

MAT 203 AYRIK MATEMATİK

Öğretim Üyesi: Dr. Sümeyra BEDİR

ÖNERMELER ve MANTIKSAL İFADELER



Önerme:

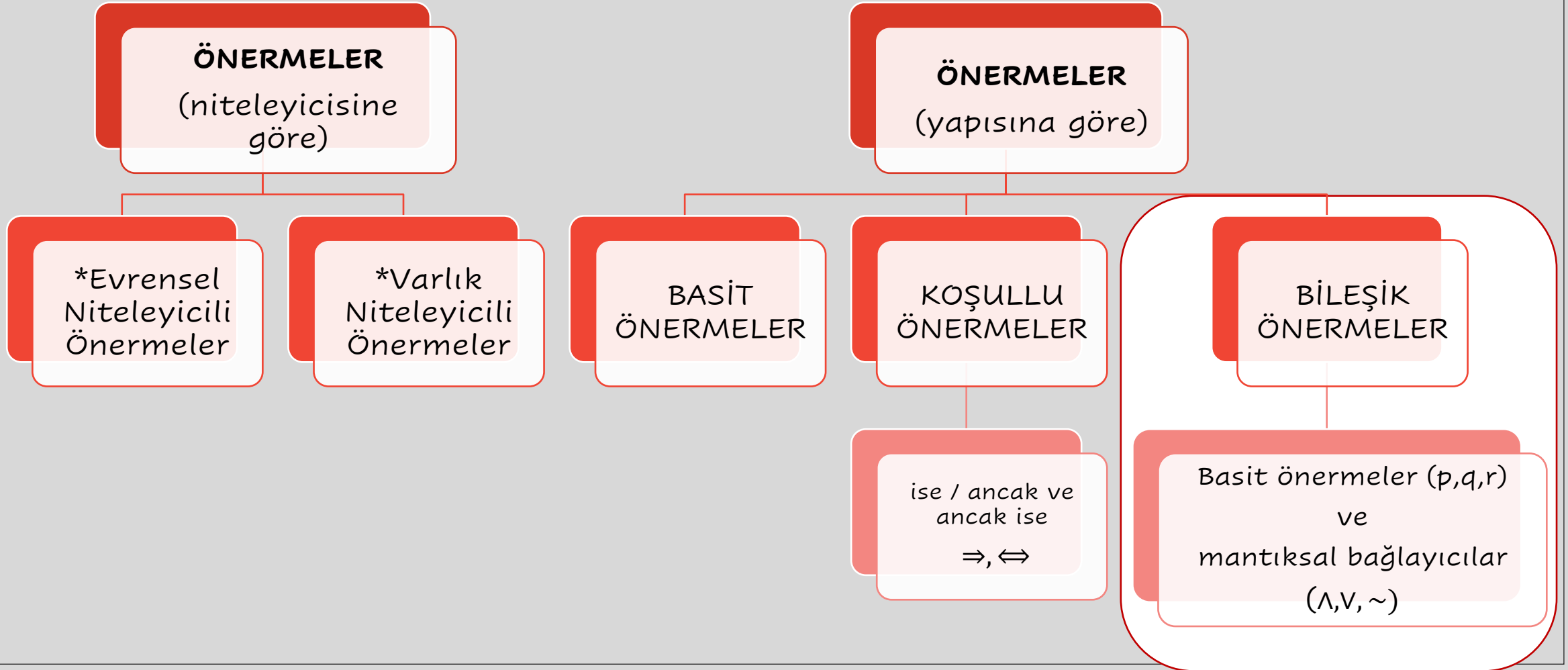


Doğru veya yanlış değerinden sadece ve sadece birini alabilen ifadelerdir. (T, F)



Soru cümleleri, ünlem ifadeleri, net olmayan ifadeler önerme belirtmez!

