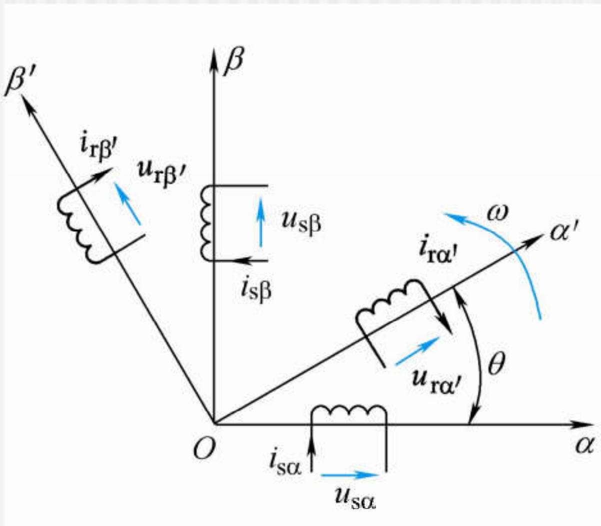
本节课主要内容:

1. 静止两相正交坐标系中的模型;
2. 旋转两相正交坐标系中的模型;
3. 正交坐标系上的状态方程;
4. 转子磁链定向的旋转正交坐标系中的状态方程。

6.4.1 静止两相坐标系中的模型



定子绕组和转子绕组的3/2变换

- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha'} \\ u_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix}$$

定子绕组和转子绕组的3/2变换

- 磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m \cos\theta & -L_m \sin\theta \\ 0 & L_s & L_m \sin\theta & L_m \cos\theta \\ L_m \cos\theta & L_m \sin\theta & L_r & 0 \\ -L_m \sin\theta & L_m \cos\theta & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix}$$

- 转矩方程

$$T_e = -n_p L_m [(i_{s\alpha} i_{r\alpha'} + i_{s\beta} i_{r\beta'}) \sin\theta + (i_{s\alpha} i_{r\beta'} - i_{s\beta} i_{r\alpha'}) \cos\theta]$$

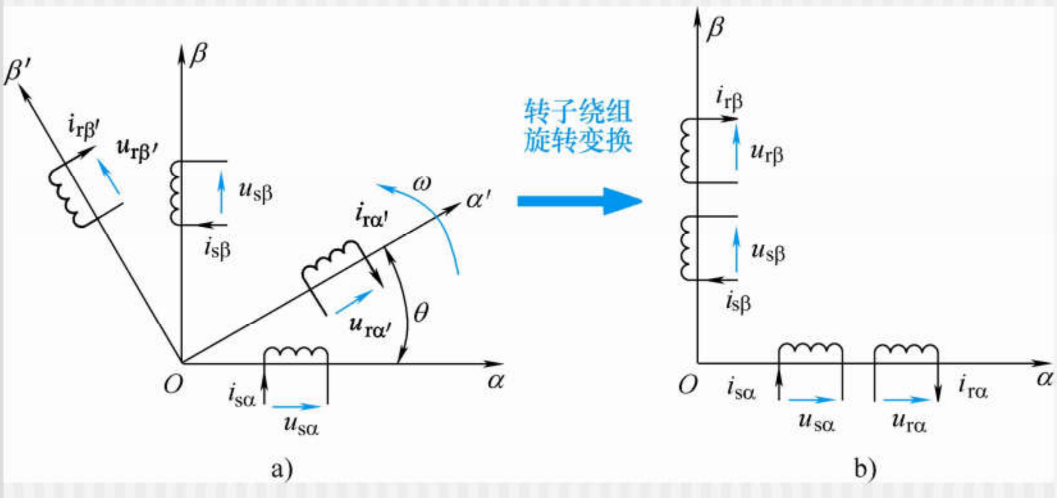
静止两相正交坐标系中的方程

- 对转子坐标系作旋转正交坐标系到静止两相正交坐标系的变换，使其与定子坐标系重合，且保持静止。

$$C_{2r/2s}(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

- 用静止的两相转子正交绕组等效代替原先转动的两相绕组。

静止两相正交坐标系中的方程



静止两相正交坐标系中的方程

- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_r \psi_{r\beta} \\ -\omega_r \psi_{r\alpha} \end{bmatrix}$$

