Algoritmi in podatkovne strukture 1

Visokošolski strokovni študij Računalništvo in informatika

Požrešni algoritmi

Jurij Mihelič, UniLj, FRI

Optimizacijski problemi

- Definicija optimizacijskega problema
  - naloga
    - kako so *matematično* opisani vhodni podatki?
  - rešitev in dopustna rešitev
    - kako so opisani izhodni podatki?
    - morebitne dodatne **omejitve**
    - rešitev, ki zadošča vsem omejitvam je **dopustna**
  - cilj in kriterijska funkcija
    - funkcija nad rešitvijo, ki vrne vrednost rešitve
    - minimizacija ali maksimizacija
  - optimalna rešitev
    - dopustna rešitev, ki optimizira kriterijsko funkcijo

Požrešna metoda

- Ideja metode
  - postopna gradnja končne rešitve
  - pričnemo s »prazno« delno rešitvijo
  - **zaporedoma** dopolnjujemo rešitev
  - na vsakem **koraku** izberemo v tistem **trenutku** najbolj **obetaven** način dopolnitve rešitve
    - npr. največje povečanje kriterijske funkcije
    - kratkovidnost pogleda
  - dokler ne dobimo končne rešitve

Menjava kovancev

- Klasičen primer
  - s kovanci vrednosti
  - 200, 100, 50, 20, 10, 5, 2, 1 centov
  - sestavi skupno vrednost k centov
  - uporabi čim manj kovancev

Menjava kovancev

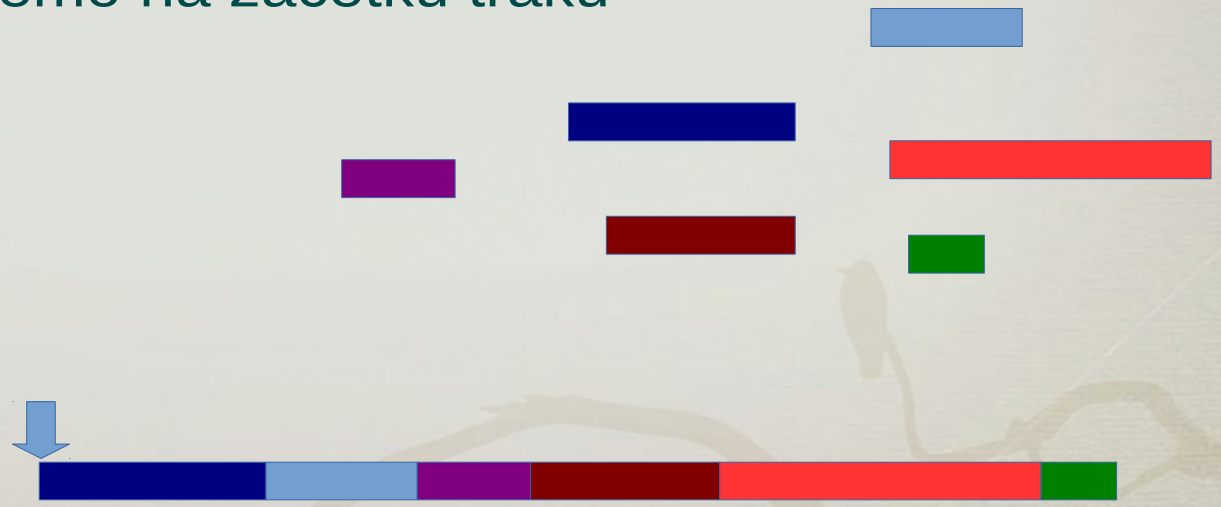
- Požrešna rešitev
  - po vrsti po padajoči vrednosti kovanca
  - izbiramo kovance dokler je skupna vrednost $\leq k$
- Ali *požrešni princip* vedno deluje?
  - s kovanci vrednosti 10, 8, 1 eur in sestavi 17 eur
- Kdaj deluje *požrešni princip*?

Požrešna metoda

- Slabosti požrešne metode
  - ne deluje vedno, v smislu,
    da ne najde optimalne rešitve
- Zakaj uporabiti požrešno metodo?
  - učinkovit algoritem
    - če deluje, ponavadi deluje zelo hitro
    - na vsakem koraku upoštevamo le trenutni scenarij,
      ne upoštevamo globalnega scenarija
  - težki problemi
    - včasih skoraj optimalna rešitev

