1: $\exists u, v$: $A := u \cdot v^T \Rightarrow \text{rank}(A) = 1$

$u \in \mathbb{R}^n, v \in \mathbb{R}^m$

$\underline{\underline{A}} := \underline{u} \cdot \underline{v}^T = [\underline{u} \cdot v_1, \dots \underline{u} \cdot v_m]$

$\Rightarrow$ lin. Kombination von u $\Rightarrow \text{Span}(A) = \mathbb{R}^1$

$\underline{A}_j := \underline{u} \cdot v_j, \quad v_j \in \mathbb{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{rank}(A) = 1$

2: $\nexists u, v : A := u \cdot v^T \Rightarrow \text{rank}(A) \neq 1$

$\Rightarrow$ wenn A nicht als lin. Kombination aus dem Vektor u mit der Gewichtung v^T geschrieben werden kann, dann muss es eine Spalte a_i von A geben, die kein Vielfaches von u ist.

$\Rightarrow \text{Span}(A) \in \mathbb{R}^d, d > 1$

$\Rightarrow \text{rang}(A) = d > 1$ $\square$