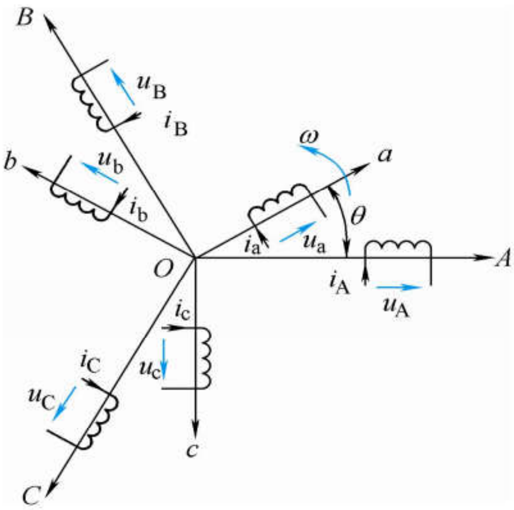
6.2 异步电动机的三相数学模型



6.2 异步电动机的三相数学模型

- 异步电动机的动态模型由磁链方程、电压方程、转矩方程和运动方程组成。
- 磁链方程和转矩方程为代数方程
- 电压方程和运动方程为微分方程

磁链方程：

$$\begin{bmatrix}\psi_A\\ \psi_B\\ \psi_C\\ \psi_a\\ \psi_b\\ \psi_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac}\\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc}\\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc}\\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac}\\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc}\\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_A\\ i_B\\ i_C\\ i_a\\ i_b\\ i_c\end{bmatrix}$$

或写成:

$$\vec{\boldsymbol{\psi}}=\vec{\mathbf{L}}\mathbf{i}$$

自电感

定子各相自电感:

$$L_{AA}=L_{BB}=L_{CC}=L_{ms}+L_{ls}$$

转子各相自电感:

$$L_{aa}=L_{bb}=L_{cc}=L_{ms}+L_{lr}$$

互电感

（1）三相定子绕组之间或转子绕组之间的的互电感：

$$L_{ms}\cos\frac{2\pi}{3}=L_{ms}\cos(-\frac{2\pi}{3})=-\frac{1}{2}L_{ms}$$

$$L_{AB}=L_{BC}=L_{CA}=L_{BA}=L_{CB}=L_{AC}=-\frac{1}{2}L_{ms}$$

$$L_{ab}=L_{bc}=L_{ca}=L_{ba}=L_{cb}=L_{ac}=-\frac{1}{2}L_{ms}$$

互电感

（2）定转子之间的互电感

$$L_{Aa}=L_{aA}=L_{Bb}=L_{bB}=L_{Cc}=L_{cC}=L_{ms}\cos\theta$$

$$L_{Ab}=L_{bA}=L_{Bc}=L_{cB}=L_{Ca}=L_{aC}=L_{ms}\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})$$

$$L_{Ac}=L_{cA}=L_{Ba}=L_{aB}=L_{Cb}=L_{bC}=L_{ms}\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})$$

矩阵表示的磁链方程：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_s \\ \boldsymbol{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_A & \psi_B & \psi_C \end{bmatrix}^T \quad \boldsymbol{i}_s = \begin{bmatrix} i_A & i_B & i_C \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = \begin{bmatrix} \psi_a & \psi_b & \psi_c \end{bmatrix}^T \quad \boldsymbol{i}_r = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix}^T$$

矩阵表示的磁链方程：

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} \end{bmatrix}$$

定子电感矩阵

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{lr} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{lr} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{lr} \end{bmatrix}$$

转子电感矩阵

矩阵表示的磁链方程：

$$\mathbf{L}_{rs}=\mathbf{L}_{sr}^{T}=L_{ms}\begin{bmatrix}\cos\theta & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta\end{bmatrix}$$

