

# 2023 程序设计 II 荣誉课程大作业报告

中国人民大学 李修羽

## 摘 要

本文主要探究了基于 Qt 图形界面应用设计的不围棋联网对战软件制作过程，对一些重要功能的实现进行了说明，同时对于团队分工过程有一定记录。在联网体系之外，额外探究了不围棋 AI 的算法设计与实现。

## 目 录

1	团队构成	1
1.1	闲话	1
1.2	小组分工	1
2	Qt 图形界面应用设计	1
2.1	UI 设计	1
2.2	基本逻辑	2
2.3	棋盘逻辑和结局判断	4
2.4	设置	5
2.5	计时器和状态显示	5
2.6	读档和存档	6
2.7	信息窗口	7
2.8	更多功能	7
2.8.1	附加任务 1,2 实现	7
2.8.2	其他功能	9
3	联机对战设计	9
3.1	通信协议	9
3.2	联机对战逻辑	10
3.2.1	双方建立连接	10
3.2.2	一方发起对局，另一方确认对局	10
3.2.3	完成对局并确认胜负	10

<b>4</b>	<b>AI 算法设计</b>	<b>11</b>
4.1	Minimax 搜索和 Alpha-Beta 剪枝 . . . . .	11
4.2	估价函数 . . . . .	13
4.3	参数调整 . . . . .	13
4.4	AI 对战强度 . . . . .	14
<b>5</b>	<b>感谢</b>	<b>15</b>

## 1 团队构成

### 1.1 闲话

理论上这个大作业一个人也可以做，但是既然都称之为团队大作业了，那就团队做。

### 1.2 小组分工

笔者负责了项目 UI 的主要设计、棋盘逻辑的维护、文件部分的编写、AI 的设计与调试和报告的撰写。

冯友和同学负责了项目框架的建构、联机部分的编写、项目的美化与调试和 AI 托管的实现。

赵培宇同学负责了棋盘的生成、按钮的部分实现、状态的显示和对局重现的实现。

## 2 Qt 图形界面应用设计

### 2.1 UI 设计

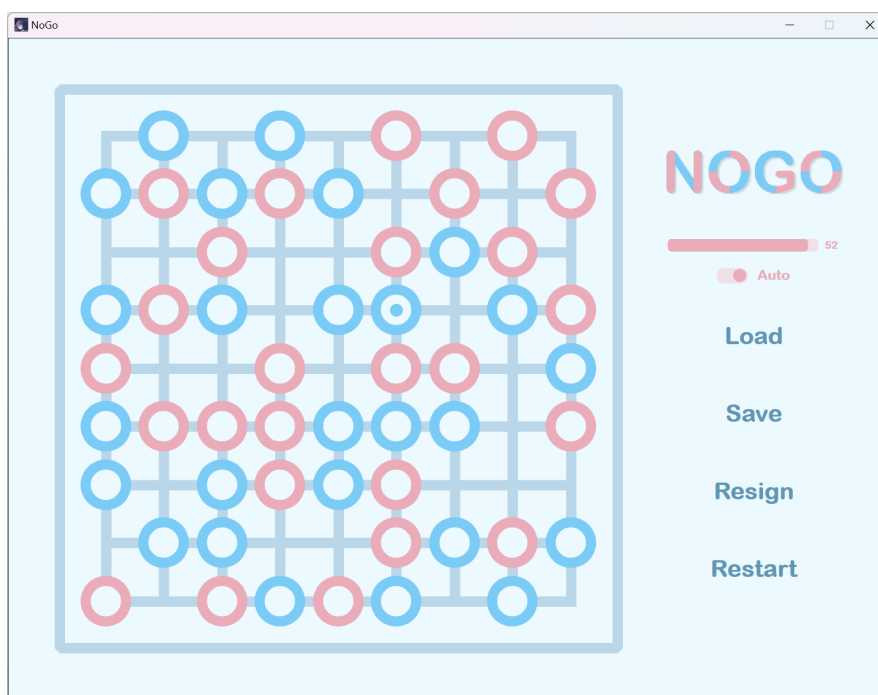


图 2.1.1: demo 示例

本应用 UI 设计<sup>1</sup>采用扁平化的设计风格，搭配上饱满、明亮、可爱且前卫的颜色设计，亮度统一且冷暖色调搭配，具有舒适的观感。字体使用 Sans-serif 字体 Arial Rounded MT Bold，平衡现代感和亲和感。棋子中心保留背景色，使棋盘整体更为协调。

