

# Hevristično preiskovanje

prof. dr. Marko Robnik Šikonja  
December 2016

# Reševanje problemov

- ✿ preiskovanje je osnovni mehanizem za reševanje problemov
- ✿ na mnogo algoritmov lahko gledamo kot na metode preiskovanja
- ✿ smiselno je poznati osnovne strategije preiskovanja

# Predstavitev s prostorom stanj

- ✱ prostor stanj (graf, drevo)
- ✱ množica stanj (vsa dosegljiva stanja problema)

$$\mathbf{S} = \{S; S_z \xrightarrow{*} S\}$$

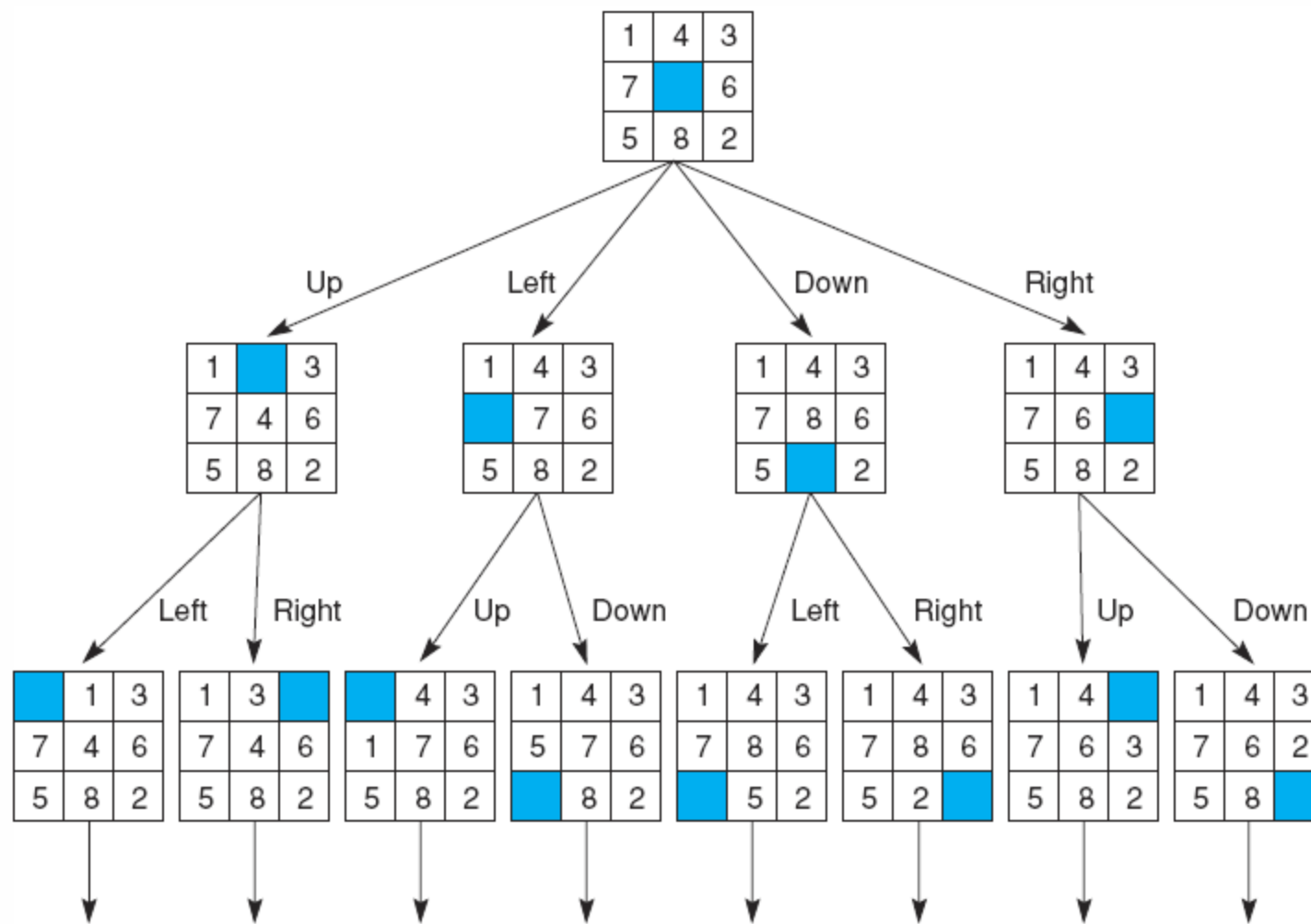
- ✱ povezave med stanji (prehodi med stanji, potrebujemo generator naslednikov)
- ✱ prostor stanj omogoča tudi enoten pogled na različne metode načrtovanja algoritmov

# Prostor stanj

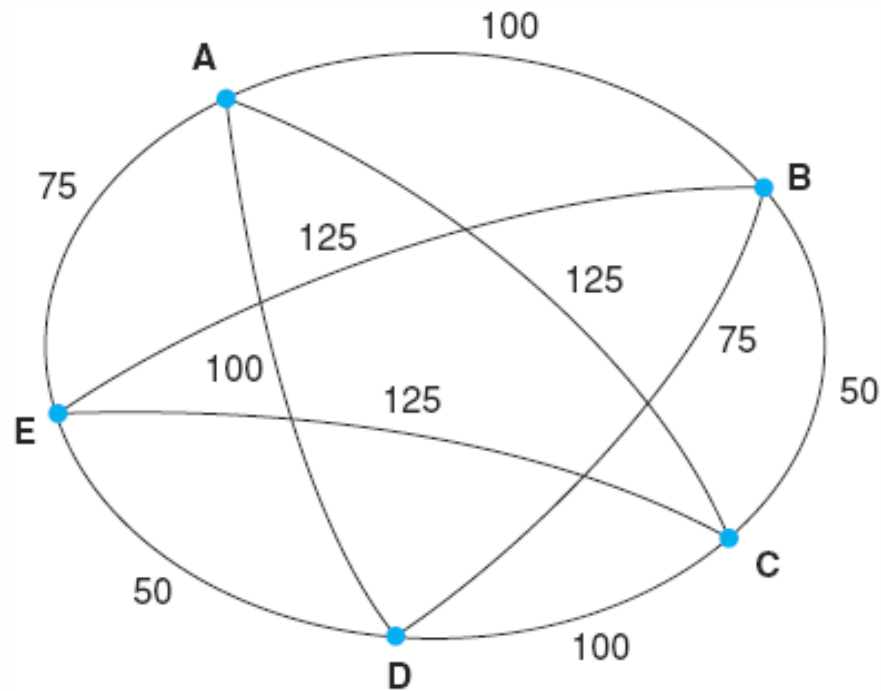
- ✿ Prostor stanj:  $\mathbf{S} = \{S; S_z \xrightarrow{*} S\}$
- ✿ kvaliteta stanja:  $q(S)$
- ✿ končno stanje:  $S_0 = \arg \max_{S \in \mathbf{S}} q(S)$
- ✿ različne strategije preiskovanja

# Primer: drseče ploščice

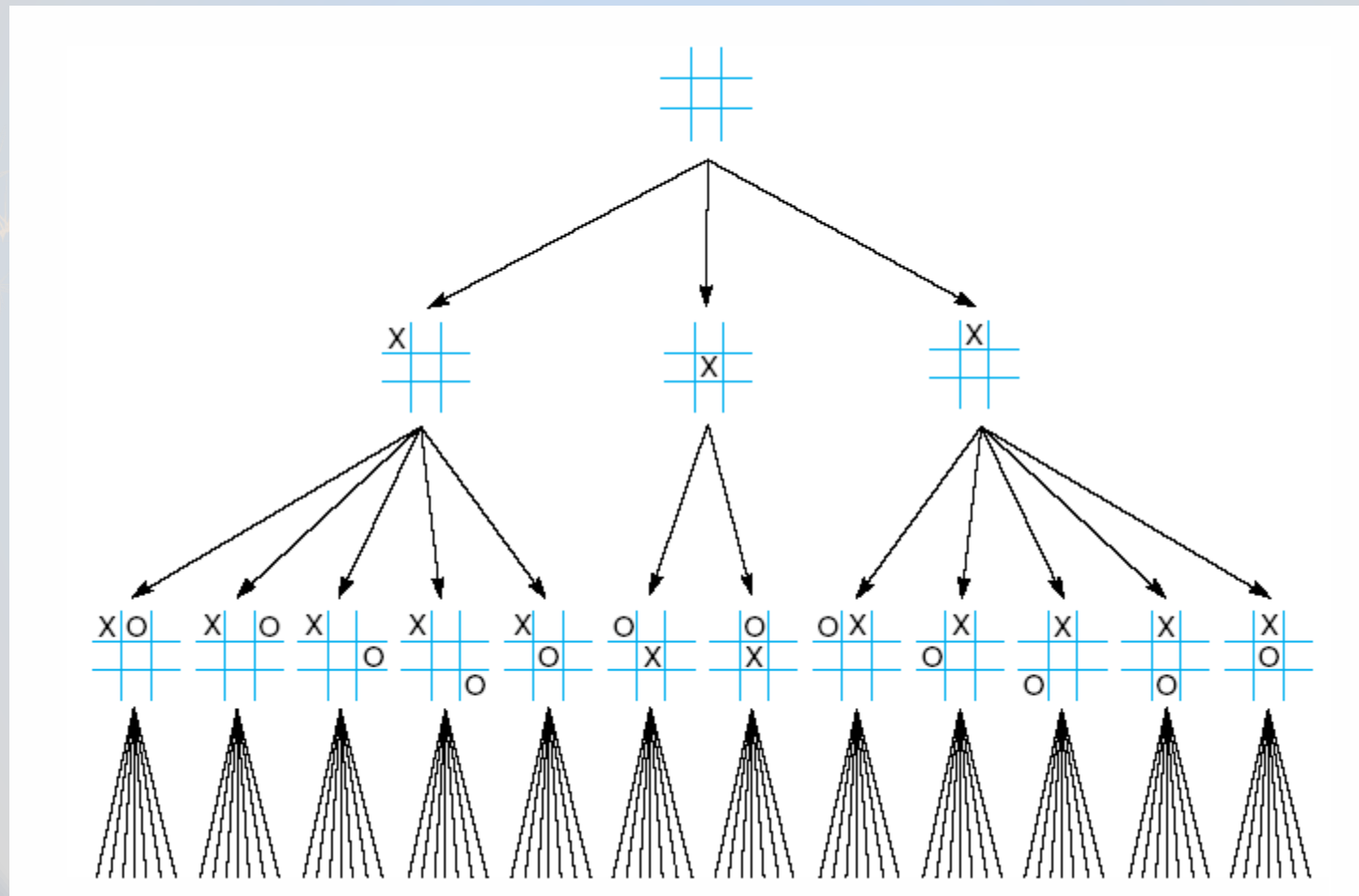
1	2	3
8		4
7	6	5



# Primer: trgovski potnik



# Primer: križci in krožci



# Neinformirano preiskovanje

- ✱ v širino, v globino, iterativno poglobljanje



# V globino iterativno

```
status depthFirst (start_state) {  
    stack.makemnull(); // inicializacija  
    stack.push(start_state); // začetno stanje  
    while ( ! stack.isEmpty() ) {  
        state = stack.pop (); // trenutno stanje je na vrhu  
        if (goal (state))  
            return SUCCESS;  
        else  
            stack.push( successors (state) ); // vsi nasledniki na vrh  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# V globino rekurzivno

```
status depth (state current ) {  
  if (goal (current))  
    return SUCCESS;  
  suc = successors (current);  
  foreach ( s in suc )  
    if ( depth(s) == SUCCESS )  
      return SUCCESS ;  
  return FAILURE ;  
}
```

# V globino do določene globine rekurzivno

```
status depthRecursive (state current, int toDepth) {  
    if (goal (current))  
        return SUCCESS;  
    if (toDepth>0) {  
        suc = successors (current);  
        for each s in suc  
            if (depthRecursive(s, toDepth-1)==SUCCESS)  
                return SUCCESS  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# V širino

```
status breadthFirst (start_state) {  
    queue.makemnull(); // inicializacija  
    queue.enqueue(start_state); // začetno stanje v vrsto  
    while ( !queue.isEmpty() ) {  
        state = queue.dequeue(); // trenutno stanje je prvo v vrsti  
        if (goal (state))  
            return SUCCESS;  
        else  
            queue.enqueue(successors (state)); // na konec vrste  
        // closed.enqueue(state) ;  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# Iterativno poglabljanje

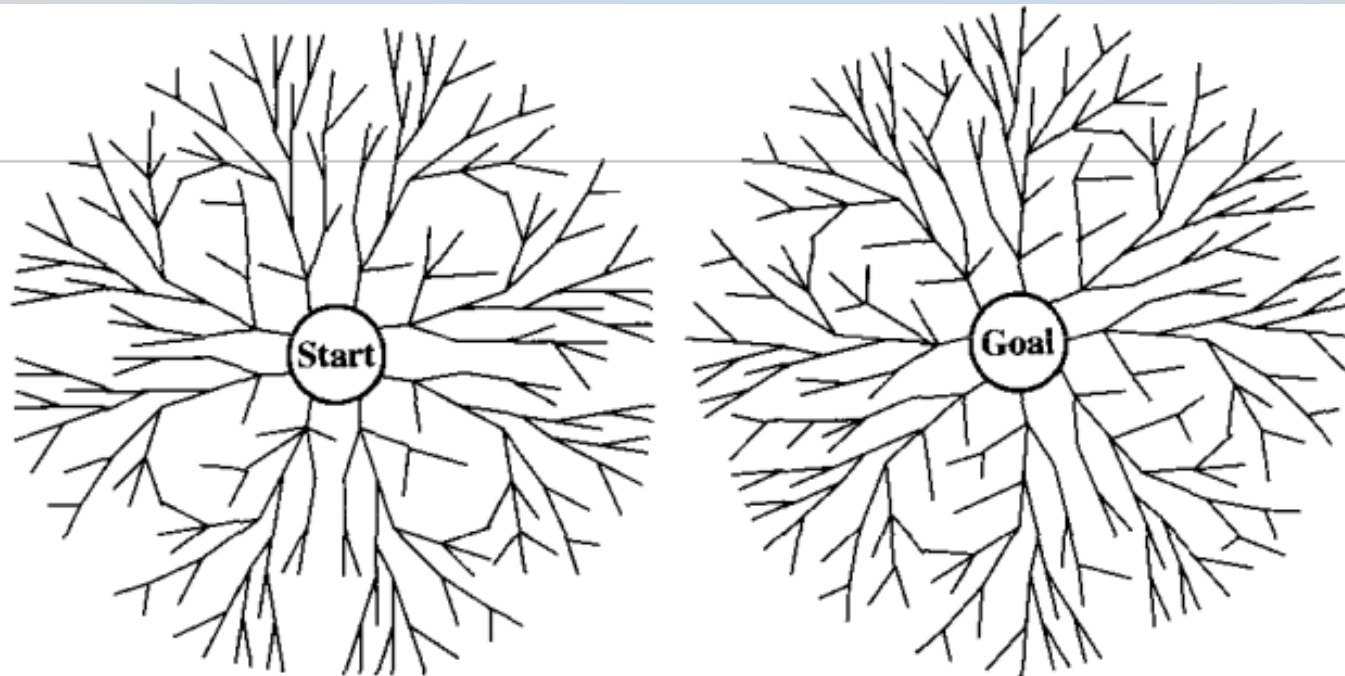
```
status ID (start_state) {  
    int depth = 1 ;  
    while (depth < MAX_DEPTH) {  
        state = depthRecursive(start_state, depth) ;  
        if (state == SUCCESS)  
            return SUCCESS ;  
        else depth++ ;  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# Računska zahtevnost

