

Варіант №	**Функція** $f(x)$
1	$x-4$
2	x^2-4x
3	x^2-4
4	$(x-2)^2$
5	x^2-5x+4
6	$(x-1)^3$
7	$3-x$
8	$3x-x^2$
9	$9-x^2$
10	$-(3-x)^2$
11	$7x-x^2-10$
12	$(2-x)^3$
13	$(x+2)(x-2)^2$
14	$x^3(x^2-4)$
15	$(x^2-4)^3$

Таблиця 1.4. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
1	Деяке місто мало населення 25 000 людей в 1960 році, а в 1970 році чисельність його населення досягла 30 000 людей. Припустіть, що його чисельність населення продовжує зростати за експонентою зі сталою швидкістю. Яку чисельність населення його міська влада може очікувати в 2012 році?
2	В деякій культурі бактерій, кількість бактерій збільшилась в 6 разів за 10 годин. Скільки часу необхідно для того, щоб чисельність популяції подвоїлась?
3	Після народження дитини подружня пара депонувала 5000 дол. на рахунок, за яким банк платить 8% доходу, що нараховується неперервно. Дохід додається до вкладу. Скільки доларів буде нараховано на рахунок на вісімнадцятий день народження дитини?
4	Коли цукор розчиняється у воді, кількість A, яка залишилася нерозчиненою після t хвилин, задовольняє диференціальному рівнянню $\frac{dA}{dt}=-kA \ \left(k>0\right)$. Якщо 25% цукру розчинилося за 1 хвилину, то скільки необхідно часу, щоб розчинилася половина цукру?
5	У місті з населенням 100 000 людей почала розповсюджуватись певна сумнівна інформація. Протягом тижня 10 000 людей почули чутку про це. Припустіть, що швидкість збільшення кількості тих, хто почув цю інформацію, пропорційна кількості тих, хто ще не почув її. Коли половина населення міста дізнається цю інформацію?
6	Пиріг витягається з духовки при $99°C$ та починає охолоджуватись при кімнатній температурі $21°C$. Через 30 хвилин температура пирога дорівнює $60°C$. Коли вона буде дорівнювати $37°C$?

Таблиця 1.4. Варіанти завдань

Варіант №	**Задача**
7	Кількість атмосферних забруднювачів $A(t)$ в деякій гірській долині збільшується за експонентою та потроюється через кожні 7.5 років. Нехай початкова кількість дорівнює 10 одиницями забруднювача. Напишіть формулу для $A(t)$, що дає кількість (в одиницях забруднювача) забруднювача через t років. Яка кількість забруднювача (в одиницях забруднювача) буде в атмосфері долини через 5 років? Скільки часу знадобиться, щоб кількість забруднювача досягла 100 одиниць?
8	Резервуар містить 1000 літрів водного розчину 100 кг солі. Чиста вода вливається в резервуар зі швидкістю 5 літрів на секунду, рівномірно розмішується та відкачується з тією ж самою швидкістю. Скільки часу необхідно, щоб в резервуарі залишилось 10 кг солі?
9	Резервуар початково містить 60 літрів чистої води. Морська вода, що містить 0.1 кг солі в одному літрі, вливається в резервуар зі швидкістю 2 літра на хвилину, отриманий (ретельно перемішаний) розчин витікає з резервуара зі швидкістю 3 літра на хвилину; таким чином, резервуар буде порохнiи через 1 годину. Знайдіть кількість солі в резервуарі через t хвилин. Яка максимальна кількість солі в резервуарі?
10	Резервуар об'ємом 400 літрів спочатку містить 100 літрів морської води, що містить 15 кг солі. Морська вода, що містить 0.35 кг солі на літр вливається в резервуар зі швидкістю 5 літрів на секунду, добре перемішаний розчин витікає з резервуара зі швидкістю 3 галони на секунду. Знайдіть кількість солі в резервуарі через t секунд. Скільки солі буде містити резервуар, коли він заповниться розчином?
11	Нехай площа басейна дорівнює одному квадратному кілометру, а середня глибина 2метра. Спочатку він заповнений прісною водою, але в момент часу $t=0$ вода, що забруднена рідким забруднювачем, починає текти в басейн зі швидкістю 200 тисяч кубічних метрів на місяц. Добре перемішена вода витікає з басейну з тією самою швидкістю. Вода, що потрапляє в басейн має концентрацію $c(t)=10$ літрів на кубічний метр. Знайти кількість $x(t)$ забруднювача (в мільйонах літрів) в басейні після t місяців. Скільки часу потрібно, щоб концентрація забруднювача в басейні досягла 5 літрів на кубічний метр?

