Сфери в електричному та магнітному полях

Позначення

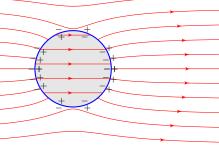
- 1. ${\bf E}_0$ та ${\bf B}_0$ поля на далекій відстані від куль.
- 2. R радіус кулі.
- 3. Індекс e відноситься до оточуючого середовища, i до матеріалу кулі.
- 4. Формули для діелектриків можна замінити на формули для металів, якщо покласти $\frac{1}{\varepsilon} \to 0$.
- 5. Формули для магнетиків можна замінити на формули для надпровідників, якщо покласти $\mu=0.$

Вигляд силових ліній

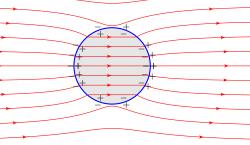
Формули

Діелектрична куля в однорідному електричному полі

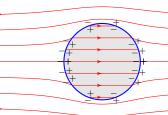
Поле вектора $\mathbf{E} \ (\varepsilon_i > \varepsilon_e)$



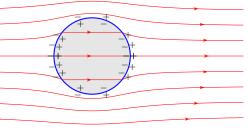
Поле вектора \mathbf{D} ($\varepsilon_i > \varepsilon_e$)



Поле вектора $\mathbf{E} \left(\varepsilon_i < \varepsilon_e \right)$



Поле вектора $\mathbf{D} \ (\varepsilon_i < \varepsilon_e)$



Дипольний момент кулі:

$$\mathbf{p} = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_e} R^3 \mathbf{E}_0,$$

Напрямок дипольного моменту визначається різницею $\varepsilon_e - \varepsilon_e$. Потенціал кулі:

$$\varphi = \begin{cases} -\frac{3\varepsilon_e}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_e} \left(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r} \right), & r \leq R \\ -\left(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r} \right) + \frac{\mathbf{p}\mathbf{r}}{r^3}, & r > R \end{cases},$$

Поле кулі:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \frac{3\varepsilon_e}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_e} \mathbf{E}_0, & r \leq R \\ \mathbf{E}_0 - \frac{\mathbf{p}}{r^3} + \frac{3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

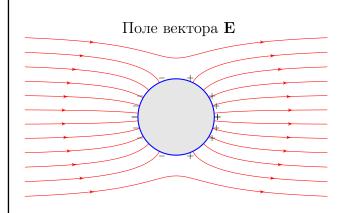
Зв'язані заряди на поверхні:

$$\sigma' = \frac{3}{4\pi} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_e} \frac{\mathbf{E_0 r}}{R}.$$

Вигляд силових ліній

Формули

Металева сфера в однорідному електричному полі



Дипольний момент кулі:

$$\mathbf{p} = R^3 \mathbf{E}_0,$$

Потенціал кулі:

$$\varphi = \begin{cases} 0, & r \leq R \\ -(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}) + \frac{\mathbf{pr}}{r^3}, & r > R \end{cases},$$

Поле кулі:

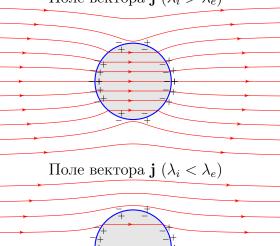
$$\mathbf{E} = \begin{cases} 0, & r \le R \\ \mathbf{E}_0 - \frac{\mathbf{p}}{r^3} + \frac{3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

Вільні заряди на поверхні:

$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathbf{E}_0 \mathbf{r}}{R}.$$

Провідна куля в середовищі з провідністю по якому тече струм

Поле вектора \mathbf{j} $(\lambda_i > \lambda_e)$



Дипольний момент кулі:

$$\mathbf{p} = \frac{\lambda_i - \lambda_e}{\lambda_i + 2\lambda_e} R^3 \mathbf{E}_0,$$

Поле:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \frac{3\lambda_e}{\lambda_i + 2\lambda_e} \mathbf{E}_0, & r \le R\\ \mathbf{E}_0 - \frac{\mathbf{p}}{r^3} + \frac{3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

Густина струму:

$$\mathbf{j} = \begin{cases} \frac{3\lambda_e}{\lambda_i + 2\lambda_e} \mathbf{j}_0, & r \leq R\\ \mathbf{j}_0 + \lambda_e \frac{3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{r^5} - \lambda_e \frac{\mathbf{p}}{r^3}, & r > R, \end{cases}$$

Заряди на поверхні:

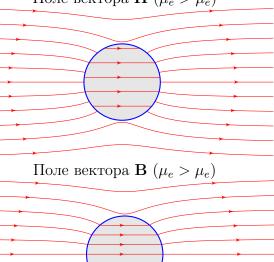
$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda_i - \lambda_e}{\lambda_i + 2\lambda_e} \frac{\mathbf{E}_0 \mathbf{r}}{R}.$$

Вигляд силових ліній

Формули

Куля з магнетика в однорідному магнітному полі

Поле вектора **H** $(\mu_e > \mu_e)$



Дипольний момент кулі:

$$\mathbf{p}_m = \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + 2\mu_e} R^3 \mathbf{B}_0,$$

Поле кулі:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{3\mu_i}{\mu_i + 2\mu_e} \mathbf{B}_0, & r \le R \\ \mathbf{B}_0 - \frac{\mathbf{p}_m}{r^3} + \frac{3(\mathbf{p}_m \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

Густина об'ємних струмів намагнічування $\mathbf{j}' = 0.$

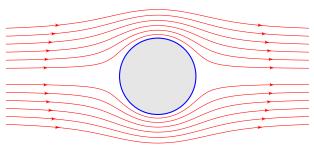
Поверхнева густина струмів намагнічування

$$i = \frac{3c}{4\pi} \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + 2\mu_e} \frac{\mathbf{B}_0 \mathbf{r}}{R},$$

де ${\bf r}$ – радіус-вектор поверхні провідника.

Надпровідна куля в однорідному магнітному полі ${f B}_0$

Поле вектора ${f B}$



Дипольний момент кулі:

$$\mathbf{p}_m = -\frac{1}{2}R^3\mathbf{B}_0,$$

Поле кулі:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} 0, & r \le R \\ \mathbf{B}_0 - \frac{\mathbf{p}_m}{r^3} + \frac{3(\mathbf{p}_m \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5}, & r > R, \end{cases}$$

Густина об'ємних струмів намагнічування $\mathbf{j}' = 0$.

Поверхнева густина струмів намагнічування

$$i = -\frac{3c}{8\pi} \frac{\mathbf{B}_0 \mathbf{r}}{R},$$

де ${f r}$ – радіус-вектор поверхні провідника.