

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τηλεπικοινωνιών

ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΙΙΙ

Προσομοίωση ψηφιακής μετάδοσης μέσω AWGN καναλιού περιορισμένου
εύρους ζώνης με μηδενική και ελεγχόμενη διασυμβολική παρεμβολή μέσω
του προγράμματος MATLAB

Φωτεινή Σαββίδου

AEM: 9657

sfoteini@ece.auth.gr

Ακαδημαϊκό Έτος 2021-2022

7^ο Εξάμηνο

Πίνακας περιεχομένων

1	Περιγραφή Εργασίας	3
2	Μελέτη συστήματος με μηδενική διασυμβολική παρεμβολή	4
2.1	Θεωρητική ανάλυση	4
2.2	Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB	4
2.3	Συμπεράσματα	7
3	Μελέτη συστήματος με ελεγχόμενη ISI και σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση	8
3.1	Θεωρητική ανάλυση	8
3.2	Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB	9
3.3	Συμπεράσματα	11
4	Μελέτη συστήματος με ελεγχόμενη ISI και αλγόριθμο Viterbi στη φώραση	12
4.1	Θεωρητική ανάλυση	12
4.2	Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB	13
4.3	Συμπεράσματα	15

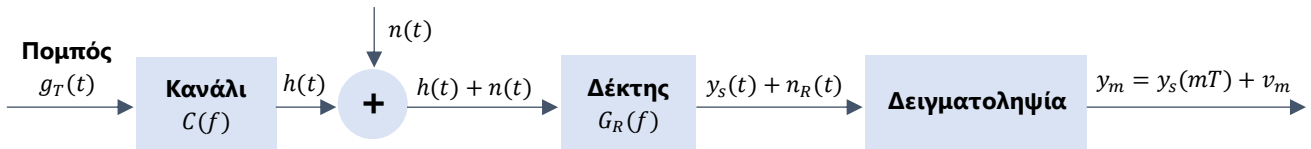
1 Περιγραφή Εργασίας

Σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη της ψηφιακής επικοινωνίας διαμέσου καναλιού προσθετικού λευκού Gaussian θορύβου (AWGN), περιορισμένου εύρους ζώνης και η προσομοίωση ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος με μηδενική και ελεγχόμενη διασυμβολική παρεμβολή (ISI) μέσω του προγράμματος MATLAB.

Θεωρούμε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα της Εικόνας 1.1. Το κανάλι είναι περιορισμένου εύρους ζώνης και η απόκριση συχνότητας δίνεται από τον τύπο:

$$C(f) = \begin{cases} 1, & |f \pm f_0| \leq W \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, \quad 0 < W \ll f_0$$

Για τη μετάδοση χρησιμοποιείται διαμόρφωση M-PAM, δηλαδή τα μεταδιδόμενα σύμβολα a_m λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $\{-(M-1), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)\}$. Ο θόρυβος $n(t)$ είναι Gaussian, λευκός με φασματική πυκνότητα ισχύος $S(f) = \frac{N_0}{2}$ και διασπορά $\sigma_v^2 = \frac{N_0}{2}$.



Εικόνα 1.1: Τηλεπικοινωνιακό σύστημα με AWGN κανάλι περιορισμένου εύρους ζώνης.

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η επίδοση του συστήματος στις εξής περιπτώσεις:

1. Τα φίλτρα του πομπού και του δέκτη επιλέγονται έτσι, ώστε να έχουμε μηδενική διασυμβολική παρεμβολή στον δέκτη.
2. Τα φίλτρα του πομπού και του δέκτη επιλέγονται έτσι, ώστε να έχουμε ελεγχόμενη διασυμβολική παρεμβολή στον δέκτη. Χρησιμοποιείται διπλοδυαδικός παλμός, προκωδικοποίηση στον πομπό και σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση.
3. Τα φίλτρα του πομπού και του δέκτη επιλέγονται έτσι, ώστε να έχουμε ελεγχόμενη διασυμβολική παρεμβολή στον δέκτη. Χρησιμοποιείται διπλοδυαδικός παλμός και εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Viterbi στη φώραση.

2 Μελέτη συστήματος με μηδενική διασυμβολική παρεμβολή

2.1 Θεωρητική ανάλυση

Για την επίτευξη μηδενικής διασυμβολικής παρεμβολής, επιλέγεται παλμός ανυψωμένου συνημιτόνου με μετασχηματισμό Fourier $X_{rc}(f)$ και συντελεστή επέκτασης α , $0 \leq \alpha \leq 1$. Τα φίλτρα του πομπού και του δέκτη σχεδιάζονται έτσι, ώστε να ισχύει:

$$|G_R(f)| = |G_T(f)| = \sqrt{X_{rc}(f)}$$

Τα λαμβανόμενα σύμβολα στην έξοδο του δειγματολήπτη έχουν τη μορφή:

$$y_n = a_n + v_n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (2.1)$$

όπου a_n είναι τα μεταδιδόμενα σύμβολα και v_n είναι τα δείγματα του θορύβου.