定、转子子互电感矩阵

电压方程

$$u_A=i_AR_s+\frac{d\psi_A}{dt}\qquad u_a=i_aR_r+\frac{d\psi_a}{dt}$$

$$u_B=i_BR_s+\frac{d\psi_B}{dt}\qquad u_b=i_bR_r+\frac{d\psi_b}{dt}$$

$$u_C=i_CR_s+\frac{d\psi_C}{dt}\qquad u_c=i_cR_r+\frac{d\psi_c}{dt}$$

定子绕组电压方程　　转子绕组电压方程

矩阵形式的电压方程

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt}$$

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{i} + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{L}\boldsymbol{i}) = \boldsymbol{R}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{L}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{L}}{dt}\boldsymbol{i}$$

$$= \boldsymbol{R}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{L}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{L}}{d\theta}\omega\boldsymbol{i}$$

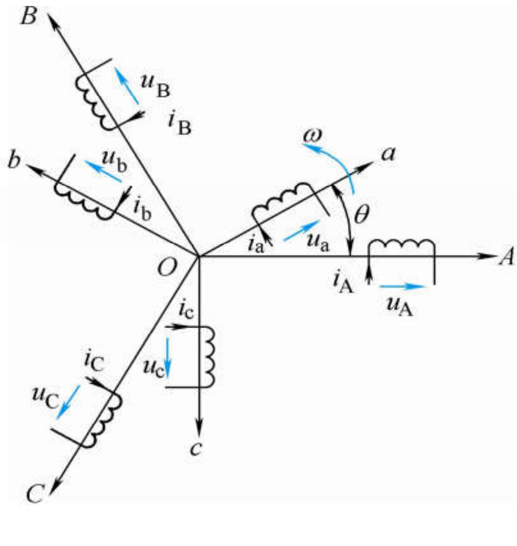
变压器电动势　　旋转电动势

转矩方程

$$T_e = \frac{1}{2} n_p [\vec{i}^{\,T} \frac{\partial \vec{L}_{rs}}{\partial \theta} \vec{i}\,] = \frac{1}{2} n_p \vec{i}^{\,T} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_{rs}}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix} i$$

$$T_e = \frac{1}{2} n_p p [i_r^T \frac{\partial \vec{L}_{rs}}{\partial \theta} \vec{i}_s + i_s^T \frac{\partial \vec{L}_{sr}}{\partial \theta} \vec{i}_r]$$

$$T_e = -n_p L_{ms} \left[(i_A i_a + i_B i_b + i_C i_c) \sin\theta + (i_A i_b + i_B i_c + i_C i_a) \sin(\theta + 120°) + (i_A i_c + i_B i_a + i_C i_b) \sin(\theta - 120°) \right]$$



6.1异步电动机动态数学模型的性质

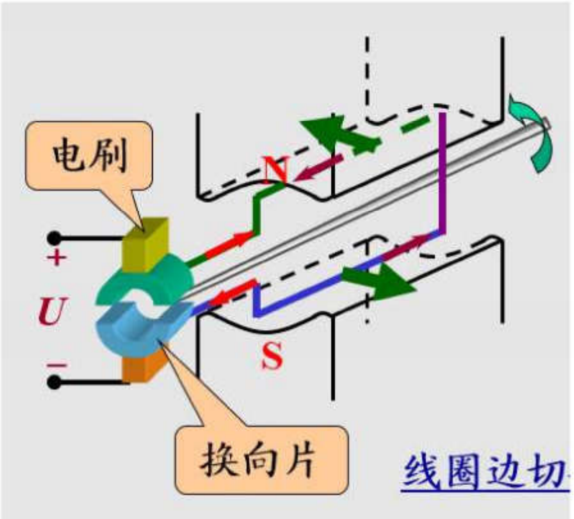
异步电动机的动态数学模型是一个高阶、非线性、强耦合的多变量系统。

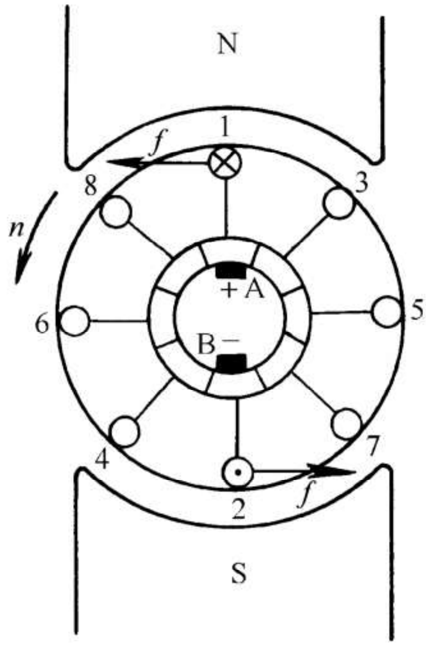
（1）异步电动机变压变频调速时需要进行电压（或电流）和频率的协调控制，有电压（或电流）和频率两种独立的输入变量。在输出变量中，除转速外，磁通也是一个输出变量。