Таблиця 1.4. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
12	Нехай площа озера дорівнює одному квадратному кілометру, а середня глибина 2 метра. Спочатку він заповнений прісною водою, але в момент часу $t=0$ вода, що забруднена рідким забруднювачем, починає текти в басейн зі швидкістю 200 тисяч кубічних метрів на місяц. Добре перемішена вода витікає з басейну з тією самою швидкістю. Вода, що потрапляє в басейн має концентрацію $c(t)=10(1+\cos t)$ літрів на кубічний метр, яка змінюється між 0 та 20, причому середня концентрація дорівнює $10\ \text{л}/\text{м}^3$, а період коливань трохи перевищує 6.25 місяців. Чи правда, що вміст забруднювача в озері буде коливатися навколо середнього рівня 20 мільйонів літрів? Скільки часу потрібно, щоб концентрація забруднювача в озері досягла 5 літрів на кубічний метр?
13	Припустимо, що зранку пішов сніг, причому кількість снігу, що випадав зростала зі сталою швидкістю. О 7 ранку снігозбирач почав чистити дорогу. О 8 ранку він очистив 4 кілометри, а о 9 ранку ще 3 кілометри, які залишились. Приймемо припущення, що снігозбирач очищує сніг зі сталою швидкістю. Покажіть, що $k\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{1}{t}$, де k – константа. Коли почав падати сніг?
14	Озеро Ере має об'єм $480\ \text{км}^3$, швидкість притоку в нього (з озера Гурон) та відтоку з нього (в озеро Онтаріо) дорівнює $350\ \text{км}^3$ на рік. Припустимо, що в момент часу $t=0$ (роки), концентрація забруднювача в озері Ере викликана минулими промисловим забрудненням в п'ять разів більше, ніж концентрація забруднювача в озері Гурон. Припустимо, що при відтоку вода в озері ретельно перемішується. Скільки потрібно часу, щоб концентрація забруднювача в озері Ере вдвічі перевищувала концентрацію забруднювача в озері Гурон?
15	Припустимо, що зранку пішов сніг, причому кількість снігу, що випадав зростала зі сталою швидкістю. О 7 ранку снігозбирач почав чистити дорогу. О 8 ранку він очистив 2 кілометри, а о 10 ранку ще 3 кілометри, які залишились. Нехай $t=0$ в момент, коли почався сніг: через x позначимо відстань, яку пройшов снігозбирач в момент часу t. Приймемо припущення, що снігозбирач очищує сніг зі сталою швидкістю. Покажіть, що $k\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{1}{t}$, де k – константа. Коли почав падати сніг?

Таблиця 1.5. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
1	Швидкість зміни чисельності популяції кроликів P пропорційна квадратному кореню з P. В момент часу $t=0$ (місяці) популяція кроликів нараховує 100 та збільшується зі швидкістю 20 кроликів на місяць. Скільки кроликів буде через один рік?
2	Швидкість зміни чисельності алігаторів P популяції алігаторів у болоті пропорційна квадрату P. В болоті в 1988 році була дюжина алігаторів, а в 1998 році – дві дюжини. Коли в болоті буде чотири дюжини алігаторів? Що трапиться після цього?
3	Чисельність популяції $P(t)$ задовольняє логістичному рівнянню $\dfrac{dP}{dt}=aP-bP^2$, де $B=aP$ – кількість народжень та $D=bP^2$ – кількість смертельних випадків за одиницю часу. Нехай початкова чисельність популяції дорівнює $P(0)=P_0$ та B_0 – кількість народжень в місяць, а D_0 – кількість смертей в місяць в момент часу $t=0$. Покажіть, що чисельність популяції обмежена числом $M=\dfrac{B_0P_0}{D_0}$.
4	Популяція кроликів чисельністю $P(t)$ задовольняє логістичному рівнянню $\dfrac{dP}{dt}=aP-bP^2$, де $B=aP$ – кількість народжень та $D=bP^2$ – кількість смертельних випадків за одиницю часу. Якщо початкова чисельність популяції дорівнює 120 кроликів та в місяць народжується 8 кроликів, а помирає 6 в момент часу $t=0$, то через скілька місяців $P(t)$ буде дорівнювати 95% граничного значення M чисельності популяції?