由于棋盘大小可以自定义，棋盘采用程序绘图而非图片覆盖的形式，可以根据棋盘的大小自适应调整棋盘线条粗细和棋子大小，保持程序页面分辨率相对不变。

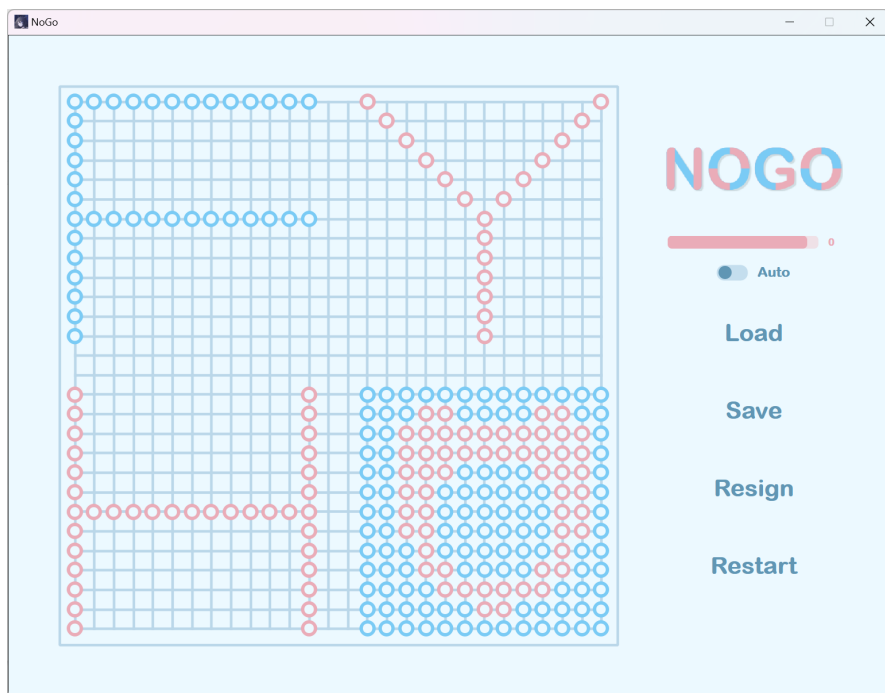


图 2.1.2: 自定义棋盘大小 (28 × 28)

Logo 以棋子底色为设计基础，增加了颜色块的分割，具有棋类游戏的风格，也维持了项目的主要设计基调。

## 2.2 基本逻辑

```
|-- Qt-NoGo
|-- DialogBox
|   |-- messagebox.cpp
|   |-- messagebox.h           // 弹出提示或结算信息
|   |-- optiondialog.cpp
|   |-- optiondialog.h        // 在联机对局时弹出申请窗口
```

<sup>1</sup> 部分设计参考: <https://github.com/epcm/QtNoGo>

```
|  |-- optiondialog.ui
|  |-- settingdialog.cpp
|  |-- settingdialog.h    // 实现图形化更改游戏选项
|  |-- settingdialog.ui
|  |-- reviewdialog.cpp
|  |-- reviewdialog.h    // 实现复盘功能
|  |-- reviewdialog.ui
|-- Object
|  |-- bot.cpp
|  |-- bot.h              // 随机下棋 bot
|  |-- judge.cpp
|  |-- judge.h            // 控制下棋过程逻辑，进程调度，局面判断
|-- Resource.qrc          // 图片配置文件
|-- Widget
|  |-- gamewidget.cpp
|  |-- gamewidget.h       // 维护对局棋盘状态，控制信号槽及文件读写
|  |-- gamewidget.ui
|  |-- startwidget.cpp    // 实现欢迎界面
|  |-- startwidget.h
|  |-- startwidget.ui
|-- img                    // Logo 和 icon 图片
|-- main.cpp
|-- mynogo.pro             // QMake 项目管理文件
|-- mynogo.pro.user
|-- network                // 网络库相关
|  |-- networkdata.cpp
|  |-- networkdata.h
|  |-- networkserver.cpp
|  |-- networkserver.h
|  |-- networksocket.cpp
|  |-- networksocket.h
|-- report                 // 项目报告
```

