

Лабораторна робота №3

з дисципліни “Математичне моделювання систем та процесів”

тема: “Математичні моделі, що описуються системами
диференціальних рівнянь”

Мета роботи – опанувати комп’ютерні засоби для розв’язання та аналізу систем диференціальних рівнянь та набути навичок побудови найпростіших математичних моделей, що описуються системами диференціальних рівнянь.

Завдання для виконання

1. Побудувати поле напрямків та типові фазові траєкторії системи диференціальних рівнянь, заданої за варіантом (*табл. 3.1*).
2. Знайти розв’язки системи диференціальних рівнянь з початковими умовами, заданої за варіантом (*табл. 3.1*), в аналітичному вигляді за допомогою будь-якого математичного пакета, використовуючи спеціальні функції, що наявні в ньому.
3. Розв’язати систему диференціальних рівнянь (сітку обрати самостійно) з початковими умовами, задану за варіантом (*табл. 3.1*), будь-яким чисельним методом (вибір методу обґрунтувати) змінюючи точність обчислень, що задана за замовчуванням для обраного метода.
4. Вивести рівняння руху механічної системи зображеної на рис. 3.1. Знайти загальний розв’язок отриманої системи при заданих масах матеріальних точок та жорсткостях пружини (*табл. 3.2*). Знайти

власні частоти механічної системи та описати власні моди коливань. Побудувати графік двох (два тіла рухаються в однаковому напрямку та у протилежних напрямках) власних мод.

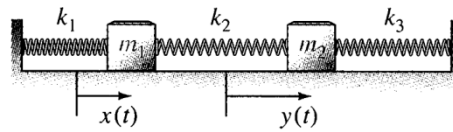


Рис. 3.1. Механічна система

5. Обчислити e^{At} і використовуючи отриману матрицю розв'язати, задану за варіантом, систему диференціальних рівнянь (табл. 3.3).

*Примітка: в кожному математичному пакеті наявна спеціальна функція для обчислення e^{At} . Наприклад, в MatLab такою функцією є `expm(A*t)`.*

6. Розв'язати задану за варіантом задачу Коші (табл. 3.4)

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(t), \quad \mathbf{x}(a) = \mathbf{x}_a.$$

методом варіації параметрів, попередньо обчисливши e^{At} . При необхідності дозволяється використати спеціалізований математичний пакет, але при цьому задача Коші має бути розв'язана заданим методом.

7. Знайти розв'язок системи диференціальних рівнянь, що задана за варіантом (табл. 3.5). Побудувати фазовий портрет та поле напрямків даної системи. Визначити тип та стійкість кожної рівноважної точки.

Примітка: якщо за варіантом задано диференціальне рівняння вищого порядку, то його необхідно перетворити в еквівалентну систему диференціальних рівнянь першого порядку.

8. Аналітично знайти всі точки рівноваги системи диференціальних рівнянь, що задана за варіантом (табл. 3.6). Побудувати фазовий портрет для даної системи. За фазовим портретом перевірити коректність висновків отриманих аналітично.
9. Розв'язати задачу, задану за варіантом (табл. 3.7).
10. Для системи, заданої за варіантом (табл. 3.8), описати тип популяцій $x(t)$ та $y(t)$ та характер їх взаємодії. Знайти всі точки рівноваги даної системи і визначити їх тип та стійкість. Визначити при яких відмінних від нуля x та y можуть співіснувати ці популяції. Побудувати фазовий портрет та за фазовим портретом описати поведінку цих двох популяцій в залежності від початкових чисельностей $x(0)$ та $y(0)$.
11. Номер варіанту визначається таблицею:

№ за списком викладача	Варіант №
1	3
2	9
3	1
4	6
5	7
6	10

№ за списком викладача	Варіант №
7	8
8	2
9	11
10	5
11	5

Вимоги до оформлення звіту

Звіт має містити:

1. Оформлений за зразком титульний аркуш.
2. На кожній сторінці, окрім титульної, в правому верхньому куті прізвище, ініціали студента та номер групи.
3. Наскрізню нумерацію, окрім титульної, в правому нижньому куті.
4. Постановку задачі за варіантом.
5. Математичне підґрунття для виконання даної лабораторної роботи.
6. Поле напрямків та типові фазові траєкторії системи диференціальних рівнянь з п.1 завдання.
7. Розв'язок системи диференціальних рівнянь з п.2 завдання та код програми, яка її розв'язує.
8. Чисельні розв'язки системи диференціальних рівнянь з п.3 завдання:

<i>Спеціалізований математичний пакет (вказати назву)</i>	
<i>Метод (вказати назву)</i>	
<i>x</i>	<i>y</i>

9. Процес розв'язку задачі з п.4 завдання.
10. Процес розв'язку задачі з п.5 завдання.
11. Процес розв'язку задачі з п.6 завдання.
12. Процес розв'язку задачі з п.7 завдання.
13. Процес розв'язку задачі з п.8 завдання.
14. Процес розв'язку задачі з п.9 завдання.
15. Процес розв'язку задачі з п.10 завдання.
16. Висновки.
17. Основний текст звіту має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Times New Roman 14 пт, відступ першого рядка 12.5 мм з міжрядковим інтервалом 1.5 з вирівнюванням по ширині та

надрукований на одному боці аркуша паперу формату А4 з полями таких розмірів:

- верхнє та нижнє поле: до тексту – 20 мм,
до колонтитула – 12.5 мм;
- лівє поле – 30 мм;
- правє поле – 15 мм.

18. Текст в таблицях має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Times New Roman 12 пт (при необхідності дозволяється змінити шрифт на Courier New 8 пт), міжрядковий інтервал 1.0, інтервал перед 6 пт, інтервал після 6 пт.
19. Текст програм має бути набраний з дотриманням таких вимог: шрифт Courier New 8 пт з міжрядковим інтервалом 1.0.
20. Звіт подається на перевірку в роздрукованому та електронному вигляді в форматі *.doc або *.docx, або *.rtf, або *.pdf.

Таблиця 3.1. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь	Початкова умова
1	$\begin{cases} x' = y; \\ y' = -x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1.00; \\ y(0) &= 11.00 \end{aligned}$
2	$\begin{cases} x' = -2y; \\ y' = 2x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(1) &= 5.00; \\ y(1) &= 3.00 \end{aligned}$
3	$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}y; \\ y' = -8x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(5) &= 7.00; \\ y(5) &= 11.00 \end{aligned}$
4	$\begin{cases} x' = y; \\ y' = 6x - y. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(7) &= 1.50; \\ y(7) &= 13.59 \end{aligned}$
5	$\begin{cases} x' = -y; \\ y' = 13x + 4y. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(1) &= 11.30; \\ y(1) &= 5.90 \end{aligned}$
6	$\begin{cases} x' = y; \\ y' = -9x + 6y. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(5) &= 7.00; \\ y(5) &= 9.00 \end{aligned}$
7	$\begin{cases} x' = y; \\ y' = x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(8) &= 13.00; \\ y(8) &= 7.00 \end{aligned}$
8	$\begin{cases} x' = 10y; \\ y' = -10x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(9) &= 7.00; \\ y(9) &= 13.00 \end{aligned}$
9	$\begin{cases} x' = 8y; \\ y' = -2x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(2) &= 1.00; \\ y(2) &= 9.00 \end{aligned}$
10	$\begin{cases} x' = -y; \\ y' = 10x - 7y. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 17.00; \\ y(0) &= 13.00 \end{aligned}$
11	$\begin{cases} x' = 5y + 1; \\ y' = -10x. \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 7.00; \\ y(0) &= 8.00 \end{aligned}$

Таблиця 3.2. Варіанти завдань

Варіант №	m_1	m_2	k_1	k_2	k_3
1	4	2	8	4	0
2	1	1	1	4	1
3	1	1	1	2	1
4	1	2	2	4	4
5	2	1	100	50	0
6	1	2	1	2	2
7	1	1	2	1	2
8	1	1	4	6	4
9	5	1	7	1	50
10	9	5	3	2	30
11	7	4	1	5	7