静止两相正交坐标系中的方程

- 磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$

- 转矩方程

$$T_e = n_p L_m (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta})$$

静止两相正交坐标系中的方程

- 旋转变换改变了定、转子绕组间的耦合关系，将相对运动的定、转子绕组用相对静止的等效绕组来代替，消除了定、转子绕组间夹角对磁链和转矩的影响。

6.4.2 旋转正交坐标系中的动态数学模型

- 对定子坐标系和转子坐标系同时施行旋转变换，把它们变换到同一个旋转正交坐标系**dq**上，**dq**相对于定子的旋转角速度为 ω_1

6.4.2 旋转正交坐标系中的动态数学模型

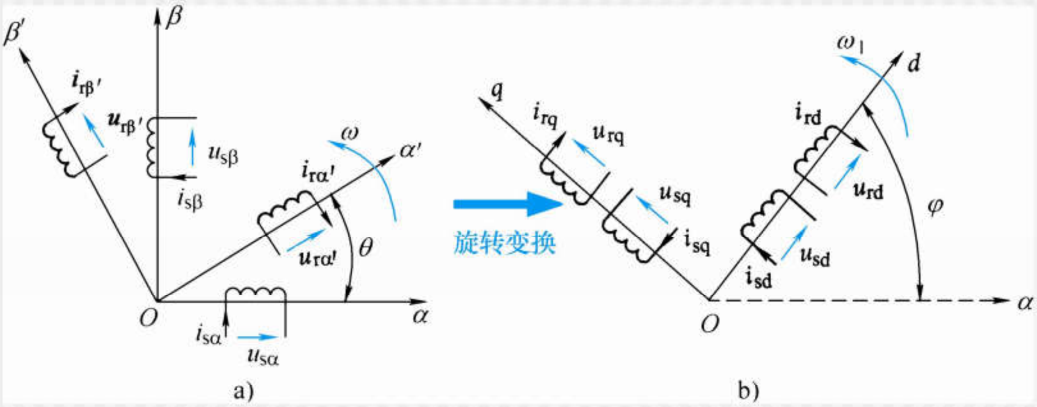


图**6-8** 定子、转子 坐标系到旋转正交坐标系的变换

a）定子、转子坐标系 **b**）旋转正交坐标系

6.4.2 旋转正交坐标系中的动态数学模型

- 定子旋转变换阵

$$C_{2s/2r}(\varphi)=\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}$$

- 转子旋转变换阵

$$C_{2r/2r}(\varphi-\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\varphi-\theta) & \sin(\varphi-\theta)\\ -\sin(\varphi-\theta) & \cos(\varphi-\theta)\end{bmatrix}$$

旋转正交坐标系中的动态数学模型

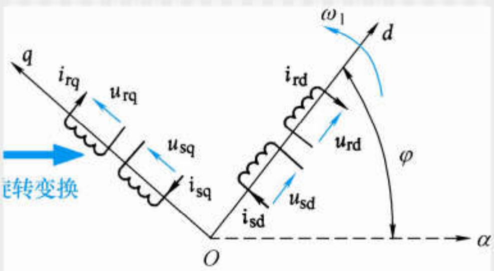
- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_1 \psi_{sq} \\ \omega_1 \psi_{sd} \\ -(\omega_1 - \omega)\psi_{rq} \\ (\omega_1 - \omega)\psi_{rd} \end{bmatrix}$$

旋转正交坐标系中的动态数学模型

- 磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$



- 转矩方程

$$T_e = n_p L_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq})$$

6.5 异步电动机在正交坐标系上的状态方程

- 异步电动机动态数学模型，其中既有微分方程（电压方程与运动方程），又有代数方程（磁链方程和转矩方程）。
- 讨论用状态方程描述的动态数学模型。

6.5.1状态变量的选取

- 旋转正交坐标系上的异步电动机具有**4**阶电压方程和**1**阶运动方程，因此须选取**5**个状态变量。
- 可选的状态变量共有**9**个，这**9**个变量分为**5**组:

①转速；②定子电流；③转子电流；

④定子磁链；⑤转子磁链。

6.5.1状态变量的选取

- 转速作为输出变量必须选取。
- 其余的4组变量可以任意选取两组，定子电流可以直接检测，应当选为状态变量。
- 剩下的3组均不可直接检测或检测十分困难，考虑到磁链对电动机的运行很重要，可以选定子磁链或转子磁链。

6.5.2 状态方程

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量

- **dq**坐标系中的状态方程

状态变量

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \omega & \psi_{rd} & \psi_{rq} & i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$$

输入变量

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} & \omega_1 & T_L \end{bmatrix}^T$$

输出变量

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \omega & \psi_r \end{bmatrix}^T$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- 电压方程

$$\frac{d\psi_{sd}}{dt}=-R_s i_{sd}+\omega_1\psi_{sq}+u_{sd}$$
$$\frac{d\psi_{sq}}{dt}=-R_s i_{sq}-\omega_1\psi_{sd}+u_{sq}$$
$$\frac{d\psi_{rd}}{dt}=-R_r i_{rd}+(\omega_1-\omega)\psi_{rq}$$
$$\frac{d\psi_{rq}}{dt}=-R_r i_{rq}-(\omega_1-\omega)\psi_{rd}$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- 转矩方程

$$T_e=\frac{n_p L_m}{L_r}(i_{sq}\psi_{rd}-L_m i_{sd}i_{sq}-i_{sd}\psi_{rq}+L_m i_{sd}i_{sq})$$
$$=\frac{n_p L_m}{L_r}(i_{sq}\psi_{rd}-i_{sd}\psi_{rq})$$

- 运动方程

$$\frac{J}{n_p}\frac{d\omega}{dt}=T_e-T_L$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- 状态方程

$$\psi_{sd}=L_s i_{sd}+L_m i_{rd}$$
$$\psi_{sq}=L_s i_{sq}+L_m i_{rq}$$
$$\psi_{rd}=L_m i_{sd}+L_r i_{rd}$$
$$\psi_{rq}=L_m i_{sq}+L_r i_{rq}$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{n_p^2 L_m}{JL_r}(i_{sq}\psi_{rd}-i_{sd}\psi_{rq})-\frac{n_p}{J}T_L$$
$$\frac{d\psi_{rd}}{dt}=-\frac{1}{T_r}\psi_{rd}+(\omega_1-\omega)\psi_{rq}+\frac{L_m}{T_r}i_{sd}$$
$$\frac{d\psi_{rq}}{dt}=-\frac{1}{T_r}\psi_{rq}-(\omega_1-\omega)\psi_{rd}+\frac{L_m}{T_r}i_{sq}$$
$$\frac{di_{sd}}{dt}=\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\psi_{rd}+\frac{L_m}{\sigma L_s L_r}\omega\psi_{rq}-\frac{R_s L_r^2+R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}i_{sd}+\omega_1 i_{sq}+\frac{u_{sd}}{\sigma L_s}$$
$$\frac{di_{sq}}{dt}=\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\psi_{rq}-\frac{L_m}{\sigma L_s L_r}\omega\psi_{rd}-\frac{R_s L_r^2+R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}i_{sq}-\omega_1 i_{sd}+\frac{u_{sq}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{d\psi_{sd}}{dt}=-R_s i_{sd}+\omega_1\psi_{sq}+u_{sd}$$
$$\frac{d\psi_{sq}}{dt}=-R_s i_{sq}-\omega_1\psi_{sd}+u_{sq}$$
$$\frac{d\psi_{rd}}{dt}=-R_r i_{rd}+(\omega_1-\omega)\psi_{rq}$$
$$\frac{d\psi_{rq}}{dt}=-R_r i_{rq}-(\omega_1-\omega)\psi_{rd}$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

