

#5 MATEMATİKSEL İNDÜKSİYON VE YİNELEMELER

! Bu bölümde diziler ve diğer bazı sayılar teorisi tanım ve kavramları üzerinden **matematiksel indüksiyon** teknikleri anlatılacak.

Matematiksel İndüksiyon Prensipleri ile İspat

1. Eşitlikler (Çarpım Sembolü/Toplam Sembolü içerebilir)
2. Eşitsizlikler
3. Bölünebilme
4. Diziler (Genel Terim, yinelemeli diziler)

Örnek

- Her $n \geq 0$ tamsayısı için

$$4|(5^n - 1)$$

olduğunu ispatlayınız.

Örnek

- $a_1 = 2, a_k = 5a_{k-1}, \forall k \geq 2$ dizisi veriliyor.
- Dizinin ilk 4 terimini yazınız.
- $\forall n \geq 1$ için $a_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ olduğunu ispatlayınız.

Kuvvetli Matematiksel İndüksiyon Prensipleri

$P(n)$ 'in $n \geq a$ için doğruluğunu ispatlamak;

1. $P(a), P(a+1), \dots, P(b)$ doğru mu?
2. Her $k \geq b$ için a 'dan k 'ya kadar tüm $P(i)$ doğru ise $P(k+1)$ doğru mu?
3. $P(n)$ 'in $\forall n \geq a$ için doğru olduğu sonucuna varılır.

Örnek

- Her $n > 1$ tamsayısı için n 'in bir asal sayı böleni vardır.

Örnek

- $a_0 = 0, a_1 = 4, a_k = 6a_{k-1} - 5a_{k-2}, \forall k \geq 2$ dizisi veriliyor.
- Dizinin ilk 4 terimini yazınız.
- $\forall n \geq 0$ için $a_n = 5^n - 1$ olduğunu ispatlayınız.

8. Suppose that h_0, h_1, h_2, \dots is a sequence defined as follows:

$$h_0 = 1, h_1 = 2, h_2 = 3,$$

$$h_k = h_{k-1} + h_{k-2} + h_{k-3} \quad \text{for all integers } k \geq 3.$$

a. Prove that $h_n \leq 3^n$ for all integers $n \geq 0$.