

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Drugi kolokvij (2016/17)

Kolokvij morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodite natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja kolokvija je 60 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Peter Zmeda ima za domačo nalogo sedem problemov, pri čemer za vsakega od problemov dobi lahko različno število točk. Poleg tega tudi ocenjuje, da potrebuje za reševanje različnih problemov različno količino časa:

točke	7	9	5	12	14	6	12
čas (v h)	3	4	2	6	7	3	5

Za izdelavo domače naloge ima na voljo 15 ur časa. Očitno ima na voljo premalo časa, da reši vse probleme in tako se mora odločiti, katere naj rešuje. Opravka imamo z optimizacijskim problemom.

VPRAŠANJA:

- A) Najprej predpostavimo, da lahko dobi delne točke. To pomeni, da, če reši pol prvega problema, porabi 1,5h in dobi 3,5 točke. (i) Predlagajte, katere probleme in kako naj jih rešuje, da bo dobil čim več točk. (ii) Utemeljite pravilnost vaše rešitve.
- B) Sedaj predpostavimo, da Peter dobi točke samo, če v celoti reši problem (načelo vse ali nič). (i) Katere probleme iz zgornje tabele naj sedaj reši? (ii) Utemeljite pravilnost rešitve tokrat.
- C) Kaj pa če imamo n problemov ter iščemo optimalno rešitev, ko moramo probleme v celoti rešiti? Zapišite algoritem.

2. naloga: Recimo, da imamo dva številčna niza

$$t_1 = 05937299952727$$

$$t_2 = 9952727369263848$$

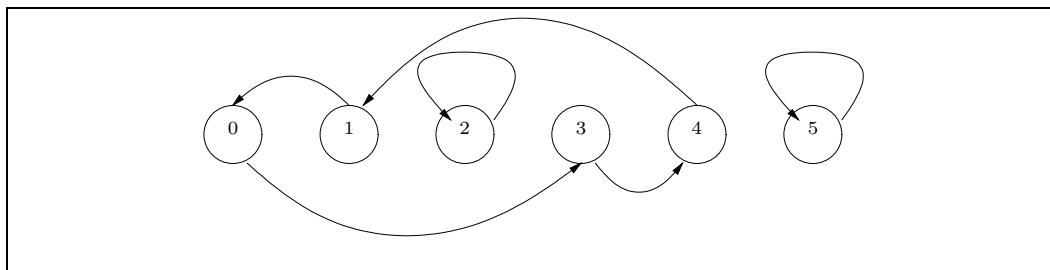
kjer je abeceda $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Definirajmo p kot podniz besedila t , če nastopa kot njegov del. Na primer 999 je podniz t_1 , kakor tudi podniz 27.

VPRAŠANJA:

- A) Najdaljši skupni podniz nizov u in v je podniz, ki je v obeh nizih in ne obstaja noben daljši podniz, ki bi bil tudi v obeh nizih. Poiščite najdaljši skupni podniz nizov t_1 in t_2 .
- B) (i) Zapišite algoritem, ki bo poiskal najdaljši skupni podniz besedil u in v , kjer $|u| = n_u$ in $|v| = n_v$. (ii) Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma? Utemeljite pravilnost odgovora. (iii) Ali menite, da je mogoče najti najdaljši podniz hitreje? Utemeljite odgovor.

- C) Sedaj pa problem obrnimo. Še vedno imamo niza u in v , kjer $|u| = n_u$ in $|v| = n_v$, vendar dobimo od Petra podniz p_{uv} , za katerega trdi, da je najdaljši skupni podniz. (i) Zapišite algoritem, ki preveri pravilnost trditve. (ii) Ocenite in utemeljite časovno zahtevnost vašega algoritma. (iii) Ali se da narediti bolje?

3. naloga: Pri urejanju smo spoznali pojem *permutacijskega vektorja* π – vektor dolžine n , ki pove, da naj se element z indeksa i prestavi na indeks $\pi[i]$. Permutacijski vektor lahko predstavimo kot usmerjen graf. Na primer, vektor $\pi = [3, 0, 2, 4, 1, 5]$ je predstavljen na sl. 1. V grafu G imamo tri cikle in najdaljši



Slika 1: Graf $G(V, E)$ permutacijskega vektorja π .

je dolžine 4 ($0 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 0$), medtem ko sta druga dolžine 1.

VPRAŠANJA:

- (i) Če je dolžina permutacijskega vektorja n , kako veliki sta množici V in E . Utemeljite odgovor. (ii) Zapišite algoritem, ki poišče vse cikle v permutacijskem vektorju. Utemeljite njegovo pravilnost. (iii) Kakšna je časovna in prostorska zahtevnost vašega algoritma? Utemeljite odgovor.
- Kako bi povzporedili ta algoritem? Ali je kakšen drug algoritem primernejši za povzporejanje?

NAMIG: Učinkovitejše kot bo povzporejanje, več točk boste dobili.

- Naj bosta π_R in π_G dva permutacijska vektorja¹ dolžine n . Vsak od vektorjev definira svoj graf $G_R(V_R, E_R)$ in $G_G(V_G, E_G)$, kjer $V_R = V_G$. Definirajmo unijo grafov $G = G_R \cup G_G$, kjer $V = V_R = V_G$ in $E = E_R \cup E_G$. (i) Zapišite algoritem, ki bo poiskal v G najkrajši cikel, za katerega velja, da se bodo barve na povezavah izmenjevale: rdeča, zelena, rdeča in tako naprej. Utemeljite pravilnost vašega algoritma. (ii) Kakšna je časovna in prostorska zahtevnost vašega algoritma? Utemeljite odgovor. (iii) Zapišite

¹ R pomeni rdeči (*red*) in G zeleni (*green*).

algoritem, ki bo poiskal v G najdaljši cikel, za katerega velja, da se bodo barve na povezavah izmenjevale: rdeča, zelena, rdeča in tako naprej. Utemeljite pravilnost vašega algoritma.

4. naloga: Eden od zadnjih izumov algoritmov se imenuje Bogosort:

Bogosort(A)

PONAVLJAJ brez konca:

Naključno izberi permutacijo π , dolžine n

ČE je polje $\pi(A)$ urejeno POTEM vrni $\pi(A)$

V algoritmu je A polje števil dolžine n . Na primer naj bo:

- $A = (23, 44, 11, 15)$ in
- naključna permutacija $\pi = (1, 3, 2, 4)$,
- potem je $\pi(A) = (23, 11, 44, 15)$ ter
- očitno to ni urejeno polje.

VPRAŠANJA:

- A) (i) Kakšna je časovna zahtevnost algoritma Bogosort v najslabšem primeru? Utemeljite odgovor. (ii) Kakšna je pričakovana časovna zahtevnost algoritma Bogosort? Utemeljite odgovor.
- B) Ali je Bogosort Las Vegas ali Monte Carlo algoritem? Utemeljite odgovor.
- C) (i) Predlagajte, kako povzporediti Bogosort (ne kakšen drug algoritem) na p procesorjih. Ocenjevalo se bo pravilnost vašega algoritma in časovna zahtevnost vašega algoritma. (ii) Kakšna je časovna zahtevnost vaše rešitve? Utemeljite odgovor.