- ✱ odvisna od faktorja vejanja  $b$  in globine iskanja  $d$
- ✱ število vozlišč pri iskanju
- ✱ v širino:  $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d = (b^{d+1} - 1) / (b - 1) = O(b^d)$
- ✱ iterativno poglobljanje  
 $d + 1 + db + (d-1)b^2 + (d-3)b^3 + \dots + b^d = O(b^d)$



# Dvosmerno iskanje



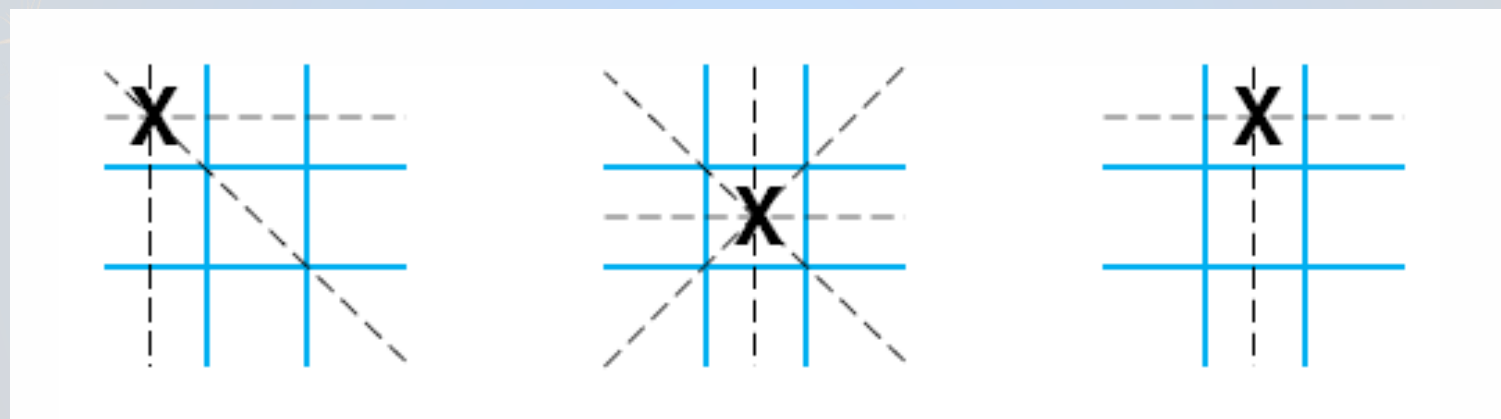
# Hevristično preiskovanje

- ✿ hevrastika – metode in pravila za odkrivanje novega (Eureka!)
- ✿ uporaba:
  - ✧ točna rešitev ne obstaja
  - ✧ iskanje točne rešitve je računsko prezahtevno
- ✿ hevrastika: uporabna informacije, ki usmerja preiskovanje v obetavno smer



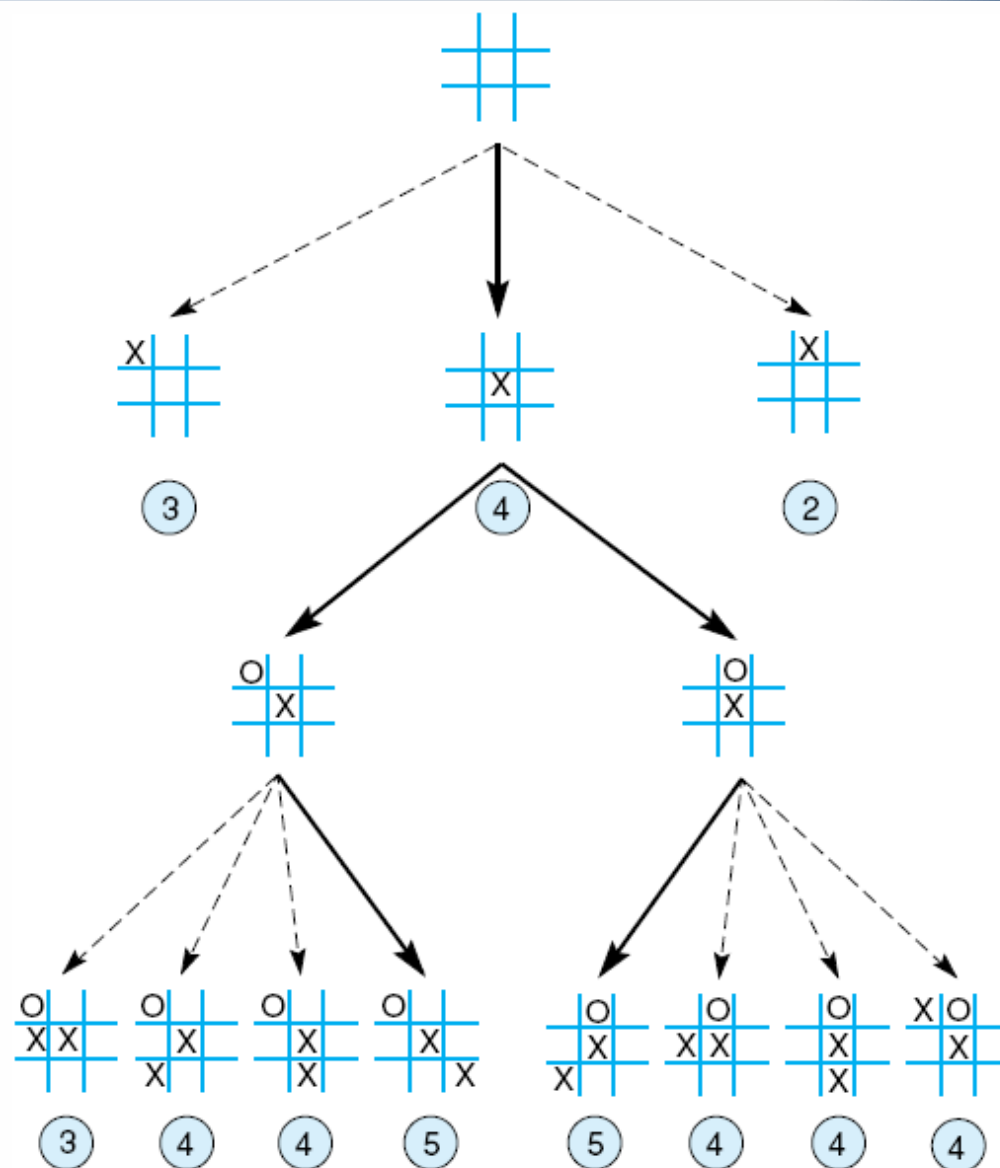
# Primer: križci in krožci

- heuristika: na koliko načinov lahko zmagam



# Križci in krožci

- simetrija
- hevristika



# Požrešno preiskovanje

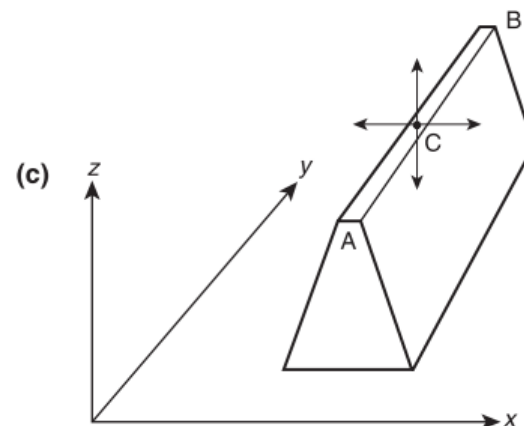
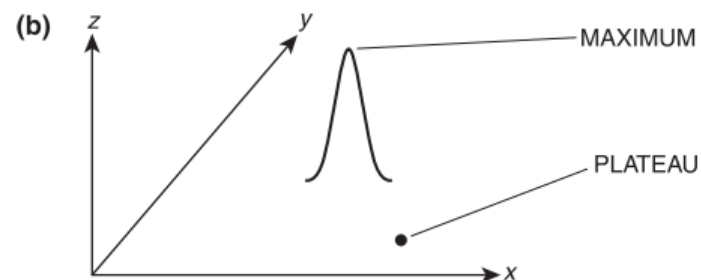
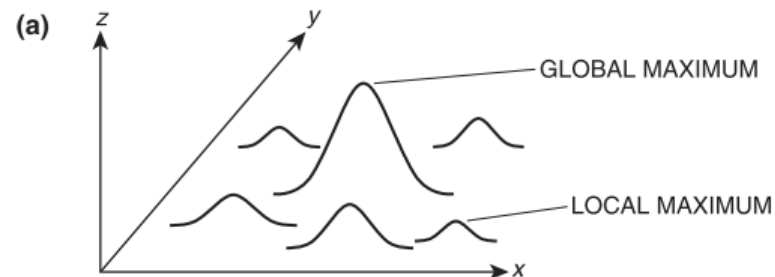
- ✱ hill-climbing
- ✱ na vsakem koraku izberemo najboljšega naslednika