Η διασπορά του θορύβου μετά το φίλτρο του δέκτη δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} X_{rc}(f) df = \frac{N_0}{2}$$

καθώς αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$\int_{-\infty}^{\infty} X_{rc}(f) df = 1$$

2.2 Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB

Η προσομοίωση του συστήματος βασίζεται στα εξής βήματα:

1. Επιλογή τυχαίας ακολουθίας δεδομένων $d_m \in \{0, 1, \dots, (M-1)\}$, $m = 1, 2, \dots$ από ομοιόμορφη κατανομή και αντιστοίχιση της ακολουθίας σε M-PAM σύμβολα $a_m \in \{-(M-1), -(M-3), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)\}$, $m = 1, 2, \dots$
2. Παραγωγή λευκού Gaussian θορύβου n με μέση τιμή 0 και διασπορά $\frac{N_0}{2}$.
3. Ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν και υπολογισμός του ποσοστού σφαλμάτων.

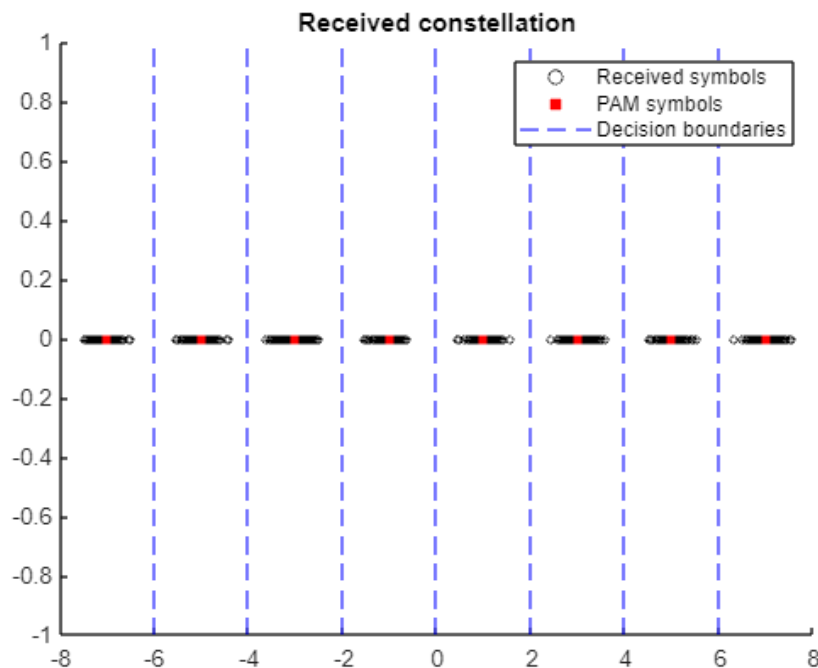
Για την παραγωγή της ακολουθίας δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `unidrnd()`, η οποία παράγει τυχαίους αριθμούς από διακριτή ομοιόμορφη κατανομή, ενώ η αντιστοίχιση της ακολουθίας δεδομένων σε M-PAM σύμβολα βασίστηκε στον Πίνακα 2.1. Στη συνέχεια, υπολογίστηκε η λαμβανόμενη ακολουθία y_n σύμφωνα με τη σχέση (2.1), όπου για την παραγωγή του θορύβου n χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `normrnd()`. Για την ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν, δημιουργήθηκε η συνάρτηση `detect()`.

Δεδομένα	M-PAM σύμβολο	Δεδομένα	M-PAM σύμβολο
0	$-(M - 1)$
1	$-(M - 3)$	$M - 3$	$M - 5$
2	$-(M - 5)$	$M - 2$	$M - 3$
...	...	$M - 1$	$M - 1$

Πίνακας 2.1: Αντιστοίχιση της ακολουθίας δεδομένων σε M-PAM σύμβολα

Η συνάρτηση *detect()* υπολογίζει το σύμβολο που ανιχνεύθηκε με βάση την τιμή της λαμβανόμενης ακολουθίας y και τη στάθμη M της PAM διαμόρφωσης. Η ανίχνευση βασίζεται στην εύρεση του πλησιέστερου (στην τιμή της y) περιττού αριθμού στο εύρος $\{-(M - 1), -(M - 3), \dots, (M - 1)\}$, δηλαδή στην εύρεση του πλησιέστερου M-PAM συμβόλου.