ÖNERMELER ve MANTIKSAL İFADELER



Doğruluk Değerleri

- Her basit önermenin 2 doğruluk değeri ihtimali vardır.
- Bir p önermesinin mantıksal **değili**: $\sim p$

Doğruluk
Tablosu



p	$\sim p$
T	F
F	T

Bileşik Önermeler

- Mantıksal işlemlerle (bağlayıcılarla) bağlanmış basit önermelerden oluşur.

$$\sim, \wedge, \vee, \oplus$$

! Bir bileşik önermenin doğruluk değeri ihtimallerinin sayısı:

$2^{\text{içerdiği basit önerme sayısı}}$

- ! Bir bileşik önermedeki her basit önerme tam bir önerme olmalıdır.
 - ! Ali uzun ve zayıftır. 
 - ! Ali uzundur ve Ali zayıftır. 

Bileşik Önermeler

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

conjunction

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

disjunction

Bileşik Önermeler

- «exclusive or» için doğruluk tablosu:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	F	F	T	F

- $(p \wedge q) \vee \sim r$ önermesinin doğruluk tablosunu oluşturunuz.

De Morgan Kuralı

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q.$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q.$$

De Morgan Kuralı

Örnek

- De Morgan kuralını kullanarak $-1 < x \leq 4$ ifadesinin değilini bulalım.

Mantıksal Eşdeğerlik

Basit Önermelerin doğruluk değerlerinin konumu değiştirilmeksizin, buna göre aynı doğruluk değerini alan bileşik önermelere «**mantıksal eşdeğer**» önermeler denir.

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	F	F



p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
F	T	F



p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	T	F	T	T



$$\sim (p \wedge q) \not\equiv \sim p \wedge \sim q$$

Totolojiler ve Çelişkiler

- Verilen basit önermelerin tüm doğruluk değerleri için doğru olan ifadelere «**totoloji**» denir. (**t** ile gösterilir.)
- Verilen basit önermelerin tüm doğruluk değerleri için yanlış olan ifadelere «**çelişki**» denir. (**c** ile gösterilir.)

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$
T	F	T	F
F	T	T	F
		↑	↑

Totolojiler ve Çelişkiler

p	t	$p \wedge t$	p	c	$p \wedge c$
T	T	T	T	F	F
F	T	F	F	F	F



Bazı Önemli Mantıksal Özdeşlikler

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \wedge \mathbf{t} \equiv p$$

$$p \vee \sim p \equiv \mathbf{t}$$

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee \mathbf{t} \equiv \mathbf{t}$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$\sim \mathbf{t} \equiv \mathbf{c}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \vee \mathbf{c} \equiv p$$