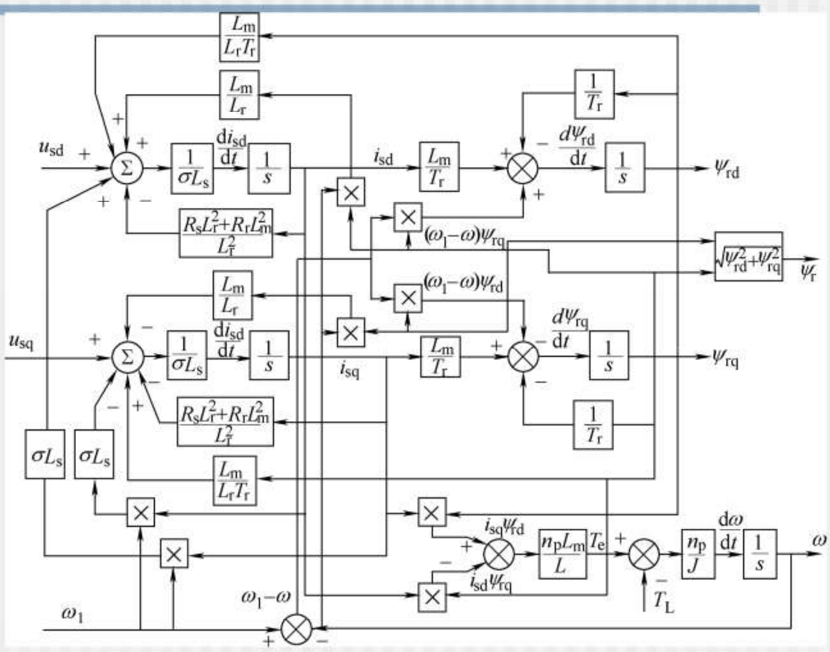
- 输出方程

$$\mathbf{Y}=\left[\omega \quad \sqrt{\psi_{rd}^2+\psi_{rq}^2}\right]^T$$

- 转子电磁时间常数 $T_r=\dfrac{L_r}{R_r}$

- 电动机漏磁系数 $\sigma=1-\dfrac{L_m^2}{L_s L_r}$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程



$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- **dq**坐标系蜕化为**αβ**坐标系，当 $\omega_1=0$

状态变量 $\mathbf{X}=\begin{bmatrix}\omega & \psi_{r\alpha} & \psi_{r\beta} & i_{s\alpha} & i_{s\beta}\end{bmatrix}^T$

输入变量 $\mathbf{U}=\begin{bmatrix}u_{s\alpha} & u_{s\beta} & T_L\end{bmatrix}^T$

输出变量 $\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}\omega & \sqrt{\psi_{r\alpha}^2+\psi_{r\beta}^2}\end{bmatrix}^T$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- 转矩方程

$$T_e=\frac{n_pL_m}{L_r}(i_{s\beta}\psi_{r\alpha}-i_{s\alpha}\psi_{r\beta})$$

- 运动方程

$$\frac{J}{n_p}\frac{d\omega}{dt}=T_e-T_L$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

- 状态方程

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{n_p^2L_m}{JL_r}(i_{s\beta}\psi_{r\alpha}-i_{s\alpha}\psi_{r\beta})-\frac{n_p}{J}T_L$$

$$\frac{d\psi_{r\alpha}}{dt}=-\frac{1}{T_r}\psi_{r\alpha}-\omega\psi_{r\beta}+\frac{L_m}{T_r}i_{s\alpha}$$

$$\frac{d\psi_{r\beta}}{dt}=-\frac{1}{T_r}\psi_{r\beta}+\omega\psi_{r\alpha}+\frac{L_m}{T_r}i_{s\beta}$$

$$\frac{di_{s\alpha}}{dt}=\frac{L_m}{\sigma L_sL_rT_r}\psi_{r\alpha}+\frac{L_m}{\sigma L_sL_r}\omega\psi_{r\beta}-\frac{R_sL_r^2+R_rL_m^2}{\sigma L_sL_r^2}i_{s\alpha}+\frac{u_{s\alpha}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{di_{s\beta}}{dt}=\frac{L_m}{\sigma L_sL_rT_r}\psi_{r\beta}-\frac{L_m}{\sigma L_sL_r}\omega\psi_{r\alpha}-\frac{R_sL_r^2+R_rL_m^2}{\sigma L_sL_r^2}i_{s\beta}+\frac{u_{s\beta}}{\sigma L_s}$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_r$ 为状态变量的状态方程