基本逻辑为 main 连接信号槽后切换到 startwidget，通过 optiondialog 设置后进入 gamewidget，由 gamewidget 初始化 judge 开始游戏。游戏过程由 judge 判断，发现终局后传输到 gamewidget 然后输出 messagebox 信息，至此一局游戏结束。

## 2.3 棋盘逻辑和结局判断

由于最后 NoGo-Cup 给 AI 的限时是 3s，留给 AI 计算的时间并不充裕，所以本项目采用了高效率的棋盘底层逻辑，以期为 AI 的运行提供尽可能多的时间。

相较于传统的 dfs 判断棋子，笔者创新性地采用了启发式合并的方法来判断棋子的连通性与气数，在 judge.h 中的定义如下：

```
typedef std::pair<int, int> Item;
typedef std::vector<Item> ItemVector;
typedef std::set<Item> LibertySet;

int board[CHESSBOARD_SIZE + 2][CHESSBOARD_SIZE + 2]; // 当前棋盘状态
int chessBelong[CHESBOARD_SIZE + 2][CHESSBOARD_SIZE + 2]; // 棋子属于的棋子块
int blockVis[(CHESSBOARD_SIZE + 2) * (CHESSBOARD_SIZE + 2)]; // 棋子块至多只能累加一次
int blockCnt; // 棋子块个数

LibertySet blockLiberty[(CHESSBOARD_SIZE + 2) * (CHESSBOARD_SIZE + 2)]; // 气的 Set
ItemVector chessBlock[(CHESSBOARD_SIZE + 2) * (CHESSBOARD_SIZE + 2)]; // 棋子块的编号
std::vector<int>mergedBlock;
```

本程序用 vector 存储每一个连通块棋子的位置，用 set 存储每一个连通块气的位置。对于一次合并，将两端连通块的 vector 和 set 分别启发式合并即可。此处采用 set 是因为其本身具有判重的特性，可以在合并时对气做出高效率的处理。

```
void Judge::MergeSet(LibertySet &x, LibertySet y)
{
    if(x.size() < y.size()) std::swap(x, y);
    for(Item u : y) x.insert(u);
}

void Judge::MergeBlock(int x, int y) // 启发式合并
{
    if(chessBlock[x].size() < chessBlock[y].size()) std::swap(x, y);
    MergeSet(blockLiberty[x], blockLiberty[y]);
    for(Item u : chessBlock[y])
    {
        chessBlock[x].push_back(u);
        chessBelong[u.first][u.second] = x;
    } // 合并
    chessBlock[y].clear(); // 清空
}
```

相较于 dfs 判断单次  $O(n^2)$  的复杂度，启发式合并的复杂度可以做到  $O(\log^2 n)$ ，且此处的  $n^2$  仅为理论上界，对于大规模棋盘（例如  $20 \times 20$ ）有极高的效率。

对于一次落子操作，如果落子后判负，会弹出此处无法落子的弹窗。同时在一次操作

超时后，会直接超时判负。对于现有版本来说，页面实现了认输按钮，玩家在无法落子后可以等到超时判负，也可以认输判负。



图 2.3.1: 状态判断

但是在后期 AI 的实现过程中，笔者发现该算法实现回退搜索树（可持久化数组）的时空代价太大。所以在 AI 计算时，我们单独从 `judge` 中取出状态数组进行 dfs 判断，非本地 AI 操作和终局回放仍使用原逻辑，这样实现的耦合度也较低。

## 2.4 设置

设置部分基于 `optiondialog` 类，使用 Qt 自带的文本选择框和按钮对 `gamewidget` 传入棋盘大小、游戏模式和联机部分的信息，将在线与离线、PVP 与 PVE 利用有限的空间优秀地集成为一体，用按钮切换在线模式与离线模式。