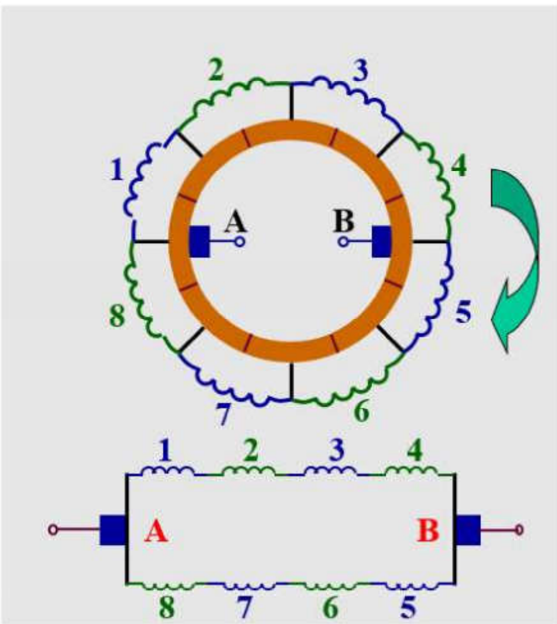
6.1异步电动机动态数学模型的性质

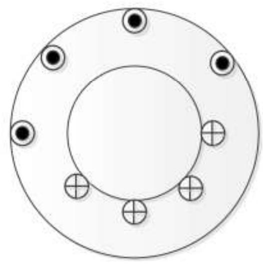
（2）异步电动机无法单独对磁通进行控制，电流乘磁通产生转矩，转速乘磁通产生感应电动势，在数学模型中含有两个变量的乘积项。

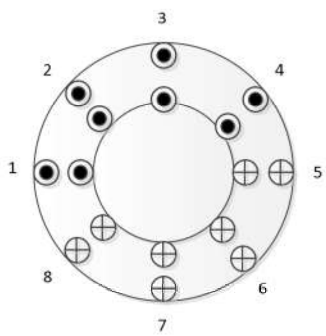
（3）三相异步电动机三相绕组存在交叉耦合，每个绕组都有各自的电磁惯性，再考虑运动系统的机电惯性，转速与转角的积分关系等，动态模型是一个高阶系统。

