

#7 Fonksiyonlar

! Bu bölümde fonksiyon kavramı üzerine tanım ve özellikler verilerek **matematiksel ispat** teknikleri uygulanacak.

Fonksiyonlar

İyi Tanımlılık: $f: A \rightarrow B$ iyi tanımlı bir fonksiyon:

$$\forall x_1, x_2 \in A, \quad x_1 = x_2 \implies f(x_1) = f(x_2)$$

Değili...

Örnek: (iyi tanımlı değil)

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad f\left(\frac{m}{n}\right) = m$$

Fonksiyonlar

Birebirlik (1-1): $f: A \rightarrow B$ iyi tanımlı bir fonksiyon.

$$\forall x_1, x_2 \in A, \quad f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

Değili...

Fonksiyonlar

Örtenlik: $f: A \rightarrow B$ iyi tanımlı bir fonksiyon.

$$\forall y \in B \text{ için, } \exists x \in A \text{ öyle ki } f(x) = y$$

Değili...

Hem 1-1 hem örten ise «1-1 örten»

Fonksiyonlar

Örnek

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ aşağıdaki gibi tanımlı bir fonksiyon.

f birebir midir, örten midir, ispatlayınız.

$$f(x) = 4x - 1$$

Örnek

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ aşağıdaki gibi tanımlı bir fonksiyon.

f birebir midir, örten midir, ispatlayınız.

$$f(x) = x^2$$

Fonksiyonlar

Örnek

$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ aşağıdaki gibi tanımlı bir fonksiyon:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

f birebir midir? f örten midir? İspatlayınız.

Fonksiyonlar

Örnek

$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ aşağıdaki gibi tanımlı bir fonksiyon:
$$(x, y) \mapsto (x + y, x - y)$$

f birebir midir? f örten midir? İspatlayınız.