$$p \wedge \sim p \equiv \mathbf{c}$$

$$p \vee p \equiv p$$

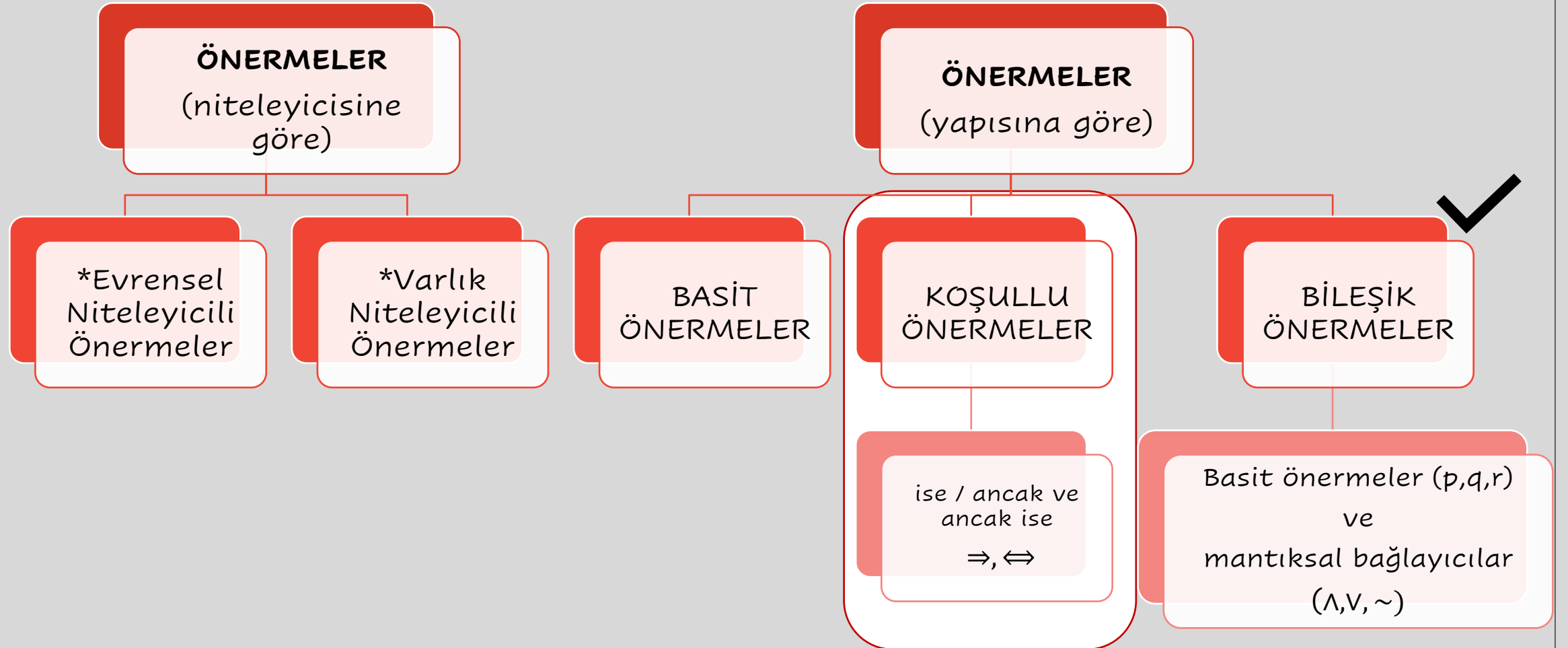
$$p \wedge \mathbf{c} \equiv \mathbf{c}$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

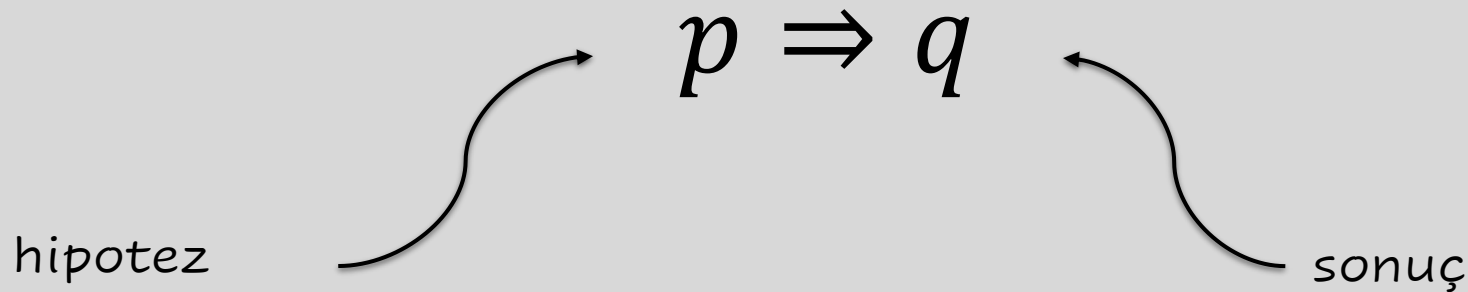
$$\sim \mathbf{c} \equiv \mathbf{t}$$

ÖNERMELER ve MANTIKSAL İFADELER



Koşullu Önermeler

- Verilen p ve q basit önermeleri için, $p \Rightarrow q$ koşullu önermesi " **p ise q** " olarak okunur.



Hipotezin F değeri alması durumunda koşullu önerme T kabul edilir.
>> ***true by default.***

Koşullu Önermeler

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

↑ ↑
hipotez sonuç

True by default

Örnek:

p : x bir kedidir.

q : x şirindir.