在线模式下，参数采用统一的  $9 \times 9$  棋盘大小。

## 2.5 计时器和状态显示

计时器基于 `QProgressBar` 自带的 `TimeBar`，用 CSS 设置美化后用于本项目的计时器设计。计时器采用从右向左线性读条的方法计时，进度条结束后判定为超时。

状态显示位于计时器右侧，可以显示当前总步数。

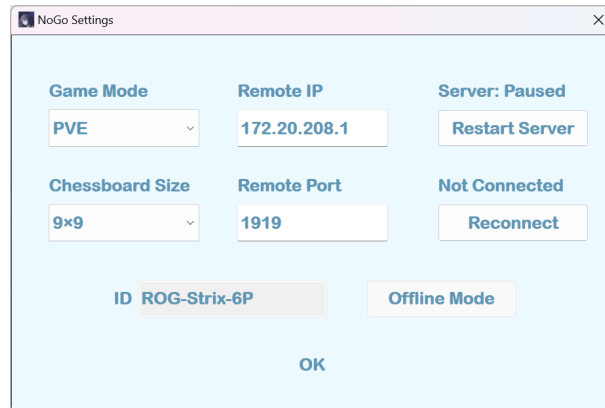


图 2.4.1: 设置页面

在终局（胜利、失败、认输）后，计时器会与棋盘本体一起冻结，在对局重现时会随着 Try 的介入而重新启用。

## 2.6 读档和存档

项目将棋盘的每一步存入 `vector` 中，并编码为形如 0/2 0/1 A1 B4 D3 G/W/L 的字符串形式存入 `DATA(.dat)` 文件中。第一个数字 0 代表执黑、2 代表执白，第二个数字 0 代表 PVP、1 代表 PVE，最后的字符 G/W/L 代表认输/胜利/失败。

文件操作基于 `QFile` 和 `QFileDialog` 实现，`QFileDialog::getSaveFileName` 可以实现打开文件框保存文件，`QFileDialog::getOpenFileName` 可以实现打开文件框读取文件。文件流使用 `QFile::readAll` 和 `QFile::write`，传输类型为 `QByteArray` 与 `char*`。

以下是存档部分的实现：

```
// 存档按钮信号
void GameWidget::on_saveButton_clicked()
{
    dataToString(); // 将数据编码到 char* dataStr 中
    QString fileName = QFileDialog::getSaveFileName(nullptr, tr("Save Data"), "", tr(
        "DATA (*.dat)"));
    // QFileDialog 读取文件 fileName
    if (fileName.isEmpty())
        return;
    else
    {
        QFile file(fileName);
        if (!file.open(QIODevice::WriteOnly)) // 无法覆写时报错
        {
            QMessageBox::information(nullptr, tr("Unable to open file"), file.
                errorString());
            return;
        }
    }
}
```



```

    }
    file.write(dataStr); // QFile 直接读写文件
    file.close();
}
}

```

读档后，程序重新初始化棋盘，强制传入存档内的设置参数，顺序模拟所有下棋操作。操作完成后得到的便是 Save 时的游戏状态，读档后 TimeBar 重置为初始时间，如果不是终局仍可以继续下棋，并随时可以执行新的 Save 和 Load。

## 2.7 信息窗口

messagebox 类实现了页面内的弹出信息，下棋界面内的信息包括自杀的濒死检测和游戏终局的判断。

信息窗口会一直显示到检测鼠标单击，而对于终局显示的信息窗口，至少显示 3s 后才能关闭。

## 2.8 更多功能

### 2.8.1 附加任务 1,2 实现

附加任务：

1. 在重现对局中实现播放，暂停，上一步，下一步，到第 \_\_ 步等功能。
2. 重播对局时可以随时介入进行不一样的尝试，尝试后也可以还原并继续播放。

这两个附加功能主要通过 reviewdialog 实现。当使用者在使用 Load 功能时，如果 Load 的文件显示保存的对局是已经结束的完整对局，我们便会弹出 reviewdialog 窗口，进入复盘模式。在复盘模式下我们可以通过按钮点击的方式，实现对局自动播放、暂停、上一步、下一步、介入尝试、退出尝试功能，通过输入数字的方式实现跳转到指定步数功能。

