2. Hafta Çarşamba Dersi

03 Mart 2021 Çarşamba 08:36

Ör: $x_1 + x_2 - x_3 = 2$
$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$
$x_1 + x_2 + (a^2-5)x_3 = a$

Bu lineer denklem sisteminin a'nın hangi değerleri için çözümü vardır?

0 0 ... 0 | 0 ve m-1<n → sonsuz çözüm

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & a^2-5 & a \end{array}\right] \xrightarrow[-1.r_1+r_3\to r_3]{-1.r_1+r_2\to r_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-4 & a-2 \end{array}\right]$$

→ SEF ✓

0 0 0 1 0

$a = 2 \Rightarrow$ Sonsuz çözüm

$a = -2 \rightarrow$ 0 0 0 | -4 $\Rightarrow$ çözüm yok.

$a \neq \pm 2 \Rightarrow$ Tek çözüm

$a \neq 2 \rightarrow (a-2)(a+2).x_3 = (a-2)$

$\rightarrow (a+2)\,x_3 = 1$

$x_3 = \frac{1}{a+2} \rightarrow a \neq -2$

$x_1, x_2, x_3 = (-, -, -)$

İndirgenmiş Satır Eşelon Form

✓ * Her satırda soldan, sıfırdan farklı ilk eleman 1 olmalı. ✓

SEF ✓ * Eğer k. satır tamamen 0 değilse, k. satırdaki soldan sıfır sayısı < k+1. satırdaki soldan sıfır sayısı

* Eğer tamamen 0 olan satır(lar) varsa en altta olmalı.

+ → * Başeleman = 1 olan sütundaki tüm elemanlar (başeleman hariç) 0 olmalı.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & 13/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[-\frac{2}{3}r_4+r_3\to r_3]{\begin{array}{l} -1r_4+r_1\to r_1 \\ r_4+r_2\to r_2 \end{array}} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

SEF

$$\xrightarrow[-1r_3+r_2\to r_2]{-1r_3+r_1\to r_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

$-1r_2 + r_1 \to r_1$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right] \to \text{İSEF} \checkmark$$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -1 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = 2$

İSEF

(a) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$ (b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

(c) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

(d) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 4 \end{array}\right]$

(e) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

(f) $\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

ÖDEV

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &= 3 \\ 2x_3 + x_4 &= 7 \\ -x_1 - x_2 - 2x_5 &= 4 \end{aligned}$$

1) Sistenin eklenmiş matrisini yazınız.

2) İSEF hale getiriniz.

3) sistenin Çözümünü bulunuz.