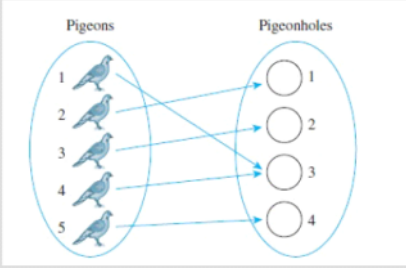


Pigeon Hole Principle → Güvercin Yuvası Prensibi



$$f: A \rightarrow B$$

$$|A| > |B|$$

Mümkün mertebe her yuvada 1 güvercin olsun.

En az 1 yuvada en az 2 güvercin vardır.

A function from one finite set to a smaller finite set cannot be one-to-one: There must be a least two elements in the domain that have the same image in the range set.

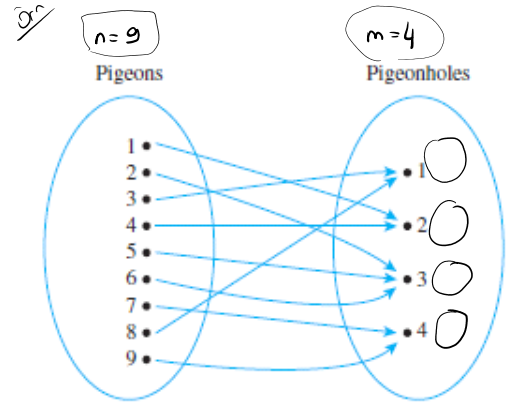
Genelleştirilmiş Güvercin Yuvası Prensibi $f: A \rightarrow B$

$$\text{Eğer } k < n/m$$

en büyük k tamsayısı için

En az bir yuvada en az $k+1$ güvercin vardır.

$$|A|=n, |B|=m$$



Mümkün oldukça her yuvada min. sayıda güvercin olsun.

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8 \overline{) 4} \\ \underline{8} \\ 4 \end{array}$$

$$k < \frac{n}{m} = \frac{9}{4} = 2.25 \dots$$

⇒ en az bir yuvada en az 3 güvercin vardır.

Örn

$$f: \text{öğrenci} \rightarrow \text{bilg.}$$

Alınacak veri

There are 42 students who are to share 12 computers. Each student uses exactly 1 computer, and no computer is used by more than 6 students. Show that at least 5 computers are used by 3 or more students.

42 öğrenci, laboratuvardaki 12 bilgisayarı paylaşımlı kullanacak.

* Bir bilgisayarı en fazla 6 kişi kullanabilir.

1 bilgisayar

$$42 \overline{) 12} \dots$$

(4)

$$\begin{array}{r} 42 \\ 3 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

p : (En az 5 bilgisayar, 3 ya da daha fazla öğrenci tarafından kullanılabilir.)

p 'yi ispatla.

Çelişki yöntemi ile : $\neg p$ (En fazla 4 bilgisayar, 3 ya da daha fazla öğrenci tarafından kullanılır)

$\neg p \rightarrow$ varsayalım.

$$4 \times 6 = 24 \rightarrow \text{maks. öğrenci sayısı}$$

$$12 - 4 = 8 \text{ bilgisayar kaldı}$$

$$8 \times 2 = 16 \rightarrow \text{maks. öğrenci}$$

$$24 + 16 = 40 \text{ öğrenci. } \times \text{ } \dots$$

bilg. max. öğrenci

$$8 \times 2 = 16 \rightarrow \text{maks. öğrenci}$$

$$24 + 16 = 40 \text{ öğrenci} \rightarrow 42 \text{ öğrenci}$$

There are 42 students who are to share 12 computers. Each student uses exactly 1 computer, and no computer is used by more than 6 students. Show that at least 5 computers are used by 3 or more students.

42 öğrenci, laboratuvardaki 12 bilgisayarı paylaşımlı kullanacak.

* Bir bilgisayarı en fazla 6 kişi kullanabilir.

p: (En az 5 bilgisayar, 3 ya da daha fazla öğrenci tarafından kullanılabilir.)

o'yu ispatla.

k tane bilg. 3 ya da daha fazla öğrenci

$$\text{maks. öğrenci} \rightarrow k \cdot 6$$

12-k tane bilg. maks. 2 öğrenci tarafından kullanılır.

$$\text{maks. öğrenci} \rightarrow (12-k) \cdot 2$$

$$6k + (12-k) \cdot 2 \geq 42$$

$$6k + 24 - 2k \geq 42$$

$$4k \geq 42 - 24 = 18$$

$$k \geq \frac{18}{4} = 4,5 \dots$$

k en az 5 olmalıdır.

Kombinasyonlar \rightarrow Seçimle alt küme sayısı bulmak

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

n elemanlı kümenin

r'li kombinasyon

n'n r'lisi k!

r elemanlı alt kümelerin sayısı.

$$n = r + k$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$\binom{7}{2} = \binom{7}{5} \quad \binom{8}{5} = \binom{8}{3}$$

12 kişilik bir sınıftan 5 kişilik grup yapılacaktır.

a) $\binom{12}{5} = \frac{12!}{7!5!} = \dots$ kadar sayıda farklı grup yapılabilir.

b) A kişisi B kişisi birlikte grupta yer almak şartıyla

~~{-, -, -, -, -}~~
(A, B)

$$12 - 2 = 10$$

{-, -, -}

$$\binom{10}{3}$$

c) A kişisi ve B kişisi grupta yer almamak şartıyla,

$$12 - 2 = 10$$

$$\binom{10}{3}$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Don



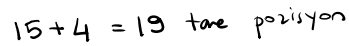
1-X metodu.

ayırıcı

kalem

$r-1$ tane

n



$$\binom{19}{4} = \binom{19}{15}$$

$$\rightarrow \binom{n+r-1}{r-1}$$

~~XXXXXX
6 times nothing.~~

5 kategorier
 $r=5$

$$\begin{pmatrix} 9 + 5 - 1 \\ 5 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

↓

En fazla 5 Person alabiliriz. (1)

1.401

①

②

3

١٠

5.

Person
X
X
X
X
X

14 dijer 4 kategori.

13 dyer 4 kategor

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 3 \end{pmatrix}^T$$

$$\binom{13}{3} + \binom{14}{3} + \binom{15}{3} +$$

2.401

Tim derunder - en at 6 person

$$\begin{pmatrix} 19 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$