Таблиця 3.3. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь	Початкова умова
1	$\begin{cases} x_1' = 5x_1 - 4x_2 ; \\ x_2' = 2x_1 - x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(5) &= 17.00 ; \\ x_2(5) &= 19.00 \end{aligned}$
2	$\begin{cases} x_1' = 5x_1 - 3x_2 ; \\ x_2' = 2x_1 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(7) &= 7.00 ; \\ x_2(7) &= 5.00 \end{aligned}$
3	$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 8x_2 ; \\ x_2' = 6x_1 - 5x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(4) &= 9.00 ; \\ x_2(4) &= 11.00 \end{aligned}$
4	$\begin{cases} x_1' = 6x_1 - 10x_2 ; \\ x_2' = 2x_1 - 3x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(3) &= 14.00 ; \\ x_2(3) &= 15.00 \end{aligned}$
5	$\begin{cases} x_1' = 3x_1 + x_2 ; \\ x_2' = x_1 + 3x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(1) &= 11.00 ; \\ x_2(1) &= 13.00 \end{aligned}$
6	$\begin{cases} x_1' = 9x_1 + 2x_2 ; \\ x_2' = 2x_1 + 6x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(0) &= 3.00 ; \\ x_2(0) &= 4.00 \end{aligned}$
7	$\begin{cases} x_1' = 5x_1 - 4x_2 ; \\ x_2' = 3x_1 - 2x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(7) &= 3.00 ; \\ x_2(7) &= 1.00 \end{aligned}$
8	$\begin{cases} x_1' = 10x_1 - 6x_2 ; \\ x_2' = 12x_1 - 7x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(4) &= 3.00 ; \\ x_2(4) &= 5.00 \end{aligned}$
9	$\begin{cases} x_1' = 11x_1 - 15x_2 ; \\ x_2' = 6x_1 - 8x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(1) &= 3.00 ; \\ x_2(1) &= 4.00 \end{aligned}$
10	$\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 2x_2 ; \\ x_2' = 2x_1 + 4x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(13) &= 7.00 ; \\ x_2(13) &= 3.00 \end{aligned}$
11	$\begin{cases} x_1' = 13x_1 + 4x_2 ; \\ x_2' = 4x_1 + 7x_2 . \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1(17) &= 11.00 ; \\ x_2(17) &= 5.00 \end{aligned}$

Таблиця 3.4. Варіанти завдань

Варіант №	A	$f(t)$	$x(a) = x_a$
1	$\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 100t \\ -50t \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 180t \\ 90t \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18e^{2t} \\ 30e^{2t} \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 28e^{-t} \\ 20e^{3t} \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ t^{-2} \end{bmatrix}$	$x(1) = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \cdot \cos t \\ 6 \cdot \sin t \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$
7	$\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \cdot \ln t \\ t^{-1} \end{bmatrix}$	$x(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
8	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sec t \\ 0 \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
9	$\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} t \cdot \cos 2t \\ t \cdot \sin 2t \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4t \\ 1 \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
11	$\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36t^2 \\ 6t \end{bmatrix}$	$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Таблиця 3.5. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння або система рівнянь
1	$x'' + 4x - x^3 = 0$
2	$x'' + 3x' + 4\sin x = 0$
3	$x'' + 2x' + x + 4x^3 = 0$
4	$x'' + (x^2 - 1)x' + x = 0$
5	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x; \\ \frac{dy}{dt} = -2y. \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x; \\ \frac{dy}{dt} = -2y. \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x; \\ \frac{dy}{dt} = -y. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x; \\ \frac{dy}{dt} = 3y. \end{cases}$
9	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y; \\ \frac{dy}{dt} = -5x - 4y. \end{cases}$
10	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y; \\ \frac{dy}{dt} = 4x. \end{cases}$

Таблиця 3.5. Варіанти завдань

Варіант №	Рівняння або система рівнянь
11	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y; \\ \frac{dy}{dt} = -x. \end{cases}$

Таблиця 3.6. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь
1	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y + 2xy; \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 6y - xy. \end{cases}$
2	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y + x^2 + y^2; \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 2y - 3xy. \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 5y + x^3; \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 6y + y^4. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y + 3xy; \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 3y - x^2 - y^2. \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + x^4 - y^2; \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + y^4 - x^2. \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y; \\ \frac{dy}{dt} = x^2 - y. \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y^2 - 1; \\ \frac{dy}{dt} = x^3 - y. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 5y + x^2; \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + y^2. \end{cases}$

Таблиця 3.6. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь
9	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 4y - xy^2; \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + x^2y. \end{cases}$
10	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 3y + y(x^2 + y^2); \\ \frac{dy}{dt} = 5x + y(x^2 + y^2). \end{cases}$
11	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y - x^2 - y^2; \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y - 3xy. \end{cases}$

Таблиця 3.7. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
1	<p>Побудувати фазовий портрет системи хижак-жертва:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 200x - 4xy; \\ \frac{dy}{dt} = -150y + 2xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$) і тип та стійкість точок рівноваги. Отримати лінеаризацію даної системи в двох точках: $(0; 0)$ та $(75; 50)$. Побудувати фазовий портрет для цих двох лінеаризацій. Порівняти фазові портрети при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
2	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 4x^2 - 3xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 2y^2 - 3xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(0; 0)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
3	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 4x^2 - 3xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 2y^2 - 3xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(0; 21)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>