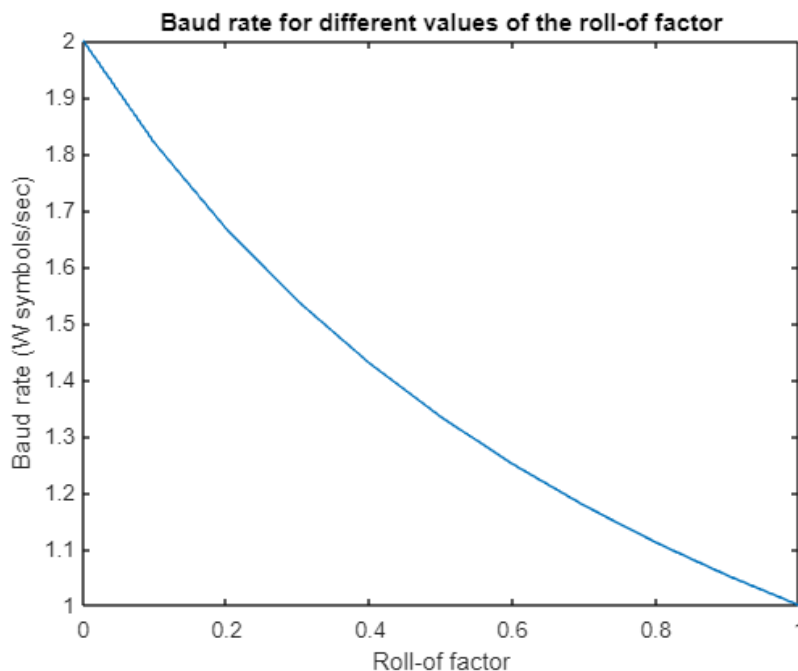
Στην *Εικόνα 2.1* παρουσιάζεται ο αστερισμός στη λήψη και οι περιοχές απόφασης για μετάδοση ακολουθίας 10^3 συμβόλων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 8-PAM και AWGN θόρυβο διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2} = 0.05$. Τα όρια των περιοχών απόφασης προκύπτουν βάσει του κανόνα της μεσοκαθέτου, εφόσον τα μεταδιδόμενα σύμβολα προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή.



Εικόνα 2.1: Αστερισμός λήψης για μετάδοση ακολουθίας 1000 συμβόλων με 8-PAM διαμόρφωση και AWGN θόρυβο διασποράς $\sigma^2 = 0.05$.

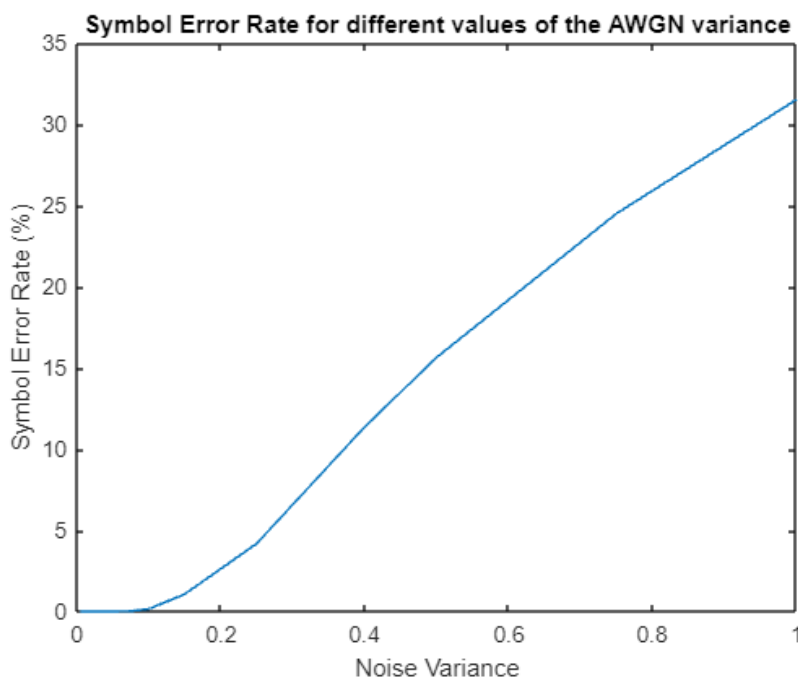
Πραγματοποιήθηκε ακόμα προσομοίωση της επίδοσης του συστήματος για διαφορετικές τιμές του συντελεστή επέκτασης και της διασποράς του θορύβου. Ο συντελεστής επέκτασης α επηρεάζει μόνο τον ρυθμό μετάδοσης συμβόλων. Η επίδοση του συστήματος, δηλαδή το ποσοστό των συμβόλων που ανιχνεύονται λανθασμένα, δεν εξαρτάται από το α , καθώς έχουμε μηδενική διασυμβολική παρεμβολή για κάθε α , με $0 \leq \alpha \leq 1$ και υποθέτουμε ότι ο πομπός και ο δέκτης είναι τελείως

συγχρονισμένοι. Στην *Εικόνα 2.2* φαίνεται ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλων συναρτήσει του συντελεστή επέκτασης.



Εικόνα 2.2: Ρυθμός μετάδοσης συμβόλων συναρτήσει του συντελεστή επέκτασης α , με $0 \leq \alpha \leq 1$.

Στην *Εικόνα 2.3* παρουσιάζεται το ποσοστό σφαλμάτων (πιθανότητα σφάλματος συμβόλου) συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του θορύβου για διάφορες τιμές του N_0 και για μετάδοση ακολουθίας 10^4 συμβόλων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 4-PAM.