# Požrešno - implementacija

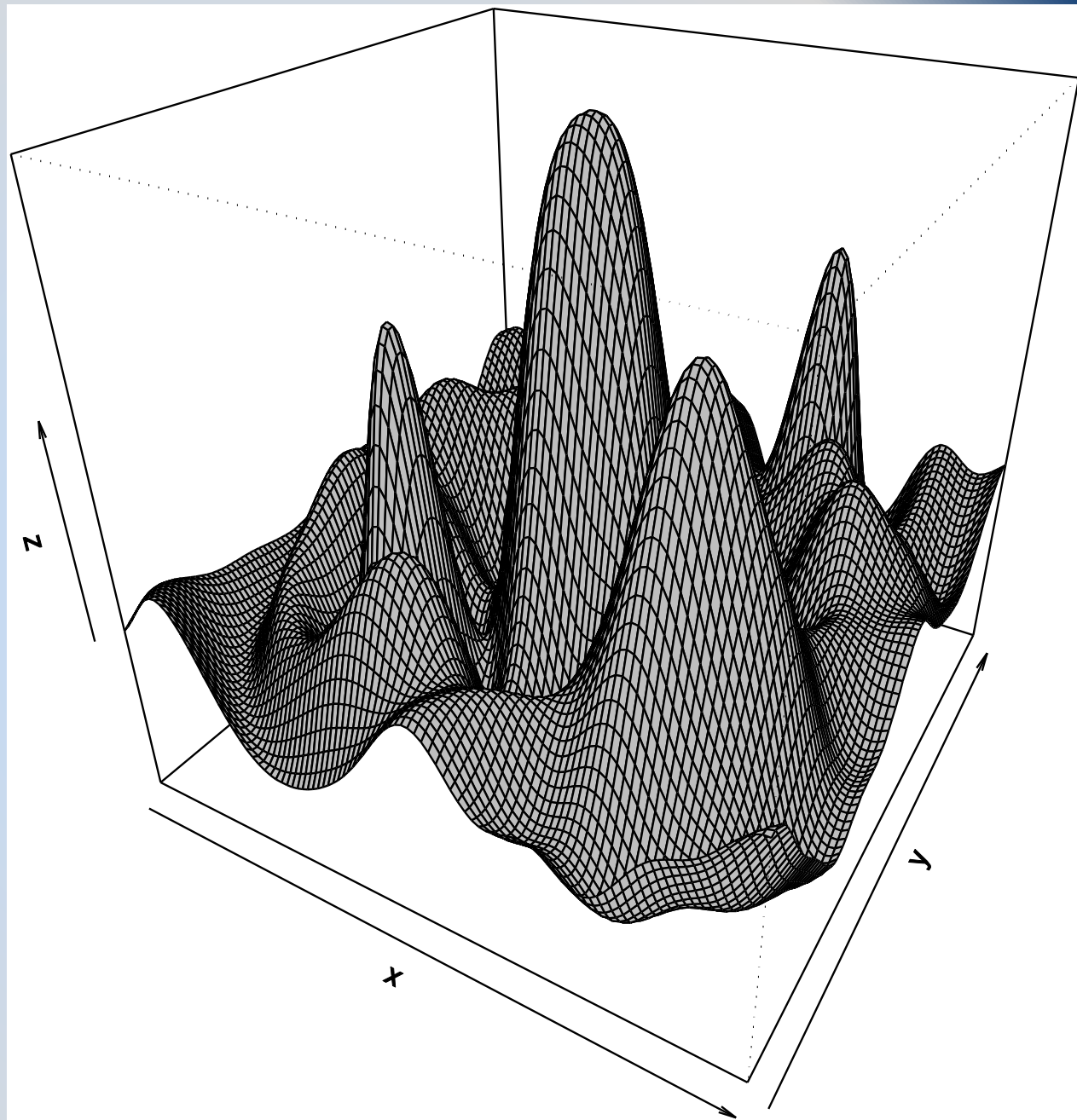
```
status hillClimbing (start_state) {  
    stack.makemull(); // inicializacija  
    stack.push(start_state); // začetno na vrh  
    while (!stack.isEmpty()) {  
        state = stack.pop (); // state = na vrhu sklada  
        if (goal (state))  
            return SUCCESS;  
        else {  
            suc = successors (state);  
            sort(suc); // uredi glede na hevristično oceno  
            stack.push(suc) ;  
        }  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# Lokalni ekstremi

- lokalni in globalni maksimumi
- plato
- greben

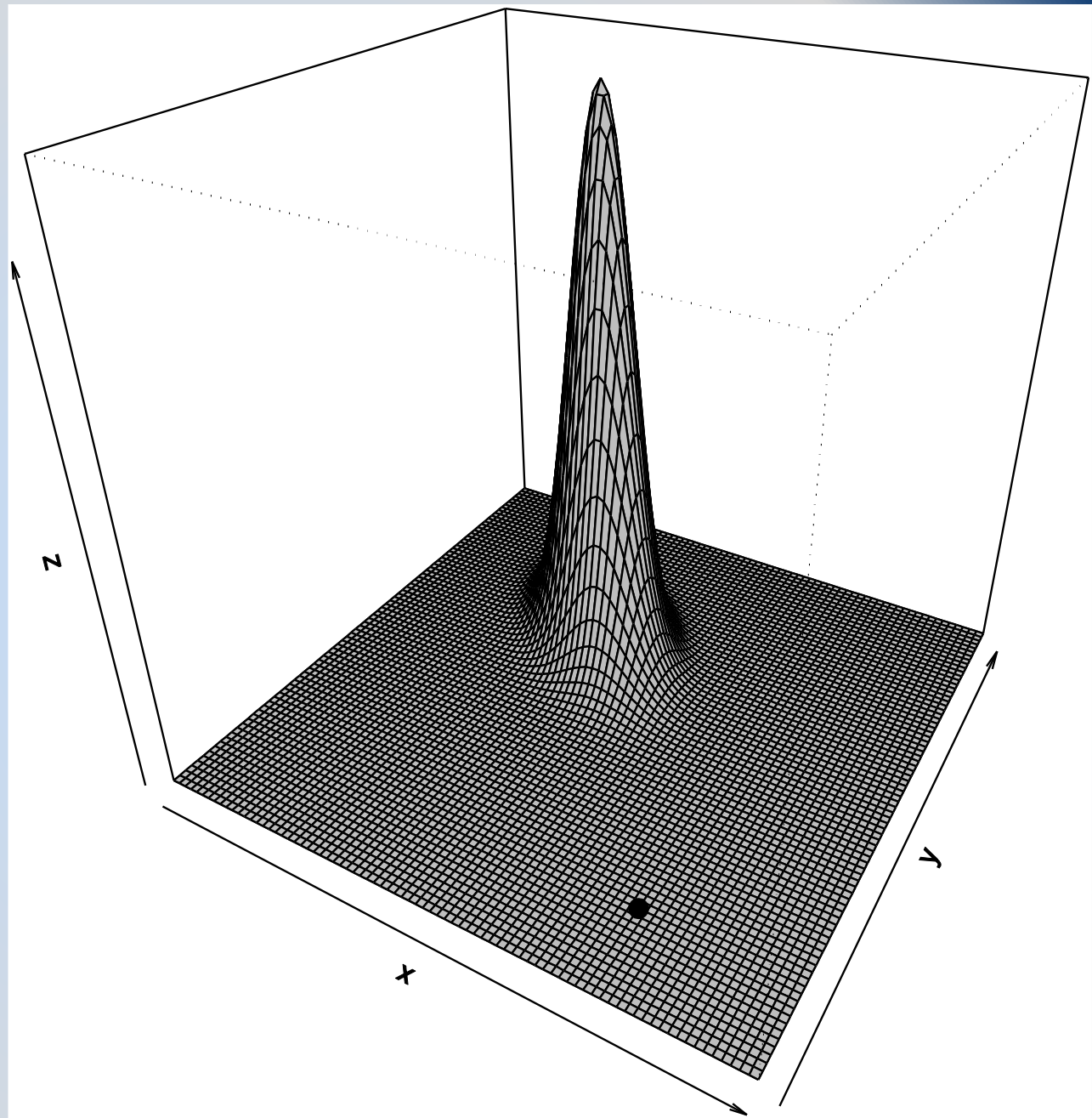


# Lokalni ekstremi

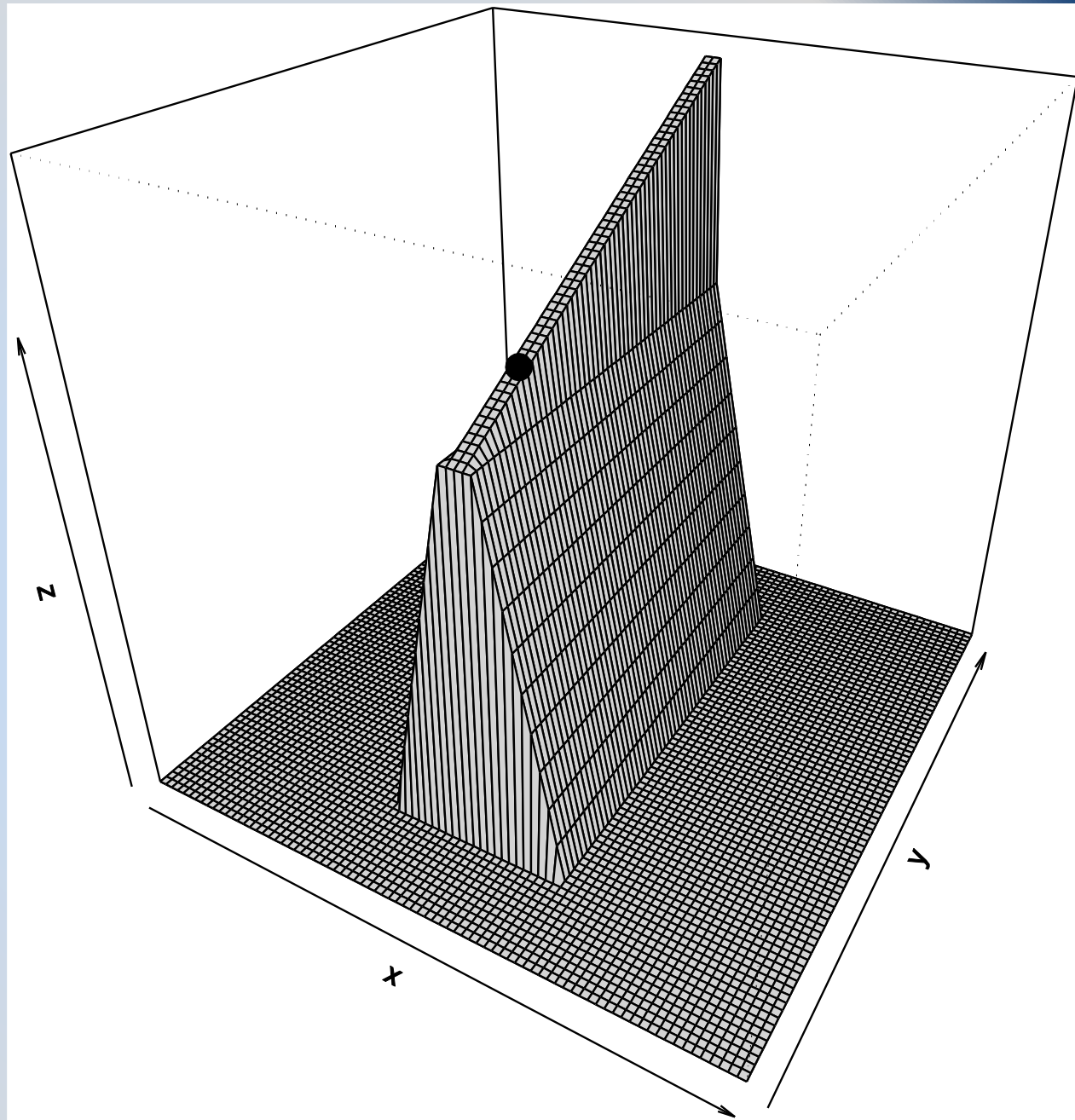




# Plato

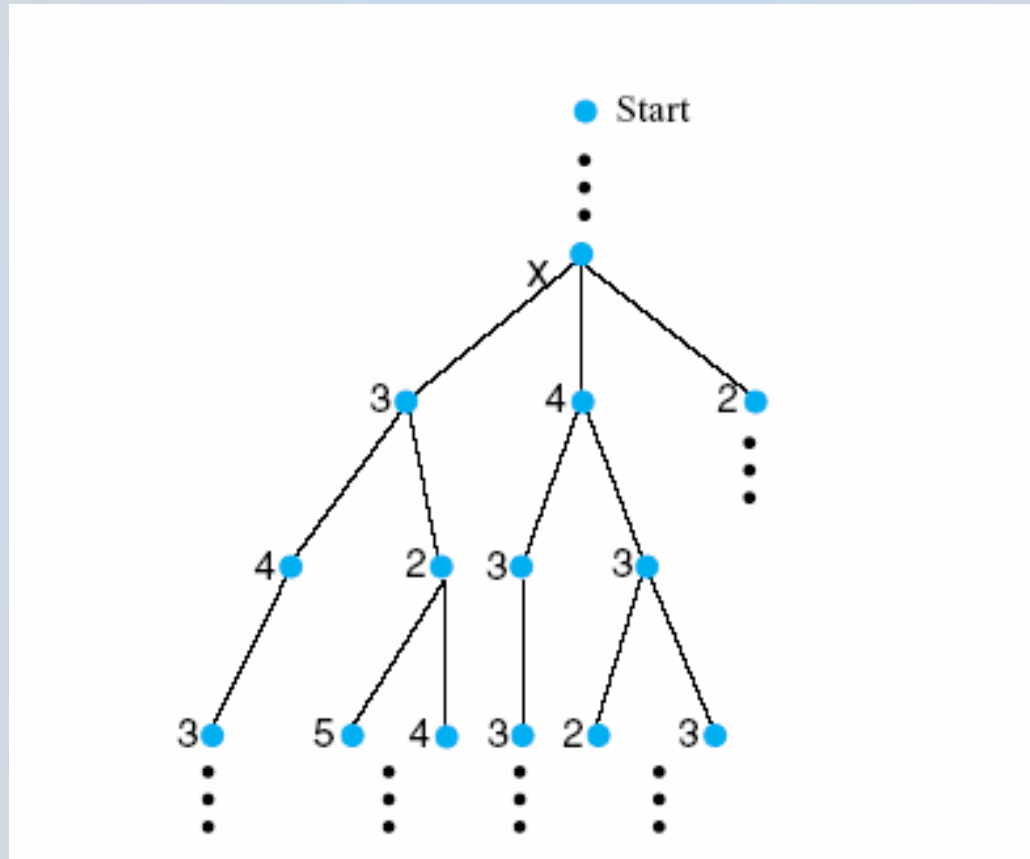


# Greben





# Pogled naprej (lookahead) - horizont



# Najprej najboljši

- ✱ best first search
- ✱ vozlišča hranimo v prioritetni vrsti
- ✱ prioriteto določa hevristična ocena

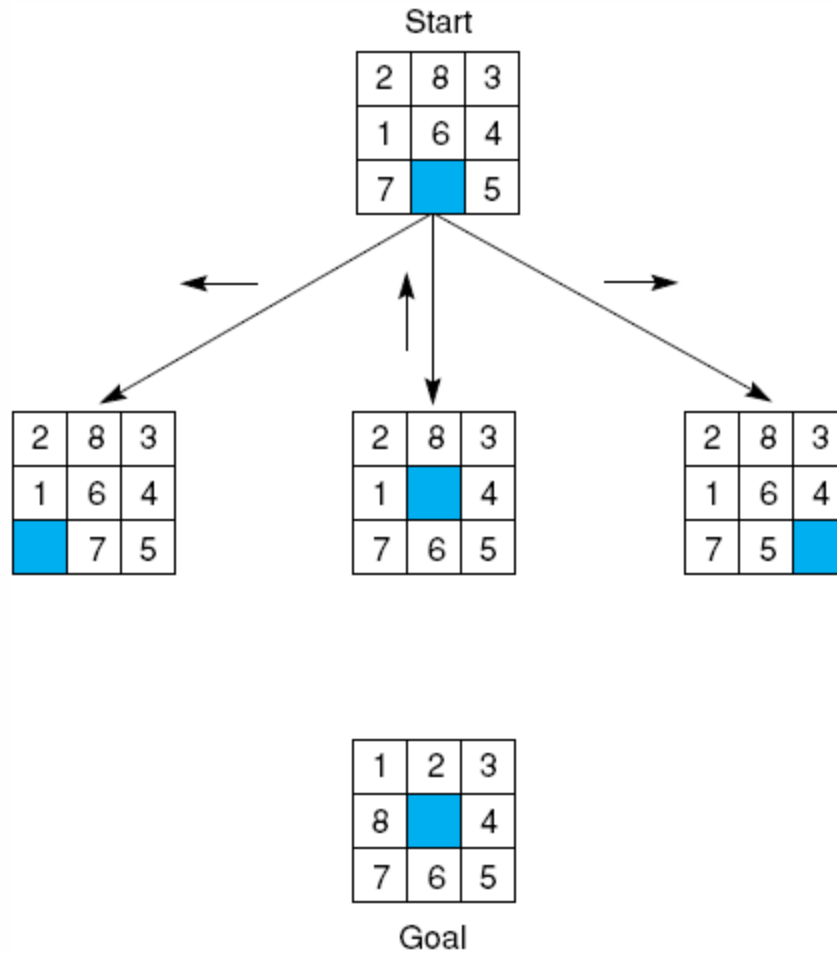
# Najprej najboljši - implementacija