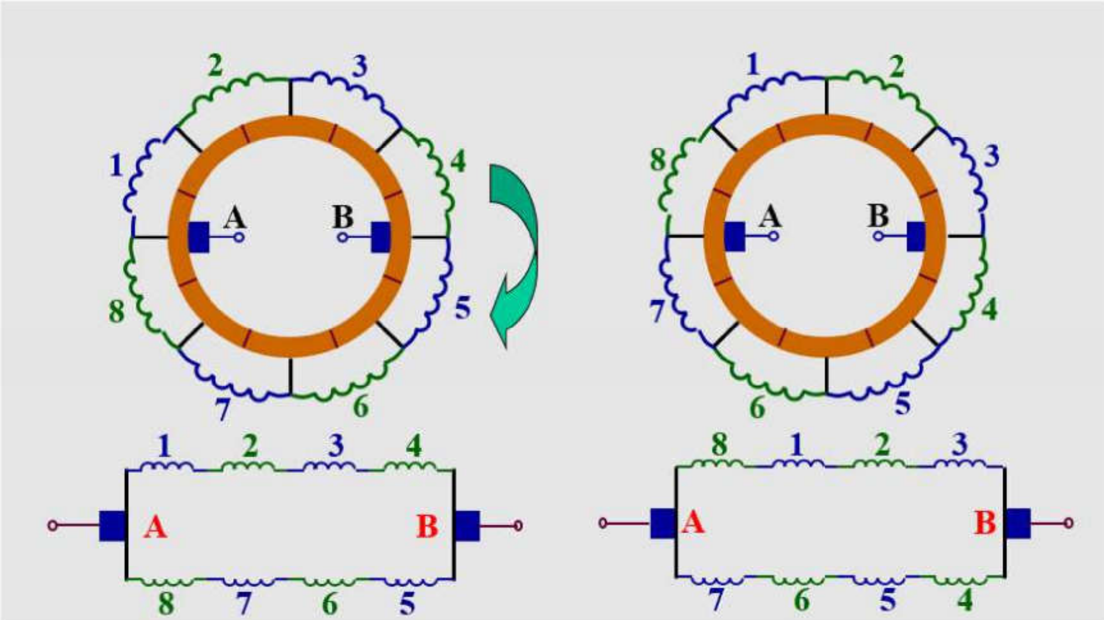

电刷
N
S
+
U
−
换向片
线圈边切


N
1
f
8
3
n
+A
6
5
B−
4
7
2
f
S


2
3
1
4
A
B
8
5
7
6
1
2
3
4
A
B
8
7
6
5

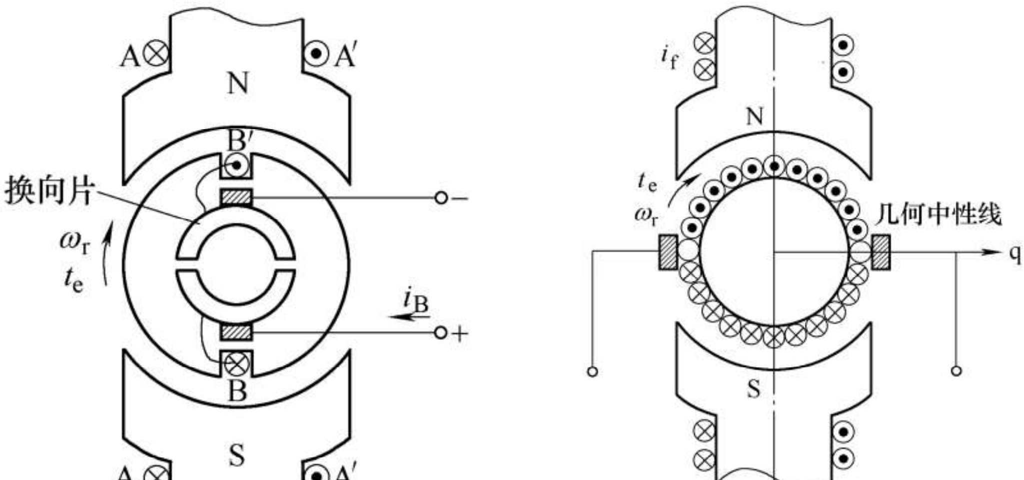



3
2
4
1
5
8
6
7



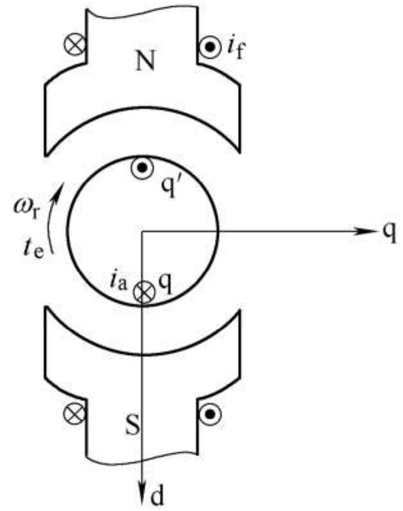
2
3
1
4
A
B
8
5
7
6
1
2
3
4
A
B
8
7
6
5
1
2
8
3
A
B
7
4
6
5
8
1
2
3
A
B
7
6
5
4