Εικόνα 2.3: Πιθανότητα σφάλματος συμβόλου συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του AWGN θορύβου.

2.3 Συμπεράσματα

Από την *Εικόνα 2.2*, παρατηρούμε ότι ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλων ελαττώνεται με την αύξηση του συντελεστή επέκτασης α . Αυτό αποδεικνύεται και θεωρητικά.

Εφόσον η ζώνη διέλευσης του καναλιού είναι περιορισμένη, το εύρος φάσματος του ανυψωμένου συνημίτονου είναι:

$$\frac{1 + \alpha}{2T} = W \Rightarrow T = \frac{1 + \alpha}{2W}$$

οπότε ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλων είναι:

$$R = \frac{1}{T} = \frac{2W}{1 + \alpha}$$

Από τη μελέτη της επίδοσης του συστήματος για διάφορες τιμές της διασποράς του θορύβου (*Εικόνα 2.3*) προκύπτει ότι για μικρές τιμές της διασποράς, η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου, δηλαδή το ποσοστό των σφαλμάτων που σημειώθηκαν, είναι πολύ μικρή, ενώ με την αύξηση της διασποράς του θορύβου, αυξάνεται σημαντικά και η πιθανότητα σφάλματος. Η αύξηση αυτή οφείλεται στη μείωση του λόγου σήματος-προς-θόρυβο (SNR).

3 Μελέτη συστήματος με ελεγχόμενη ISI και σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση

3.1 Θεωρητική ανάλυση

Επιλέγουμε διπλοδυαδικό παλμό

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0,1 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

με μετασχηματισμό Fourier $X(f)$. Τα φίλτρα του πομπού και του δέκτη σχεδιάζονται έτσι, ώστε να ισχύει:

$$|G_R(f)| = |G_T(f)| = \sqrt{X(f)}$$

Τα λαμβανόμενα σύμβολα στην έξοδο του δειγματολήπτη έχουν τη μορφή:

$$y_n = a_n + a_{n-1} + v_n, \quad n = 0, 1, \dots$$

όπου a_n είναι τα μεταδιδόμενα σύμβολα και v_n είναι τα δείγματα του θορύβου.

Θεωρούμε ότι τα δείγματα του θορύβου είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Επίσης, η διασπορά του θορύβου μετά το φίλτρο του δέκτη δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)| df = \frac{2N_0}{\pi}$$

καθώς ισχύει:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)| df = \int_{-W}^W \frac{1}{W} \cos\left(\frac{\pi f}{2W}\right) df = \frac{2}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi f}{2W}\right) \right]_{-W}^W = \frac{4}{\pi}$$

Στον πομπό εφαρμόζεται προκωδικοποίηση της μορφής:

$$p_m = (d_m - p_{m-1}) \pmod{M}, \quad m = 1, 2, \dots \quad \text{και} \quad p_0 = 0 \quad (3.1)$$

όπου p_m η προκωδικοποιημένη ακολουθία, d_m η ακολουθία δεδομένων και M οι στάθμες της PAM διαμόρφωσης. Οι δυνατές τιμές της ακολουθίας δεδομένων είναι $\{0, 1, 2, \dots, M-1\}$.

Τα πλάτη των συμβόλων της M-PAM διαμόρφωσης καθορίζονται από τη σχέση

$$\alpha_m = 2p_m - (M-1), \quad m = 0, 1, \dots \quad (3.2)$$

και απουσία θορύβου, η ακολουθία στην έξοδο του φίλτρου λήψης μπορεί να εκφραστεί ως

$$b_m = \alpha_m + \alpha_{m-1} = 2(p_m + p_{m-1} - (M-1)), \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

Η ανίχνευση των δεδομένων που στάλθηκαν καθορίζεται από τη σχέση

$$\hat{d}_m = (\frac{b_m}{2} + M - 1)(\text{mod}M), \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

Παρουσία θορύβου η λαμβανόμενη ακολουθία μπορεί να εκφραστεί ως

$$y_m = b_m + v_m = a_m + a_{m-1} + v_m, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Τα λαμβανόμενα δείγματα εξόδου κβαντίζονται στην πλησιέστερη από τις δυνατές στάθμες της ακολουθίας b_m και η σχέση (3.4) χρησιμοποιείται στις κβαντισμένες τιμές για την ανίχνευση της μεταδιδόμενης ακολουθίας δεδομένων.