```
status bestFirst (start_state) {  
    priorityQueue.makeNull(); // inicializacija  
    priorityQueue.enqueue(start_state); // začetno stanje  
    while ( !priorityQueue.isEmpty() ) {  
        state = priorityQueue.deleteMin(); // prvi po prioriteti  
        if (goal (state))  
            return SUCCESS;  
        else  
            priorityQueue.addSorted(successors (state)); // urejeno dodajanje  
            // closed.enqueue(state) ;  
    }  
    return FAILURE ;  
}
```

# A in A\*

- ✱ poseben primer iskanja “najprej najboljši”
- ✱  $f(n) = g(n) + h(n)$
- ✱  $n$ =stanje
- ✱  $g(n)$  = razdalja (vrednost, število korakov ) od začetka do  $n$
- ✱  $h(n)$  = ocena za pot od  $n$  do končnega stanja
- ✱ vozlišča preiskujemo urejeno glede na  $f(n)$

# Primer: drseče ploščice



# Drseče ploščice: heuristike

1. ploščice, ki niso na mestu  
(uporablja le del informacije)
2. vsota razdalj (premikov ) do pravega mesta  
(ne upošteva težavnosti zamenjav)
3. število direktnih zamenjav \* 2

# Hevristike: drseče ploščice

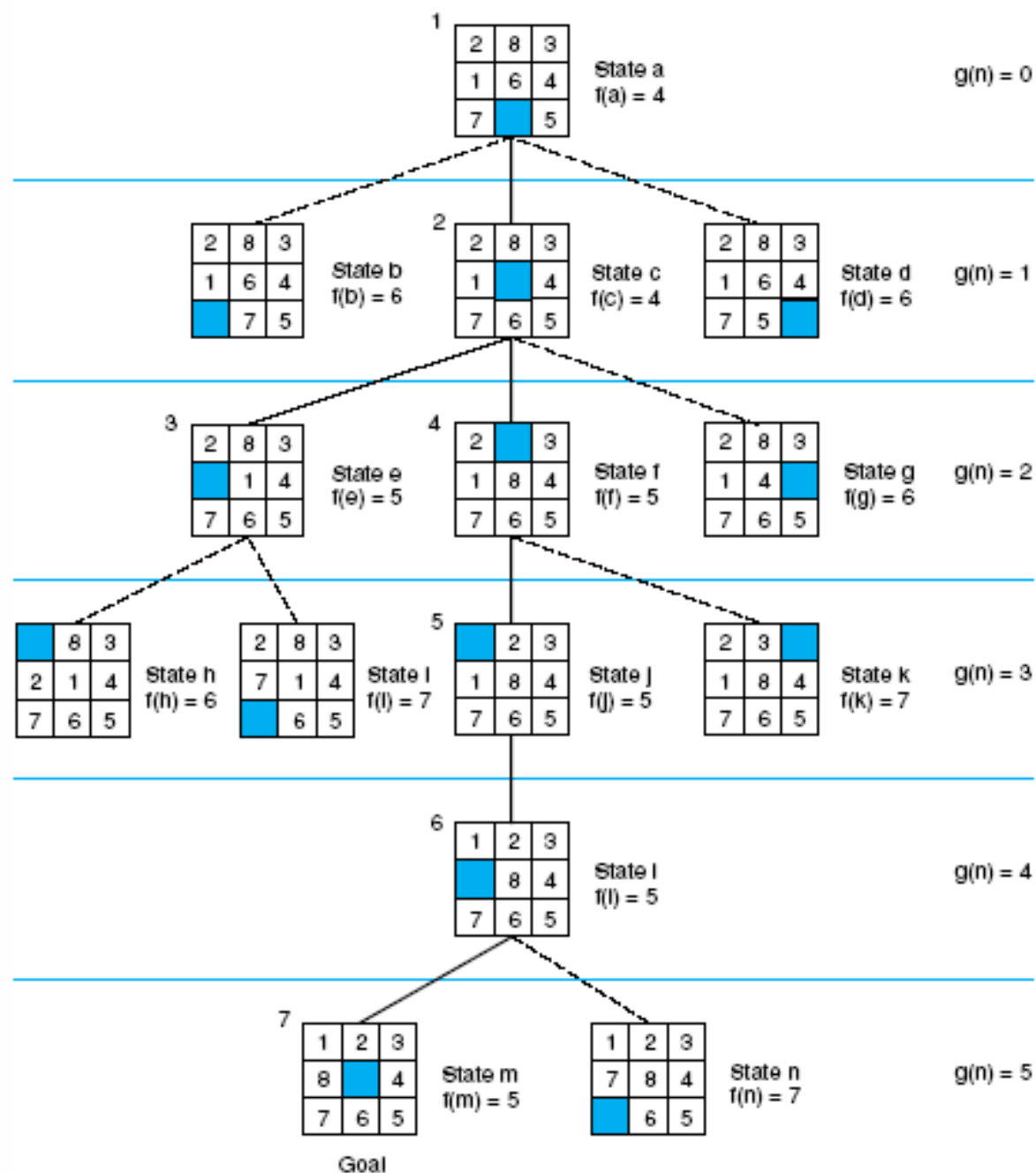
<table><tr><td>2</td><td>8</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>7</td><td>5</td></tr></table>	2	8	3	1	6	4		7	5	5	6	0
2	8	3										
1	6	4										
	7	5										
<table><tr><td>2</td><td>8</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr></table>	2	8	3	1		4	7	6	5	3	4	0
2	8	3										
1		4										
7	6	5										
<table><tr><td>2</td><td>8</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td></td></tr></table>	2	8	3	1	6	4	7	5		5	6	0
2	8	3										
1	6	4										
7	5											
	Tiles out of place	Sum of distances out of place	2 x the number of direct tile reversals									

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal

Preiskovanje s hevristiko  
“ploščice, ki niso na mestu”

$g(n)$  – težnja k iskanju v širino





# Dopustnost

- ✿ marsikdaj želimo zagotovljeno najboljšo (optimalno) rešitev
- ✿ algoritem je dopusten (admissable), če zanesljivo najde najkrajšo pot, če ta obstaja
- ✿ predpostavimo:  $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$ 
  - ✿  $g^*(n)$  = najkrajša pot do  $n$
  - ✿  $h^*(n)$  = najkrajša pot od  $n$  do cilja
  - ✿ algoritem, ki bi uporabljal hevristiko  $f^*(n)$  bi bil dopusten

# Algoritma A in A\*

- ✱ algoritem A: najprej najboljši s  $f(n)$
- ✱  $g(n)$  je približek za  $g^*(n)$ ,
- ✱ če je  $g(n)$  monotona (kar pomeni, da se ne zmanjšuje), je dopustna je tudi  $f(n) = g(n) + h^*(n)$
- ✱ če je  $h(n)$  dopustna, kar pomeni, da podcenjuje razdaljo do cilja oz.  $h(n) \leq h^*(n)$ , je dopusten tudi A, ki uporablja  $f(n) = g(n) + h(n)$  in tak algoritem imenujemo A\*
- ✱ trivialna, a neuporabna dopustna heuristika je  $h(n)=0$  za vsa vozlišča, ki A\* spremeni v iskanje v širino

# Optimalnost in dopustnost: dokaz s protislovjem

- ✱ Algoritem A\* uporabimo na grafu z dvema ciljnim vozliščema  $G_1$ ,  $G_2$ . Cena poti do  $G_1$  je  $f_1$ , cena poti do  $G_2$  je  $f_2$ , velja  $f_2 > f_1$ . Denimo, da je algoritem našel pot  $G_2$  pred  $G_1$  in torej ni našel optimalne rešitve.
- ✱ Poglejmo vozlišče  $n$ , ki je na optimalni poti od začetka do  $G_1$ . Takšno vozlišče mora obstajati in ker ga algoritem še ni razširil in ker je  $h$  dopustna hevrstika velja  $f_1 \geq f(n)$ . Po predpostavki, bi algoritem preiskal  $G_2$  pred  $n$ , kar lahko stori le v primeru, če  $f(n) \geq f(G_2)$ . Izraza združimo in dobimo  $f_1 \geq f(G_2)$ . Ker je  $G_2$  ciljno vozlišče velja  $h(G_2) = 0$  in torej  $f(G_2) = g(G_2)$ . Tako dobimo  $f_1 \geq g(G_2) = f_2$ , kar je v nasprotju z začetno domnevo, da je  $G_2$  bolj oddaljen kot  $G_1$ .
- ✱ Dokaz potrjuje, da lahko A\* najde le najcenejšo pot do cilja.

# Monotonost (konsistentnost) hevristike

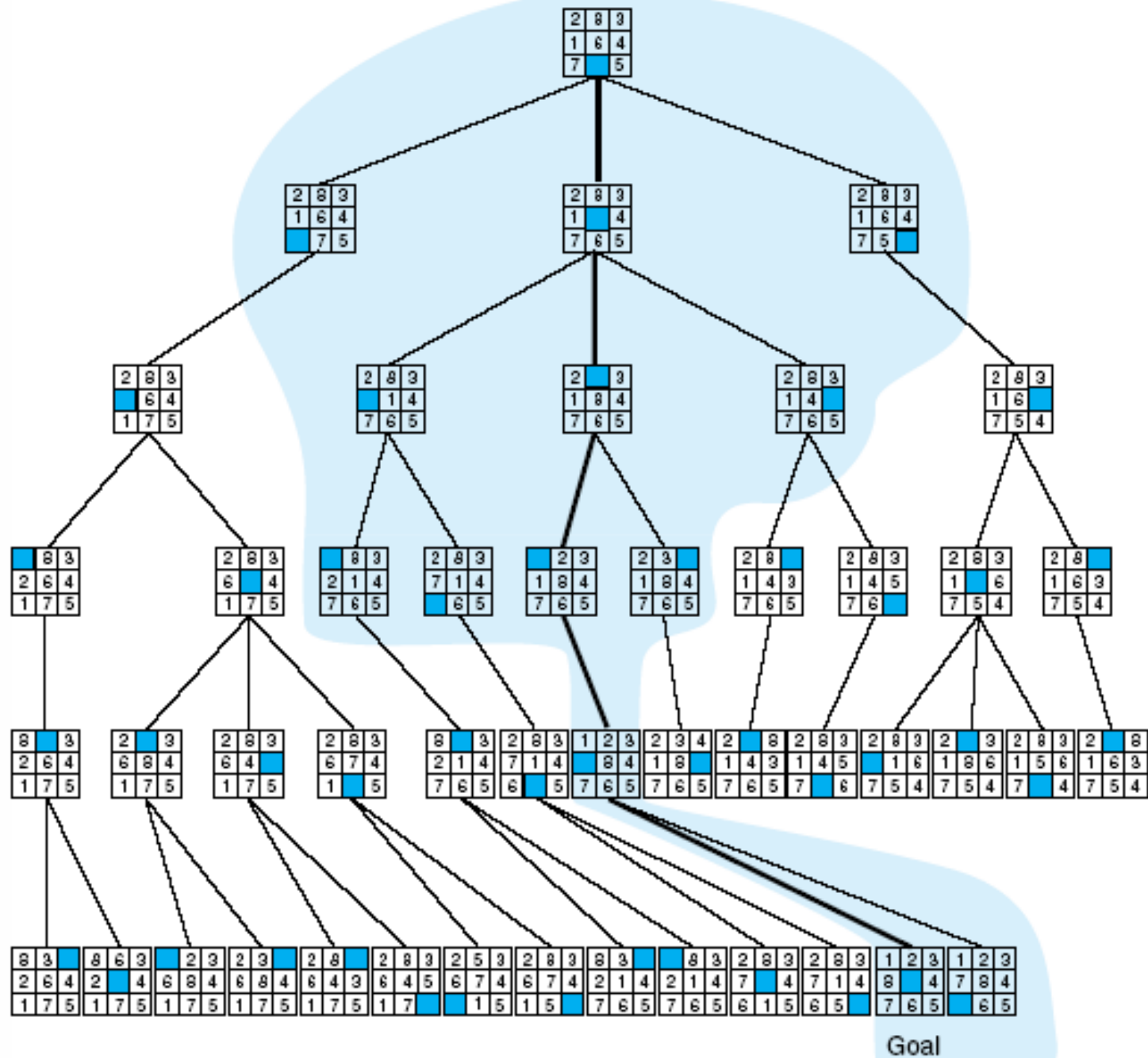
- ✿ ker ne zahtevamo  $g(n)=g^*(n)$ , lahko spočetka do nekaterih neciljnih vozlišč pridemo po daljši poti
- ✿ monotonost (lokalna dopustnost) pomeni, da do vsakega vozlišča pridemo po najkrajši poti, oziroma:
  - ✕ za vsa stanja  $n_i$  in  $n_j$ , kjer je  $n_j$  naslednik  $n_i$   
 $h(n_i) - h(n_j) \leq \text{cost}(n_i, n_j)$   
kjer je  $\text{cost}(n_i, n_j)$  dejanska razdalja med  $n_i$  in  $n_j$
  - ✕  $h(\text{goal}) = 0$
- ✿ če je hevristika monotona, pri vsakem vozlišču že prvič vemo, da smo našli najkrajšo pot; ko zamenjamo oceno z dejansko vrednostjo, se  $f(n)$  ne zmanjša in je monotono nepadajoča
- ✿ vsaka monotona hevristika je tudi dopustna

# Informiranost heuristik

- ✱ želimo boljše heuristike
- ✱ za dve dopustni heuristiki  $h_1$  in  $h_2$  velja:  
če za vsa stanja  $n$  velja:  $h_1(n) \leq h_2(n)$  pravimo, da  
je  $h_2(n)$  boljše informirana
- ✱ presojamo kvaliteto in časovno zahtevnost  
heuristike

- $h_1(n)=0$

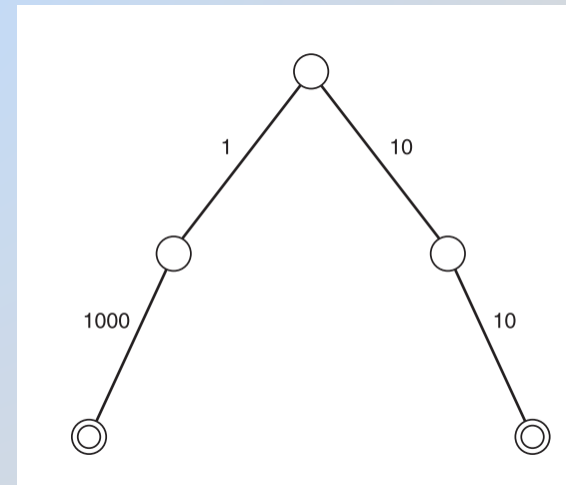
- $h_2(n)=$   
“ploščice, ki  
niso na  
mestu”





# Poenostavitve algoritma "najprej najboljši"

- ✱  $f(n) = g(n)$  oziroma  $h(n)=0$ 
  - ✱ optimalno z monotonno naraščajočim  $g(n)$
  - ✱ razveji in omeji (branch and bound),
  - ✱ podobno deluje tudi Dijkstra
- ✱  $f(n) = h(n)$ 
  - ✱ požrešno iskanje, neoptimalno



# Razveji in omeji (branch and bound)

*// vrača zgornjo mejo, do koder je še smiselno preiskovati*  
*// kličemo z: best = null ; branchAndBound(start\_state,  $\infty$ )*  
*// n – trenutno stanje*  
*// d – zgornja meja iskanja*

```
int branchAndBound (state  $n$ , int  $d$ ) {
```

```
    if (  $g(n)+h(n) \geq d$  ) // omeji iskanje
```

```
        return  $\infty$  ;
```

```
    if ( goal(  $n$  ) ) {
```

```
        best =  $n$  ; // nova najboljša rešitev
```

```
        return  $g(n)$  ; // nova meja
```

```
    }
```

```
    suc = successors ( $n$ );
```

```
    foreach (  $s \in \text{suc}$  ) // razveji
```

```
         $d = \min(d, \text{branchAndBound}(s, d) )$  ; // išči in ažuriraj mejo
```