接下来将逐一介绍各个功能的实现。

reviewdialog 类设计

```

// 存档按钮信号
class ReviewDialog : public QDialog {
    Q_OBJECT
public:
    explicit ReviewDialog(Judge *pjudge, QWidget *parent = nullptr);
    ~ReviewDialog();
    void set_review_data(char state, char data[], ItemVector v);
    void init();
signals:
    void trybutton();

```

```

        void quit_try();
public slots:
    void display();
private slots:
    void on_start_clicked();
    void on_pause_clicked();
    void on_previous_clicked();
    void on_next_clicked();
    void on_tryButton_clicked();
    void on_quit_try_clicked();
    void on_input_entered();
private:
    void paintEvent(QPaintEvent *event) override;
    Ui::ReviewDialog *ui;
    int WIDTH=687, HEIGHT=204; //dialog 大小
    MessageBox *messagebox;
    Judge *judge;
    char strState;
    char dataStr[28 * 28 * 3 + 5];
    QVector dataVec; //储存对局信息的vector
    int sum_steps; //总共有多少步
    QTimer *tim; //自动播放的计时器
    int now_step = 0; //当前进行到哪一步
};

```

### 播放与暂停

我们使用 `Qtimer` 来控制自动播放，当按下播放按钮时，`Qtimer` 开始运行，每隔 0.5s 进行一步，通过变量 `now_step` 的实时更新读取 `dataVec[now_step]` 数据，实现自动播放。当按下暂停按钮时，使 `Qtimer` 暂停，从而实现暂停播放。

### 上一步/下一步

当按下上一步或下一步按钮时，首先执行暂停操作，之后变量 `now_step` 会相应的加一或减一，从而实现上下步的变换。

### 跳转到第 \_\_ 步

通过 `QlineEdit` 读取到用户输入的文本，执行暂停操作后，将读取到的数字赋值给 `now_step`，从而实现跳转指定步数。

### 介入尝试与退出尝试

当用户点击 Try 按钮时，原本被锁定的棋盘解锁，同时其他按钮除退出尝试外均被禁用。

用户可以通过鼠标点击实现落子，不可再打开 Auto 模式，同时会根据 Load 的 data 来判断对局是 PVP 还是 PVE。

当用户点击 Quit Try 按钮时，棋盘会锁定，其他按钮被启用，同时通过之前储存的 `now_step` 跳转到 Try 之前的局面。

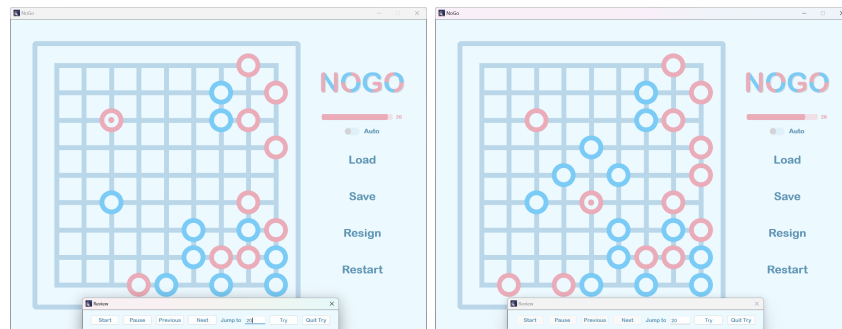


图 2.8.1: 对局重现

## 2.9 附加任务 5,6 实现

### AI 独立线程

将 AI 类继承自 Qt 内建的 `QThread` 类，使用 `void QThread::run()` 作为 AI 线程的入口即可。

### AI 进度条

因为 AI 线程独立，所以仿照上例画一下进度条就好了。

### 2.9.1 其他功能

没有写更多功能是怎么回事呢？大作业相信大家很熟悉，但是没有写更多功能是怎么回事呢？笔者也不是很清楚，大家也可能感到很惊讶，没有写更多功能是怎么回事呢？但事实就是这样，可以前往 [ce-amtic 的博客](#) 看博客。

哦，应该是 [duality314](#) 比较摆烂没写，记得去 [push](#)。  
[duality314](#) 写完了该 [push ce-amtic](#) 了。

