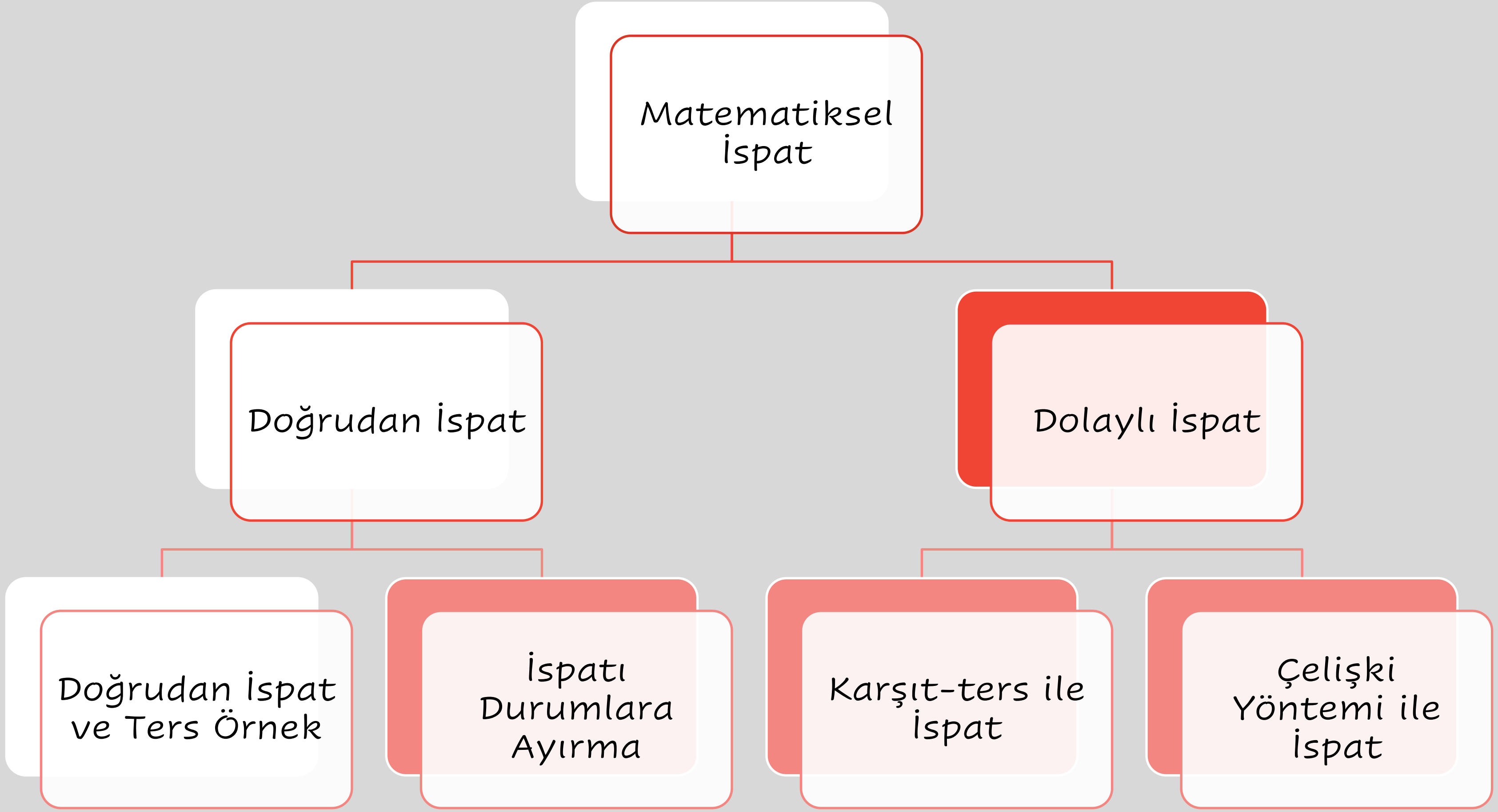
MAT 203
AYRIK MATEMATİK

Öğr. Üyesi: Dr. Sümeyra BEDİR

#4. Matematiksel İspat



İspatı Durumlara Ayırma Yöntemi

Örnek (Çift/Tek Tam Sayı)

- Ardışık iki tam sayıdan biri tek ise diğeri çifttir.

$$n \text{ çifttir} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k$$
$$n \text{ tektir} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k + 1$$

Örnek (Bölüm-kalan teoremi)

- Her n tam sayısı için q bir tam sayı olmak üzere, n şu dört şekilden biri olarak yazılır; n=4q, n=4q+1, n=4q+2 veya n=4q+3.

Bölüm-kalan Teoremi

- Bir n tam sayısı ve bir d pozitif tam sayısı için $n = dq + r$ ve $0 \leq r < d$ olacak şekilde tek bir (q,r) tam sayı ikilisi vardır.

Örnek

- Her tek sayının karesi, $8m+1$ şeklinde yazılabilir.

Karşıt-ters ile İspat

Örnek (Çift/Tek Tam Sayı)

- $(\forall n \in \mathbb{Z}, n^2\ çift \Rightarrow n\ çifttir)$ ifadesini ispatlayalım.

$(\forall x \in D, P(x) \Rightarrow Q(x))$
$(\forall x \in D, \sim Q(x) \Rightarrow \sim P(x))$

$n\ çifttir \iff \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k$
$n\ tektir \iff \exists k \in \mathbb{Z}: n = 2k + 1$

Örnek

- Her $a, b, c \in \mathbb{Z}$ için, $a \nmid bc \Rightarrow a \nmid b$ olduğunu ispatlayınız.

Çelişki Yöntemi ile İspat

1. İspatlanacak ifadenin değili varsayılır.
2. Bu varsayımın elimizdeki verilerle birlikte bir çelişkiye yol açacağı gösterilir.
3. İspatlanacak ifadenin doğru olduğu sonucuna varılır.

Ne zaman çelişki yöntemi kullanmalı?

- Bir özelliğe sahip hiçbir eleman olmadığını ispatlamak için.
- Bir elemanın belirli bir özelliğe sahip olmadığını ispatlamak için.

Örnek

- Bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının toplamı irrasyoneldir. İspatlayınız.

Örnek

- Hem tek hem de çift olan tam sayı yoktur. İfadesini ispatlayınız.