```
    return  $d$  ;
```

```
}
```



# Izboljšave algoritma A\*

- ✿ težava algoritma A\* je velika poraba pomnilnika, saj je potrebno hraniti vsa vozlišča z vrednostjo  $f(n)$  manjšo od ciljnega vozlišča
- ✿ izboljšave porabijo manj pomnilnika, a še vedno zagotavljajo optimalnost iskanja

# Iterativno poglobljanje z A\*

- ✿ Iterative-Deepening A\* (IDA\*)
- ✿ namesto poglobljanja globine iskanja, poglobljamo vrednost hevristične ocene  $f(n)$
- ✿ deluje dobro pri problemih z malo različnih vrednosti  $f(n)$  in zelo slabo pri npr. zveznih vrednostih  $f(n)$

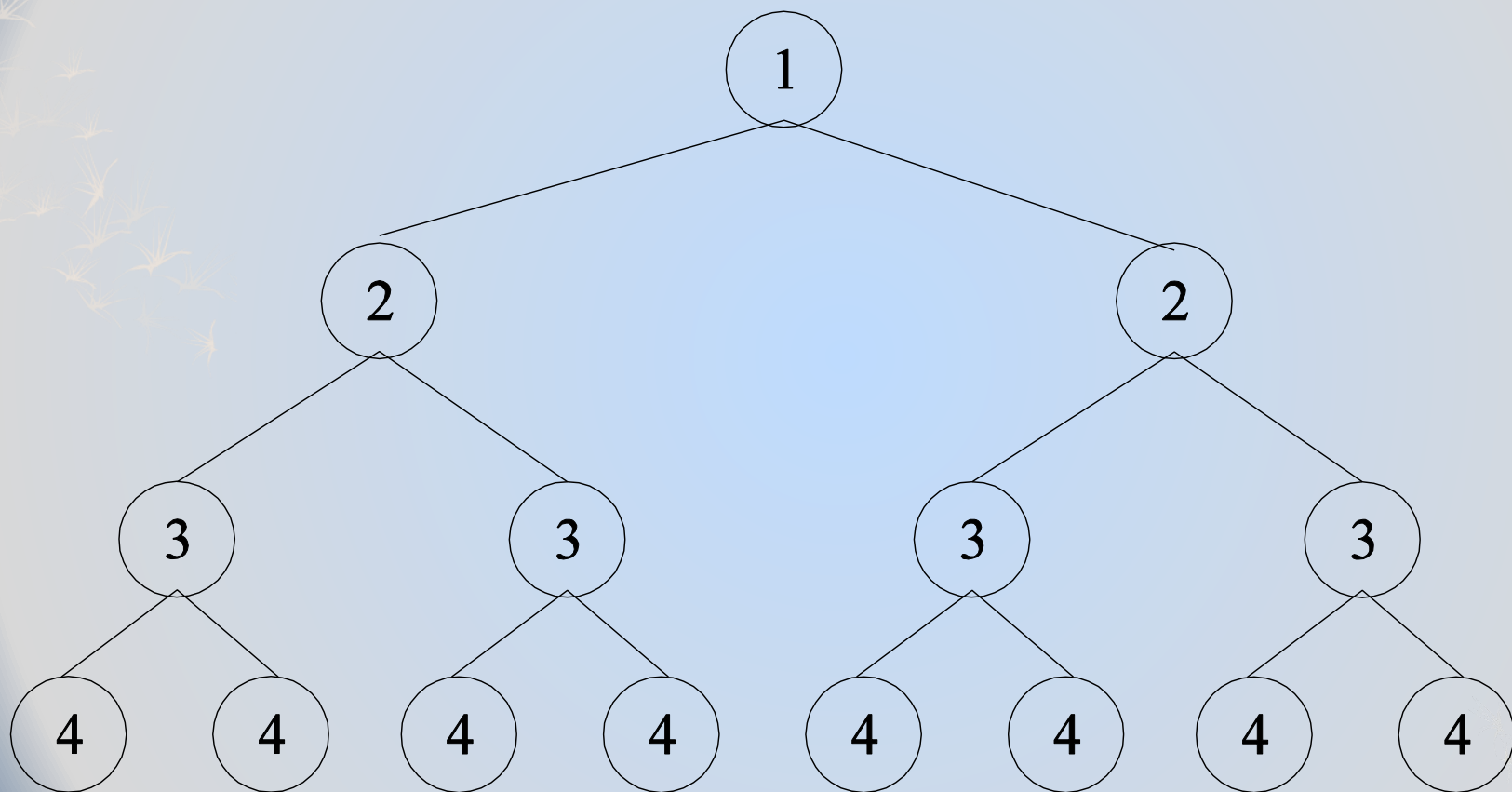
# RBFS

- ✿ Recursive Best First Search, (Korf, 1993)
- ✿ shrani  $f$  vrednosti vseh otrok na trenutni poti,
- ✿ pri iskanju lahko zato preiskuje do meje sobratov
- ✿ pri vračanju si zapomni  $f$  vrednost najboljšega lista in zato ve, katere veje je vredno ponovno generirati
- ✿ prostorska zahtevnost  $O(b \cdot d)$
- ✿ uspešnost odvisna od hevristične funkcije in potrebe po regeneriranju

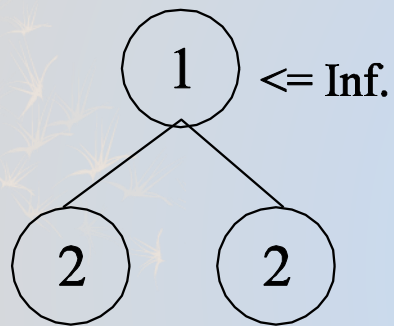
# RBFS koda

```
double rbfs(searchNode node, int bound) {  
    if (node.f > bound)  
        return node.f ;  
  
    if ( goal(node) )  
        terminate_search(node) ;  
  
    children = getChildrenSorted(node) ;  
    if (children.length == 0)  
        return Infinite ;  
  
    while (children[0].f <= bound) {  
        if (children.length==1)  
            fSiebling = Infinite ;  
        else  
            fSiebling = children[1].f ;  
  
