

# 1. hafta Çarşamba Dersi

24 Şubat 2021 Çarşamba 08:30

- i. denklem ↔ j. denklem
  - c \* i. denklem → i. denklem
  - c \* j. denklem + i. denklem → i. denklem
- ⇒ yok etme  
yeni kayma

*Örn*

$$3x_1 + 6 - 2 = -2 \Rightarrow 3x_1 + 4 = -2 \Rightarrow 3x_1 = -6 \Rightarrow x_1 = -2$$

$$(a) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_2 = 3 \\ 2x_3 = 4 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

**Tam üçgensel form.**

$$\begin{aligned} x_3 &= 2 \\ x_2 &= 3 \\ x_1 &= -2 \end{aligned}$$

**Cözüm** → (-2, 3, 2)

$$\begin{aligned} -3x_1 - 3 + x_3 &= 5 \\ + 3x_1 + 6 + x_3 &= 2 \\ \hline 0 \quad 3 + 2x_3 &= 7 \Rightarrow 2x_3 = 4 \Rightarrow x_3 = 2 \end{aligned}$$

**Cözüm** → (-2, 3, 2)

Denk Sistemler : Değişkenler aynı & Cözüm de aynı

## \* Homojen Lineer Denklem Sistemi:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 = 0 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m = 0 \end{aligned}$$

→ homojen

$(x_1, x_2, \dots, x_n) = (0, 0, \dots, 0)$   
↓  
her zaman  
bir çözüm  
{ Trivial Çözüm }

*Örn*

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_2 + 2x_3 &= 0 \\ x_1 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

\* tek çözüm (trivial)  
\* sonsuz çözüm (trivial + ...)

Linear Denklem Sistemi ↔ Matrisler

$m \times n$  denklem sayısı,  $n$  değişken sayısı

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

↓

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$m \times n$ ,  $n \times 1$ ,  $m \times 1$

→

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

$m \times (n+1)$

Katsayılar, Sonuçlar

**Augmented Matrix (Ek matris)**  
**(Eklennmiş Matris)**

→ Çözüm

$$\begin{bmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Katsayılar Matrisi      Değişkenler      Sonuçlar

$$Ax = b$$

$Ax = 0 \rightarrow$  Homojen Lineer Denklemler Sistemi

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

sıra →  
sütun sayısı  
sıra sayısı

örn

$$\begin{aligned} -x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 3 \end{aligned}$$

↓  
tam üçgensel form

$$4 \times 4 \quad (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array} \right]_{4 \times 5}$$

→ mümkünse en üst en sol sıfırdan farklı o.s. (yer değiştirme)

!

$$\begin{array}{l} -2r_1 + r_3 \rightarrow r_3 \\ -3r_1 + r_4 \rightarrow r_4 \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 11 \\ 0 & -2 & -5 & -1 & -15 \end{array} \right]$$