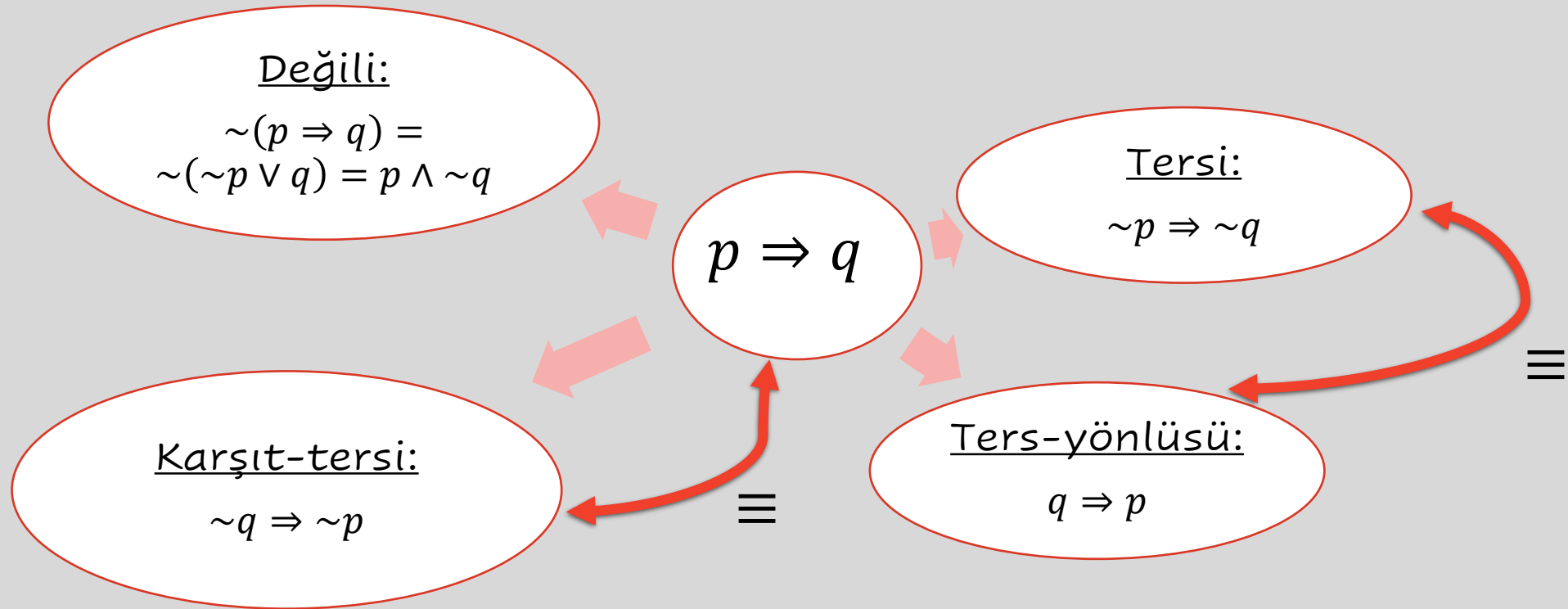
$P \rightarrow q$: « x bir kedi ise, x şirindir.»

x bir kedi değilse (p : false durumu),
« x bir kedi ise, x şirindir» kendiliğinden
«true» olur.

Örn: Verilen ifadenin doğruluk tablosunu oluşturun:

$$p \vee \sim q \Rightarrow \sim p$$

Koşullu Önermenin Mantıksal Değili, karşıt-tersi, tersi ve ters-yönlüsü



Bir koşullu önerme, karşıt-tersi ile mantıksal eşdeğerdir.
Bir koşullu önermenin tersi ile ters yönlüsü mantıksal eşdeğerdir.

Çift Gerektirme (ancak ve ancak ise)

$$p \Leftrightarrow q$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T



Çift Gerektirme (ancak ve ancak ise)

r, s için **yeterli** koşuldur:

«r ise s»

$$r \Rightarrow s$$



r, s için **gerekli** koşuldur:

«r değil ise, s değildir»

$$\sim r \Rightarrow \sim s \equiv s \Rightarrow r$$



$$r \Leftrightarrow s$$

Mantıksal işlemler için işlem Önceliği

1. Değiller ve Parantezler
2. \wedge , \vee
3. \Rightarrow , \Leftrightarrow

ÖNERMELER ve MANTIKSAL İFADELER