        children[0].f = rbfs(children[0], min(bound, fSiebling) ) ;  
        children.sort() ;  
    }  
    return children[0].f  
}
```

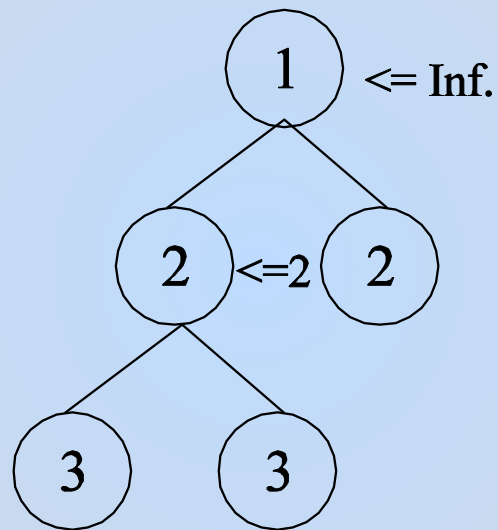
# Prikaz delovanja RBFS: prostor stanj



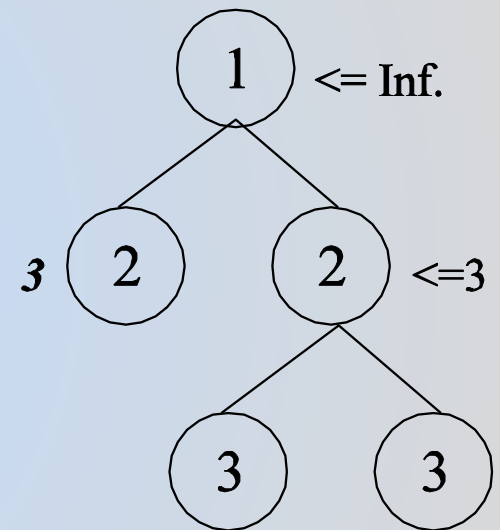
# Prikaz delovanja RBFS



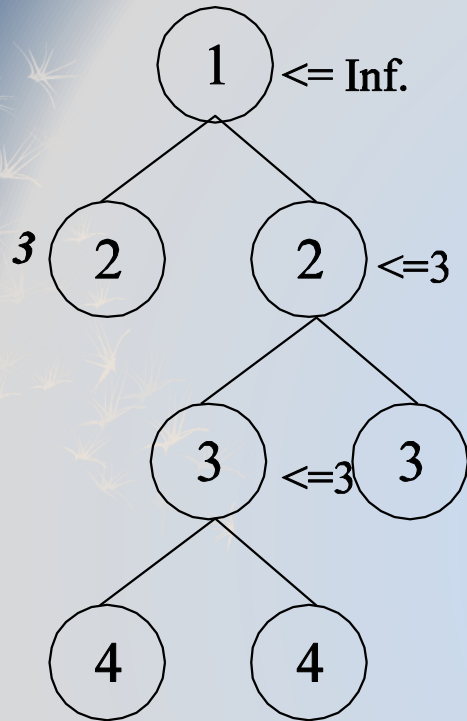
a)



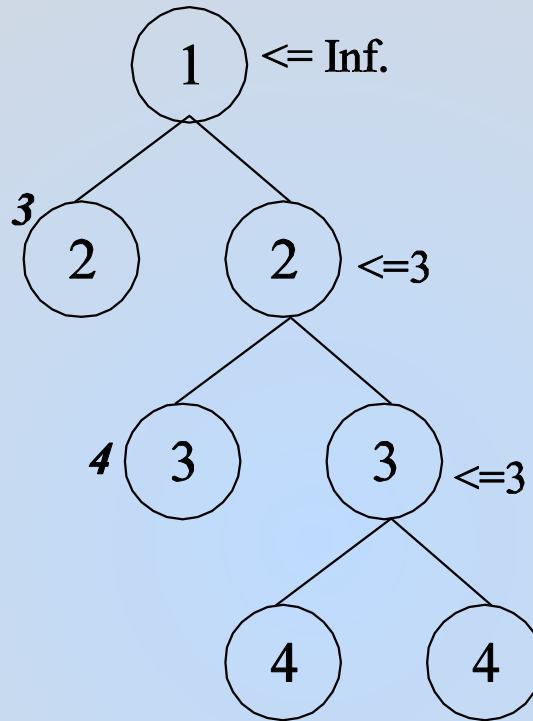
b)



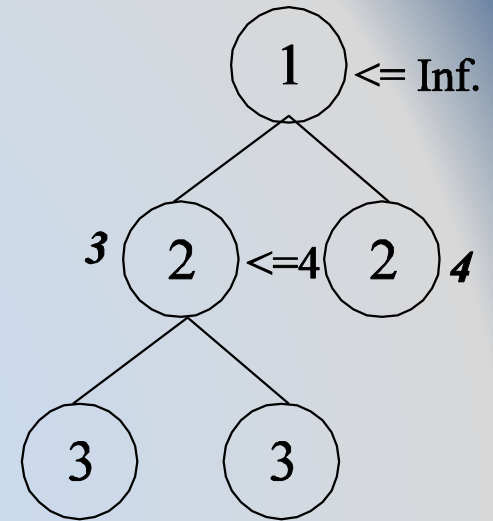
c)



d)

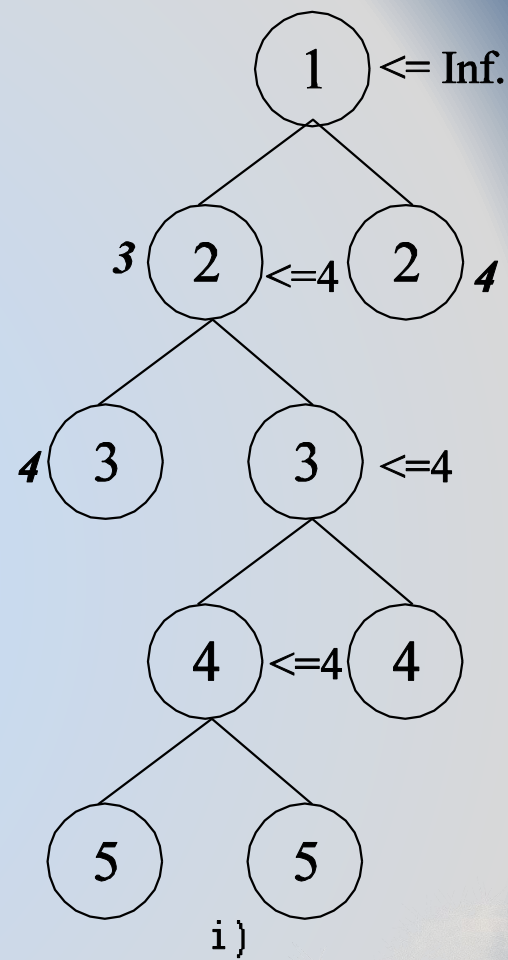
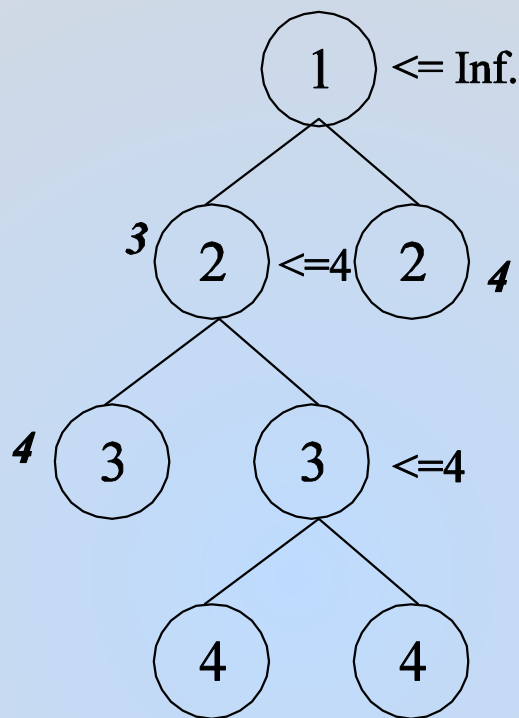
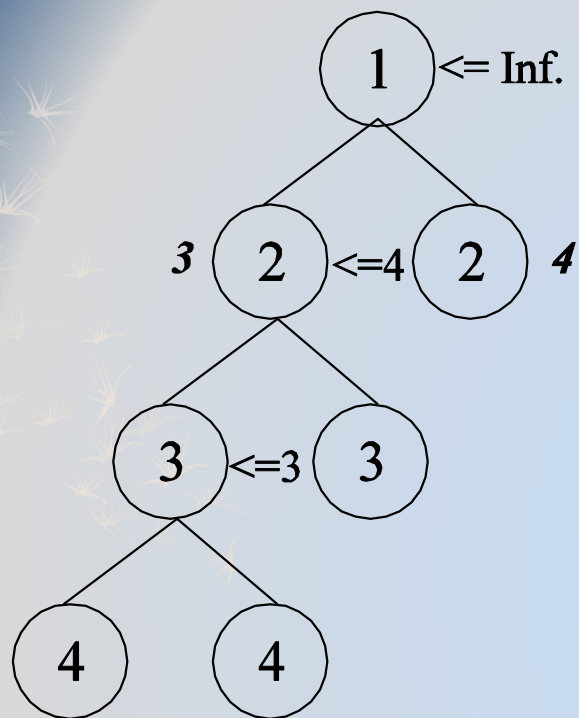


e)



f)



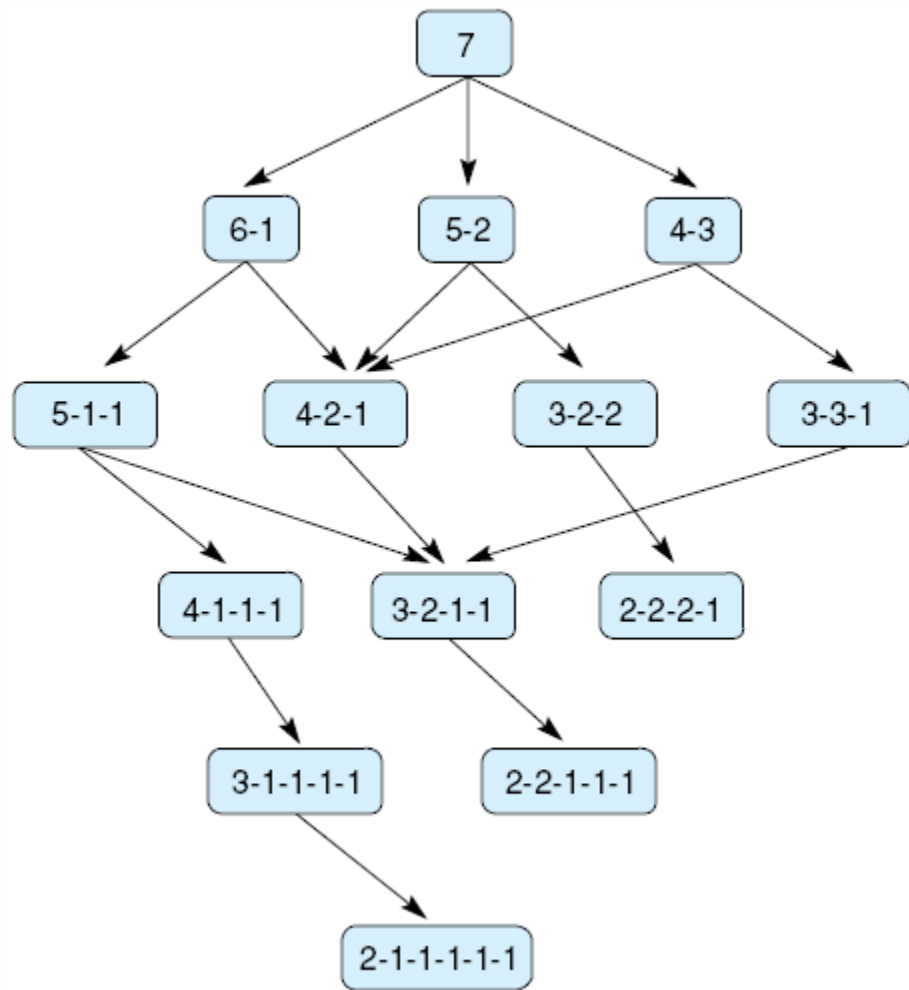


# MA\* in SMA\*

- ✿ pomnilniško omejena A\* (memory bounded A\*)
- ✿ deluje kot A\*, dokler ne zmanjka pomnilnika, nato
  - ✗ odstrani list z najslabšo vrednostjo  $f$
  - ✗ kot RBFS ažurira njegovo vrednost v predhodniku
  - ✗ če ima več listov enako vrednost  $f$ , odstrani najstarejšega, razširi najmlajšega
- ✿ SMA\* najde optimalno rešitev kot A\*

# Hevristično preiskovanje in princip minimaksa

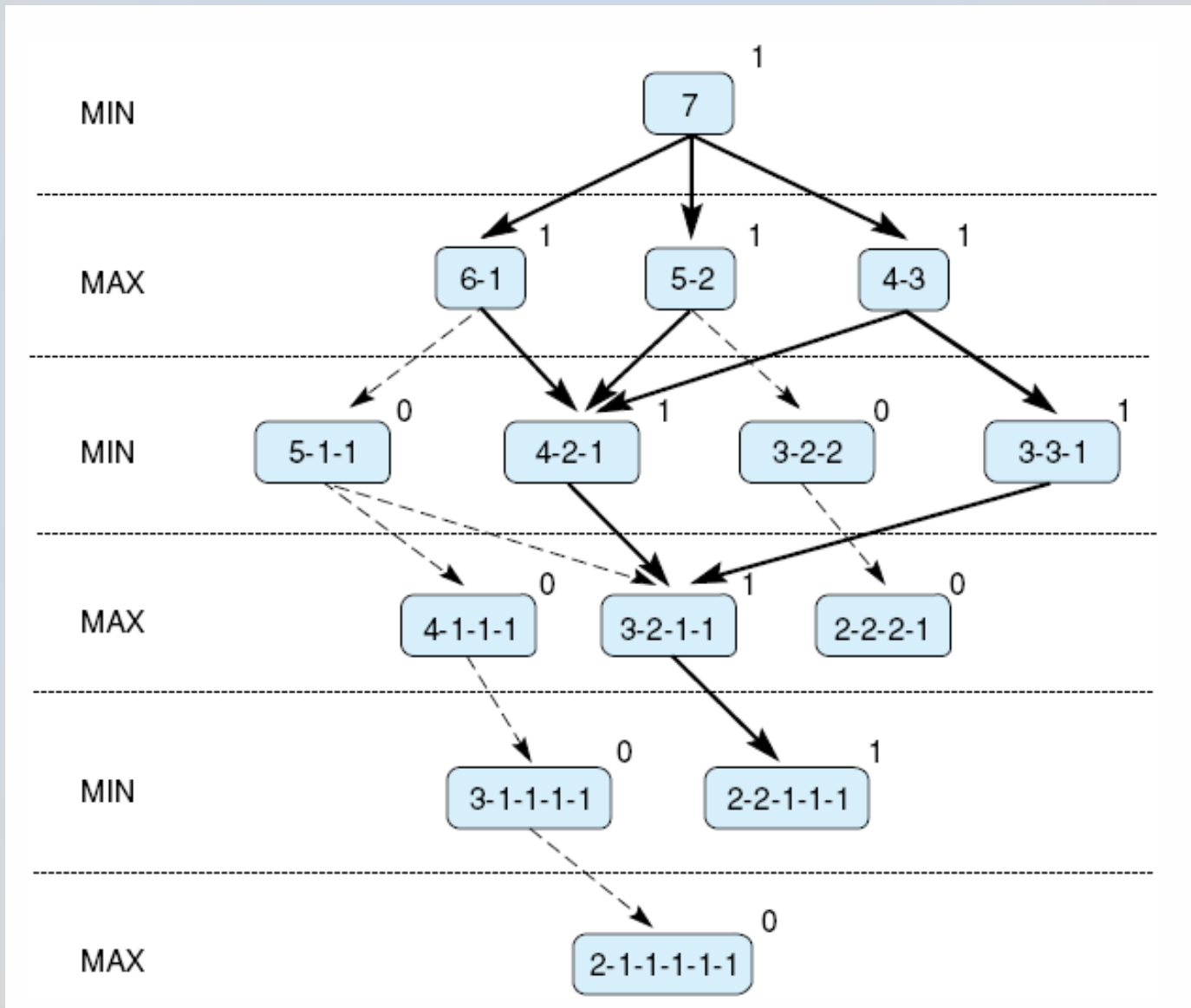
- osnova: igra dveh nasprotnikov
- primer nim: nasprotnika izmenoma delita ploščice na dva neenaka kupa; nasprotnik, ki ne more deliti izgubi
- primer: nim 7 (majhen prostor stanj, lahko pregledamo vse)



# Princip MINIMAKS

- ✿ predpostavka: nasprotnika imata na voljo enake informacije, oba poskušata zmagati
- ✿ igralec MAX (poskuša maksimizirati svoj rezultat) proti igralcu MIN (poskuša minimizirati MAX-ov rezultat)
- ✿ vozlišča označimo po nivojih glede na to, kdo je na potezi
- ✿ liste označimo: 1 zmaga MAX, 0 zmaga MIN
- ✿ minimax vrednosti propagira navzgor
  - ✗ če je predhodnik MAX, dobi maksimum naslednikov
  - ✗ če je predhodnik MIN, dobi minimum naslednikov
  - ✗ vrednosti določajo, kaj največ lahko igralec pričakuje, in poteze izbiramo glede na njih

# Minimaks na nim 7



# Minimax fiksne globine

- ✱ v zanimivih igrah prostora stanj ne moremo pregledati do listov
- ✱ pregledamo do neke (fiksne) globine glede na čas, računske in pomnilniške zmogljivosti
- ✱ pogled naprej globine  $n$  ( $n$ -ply look-ahead)
- ✱ na globini  $n$  vozliščem določimo hevristično oceno kvalitete in jo propagiramo navzgor
- ✱ minimax tako izračuna oceno najboljšega stanja do globine  $n$
- ✱ hevristike za šah, npr. število in moč figur, postavitev figur, ...

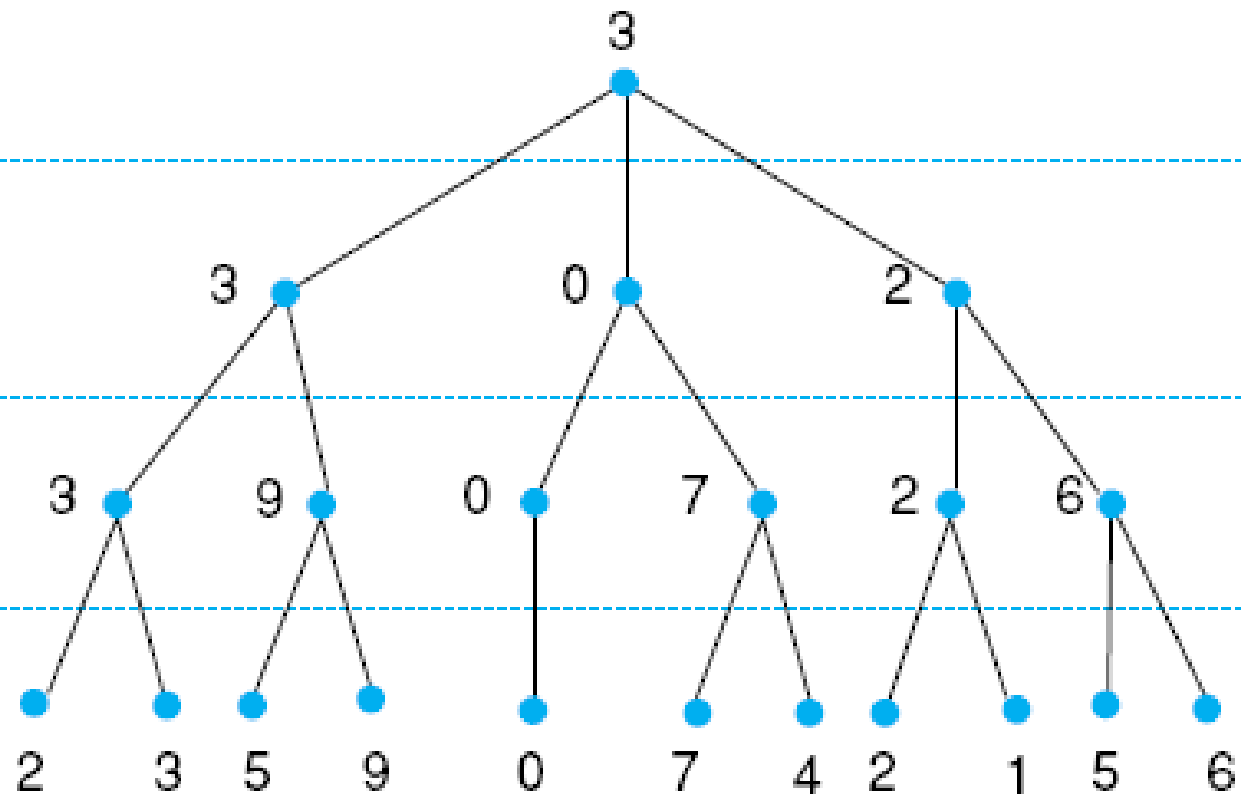
# Primer: minimax globine 4

MAX

MIN

MAX

MIN





# Minimax koda