3.2 Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB

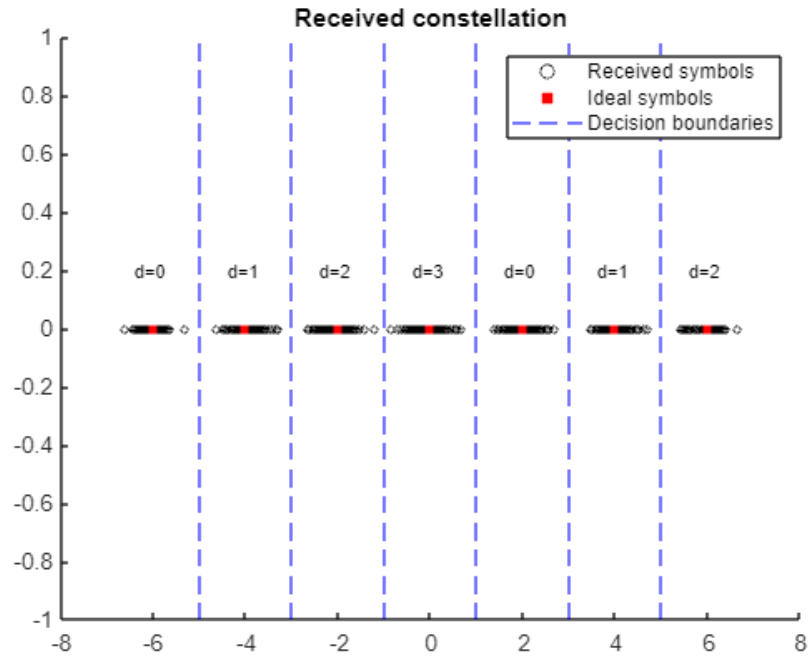
Η προσομοίωση του συστήματος βασίζεται στα εξής βήματα:

1. Επιλογή τυχαίας ακολουθίας δεδομένων $d_m \in \{0, 1, \dots, (M - 1)\}$, $m = 1, 2, \dots$ από ομοιόμορφη κατανομή και δημιουργία της προκωδικοποιημένης ακολουθίας p_m , $m = 0, 1, \dots$
2. Αντιστοίχιση της προκωδικοποιημένης ακολουθίας σε M-PAM σύμβολα.
3. Παραγωγή λευκού Gaussian θορύβου n με μέση τιμή 0 και διασπορά $\frac{2N_0}{\pi}$.
4. Ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν και υπολογισμός του ποσοστού σφαλμάτων.

Για την παραγωγή της ακολουθίας δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση *unidrnd()* και για τη δημιουργία της προκωδικοποιημένης ακολουθίας και της ακολουθίας M-PAM συμβόλων χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (3.1) και (3.2). Στη συνέχεια, υπολογίστηκε η λαμβανόμενη ακολουθία y_n σύμφωνα με τη σχέση (3.5), όπου για την παραγωγή του θορύβου n χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση *normrnd()*. Για την ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν, δημιουργήθηκε η συνάρτηση *detect()*.

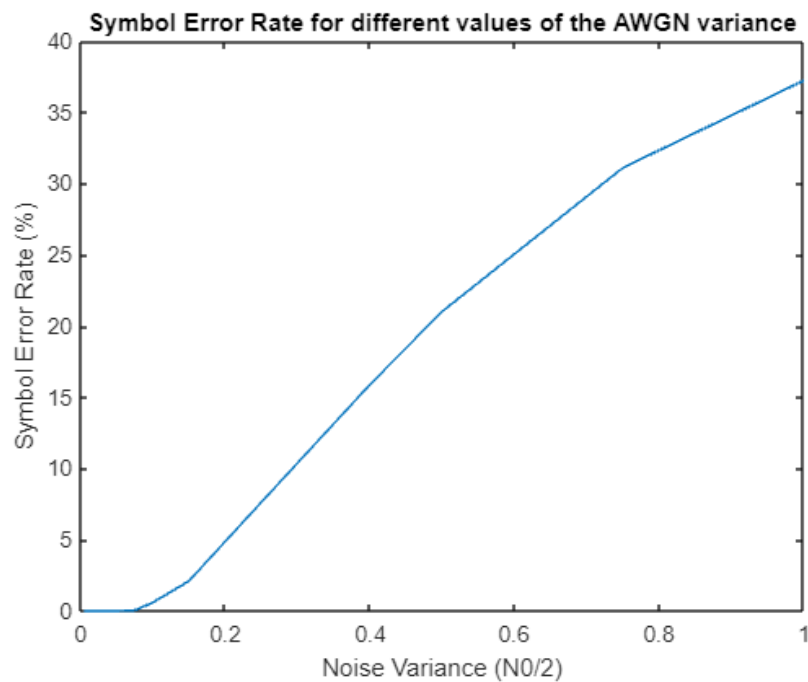
Η συνάρτηση *detect()* υπολογίζει το σύμβολο που ανιχνεύθηκε με βάση την τιμή της λαμβανόμενης ακολουθίας y και τη στάθμη M της PAM διαμόρφωσης. Η ανίχνευση βασίζεται στην κβάντιση των τιμών της y στην πλησιέστερη από τις δυνατές στάθμες της ακολουθίας b και στην εφαρμογή της σχέσης (3.4) για την ανίχνευση της μεταδιδόμενης ακολουθίας δεδομένων. Επειδή οι δυνατές τιμές της ακολουθίας b είναι $b \in \{-2(M - 1), -2(M - 2), \dots, 2(M - 1)\}$, αρκεί να υπολογίσουμε τον πλησιέστερο (στην τιμή της y) άρτιο αριθμό στο εύρος $[-2(M - 1), 2(M - 1)]$.

