

MAT 203 AYRIK MATEMATİK

Öğr. Üyesi: Dr. Sümeyra BEDİR

Geçerli / Geçersiz Argümanlar



Argüman:

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

Bir dizi mantıksal **önkoşul** önermeleri ve bir **sonuç önermesi** ile ifade edilen yapılardır.

Geçerli / Geçersiz Argümanlar

! Önkoşulların hepsinin birden doğru olduğu satırlar
«**kritik satırlar**» olarak belirlenir.

Önkoşulların hepsinin birden doğru olduğu tüm durumlarda sonuç önermesinin de doğru değeri aldığı argümanlar **geçerli (valid) argümanlar**dır.

Önkoşulların hepsinin birden doğru olduğu tüm durumlarda sonuç önermesinin **en az bir yanlış** değer aldığı argümanlar **geçersiz (invalid) argümanlar**dır.

Argümanlar

1. Doğruluk tablosu yapılır.
2. Önkoşul ve sonuç sütunları işaretlenir.
3. Kritik Satırlar işaretlenir. (Önkoşulların hepsinin birlikte T olduğu satırlar)
4. Kritik satırlarda sonuç sütununun değerlerine bakılır.
 - Hepsi T ise argüman geçerlidir. ✓
 - Bir tane bile F varsa argüman geçersizdir. ✗

Örnek

- Verilen argümanların geçerli/geçersiz olma durumlarını önkoşul, sonuç sütunlarını ve kritik satırları belirterek açıklayınız.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow p \\ \therefore p \vee q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ \sim q \vee r \\ \therefore r \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \vee \sim r \\ q \rightarrow p \wedge r \\ \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

#3 Yüklemler ve Niteleyicili İfadeler

- **Yüklem:** Bir ya da birden fazla değişkene ait bir özellik veya durumu belirten ifadelerdir.

$P(x)$: x şirindir.

P : şirin olmak...

Tanım Kümesi (D):

Doğruluk Kümesi: $\{x \in D : P(x)\}$

Örnek

- $P(x)$, « x , 8'in bölenidir.» yüklemi olsun. $P(x)$ 'in aşağıdaki tanım kümelerine göre doğruluk kümelerini bulalım.
 - a) D =Pozitif Tam Sayılar Kümesi
 - b) D =Tam Sayılar Kümesi

Evrensel Niteleyici (\forall)

- Evrensel ifadeler ancak ve ancak yüklem, tanım kümesindeki tüm elemanlar için doğru ise doğrudur.
- En az bir eleman için bile yanlışsa ifade yanlıştır. Bu elemana «ters eleman» denir

$P(x)$: x köpektir. $Q(x)$: x şirindir. H : Hayvanat Bahçesi
 $(\forall x \in H)[P(x) \Rightarrow Q(x)]$

Örnek

- $D = \{1,2,3,4,5\}$ olmak üzere, $(\forall x \in D \text{ için } x^2 \geq x)$ ifadesinin doğru olduğunu gösteriniz.
- $(\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 \geq x)$ ifadesinin yanlış olduğunu gösteriniz.

Varlık Niteleyici (\exists)

- Varlık niteleyicili ifadenin doğru olması için yüklem, tanım kümesindeki en az bir eleman için doğru olmalıdır.
- Yanlış olması için ise tüm elemanlar için yanlış olması gerekir.

Örnek

- $(\exists x \in \mathbb{Z}^+ : x^2 = x)$ ifadesinin doğru olduğunu gösteriniz.
- $E = \{5,6,7,8\}$ olmak üzere $(\exists x \in E : x^2 = x)$ ifadesinin yanlış olduğunu gösteriniz.