## 3 联机对战设计

### 3.1 通信协议

联机功能使用基于 `QTcpServer`，`QTcpSocket` 二次封装的 `NetworkServer`，`NetworkSocket` 类实现，可以通过 TCP 协议进行同一局域网内两个终端点对点的数据交换。

联机传输的数据通过 `NetworkData` 类进行封装，数据类型如下：

```
enum class OPCODE : int {
    READY_OP = 200000, // 申请对局
    REJECT_OP,         // 拒绝对局
    MOVE_OP,           // 一方落子
    GIVEUP_OP,         // 一方认输
}
```

```

    TIMEOUT_END_OP,      // 结算，终局条件为一方超时未落子
    GIVEUP_END_OP,       // 结算，终局条件为一方认输
    LEAVE_OP,            // 一方断开连接
    CHAT_OP,             // 进行聊天数据交换
};

```

## 3.2 联机对战逻辑

进行一场联机对战可以抽象为以下三个步骤：1. 双方建立连接；2. 一方发起对局，另一方确认对局；3. 完成对局并确认胜负，返回第一步结束后的状态。

### 3.2.1 双方建立连接

首先在设置 UI 中加入 IP、端口、用户昵称的输入框，以获取必要的信息。然后在数据库 Judge 类中创建 (NetworkServer\*)server, (NetworkSocket\*)socket 对象，在构造函数中初始化，用于建立连接。

在设置 UI 中加入启动服务器 (Restart Server) 与连接服务器 (Reconnect) 的按钮，行为如下：当 Restart Server 按钮被点击时，调用 QTcpServer::listen(port) API 来监听用户所输入的端口；当 Reconnect 按钮被点击时，调用 NetworkSocket::hello(host, port) API 来尝试与地址为 host:port 的主机通信。

调用 QTcpSocket::waitForConnected() API 来判断是否连接超时，若超时则提示未连接并禁止用户发起对局，否则提示连接正常并等待下一步。

### 3.2.2 一方发起对局，另一方确认对局

当 Restart Server 和 Reconnect 按钮中有一者被点击时，视作应用程序进入了联机模式。在联机模式下，点击对局开始按钮并不会立刻跳转到棋盘界面，而是会弹出 QDialog 类所创建的提示窗口，提示等待连接。其中 QDialog 类基于 QDialog 类二次封装，并进行了一些美化。

此时，提出邀请发送 READY\_OP 型数据，接收方识别该数据，并弹出同样的 QDialog 来确认对局是否成立，返回 READY\_OP 或 REJECT\_OP。

当对局成立时，双方同时进入棋盘界面，否则返回第一步结束后的状态。

### 3.2.3 完成对局并确认胜负

对局成立后执黑先行。对于当前落子一方，每次落子成立时均会向对方发送 MOVE\_OP 信号，并结束监听鼠标点击。对方接受 MOVE\_OP 信号后会绘制该棋子，并开始监听己方鼠

标点击。

在对局中，双方可以通过界面右下的聊天框进行实时沟通，通过互相发送 `CHAT_OP` 实现。



图 3.2.1: 联机对局界面演示

由于在判断落子成立时禁止了棋手自杀，因此对局结束的条件只有超时和认输两种。

当一方认输，即点击 `Resign` 按钮后，认输方发送 `GIVEUP_OP`，胜方在收到该信息后回复 `GIVEUP_END_OP` 表示请求以“一方认输”为理由结束对局。认输方收到 `GIVEUP_END_OP` 回复同样的信息以确认。此时联机对战结束，棋盘不能被操作。

当一方超时，胜方的计时器会调用 `GameWidget::playerTimeout_OL()` 槽函数，发送 `TIMEOUT_END_OP` 表示请求以“一方超时”为理由结束对局，负方回复同样的信息以确认。此时联机对战结束，棋盘不能被操作。