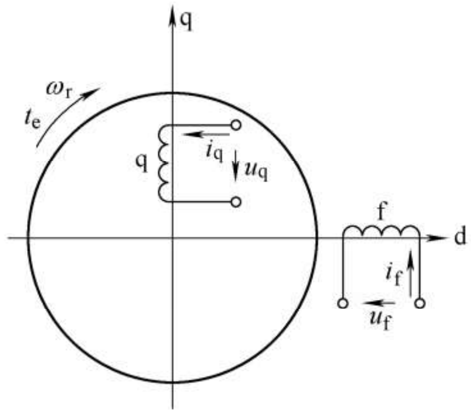
直流电机工作原理



A
A′
N
B′
换向片
–
ω_r
t_e
i_B
+
B
S
A
A′
i_f
N
t_e
ω_r
几何中性线
q
S
d

直流电机绕组等效为单线圈





6.3 坐标变换

思路:

直流电机模型简单、便于控制，如果能够将三相交流电机等效为直流电机模型那么控制起来就较为方便。

直流电机模型的特点:

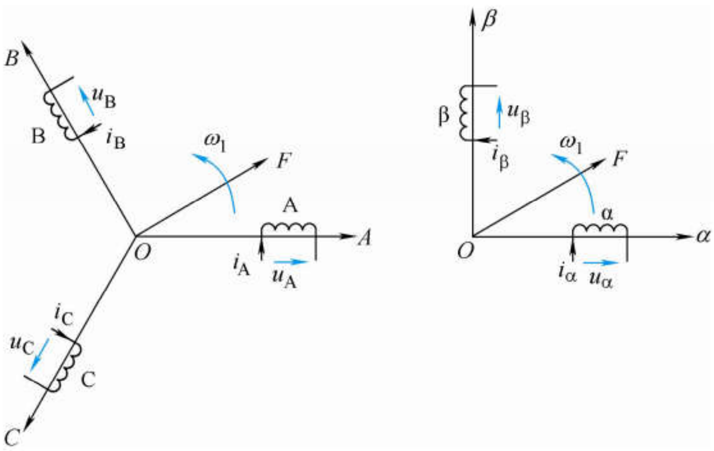
（1）两相绕组;

（2）绕组中为直流电;

（3）磁动势相互垂直。

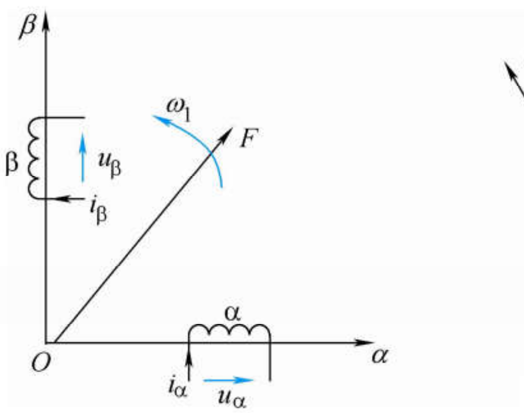
三相绕组变换为静止两相绕组

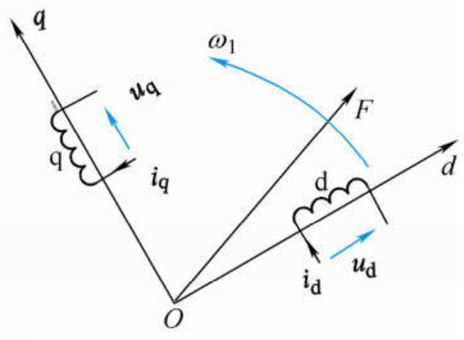
三相绕组的目的是在其中通入对称三相电流以产生一圆形旋转磁动势（磁场）。事实上要产生旋转磁场不仅局限于三相绕组，四相、两项、n相等通入对称电流都可以。其中，较为简单的是两相绕组。