Στην *Εικόνα 3.1* παρουσιάζεται ο αστερισμός στη λήψη και οι περιοχές απόφασης για μετάδοση ακολουθίας 10^3 συμβόλων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 4-PAM και AWGN θόρυβο διασποράς $\sigma^2 = \frac{2N_0}{\pi} = \frac{0.2}{\pi}$ (μετά το φίλτρο του δέκτη).



Εικόνα 3.1: Αστερισμός λήψης για μετάδοση ακολουθίας 1000 συμβόλων με 4-PAM διαμόρφωση και AWGN θόρυβο διασποράς $\sigma^2 = 0.05$.

Πραγματοποιήθηκε ακόμα προσομοίωση της επίδοσης του συστήματος για διαφορετικές τιμές της διασποράς του θορύβου. Στην Εικόνα 3.2 παρουσιάζεται το ποσοστό σφαλμάτων (πιθανότητα σφάλματος συμβόλου) συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του θορύβου (πριν το φίλτρο του δέκτη) για διάφορες τιμές του N_0 και για μετάδοση ακολουθίας 10^4 συμβόλων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 4-PAM.



Εικόνα 3.2: Πιθανότητα σφάλματος συμβόλου συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του AWGN θορύβου.

3.3 Συμπεράσματα

Από σύγκριση των εικόνων 2.3 και 3.2, συμπεραίνουμε ότι η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου σε σύστημα με μηδενική ISI είναι μικρότερη σε σχέση με την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου συστήματος με ελεγχόμενη ISI και σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση για δεδομένη τιμή της διασποράς του θορύβου (πριν το φίλτρο του δέκτη) $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Το πειραματικό αυτό αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται και από τη θεωρητική ανάλυση της επίδοσης των δύο συστημάτων.

Για μεγάλη τιμή της στάθμης M της PAM διαμόρφωσης, η πιθανότητα σφάλματος για σύστημα με μηδενική ISI δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$P_M \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_g}{N_0}}\right)$$

ενώ η πιθανότητα σφάλματος για σύστημα με ελεγχόμενη ISI και σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$P_M \approx 2Q\left(\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \frac{2E_g}{N_0}}\right)$$

Για να πετύχουμε, λοιπόν, την ίδια πιθανότητα σφάλματος, το σύστημα με ελεγχόμενο ISI απαιτεί $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 1.62$ φορές μεγαλύτερη ενέργεια. Αυτή η απώλεια στην επίδοση οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι ο φωρατής σημάτων μερικής απόκρισης λαμβάνει σύμβολο-προς-σύμβολο αποφάσεις, αμελώντας την εγγενή μνήμη στο λαμβανόμενο σήμα στην είσοδο του φωρατή.

4 Μελέτη συστήματος με ελεγχόμενη ISI και αλγόριθμο Viterbi στη φώραση

4.1 Θεωρητική ανάλυση

Χρησιμοποιείται το τηλεπικοινωνιακό σύστημα που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, με τη διαφορά πως αντί για προκωδικοποίηση στον πομπό, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Viterbi στην ανίχνευση στον δέκτη.

Τα λαμβανόμενα σύμβολα στην έξοδο του δειγματολήπτη έχουν τη μορφή:

$$y_n = a_n + a_{n-1} + v_n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (4.1)$$

όπου a_n είναι τα μεταδιδόμενα σύμβολα και v_n είναι τα δείγματα του θορύβου με μέση τιμή 0 και διασπορά $\sigma^2 = \frac{2N_0}{\pi}$.

Για την υλοποίηση του αλγορίθμου Viterbi για ανίχνευση M-PAM ακολουθίας συμβόλων, χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω αλγόριθμος:

Αλγόριθμος 1: Υλοποίηση του αλγορίθμου Viterbi για M-PAM διαμόρφωση

1. Υπολογίζουμε τις τιμές της λαμβανόμενης ακολουθίας b (απουσία θορύβου) για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των M-PAM συμβόλων.
2. Για $m = 0$, θέτουμε $\mu_0(S_1) = 0$, $\mu_0(S_i) = \infty$, $i \neq 1$.
3. Θέτουμε $m = m + 1$.
4. Για κάθε κατάσταση S στον χρόνο mT , υπολογίζουμε το ελάχιστο κόστος διαδρομής

$$\mu_m(S) = \min_{S' \in S} (\mu_{m-1}(S') + C_{m-1}(S', S))$$

και τον επιζώντα κλάδο στον χρόνο mT , (S^*, S) , όπου

$$S^* = \arg \min_{S' \in S} (\mu_{m-1}(S') + C_{m-1}(S', S))$$

5. Αν $m = N$, προχωράμε στο Βήμα 6, αλλιώς επιστρέφουμε στο Βήμα 2.
6. Υπολογίζουμε την τελική κατάσταση

$$S^* = \arg \min_{S \in S} \mu_m(S)$$

7. Μέσω των αποθηκευμένων επιζώντων κλάδων, βρίσκουμε τη βέλτιστη διαδρομή, με αφετηρία την κατάσταση S_1 σε χρόνο $t = 0$ και πέρας την κατάσταση S^* σε χρόνο $t = NT$.