当联机对战结束时，对局双方可以分别选择是否返回开始界面。当双方都返回开始界面后，此时程序视作重置到了第一步完成后的状态，可以选择重新开始联机或单人対局。

## 4 AI 算法设计

由于助教在 `/guidance` 中建议不要卷 AI 的强度，所以本项目 AI 采用推荐的 Minimax 搜索算法。

同时，对于用 MCTS 爆杀本项目 AI 的隔壁队伍表示强烈的谴责。

## 4.1 Minimax 搜索和 Alpha-Beta 剪枝

Minimax 算法又叫极小化极大算法，是一种找出失败的最大可能性中的最小值的算法。

Minimax 算法的整个过程，会从上到下遍历搜索树，回溯时利用子树信息更新答案，最后得到根节点的值，意义就是我方在双方都采取最优策略下能获得的最大分数<sup>2</sup>。

Alpha-Beta 剪枝为每一个节点确定分数区间  $[\alpha, \beta]$ ，当  $\alpha \geq \beta$  时停止搜索。

代码框架如下：

```
// minimax 搜索
double Bot::alphaBeta(double a, double b, int depth)
{
    time_t curTime = clock();
    if((curTime - searchStartTime) / (BOT_TIMEOUT * 1000) > 0.9)
        return depth & 1 ? b : a; // 判断超时
    if(depth == Max_Dep)
        return judgeBoard(); // 叶子节点返回估价
    if(depth & 1)
    {
        int op = 0;
        for(auto [xx, yy] : chooseVec)
            if(checkBoard(xx, yy)) // 枚举搜索节点 (xx, yy)
            {
                op = 1;
                /* 更新状态 */
                b = std::min(b, alphaBeta(a, b, depth + 1));
                /* 回溯状态 */
                if(a >= b)
                    break;
            }
        if(!op)
            return judgeBoard(); // 叶子节点返回估价
        return b;
    }
    else
    {
        int op = 0;
        for(auto [xx, yy] : chooseVec)
            if(checkBoard(xx, yy)) // 枚举搜索节点 (xx, yy)
            {
                op = 1;
                /* 更新状态 */
                a = std::max(a, alphaBeta(a, b, depth + 1));
                /* 回溯状态 */
                if(depth == 0 && /* 更优 */ )
                {
                    /* 更新状态 */
                }
            }
    }
}
```

<sup>2</sup>摘自自: <https://oi-wiki.org/search/alpha-beta/>

```

        if(a >= b)
            break;
    }
    if(!op)
        return judgeBoard(); // 叶子节点返回估价
    return a;
}
}

```

其中，chooseVec 为随机排序的存储空位的 vector，judgeBoard() 为对当前状态的估价函数。

## 4.2 估价函数

由于笔者比较懒，没有翻阅相关论文资料，所有的函数和调参都由笔者自行设计。

在 Alpha-Beta 剪枝的代码框架中，节点分数  $v \in [0, 1]$ ，需要一个函数将棋盘状态估价。

借鉴围棋中对「目」的定义，定义一方的权值为棋盘上有且仅有本方能下的位置数。同时，对于一个「眼」，它的权值是空位的双倍。

设 AI 的权值为  $x$ ，对手的权值为  $y$ ，当前的步数为  $z$ ，棋盘行列数为  $k$ ，得到了两个比值  $\frac{x}{y}$  和  $\frac{z}{k^2}$ 。第一个比值与目前 AI 的胜率相关，第二个比值与棋局进行状态相关，同时它们的值域为  $(0, +\infty)$  和  $(0, 1)$ ，所以估价函数中需要一个合适的  $(0, +\infty) \rightarrow (0, 1)$  的映射关系。

笔者设计的估价函数为

$$f(x, y, z, k) = 1 - 2^{-\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{4}} \left(1 + \frac{z}{k^2}\right)}$$

可以发现，对于相同的  $\frac{x}{y}$ ，棋局运行越后，估价函数越不趋近于  $\frac{1}{2}$ 。

一开始估价函数以  $e$  为底数，而大量测试表明，趋近于  $\frac{1}{2}$  而不是  $\frac{1}{e}$  会更为理想。

## 4.3 参数调整

在 Alpha-Beta 剪枝的过程中，需要传入  $\alpha, \beta$  的初值。对于理想的 AI 对局来说， $\alpha, \beta$  都应该趋近于  $\frac{1}{2}$ 。