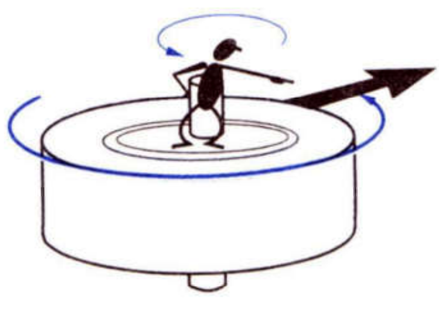


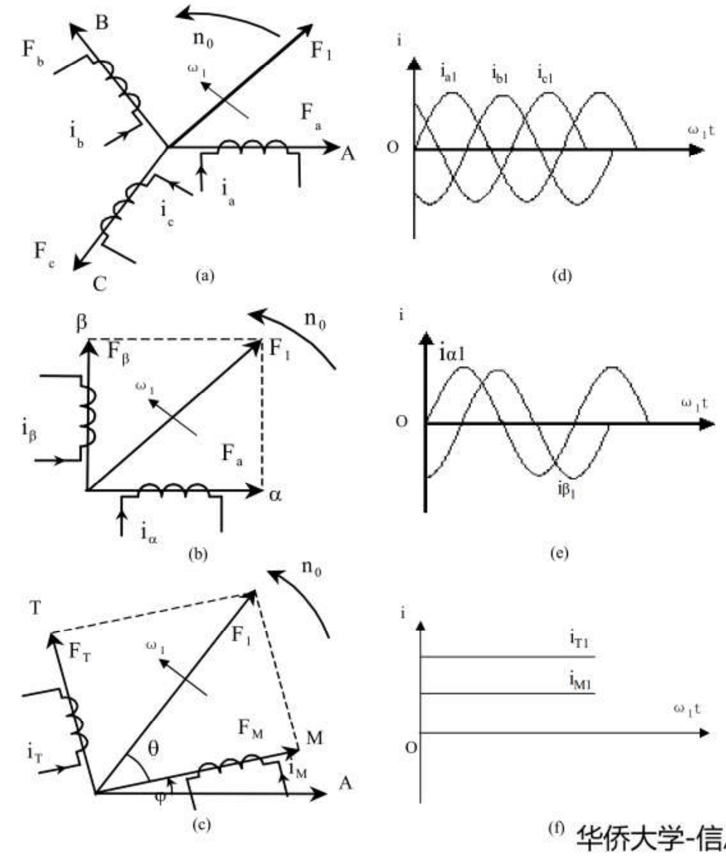
华侨大学-信息学院-晏来成

静止两相绕组变换为旋转两项绕组









三相--两相变换（3/2变换）

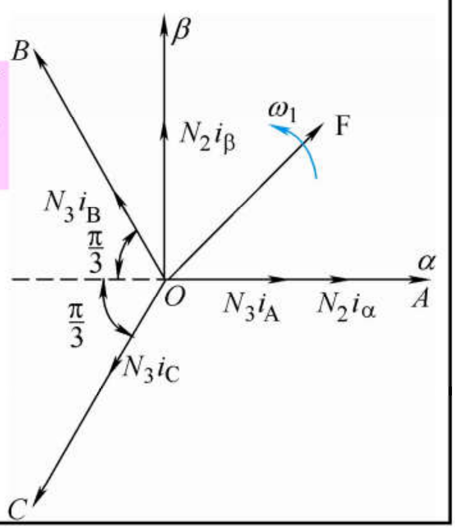
$$N_2 i_\alpha = N_3 i_A - N_3 i_B \cos 60° - N_3 i_C \cos 60° = N_3 (i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C)$$

$$N_2 i_\beta = N_3 i_B \sin 60° - N_3 i_C \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} N_3 (i_B - i_C)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

$$\frac{N_3}{N_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

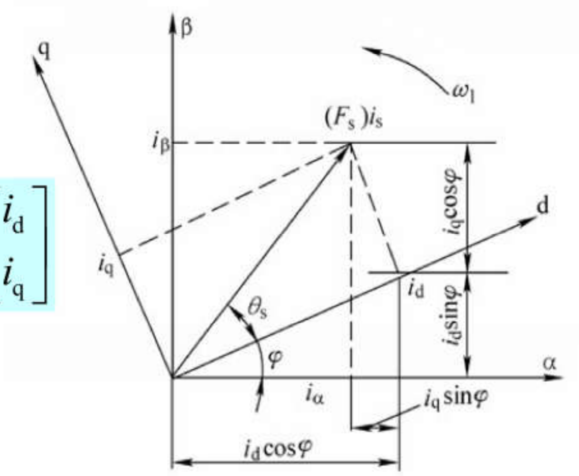


两相静止—两相旋转变换（2s/2r变换）

$$i_\alpha = i_d\cos\varphi - i_q\sin\varphi$$

$$i_\beta = i_d\sin\varphi + i_q\cos\varphi$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = C_{2r/2s}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$