Για M-PAM διαμόρφωση και χρήση διπλοδυαδικού παλμού, οι δυνατές τιμές που μπορούν να λάβουν οι καταστάσεις S είναι: $S \in \{-(M-1), -(M-3), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)\}$, ενώ θεωρούμε πως είναι δυνατή η μετάβαση από την κατάσταση S_i σε κάθε κατάσταση S_j . Ακόμη, συμβολίζουμε με $\mu_m(S)$ το ελάχιστο κόστος διαδρομής με αφετηρία την κατάσταση S' και πέρας την κατάσταση S και με $C_{m-1}(S', S)$ το κόστος του κλάδου με αφετηρία την κατάσταση S' και πέρας την κατάσταση S , το οποίο είναι ίσο με:

$$C = (b - y)^2$$

4.2 Προσομοίωση μέσω του προγράμματος MATLAB

Η προσομοίωση του συστήματος βασίζεται στα εξής βήματα:

1. Επιλογή τυχαίας ακολουθίας δεδομένων $d_m \in \{0, 1, \dots, (M-1)\}$, $m = 1, 2, \dots$ από ομοιόμορφη κατανομή και αντιστοίχιση της ακολουθίας σε M-PAM σύμβολα $a_m \in \{-(M-1), -(M-3), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)\}$, $m = 1, 2, \dots$
2. Παραγωγή λευκού Gaussian θορύβου n με μέση τιμή 0 και διασπορά $\frac{2N_0}{\pi}$.
3. Ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν με τον αλγόριθμο Viterbi και υπολογισμός του ποσοστού σφαλμάτων.

Η παραγωγή της ακολουθίας δεδομένων d , των M-PAM συμβόλων a και του AWGN θορύβου n έγινε όπως περιγράφηκε στις προηγούμενες ενότητες, ενώ για τη δημιουργία της λαμβανόμενης ακολουθίας y χρησιμοποιήθηκε η σχέση (4.1). Για την ανίχνευση των συμβόλων που στάλθηκαν, δημιουργήθηκε η συνάρτηση `detect_viterbi()`.

Η συνάρτηση `detect_viterbi()` είναι υλοποίηση του αλγορίθμου Viterbi σύμφωνα με τον *Αλγόριθμο 1* και υπολογίζει τα σύμβολα που στάλθηκαν με βάση την τιμή της λαμβανόμενης ακολουθίας y , τη στάθμη M της PAM διαμόρφωσης και τον αριθμό των συμβόλων που στάλθηκαν. Η υλοποίηση του αλγορίθμου βασίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Δημιουργούμε τον πίνακα S , ο οποίος περιέχει όλες τις δυνατές καταστάσεις (σύμβολα) της M-PAM διαμόρφωσης.
2. Υπολογίζουμε τις δυνατές τιμές της λαμβανόμενης ακολουθίας b , απουσία θορύβου, για κάθε πιθανό συνδυασμό καταστάσεων.
3. Δημιουργούμε τον πίνακα m , ο οποίος περιέχει το τρέχον ελάχιστο κόστος διαδρομής. Για $t = 0$, θέτουμε $m(1) = 0$ και $m(i) = \infty$, $i \neq 1$.
4. Ορίζουμε τον πίνακα `surv_paths`, ο οποίος περιέχει τους επιζώντες κλάδους και τον πίνακα `path`, στον οποίο θα αποθηκεύσουμε την τελική διαδρομή που ανιχνεύτηκε.
5. Για κάθε σύμβολο, υπολογίζουμε το ελάχιστο κόστος διαδρομής και τον επιζώντα κλάδο με τη συνάρτηση `min()`. Ο επιζών κλάδος αναπαρίσταται με έναν αριθμό, ο οποίος αντιστοιχεί στη θέση (index) του πίνακα στην οποία βρέθηκε το ελάχιστο κόστος και συμβολίζει το σύμβολο που στάλθηκε την αμέσως προηγούμενη χρονική στιγμή.
6. Για την τελική κατάσταση, υπολογίζουμε μέσω της συνάρτησης `min()` το τελικό σύμβολο που ανιχνεύτηκε.

7. Χρησιμοποιούμε τις αποθηκευμένες τιμές στον πίνακα *surv_paths* (με κατεύθυνση από την τελευταία στήλη προς την πρώτη στήλη) για τον υπολογισμό της βέλτιστης διαδρομής.
8. Υπολογίζουμε τα σύμβολα PAM που στάλθηκαν.