Таблиця 1.5. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
5	Чисельність популяції кроликів $P(t)$ задовольняє логістичному рівнянню $\frac{dP}{dt} = aP - bP^2$, де $B = aP$ – кількість народжень та $D = bP^2$ – кількість смертельних випадків за одиницю часу. Якщо початкова чисельність популяції дорівнює 240 кроликів та в місяць народжується 9 кроликів, а помирає 12 в момент часу $t = 0$, то через скілька місяців $P(t)$ буде дорівнювати 105% граничного значення M чисельності популяції?
6	Припустимо, що чисельність $P(t)$ населення деякої країни задовольняє диференціальному рівнянню $\frac{dP}{dt} = kP(200 - P)$, причому k – константа. Нехай в 1940 році чисельність населення дорівнювала 100 мільйонів та зростала тоді зі швидкістю 1 мільйон на рік. Передбачте чисельність населення цієї країни в 2012 році.
7	Припустимо, що в момент часу $t = 0$ половина “логістичного” населення (100 000 людей) почула деяку інформацію та, що чисельність тих, хто її почув, в даний момент збільшувалась зі швидкістю 1000 людей в день. Коли цю інформацію дізнається 80% населення?
8	При розчиненні солі $\mathrm{KNO_3}$ в метанолі кількість $x(t)$ грамів солі у розчині через t секунд задовольняє диференціальному рівнянню $\frac{dx}{dt} = 0.8x - 0.004x^2$. Яка максимальна кількість солі буде розчинена в метанолі? Нехай $x = 50$ при $t = 0$. Скільки необхідно часу, щоб розчинити ще 50 г солі?
9	Чисельність $P(t)$ популяції маленьких гризунів має коефіцієнт народжуваності $\beta = 0.001 \cdot P$ (народжень в місяць на одного гризуна) та сталий показник смертності δ. Якщо $P(0) = 100$ та $P'(0) = 8$, через скільки місяців чисельність популяції подвоїться?

Таблиця 1.5. Варіанти завдань

Варіант №	**Задача**
10	Чисельність $P(t)$ популяції тварин має сталий показник смертності $\delta = 0.01$ (смертельного випадка на тварину в місяць) та коефіцієнт народжуваності β пропорційний P. Припустимо, що $P(0) = 200$ та $P'(0) = 2$. Коли $P = 1000$?
11	Припустимо, що кількість алігаторів $x(t)$ (t виражено в місяцях) у болоті задовольняє диференціальному рівнянню $\frac{dx}{dt} = 0.0001x^2 - 0.01x$. Нехай спочатку в болоті є 25 алігаторів. Розв'яжіть це диференціальне рівняння та визначте, що трапиться з популяцією алігаторів в кінцевому випадку.
12	Диференціальне рівняння $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{10}x(10 - x) - h$ моделює логістичну популяцію зі збором врожаю за нормою h. Визначте залежність кількості точок рівноваги від параметра h, а потім побудуйте діаграму біфуркацій.
13	Диференціальне рівняння $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{100}x(x - 5) + s$ моделює чисельність популяції з поповненням за нормою s. Визначте залежність кількості точок рівноваги від параметра s, а потім побудуйте діаграму біфуркацій.
14	Побудувати діаграму біфуркацій диференціального рівняння $\frac{dx}{dt} = kx - x^3$, де k – константа.
15	Припустимо, що логістичне рівняння $\frac{dx}{dt} = kx(M - x)$ моделює чисельність $x(t)$ популяції риб в озері після t місяців, протягом яких відлов риби не виконувався. Тепер припустіть, що відлов риби з озера дорівнює hx риб в місяць (причому h – додатна константа). Нехай $0 < h < kM$. Покажіть, що чисельність популяції все одно задовольняє логістичному рівнянню. Яке нове обмеження чисельності популяції? Нехай $h \ge kM$. Покажіть, що $x(t) \to 0$ при $t \to \infty$.

Таблиця 1.6. Порівняння моделі Мальтуса та логістичної моделі Ферхюльста

Рік	Фактичне населення	Модель Мальтуса	Похибка моделі Мальтуса	Логістична модель Ферхюльста	Похибка логістичної моделі Ферхюльста
1800					
1810					
1820					
1830					
1840					
1850					
1860					
1870					
1880					
1890					
1900					
1910					
1920					
1930					
1940					
1950					
1960					
1970					
1980					
1990					
2000					
2010					

Контрольні питання

1. Загальні положення та основні поняття математичного моделювання.
2. Дайте визначення звичайному диференціальному рівнянню.
3. Яке диференціальне рівняння називається лінійним? Наведіть приклади.
4. Що називають порядком звичайного диференціального рівняння?
5. Що таке фазовий простір?
6. Яку задачу називають задачею Коші?
7. Яку задачу називають задачею з граничними умовами?
8. Яким чином можна контролювати точність чисельного розв'язання задачі Коші?
9. Що є нормальною формою диференціального рівняння?
10. Яке диференціальне рівняння називається автономним? Наведіть приклади.
11. Що таке ізокліна диференціального рівняння?
12. Яким чином будується поле напрямків диференціального рівняння? Наведіть приклади поудови поля напрямків певного диференціального рівняння.
13. Які типи диференціальних рівнянь та методи їх розв'язання Ви знаєте?
14. Що таке точка рівноваги диференціального рівняння?
15. Який розв'язок диференціального рівняння є рівноважним?
16. Яким чином визначається стійкість точки рівноваги відносно початкової умови?
17. Що таке фазова діаграма диференціального рівняння? Наведіть приклади її побудови.
18. Що таке діаграма біфуркацій? Яким чином вона будується?
19. Модель Мальтуса.
20. Логістична модель Ферхюльста.
21. Логістична модель зі збором врожаю.