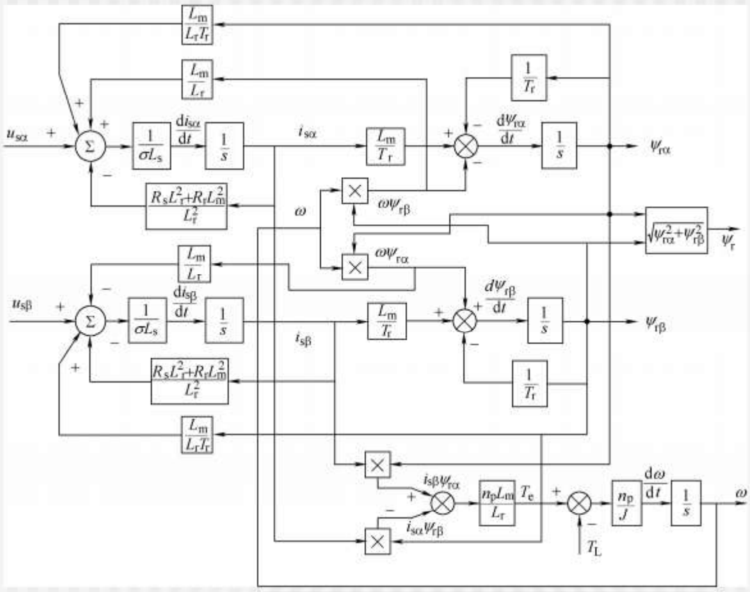


图**6-10** α β坐标系动态结构图

6.5.3 状态方程

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量

- **dq**坐标系中的状态方程

状态变量

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \omega & \psi_{sd} & \psi_{sq} & i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$$

输入变量

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} & \omega_1 & T_L \end{bmatrix}^T$$

输出变量

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \omega & \psi_s \end{bmatrix}^T$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

- 电压方程

$$\frac{d\psi_{sd}}{dt} = -R_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} + u_{sd}$$
$$\frac{d\psi_{sq}}{dt} = -R_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} + u_{sq}$$
$$\frac{d\psi_{rd}}{dt} = -R_r i_{rd} + (\omega_1 - \omega)\psi_{rq}$$
$$\frac{d\psi_{rq}}{dt} = -R_r i_{rq} - (\omega_1 - \omega)\psi_{rd}$$

$$\psi_{sd} = L_s i_{sd} + L_m i_{rd}$$
$$\psi_{sq} = L_s i_{sq} + L_m i_{rq}$$
$$\psi_{rd} = L_m i_{sd} + L_r i_{rd}$$
$$\psi_{rq} = L_m i_{sq} + L_r i_{rq}$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

- 状态方程

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p^2}{J}(i_{sq}\psi_{sd} - i_{sd}\psi_{sq}) - \frac{n_p}{J}T_L$$
$$\frac{d\psi_{sd}}{dt} = -R_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} + u_{sd}$$
$$\frac{d\psi_{sq}}{dt} = -R_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} + u_{sq}$$
$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s T_r}\psi_{sd} + \frac{1}{\sigma L_s}\omega\psi_{sq} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sd} + (\omega_1 - \omega) i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s}$$
$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s T_r}\psi_{sq} - \frac{1}{\sigma L_s}\omega\psi_{sd} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sq} - (\omega_1 - \omega) i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s}$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

- 转矩方程

$$T_e = n_p(i_{sq}\psi_{sd} - L_s i_{sd} i_{sq} - i_{sd}\psi_{sq} + L_s i_{sq} i_{sd})$$

$$= n_p(i_{sq}\psi_{sd} - i_{sd}\psi_{sq})$$

- 输出方程

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \omega & \sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2} \end{bmatrix}^T$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