		S			
		-3	-1	1	3
S'	-3	-6	-4	-2	0
	-1	-4	-2	0	2
	1	-2	0	2	4
	3	0	2	4	6

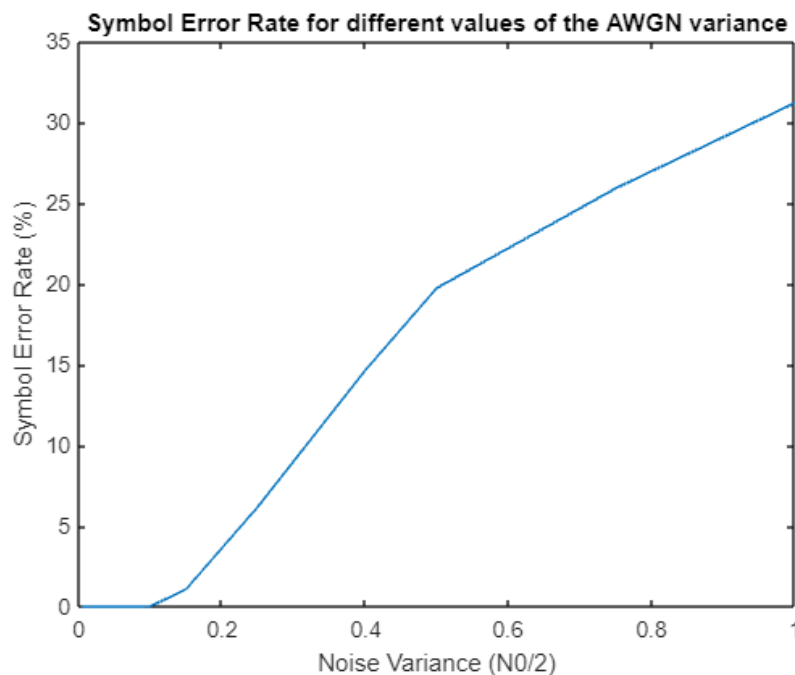
(α)

i	0	1	2	3	4
0	1	4	4	4	
1	1	4	4	3	
2	1	3	3	2	
3	1	3	2	1	
\hat{a}	-3	1	3	-1	1

(β)

Εικόνα 4.1: (α) Πίνακας *b* (4x4) για 4-PAM διαμόρφωση, (β) Πίνακας *surv_paths* για 4-PAM διαμόρφωση και μετάδοση 4 συμβόλων {1, 3, -1, 1} και γραφική αναπαράσταση του τρόπου ανίχνευσης της βέλτιστης διαδρομής με βάση τους επιζώντες κλάδους

Πραγματοποιήθηκε ακόμη προσομοίωση της επίδοσης του συστήματος για διαφορετικές τιμές της διασποράς του θορύβου. Στην Εικόνα 4.2 παρουσιάζεται το ποσοστό σφαλμάτων (πιθανότητα σφάλματος συμβόλου) συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του θορύβου για διάφορες τιμές του N_0 και για μετάδοση ακολουθίας 10^4 συμβόλων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 4-PAM.



Εικόνα 4.2: Πιθανότητα σφάλματος συμβόλου συναρτήσει της διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ του AWGN θορύβου.

4.3 Συμπεράσματα

Από σύγκριση των εικόνων 3.2 και 4.2, συμπεραίνουμε ότι η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου σε σύστημα στο οποίο εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Viterbi είναι μικρότερη σε σχέση με την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου συστήματος με σύμβολο-προς-σύμβολο φώραση στον δέκτη για δεδομένη τιμή της διασποράς του θορύβου (πριν το φίλτρο του δέκτη) $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Ακόμη, η πιθανότητα σφάλματος του συστήματος με τον αλγόριθμο Viterbi είναι περίπου στο ίδιο επίπεδο με την πιθανότητα σφάλματος σε σύστημα με μηδενική ISI, όπως απορρέει από τη σύγκριση των εικόνων 2.3 και 4.2. Το πειραματικό αυτό αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται και από τη θεωρητική ανάλυση της επίδοσης των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Συγκεκριμένα, στο σύστημα με το αλγόριθμο Viterbi παρατηρείται μείωση στο SNR περίπου 0.34 dB σε σχέση με την περίπτωση μηδενικής ISI, ενώ η αντίστοιχη μείωση στο SNR του συστήματος με τον σύμβολο-προς-σύμβολο φωρατή είναι 2.1 dB. Ωστόσο, η μικρή αυτή μείωση στο SNR στην περίπτωση του συστήματος με το αλγόριθμο Viterbi αντισταθμίζεται από την αποδοτικότητα του εύρους ζώνης για τα σήματα μερικής απόκρισης.^[1]

[1] John G. Proakis, Masoud Salehi, Συστήματα Τηλεπικοινωνιών, Δεύτερη έκδοση. Κεφάλαιο 10.