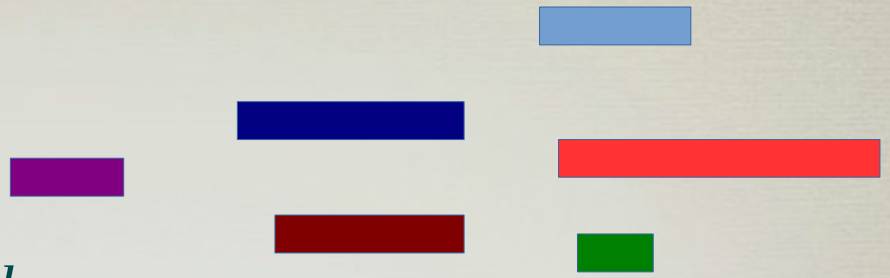
Razporeditev datotek na trak

- Opis problema
  - dano množico datotek
    - vsaka datoteka ima neko dolžino
  - razporedi na trak
  - tako, da bo povprečni čas dostopa datoteke
    - vedno začnemo na začetku traku
  - najmanjši



Razporeditev datotek na trak

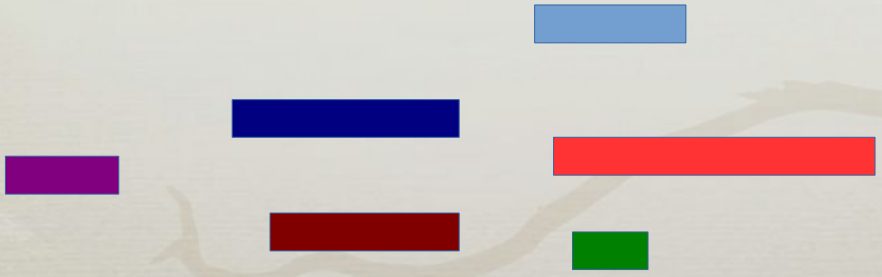
- Definicija problema
  - naloga
    - n datotek: $1, 2, \ldots, n$
    - dolžine datotek: $l_1, l_2, \ldots, l_n$
    - dolžina $l(i) = l_i$
  - dopustna rešitev
    - zaporedje datotek: $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$
  - cilj
    - najmanjši povprečni čas branja



$$t_i(s) = c \cdot \sum_{j=1}^{i} l(s_j) \qquad \bar{t}(s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} t_i(s)$$

Razporeditev datotek na trak

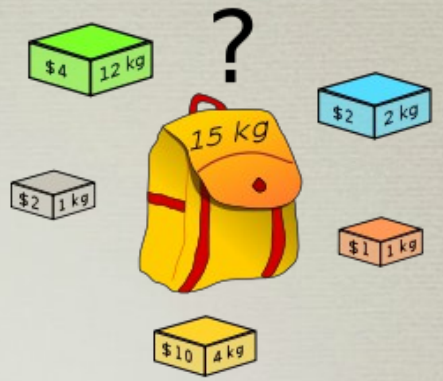
- Požrešni algoritem
  - izbira najkrajše datoteke
  - datoteke urejene po dolžini
    - dolžine datotek: $l_1 \leq l_2 \leq \ldots \leq l_n$
  - neurejene datoteke
    - dolžine datotek: $l_1, l_2, \ldots, l_n$



Razporeditev datotek na trakove

- Posplošitev prejšnjega problema
  - n datotek
  - m trakov
- Požrešni algoritem
  - izbira najkrajše datoteke
  - zapis na najmanj zaseden trak
  - datoteke torej zapisujemo na trakove po vrsti

Problem nahrbtnika



- Definicija problema
  - nahrbtnik prostornine V
  - n predmetov oštevilčenih od 1 do n
  - za vsak predmet $i \in \{1,2, \ldots, n\}$ poznamo
    - c_i – cena / vrednost predmeta i, $c_i > 0$
    - v_i - velikost predmeta i, $0 < v_i \leq V$
- Poišči nabor predmetov
  - katerih skupna velikost
    ne presega prostornine nahrbtnika
  - katerih skupna vrednost
    je največja

Preprosti nahrbtnik

- Definicija problema
  - naloga
    - prostornina V, n predmetov, ki jih lahko **režemo**
    - vrednosti (c_1, c_2, …, c_n)
    - velikosti (v_1, v_2, …, v_n)
  - dopustna rešitev
    - deleži (x_1, x_2, …, x_n), kjer $0 \leq x_i \leq 1$
  - omejitev
    - katerih skupna velikost ne presega prostornine nahrbtnika $\sum_{i=1}^{n} x_i v_i \leq V$
  - cilj
    - katerih skupna vrednost je največja $\text{maxi} \sum_{i=1}^{n} x_i c_i$

Preprosti nahrbtnik

- Požrešni algoritem
  - zaporedoma izbiramo predmete
    - upoštevamo omejitve
    - izberemo predmet po nekem kriteriju
  - primer
    - z različnimi kriteriji
    - kateri kriterij vodi do optimalnosti?
  - algoritem
  - zahtevnost
  - pravilnost