同样在大量的对局测试和 AI 自迭代优化后，笔者取  $\alpha = 0.39, \beta = 0.61$ 。

此外，笔者对于 Alpha-Beta 剪枝的操作空间做出了一定的优化。AI 对于每一次落子后的估价函数进行模拟退火，若估价函数小于  $\frac{1}{2}$ ，对  $\alpha, \beta$  带来  $\varepsilon$  的扰动， $\varepsilon$  随次数增多而逐渐趋于 0。

实际测试表明，对于较弱的对手，没有必要进行扰动。代码实现如下：

```
/* --- bot.h --- */
double eps = 0.03, alpha = 0.39, beta = 0.61;
const double delta = 0.93;

alphaBeta(alpha, beta, 0); // 得到最终落子 (finalx, finaly)
judge->PlaceAPiece(finalx, finaly); // 更新落子
/* 若为联机模式，更新对局 */
double curRatio = judgeBoard();
if(curRatio < 0.5)
{
    // 对面太强了，退火一下
    alpha += (0.5 - alpha) * eps;
    beta -= (beta - 0.5) * eps;
    eps *= delta;
}
```

4.4 AI 对战强度

在 botzone<sup>3</sup> 平台的测试中，本 AI 对战 NoGo 排行榜排名 100 ~ 200 的部分 AI 胜率尚可，对战排名更后的 AI 胜率较高，具有不错的强度。

在实际测试中，由于笔者想给 AI 完整的一生（懒），于是本 AI 并没有写任何的棋局特判，先手下棋可能具有相对较低的胜率，对战写了特判的 AI 可能会被围眼而负。

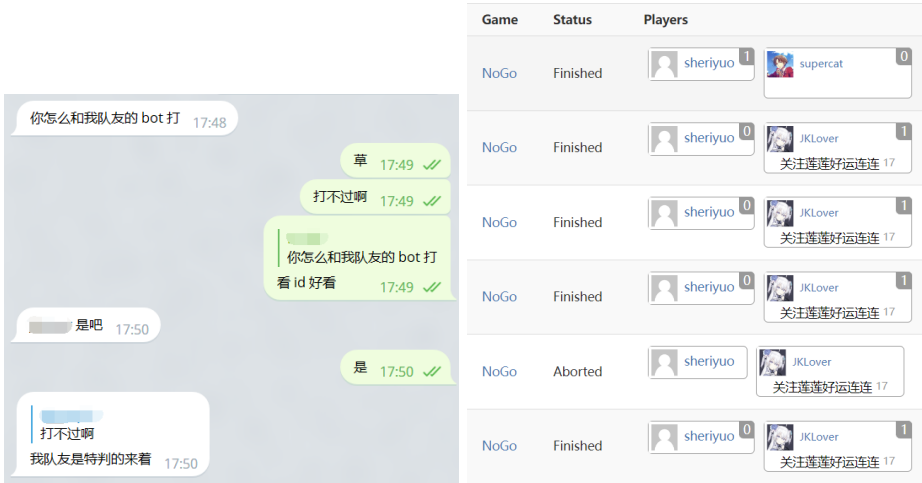


图 4.4.1: 测试过程

同时由于 Minimax 搜索算法本身就不够优秀，所以与隔壁组的 MCTS 对战结果是打不过，合情合理。

<sup>3</sup><https://en.botzone.org.cn/>



对于固定策略的 AI，对战结果可能与先后手相关性较强，该测试样本量较小，所以具体情况尚不明。理论上是因为固定策略会让估价函数有较大幅度的波动，对于调参造成了一定困难。

## 5 感谢

感谢孙亚辉老师、潘俊达助教在学习生活上的指导和关心。

感谢中国人民大学图灵实验班提供交流的平台与机会。

感谢冯友和、赵培宇同学组成的团队。

感谢彭文博、李知非同学于 2023/3/2 军理课后请本队吃的 KFC 疯狂星期四，并日常交流立直麻将。

感谢 rvalue 同学对冯友和同学提供的指导。

感谢北京大学 glc 同学提供的帮助。

感谢北京大学 Pecuria 同学提供的帮助。

感谢北京大学 botzone 平台提供的 AI 对战支持。

感谢雀魂麻将牌谱的设计参考。