```
double minimax (currentNode) {  
    if ( isLeaf (currentNode) || depth(currentNode) == MaxDepth )  
        return heuristicEvaluation (currentNode);  
  
    if ( isMinNode (currentNode) )  
        return min ( minimax (children (currentNode)) );  
  
    if ( isMaxNode (currentNode) )  
        return max (minimax (children (currentNode)) );  
}
```

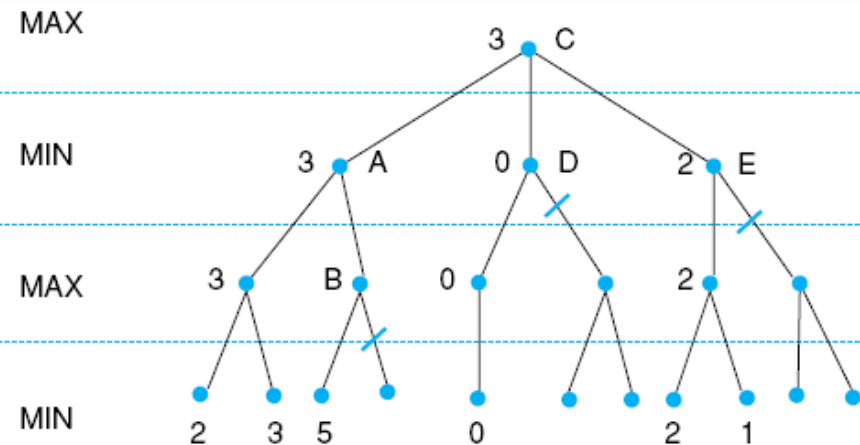
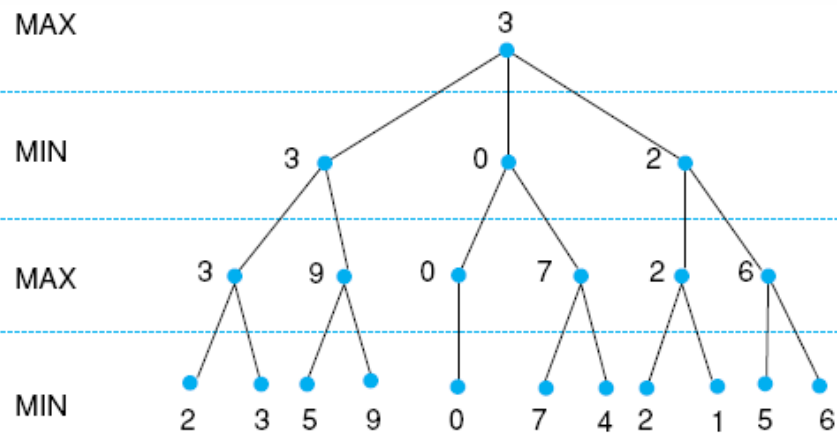
# Analiza minimaksa

- ✱ kratkovidno, ne vidi dlje kot  $n$
- ✱ (na videz) dobro stanje na neki globini lahko zapelje igralca
- ✱ popravek: selektivno preiščemo še nekaj nivojev naprej od dobrega stanja
- ✱ anomalije minimaksa: kršenje predpostavk, težavnost nekaterih pozicij

# Alfa-beta rezanje

- ✿ minimaks preišče vsa vozlišča do globine  $n$  in ocene propagira navzgor
- ✿ številna poddrevesa so lahko neperspektivna in jih ne bi bilo treba preiskati
- ✿ ideja:
  - ✗ preiskujemo v globino,
  - ✗ za MAX vozlišča predstavlja  $\alpha$  najboljšo doslej najdeno vrednost
  - ✗ za MIN vozlišča predstavlja  $\beta$  najslabšo vrednost doslej
  - ✗ zavržemo MAX vrednosti manjše od  $\alpha$  in MIN vrednosti večje od  $\beta$

# Prikaz $\alpha$ - $\beta$ rezanja



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)  
 B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$   
 C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)  
 D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$   
 E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$   
 C is 3

# Pravila $\alpha$ - $\beta$ rezanja

- ✱ odrežemo naslednike MIN vozlišča z  $\beta$  vrednostjo manjšo ali enako  $\alpha$  vrednosti njegovega MAX predhodnika
- ✱ odrežemo naslednike MAX vozlišča z  $\alpha$  vrednostjo večjo ali enako  $\beta$  vrednosti njegovega MIN predhodnika
- ✱ primerjamo torej nivo  $m-1$  in  $m+1$ , da režemo na nivoju  $m$

# $\alpha$ - $\beta$ rezanje: pedagoška implementacija

```
double alphaBeta (currentNode) {  
    if ( isLeaf (current_node) )  
        return heuristicEvaluation (currentNode);  
  
    if ( isMaxNode (currentNode) &&  
        alpha (currentNode) >= beta (minAncestor (currentNode) )  
        stopSearchBelow (currentNode);  
  
    if ( isMinNode (currentNode) &&  
        beta (currentNode) <= alpha (maxAncestor(currentNode) )  
        stopSearchBelow (currentNode);  
  
}
```

# $\alpha$ - $\beta$ rezanje: implementacija

- v izogib doseganju vrednosti  $\alpha$  in  $\beta$  nazaj pri predhodnikih, te vrednosti pošljemo kot parametre
- za MAX vozlišče shranimo minimum  $\beta$  vrednosti svojih MIN naslednikov kot beta
- za MIN vozlišče shranimo maksimum  $\alpha$  vrednost svojih MAX naslednikov kot alpha
- vsako notranje vozlišče bo tako hranilo vrednosti alpha in beta
- koren drevesa inicializiramo kot  $\alpha = -\infty$ ,  $\beta = \infty$



# $\alpha$ - $\beta$ rezanje: koda