Таблиця 3.7. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
4	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 4x^2 - 3xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 2y^2 - 3xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(15; 0)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
5	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 4x^2 - 3xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 2y^2 - 3xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(6; 12)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>

Таблиця 3.7. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
6	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 3x^2 - 4xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 3y^2 - 2xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(0;14)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
7	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 3x^2 - 4xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 3y^2 - 2xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(20;0)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>

Таблиця 3.7. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
8	<p>Побудувати фазовий портрет системи конкуренції:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 60x - 3x^2 - 4xy; \\ \frac{dy}{dt} = 42y - 3y^2 - 2xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(12; 6)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
9	<p>Побудувати фазовий портрет системи хижак-жертва:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - x^2 - xy; \\ \frac{dy}{dt} = -2y + xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(0; 0)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>

Таблиця 3.7. Варіанти завдань

Варіант №	Задача
10	<p>Побудувати фазовий портрет системи хижак-жертва:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - x^2 - xy; \\ \frac{dy}{dt} = -2y + xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(5; 0)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>
11	<p>Побудувати фазовий портрет системи хижак-жертва:</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - x^2 - xy; \\ \frac{dy}{dt} = -2y + xy. \end{cases}$ <p>Визначити аналітично тип та стійкість точок рівноваги, тип популяцій ($x(t)$ та $y(t)$), а також який з ефектів (конкуренції чи затримки популяцій) є домінуючим в цій системі. Отримати лінеаризацію даної системи в точці $(2; 3)$. Побудувати фазовий портрет для цієї лінеаризації. Порівняти фазовий портрет при лінеаризації з фазовим портретом початкової системи.</p>

Таблиця 3.8. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь
1	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - xy; \\ \frac{dy}{dt} = 3y - xy. \end{cases}$
2	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2xy - 16x; \\ \frac{dy}{dt} = 4y - xy. \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - x^2 + \frac{1}{2}xy; \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{5}xy - y. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 30x - 3x^2 + xy; \\ \frac{dy}{dt} = 60y - 3y^2 + 4xy. \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 30x - 2x^2 - xy; \\ \frac{dy}{dt} = 80y - 4y^2 + 2xy. \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 30x - 2x^2 - xy; \\ \frac{dy}{dt} = 20y - 4y^2 + 2xy. \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2xy - 4x; \\ \frac{dy}{dt} = xy - 3y. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - x^2 - \frac{1}{2}xy; \\ \frac{dy}{dt} = 4y - 2xy. \end{cases}$

Таблиця 3.8. Варіанти завдань

Варіант №	Система рівнянь
9	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - x^2 - \frac{1}{4}xy; \\ \frac{dy}{dt} = xy - 2y. \end{cases}$
10	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5xy + 4x; \\ \frac{dy}{dt} = 7xy - 3y. \end{cases}$
11	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2x^2 - \frac{1}{5}xy; \\ \frac{dy}{dt} = 3xy - 2y. \end{cases}$

Контрольні питання

1. Яким чином можна перетворити диференціальне рівняння вищого порядку в систему диференціальних рівнянь першого порядку?
2. Правила диференціювання матричних функцій.
3. Записати систему лінійних диференціальних рівнянь у вигляді матрично-векторного рівняння.
4. Метод власних значень розв'язання однорідної системи диференціальних рівнянь
5. Що таке фундаментальна матриця лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь
6. Яка матриця називається нільпотентною?
7. Метод варіації параметрів розв'язання системи неоднорідних диференціальних рівнянь.
8. Навести приклад задачі, що зводиться до розв'язання системи диференціальних рівнянь.
9. Яка система диференціальних рівнянь називається автономною?
10. Що таке траєкторія системи диференціальних рівнянь?
11. Що таке фазовий портрет системи диференціальних рівнянь?
12. Для якої системи диференціальних рівнянь можна побудувати поле напрямків?
13. Що таке рівноважний розв'язок системи диференціальних рівнянь?
14. Яким чином виконується лінеаризація нелінійної системи диференціальних рівнянь?
15. Як класифікують точки рівноваги системи диференціальних рівнянь?
16. Модель хижак-жертва.
17. Модель конкуренції.