

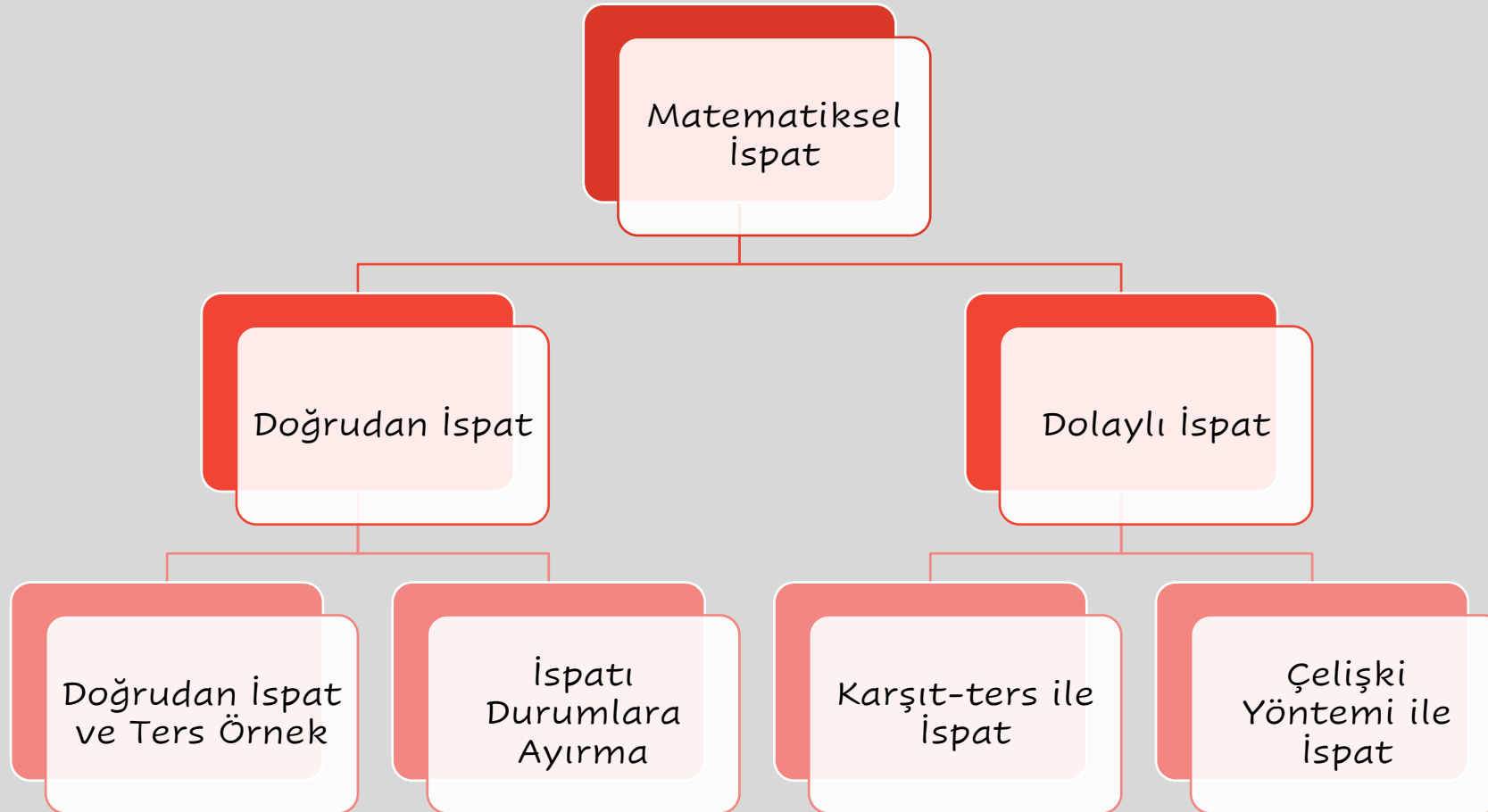
MAT 203 AYRIK MATEMATİK

Öğr. Üyesi: Dr. Sümeyra BEDİR

#4 SAYILAR TEORİSİ ve MATEMATİKSEL İSPAT TEKNİKLERİ

! Bu bölümde verilen sayılar teorisi tanım ve özellikleri üzerinden matematiksel ispat teknikleri anlatılacak.

Matematiksel İspat



Doğrudan İspat Teknikleri

Tanım (Çift/Tek Tam Sayı)

- Bir tam sayı, herhangi bir tam sayının 2 katı olarak ifade edilebiliyorsa, çift tam sayıdır.
- Bir tam sayının 2katının 1 fazlası olarak ifade edilebilen tam sayılar tek tam sayıdır

$$\begin{aligned}n \text{ çifttir} &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k \\n \text{ tektir} &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k + 1\end{aligned}$$

Doğrudan İspat Teknikleri

Tanım (Asal Sayı)

- Bir tam sayı, 1'den büyükse ve, r ve s gibi iki tam sayının çarpımına eşit olması, r ve s 'den birinin bu tam sayıya, diğerininse 1'e eşit olmasını gerektiriyorsa, asal sayıdır.

$$1 < n \text{ asaldır} \Leftrightarrow (n = rs \Leftrightarrow (r = 1 \wedge s = n) \vee (r = n \wedge s = 1))$$

Örnek

- $(\forall n \in \mathbb{Z}, n \text{ çift} \Rightarrow n^2 \text{ çifttir})$ ifadesini ispatlayalım.

Doğrudan İspat Teknikleri

Tanım (Rasyonel Sayı)

- Bir r reel sayısı, a ve b tam sayı ve b sıfırdan farklı olmak üzere $r=a/b$ şeklinde ifade edilebiliyorsa, rasyonel sayıdır.

$$r \in \mathbb{R} \text{ rasyonel sayıdır} \Leftrightarrow (\exists a, b \in \mathbb{Z}: r = a/b \wedge b \neq 0)$$

Örnek

- (iki rasyonel sayının toplamı bir rasyonel sayıdır) ifadesini ispatlayalım.

Doğrudan İspat Teknikleri

Tanım (Bölünebilme)

- $n, d \in \mathbb{Z}$ ve $d \neq 0$ olmak üzere, n , d 'nin bir tam sayı katı ise « d böler n » denir.

$$d|n \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}: n = dk)$$

Örnek

- a, b, c tam sayıları için, $a|b$ ve $b|c$ ise $a|c$ olduğunu ispatlayınız.

Örnek

- $(\forall a, b \in \mathbb{Z}, a|b \wedge b|a \Rightarrow a = b)$ ifadesinin yanlış olduğunu ispatlayınız.

Bölüm-kalan Teoremi

- Bir n tam sayısı ve bir d pozitif tam sayısı için $n = dq + r$ ve $0 \leq r < d$ olacak şekilde tek bir (q,r) tam sayı ikilisi vardır.