```
double alpha_beta (current_node, alpha, beta) {  
    if ( is_leaf (current_node) )  
        return heuristic_evaluation (current_node);  
    if ( is_max_node (current_node) ) {  
        alpha = max (alpha, alpha_beta (children, alpha, beta));  
        if alpha >= beta  
            cut_off_search_below (current_node);  
    }  
    if is_min_node (current_node){  
        beta = min (beta, alpha_beta (children, alpha, beta));  
        if beta <= alpha  
            cut_off_search_below (current_node);  
    }  
}
```

✱ klic: alpha\_beta (start\_node, -infinity, infinity)

# Dama



- ✿ (b $\approx$ 8, n  $\approx$ 10<sup>20</sup>)
- ✿ (Samuel, 1959)
  - ✗ minimax,  $\alpha$ - $\beta$ , ocena pozicij
  - ✗ na nivoju srednje dobrih igralcev
- ✿ Chinook (Schaeffer , 1990, 1994-)
  - ✗ minimax,  $\alpha$ - $\beta$ , zelo dobra ocena pozicij, baza končnic z do 8 figur, baza otvoritev, do globine 20, rezanje vnaprej glede na izgubo
  - ✗ premaga svetovnega prvaka
- ✿ Blondie24 (Fogel, 2000)
  - ✗ uči se strategije z nevronskimi mrežami in evolucijskimi pristopi
  - ✗ na ravni dobrih igralcev

# Šah



✻  $(b \approx 38, n \approx 10^{120})$

- ✻ minimax,  $\alpha$ - $\beta$ , ocena pozicij, baza otvoritev
- ✻ najboljši programi preiskujejo do globine približno 12
- ✻ linearna povezava med globino preiskovanja in kvaliteto igre
- ✻ 1997, DeepBlue premagal svetovnega prvaka
- ✻ DeepFritz, Rybka

# Go



- ✱ Go: plošča 19 x 19,  $b \approx 360$
- ✱ leta 2016 AlphaGO premaga svetovnega prvaka
- ✱ pristop z globokimi nevronske mrežami in spodbujevanim učenjem
- ✱ Go-Moku, 15 x 15, varianta 5 v vrsto, dokončno rešena



# Nekaj drugih iger

- ✱ Othello (reversi), do globine 50, premaga svetovnega prvaka
- ✱ arimaa, šahovska plošča, figure ( $b \approx 17281$ )



# Verjetnostne igre

- ✿ backgammon, bridge, tarok, poker
- ✿ expectiminimax: verjetnostna inačica minimaksa
- ✿ Monte-Carlo drevesno preiskovanje: selektivno naključno preiskovanje nekaterih pozicij, statistična ocena uspešnosti, dilema med raziskovanjem novih potez in izkoriščanjem že znanih dobrih potez

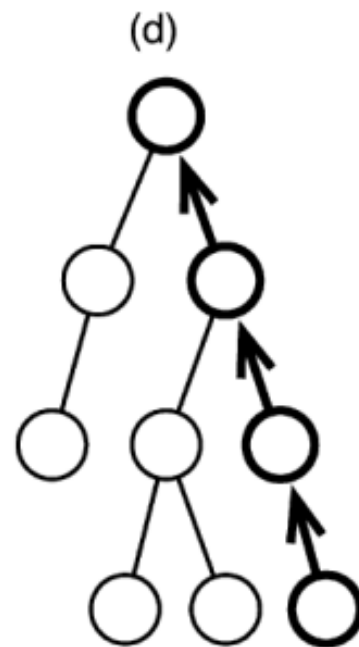
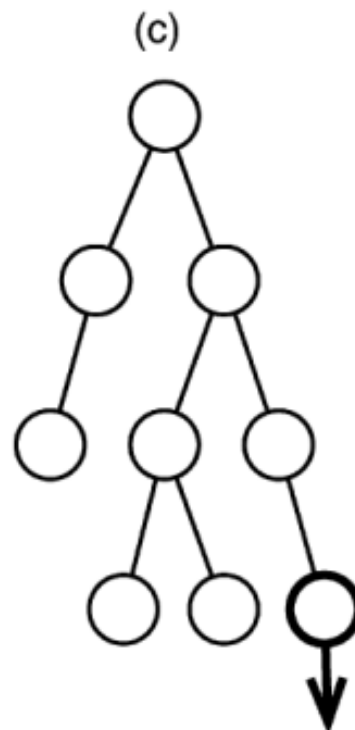
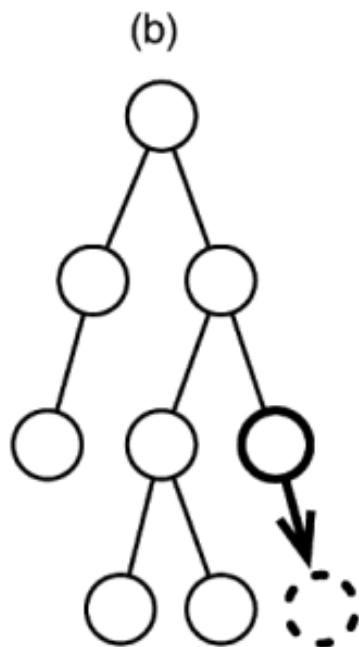
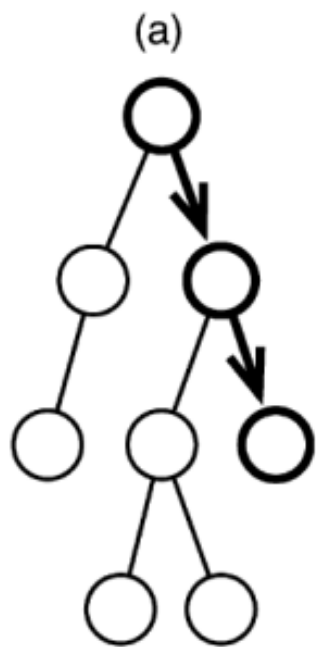
# Expectiminimax

- ✱ kot minimax, a v uporabi tam, kjer so izidi negotovi, npr. v igrah z verjetnostnimi elementi (karte, kocke, igre na srečo....)
- ✱ namesto determinističnega minimaxa izračunaj pričakovani minimax (matematično upanje)
- ✱ hevristične ocene ocenijo verjetnost dogodkov
- ✱ primer: oceni verjetnost, da ima igralec v roki določeno karto



# Drevesno preiskovanje Monte Carlo

- ✿ Monte Carlo Tree Search (MCTS) za velike prostore stanj so izčrpne metode neuporabne
- ✿ ocene kakovosti stanj je včasih težko določiti, potrebno je razviti teorijo za vsako igro posebej
- ✿ alternativa.: oceni stanje na podlagi vzorčenja
- ✿ predstavi preiskovalni prostor z drevesom
- ✿ ideja:
  1. simuliraj naključne ocene, dokler se igra ne konča (torej do lista drevesa)
  2. propagiraj odločitev proti korenu
  3. ponavlaj postopek
  4. izberi vozlišče (potezo)) glede na delež uspešnih iger
- ✿ ocenjevalna heuristika ni potrebna
- ✿ MCTS dokazano konvergira v minimax, ko gre število simulacij v neskončnost



# Sestavni deli MCTS

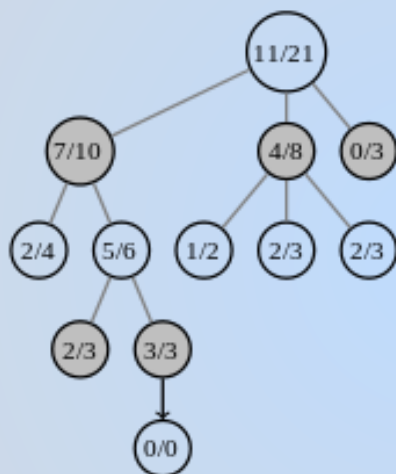
- ✿ mnogo naključnih simulacij
- ✿ štirje iterativni koraki
  - ✿ **izbira** – izberi (vrhnje) vozlišče
  - ✿ **širitev** – dodaj nova vozlišča v drevo
  - ✿ **simulacija** – simuliraj igro iz izbranega vozlišča
  - ✿ **ažuriranje** – rezultat iz lista se propagira proti korenu, obiskana vozlišča dobijo nove vrednosti

# Ilustracija MCTS

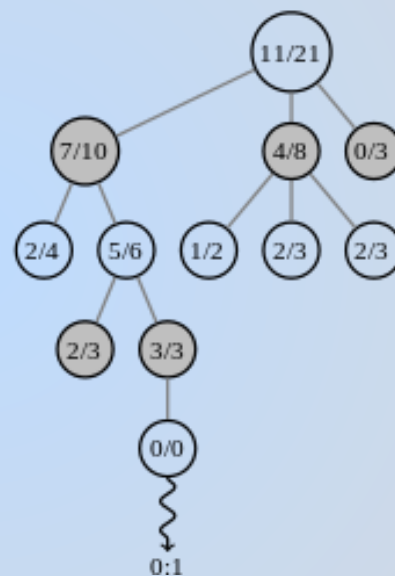
Selection



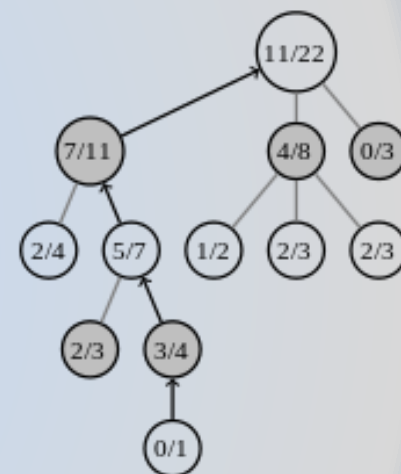
Expansion



Simulation



Backpropagation



# “Hevristična ocena” vozlišč

- ✱ v resnici izbira vozlišča
- ✱ popolnoma naključno – mogoče, a je variance velika
- ✱ najdi ravnotežje med “išči ali izkoristi” (explore or exploit)
- ✱ način UCT (Upper Confidence bounds applied to Trees)

# UCT

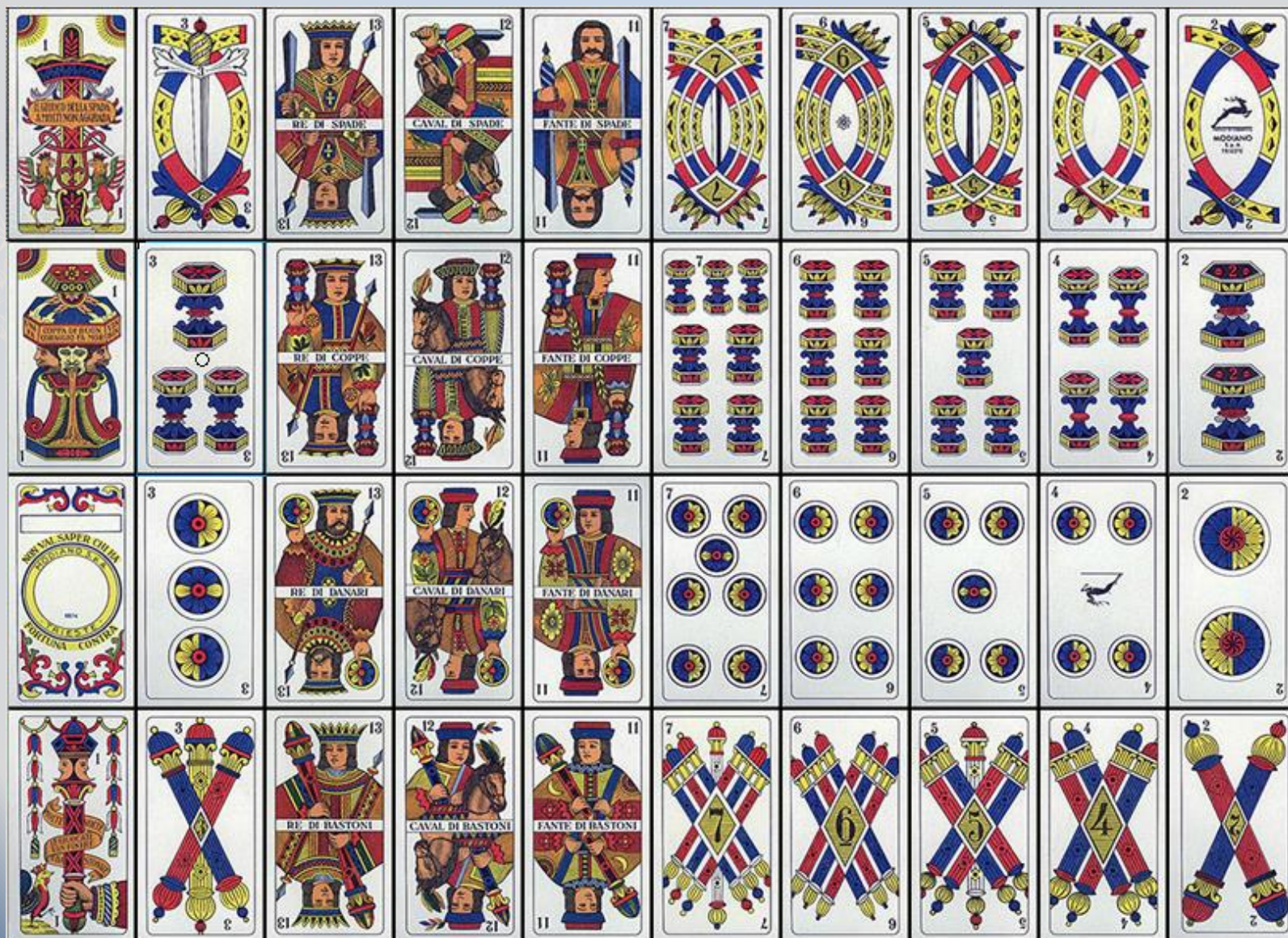
$$k = \operatorname{argmax}_{i \in I} \left( \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n}{n_i}} \right)$$

- izračunaj UCT za vsa vrhnja (kandidatna) vozlišča  $i$  (poteze), kjer je  
 $w_i$  – število zmag iz vozlišča  $i$   
 $n_i$  – število obiskov vozlišča  $i$   
 $n$  – število obiskov vseh vrhnjih vozlišč  $n = n_1 + n_2 + \dots$   
 $C$  – koeficient za uravnavanje izbire med išči ali izkoristi

izberi vozlišče (potezo) z maksimalnim UCT



# Praktičen primer: igra tršet





# Pravila tršeta

- ☀ 2, 3 ali 4 igralci
- ☀ 4 barve po 10 kart
- ☀ moč kart (najmočnejša jemlje)
  - ✂ 3, 2, as, kralj, kaval, fant
  - ✂ 7, 6, 5, 4 (*brez točk*)
- ☀ točkovanje
  - ✂ as: 1 točka
  - ✂ 3, 2, kralj, kaval, fant:  $\frac{1}{3}$  točke
  - ✂ 7, 6, 5, 4: 0 točk
  - ✂ zadnji vzetek: 1 točka
- ☀ pravilo odgovarjanja na barvo

# Tršet za dva igralca

- ✿ vsak igralec dobi 10 kart
- ✿ 20 kart ostane na kupu s hrbtom obrnjenim navzgor (element negotovosti)
- ✿ po vsakem vzetku igralca vzameta po eno karto iz kupa in jo pokažeta nasprotniku
- ✿ postopno se negotovost zmanjšuje
- ✿ po 10 rundi imamo na voljo vso informacijo

# Tipične strategije tršeta

- ✿ skupaj je na voljo 11 in  $\frac{2}{3}$  točke, za zmago jih je potrebno dobiti 6
- ✿ preproste heuristike:
  - ✗ igralci skušajo osvojiti svoje in nasprotnikove ase, 2, 3 in glave (kralj, kaval, fant)
  - ✗ skušajo dobiti zadnjo rundo
  - ✗ prednost so sekvence

# Avtomatski igralec za tršet v dva

- ✱ cilj: razviti avtomatskega igralca tršeta na osnovi expectiminimaksa in MCTS
- ✱ časovna omejitev: 1 sekunda računskega časa na strežniku za vsako potezo
- ✱ magistrsko delo Žana Kafola

# Expectiminimax

- ✱ v vsaki rundi
- ✱ generiraj vse možne konfiguracije nasprotnikovih kart in kart v talonu
- ✱ preveč kombinacij za izčrpno preiskovanje
- ✱ ustavi se na nekem nivoju in hevristično oceni situaciji
- ✱ težko je najti hevristiko za oceno kakovosti igralne pozicije

# Minimax

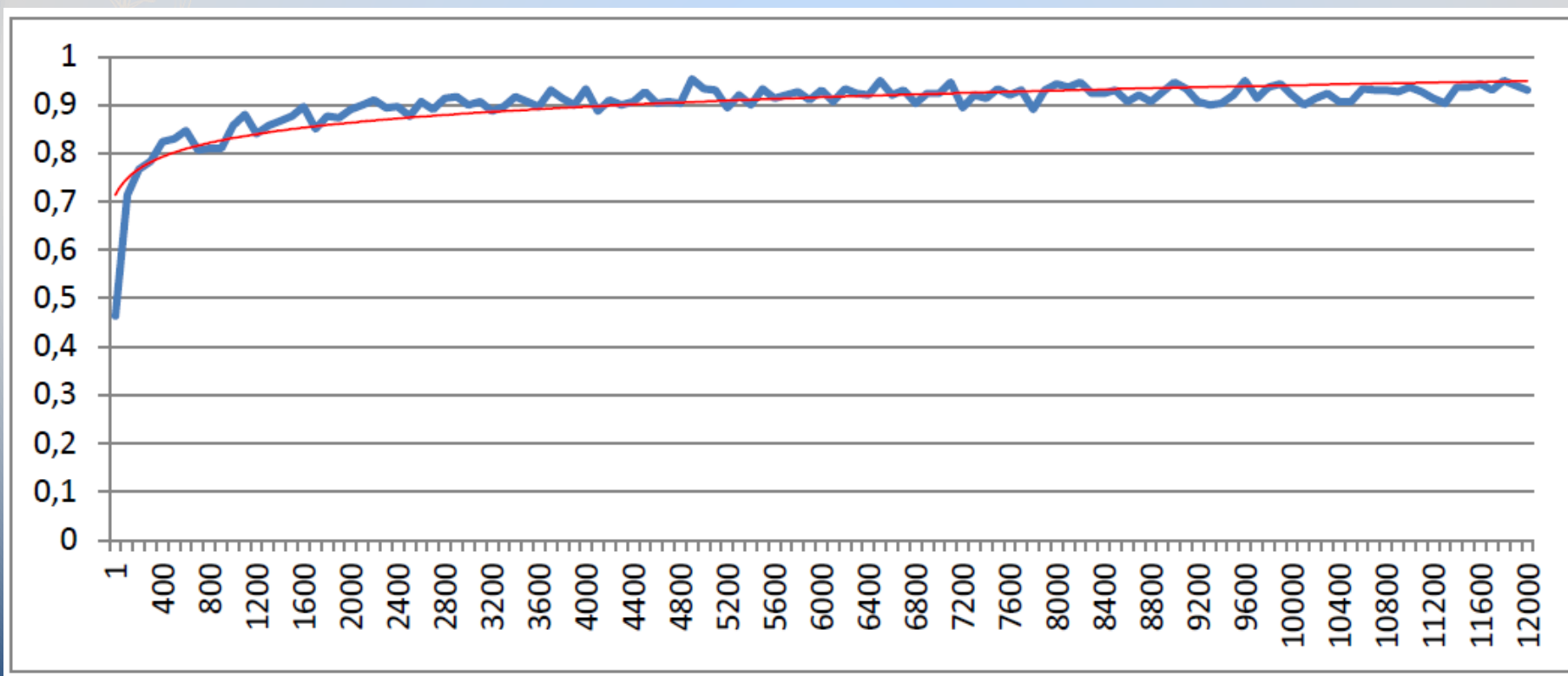
- ✱ od 10. runde naprej imamo na voljo vse informacije
- ✱ lahko iščemo izčrpno z minimaksom
- ✱ uporabimo  $\alpha$ - $\beta$  rezanje

# MCTS

- ✱ do 10. runde, ko smo še v negotovosti in bi bilo vseh kombinacij preveč
- ✱ uporabimo MCTS z UCT izbiro
- ✱ upoštevamo časovno omejitev

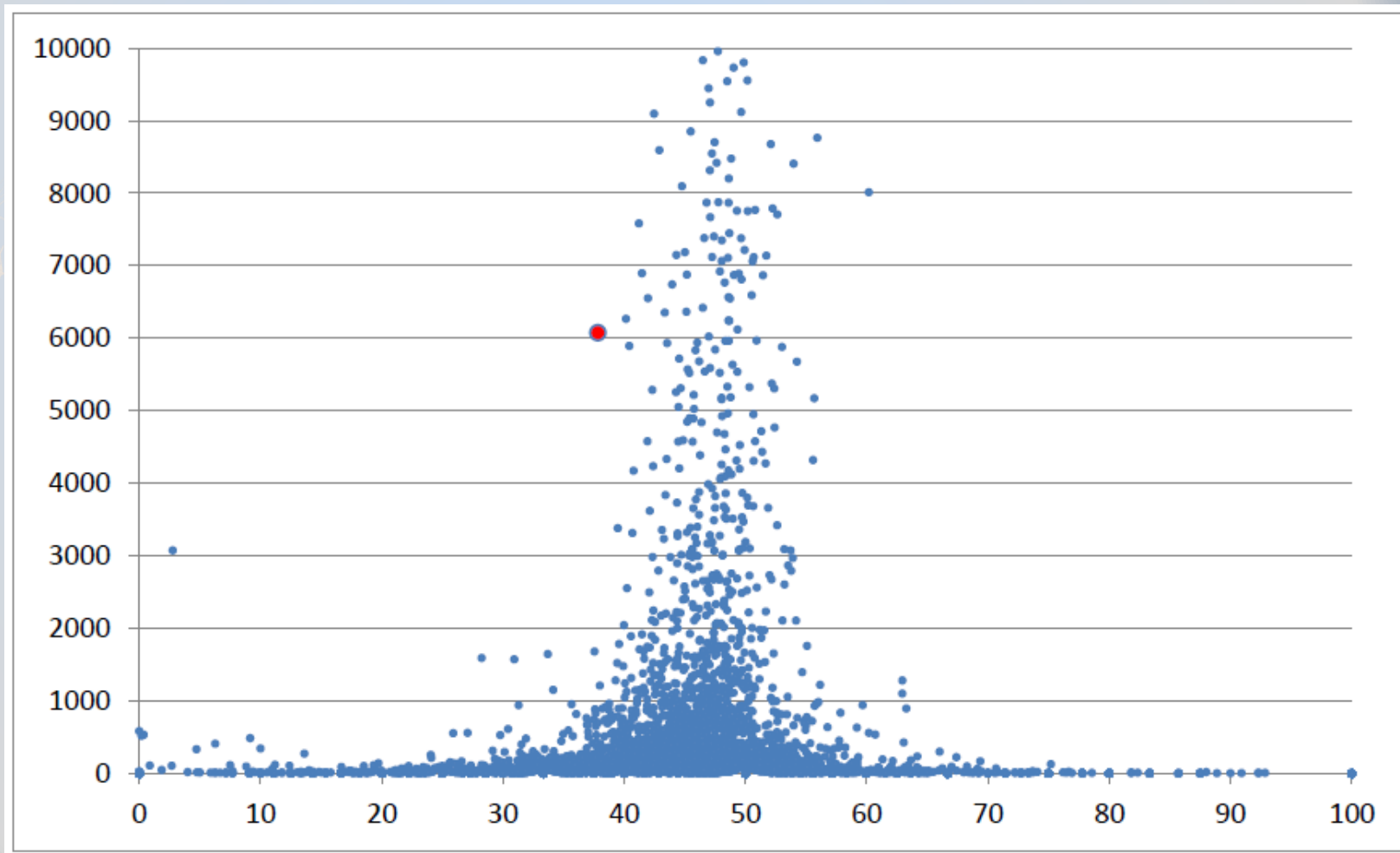


# MCTS proti naključnemu igralcu



# MCTS proti človeškim igralcem

- ✱ 37.7% uspeh, povprečen človeški igralec 38.9%



# Izboljšave MCTS

- ✱ ideja: uporabi shranjene poteze človeških igralcev
- ✱ določi začetno kakovost posameznih potez
- ✱ izboljšaj z MCTS
- ✱ majhna verjetnost, da bi našli povsem enako igro
- ✱ problem: kako določiti podobne igre?

# Pristop k izrabi človeškega znanja

- ✱ 16 milijonov shranjenih potez
- ✱ uporabi le dobre (nadpovprečne) igralce
- ✱ določi attribute igre, da najdeš podobne igre
- ✱ npr. število asov, dvojok, trojk, sekvence, ...
- ✱ najdi poteze človeških igralcev narejene v podobnih okoliščinah
- ✱ za iskanje uporabi npr. kd-drevesa

# Uporaba človeškega znanja

## ☀ 1. način

- ✂ uporabi kNN za izbiro najboljše poteze glede na dano strukturo podobnosti
- ✂ izbrano potezo prilagodi na konkretno situaciji

## ☀ 2. način

- ✂ preštej zmage glede na dano potezo in uporabi to v UCT

- ☀ le majhen napredek v primerjavi z osnovnim MCTS: na voljo ni dovolj časa, da bi naredil dovolj MCTS iteracij