Niteleyicili Koşullu İfadenin Karşıt-tersi, Ters, Ters-yönlüsü

Evrensel Koşullu ifade
 $(\forall x \in D, P(x) \Rightarrow Q(x))$

Karşıt-tersi:

$$(\forall x \in D, \sim Q(x) \Rightarrow \sim P(x))$$

Tersi (inverse):

$$(\forall x \in D, \sim P(x) \Rightarrow \sim Q(x))$$

Ters-yönlüsü (converse):

$$(\forall x \in D, Q(x) \Rightarrow P(x))$$

Niteleyicili İfadelerin Değilleri

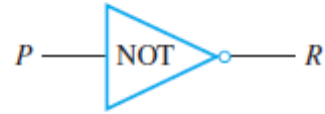
İfade	Değili
Evrensel İfade $(\forall x \in D, P(x))$	$(\exists x \in D, \sim P(x))$
Evrensel Koşullu İfade $(\forall x \in D, P(x) \Rightarrow Q(x))$	$(\exists x \in D, P(x) \wedge \sim Q(x))$
Varlık Niteleyicili İfade $(\exists x \in D, P(x))$	$(\forall x \in D, \sim P(x))$
Varlık N. Koşullu İfade $(\exists x \in D, P(x) \Rightarrow Q(x))$	$(\forall x \in D, P(x) \wedge \sim Q(x))$

2.4 Uygulama: Dijital Mantık Devreleri

- ! Önermeler, input sinyalleri gibi iki değerden birini alabilen ifadeler «**Boole Değişkeni**» denir.
- ! Boole Değişkenleriyle oluşturulan mantıksal ifadeler «**Boole İfadesi**» denir.

Dijital Mantık Devreleri

NOT



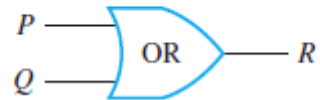
Input		Output
<i>P</i>		<i>R</i>
1		0
0		1

AND



Input		Output
<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

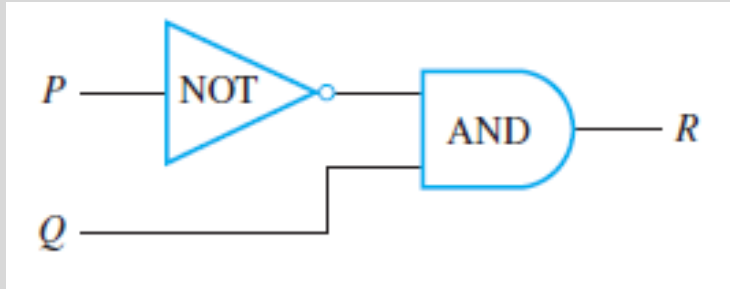
OR



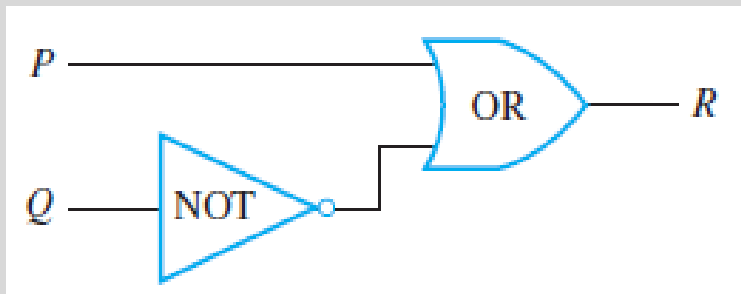
Input		Output
<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Devresi Verilen Boole İfadesini Bulma

! Soldan sağa birleştirilerek yazılır.



Verilen Devrenin Input/Output Tablosunu Yapma

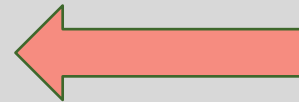


Input		Output
<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

Input/Output Tablosu Verilen Boole İfadesini Bulma

1. Output'un 1 olduğu satırlara bakılır.
2. Bu satırlar için sonucu 1 yapacak ifade ve bağlacı kullanılarak inputlardan oluşturulur.
1. İfadeler veya bağlacı ile bağlanır.

$$(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \sim Q \wedge R) \vee (P \wedge \sim Q \wedge \sim R)$$



Input			Output
<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>	<i>S</i>
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Boole İfadesi Verilen Devreyi Bulma

! En genelden içe doğru sağdan sola çizilir.

$$(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \sim Q \wedge R) \vee (P \wedge \sim Q \wedge \sim R)$$