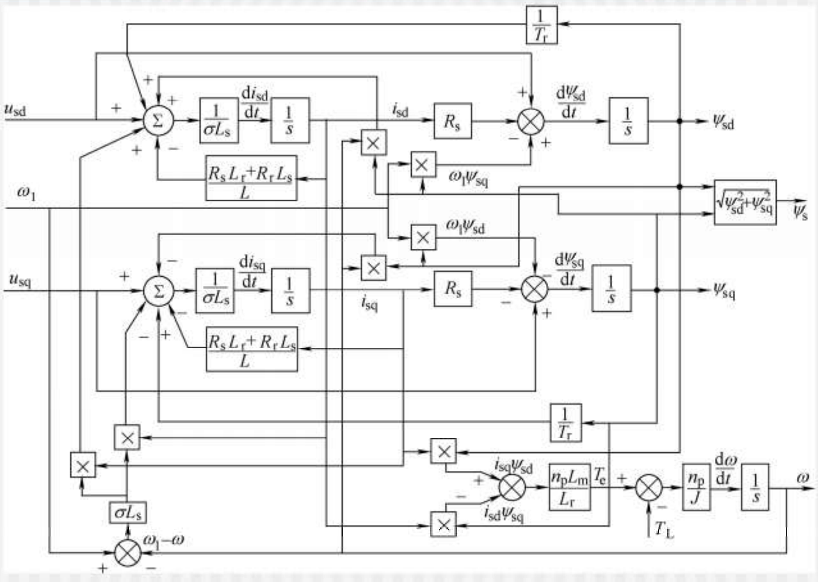


图6-11 dq坐标系动态结构图

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

- **dq**坐标系蜕化为**αβ**坐标系，当 $\omega_1 = 0$

状态变量 $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \omega & \psi_{s\alpha} & \psi_{s\beta} & i_{s\alpha} & i_{s\beta} \end{bmatrix}^T$

输入变量 $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} & u_{s\beta} & T_L \end{bmatrix}^T$

输出变量 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \omega & \sqrt{\psi_{s\alpha}^2 + \psi_{s\beta}^2} \end{bmatrix}^T$

转矩方程 $T_e = n_p (i_{s\beta}\psi_{s\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{s\beta})$

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_s$ 为状态变量的状态方程

- 状态方程

$$
\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p^2}{J}(i_{s\beta}\psi_{s\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{s\beta}) - \frac{n_p}{J}T_L \\
\frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} &= -R_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha} \\
\frac{d\psi_{s\beta}}{dt} &= -R_s i_{s\beta} + u_{s\beta} \\
\frac{di_{s\alpha}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r}\psi_{s\alpha} + \frac{1}{\sigma L_s}\omega\psi_{s\beta} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{s\alpha} - \omega i_{s\beta} + \frac{u_{s\alpha}}{\sigma L_s} \\
\frac{di_{s\beta}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r}\psi_{s\beta} - \frac{1}{\sigma L_s}\omega\psi_{s\alpha} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{s\beta} + \omega i_{s\alpha} + \frac{u_{s\beta}}{\sigma L_s}
\end{aligned}
$$

$\omega-\mathbf{i}_s-\psi_s$ 为状态变量的状态方程

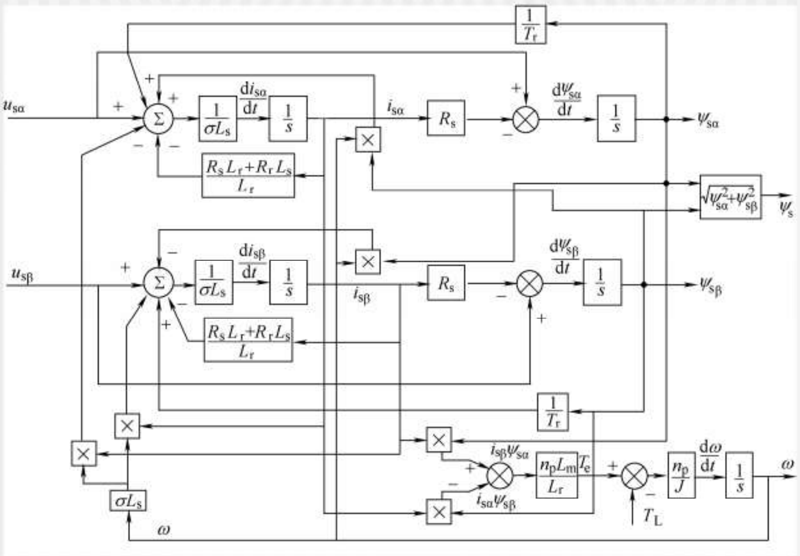


图**6-12** α β坐标系动态结构图