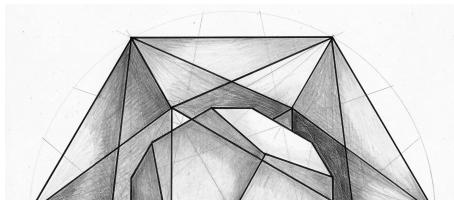


OPTIMISATION MATHÉMATIQUE : INTRODUCTION ET APPLICATION À LA GESTION DE L'EAU

UCA – Master Hydroprotech

Sophie Demassey (CMA, Mines Paris – PSL)
sophie.demassey@minesparis.psl.eu <http://sofdem.github.io/hydroprotech/>



OPTIMISATION COMBINATOIRE (SUITE)

PROGRAMME

optimisation combinatoire (suite)

transition, décision, eau

1

2

MODÈLE D'OPTIMISATION LINÉAIRE EN NOMBRES ENTIERS

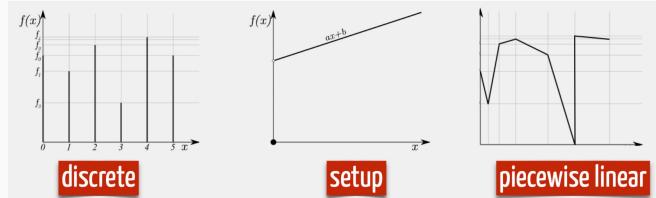
définition: programme linéaire en nombres entiers (PLNE)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, & \forall i = 1, \dots, m \\ & x_j \in \mathbb{R} & \forall j = 1, \dots, p \\ & x_j \in \mathbb{Z} & \forall j = p + 1, \dots, n \end{aligned}$$

3

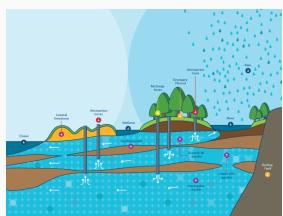
MODÉLISER AVEC DES VARIABLES DISCRÈTES

- décisions **discrètes** : on/off $x \in \{0, 1\}$, niveau $z \in \{0, 1, \dots, N\}$
 - conditions logiques : $z \leq N(1 - x) \dots$ si $x = 1$ alors $z = 0$
 - fonctions non-linéaires :



4

EXERCICE 3 : EXTRACTION DE L'EAU



6

EXERCICE 3 : MODÉLISER

extraction d'eau

décider de l'emplacement de pompes (toutes identiques) parmi un ensemble fini J de candidats pour minimiser le coût total, étant donné :

- le coût d'installation c_j et le débit moyen q_j d'une pompe à l'emplacement $j \in J$
 - les limites minimale Q_{min} et maximale Q_{max} du débit moyen total d'extraction
 - la limite maximale de 3 pompes installées
 - l'interdiction de placer 2 pompes simultanément aux emplacement j_1 et j_2 .

5

EXERCICE 3 : MODÈLE PLNE

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{j \in J} c_j x_j \\
 \text{s.t. } & \sum_{j \in J} q_j x_j \geq Q_{min} \\
 & \sum_{j \in J} q_j x_j \leq Q_{max} \\
 & \sum_{j \in J} x_j \leq 3 \\
 & x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J
 \end{aligned}$$

7

EXERCICE 4 : MODÉLISER

extraction d'eau (variante avec pompes individuelles)

les pompes sont maintenant choisies parmi un ensemble fini K et :

- le coût d'investissement c_k dépend uniquement de la pompe $k \in K$
- le débit moyen q_{jk} dépend de la pompe $k \in K$ et de l'emplacement $j \in J$

$x_{jk} \in \{0, 1\}$: pompe $k \in K$ installée en $j \in J$?

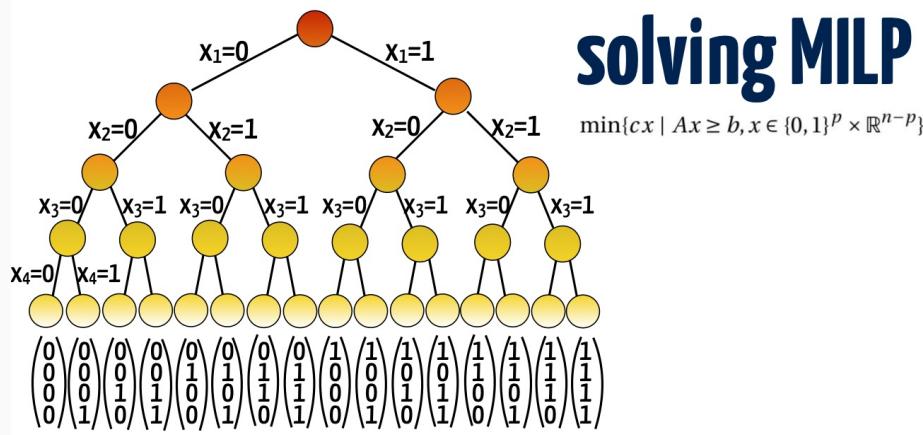
8

EXERCICE 4 : MODÈLE PLNE

$x_{jk} \in \{0, 1\}$: pompe $k \in K$ installée en $j \in J$?

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_k x_{jk} \\ \text{s.t.} \quad & Q_{min} \leq \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} q_{jk} x_{jk} \leq Q_{max} \\ & \sum_{j \in J} x_{jk} \leq 1, \quad \forall k \in K \\ & \sum_{k \in K} x_{jk} \leq 1, \quad \forall j \in J \\ & \sum_{k \in K} (x_{1k} + x_{2k}) \leq 1 \\ & x_{jk} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, k \in K. \end{aligned}$$

9

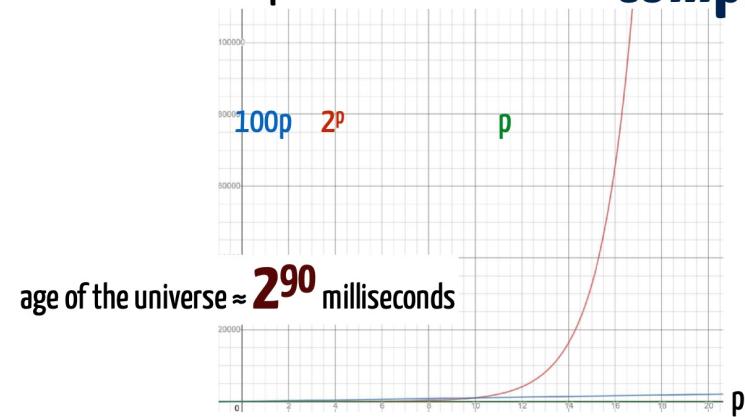


Complete enumeration = 2^p LPs to solve

10

Combinatorial explosion

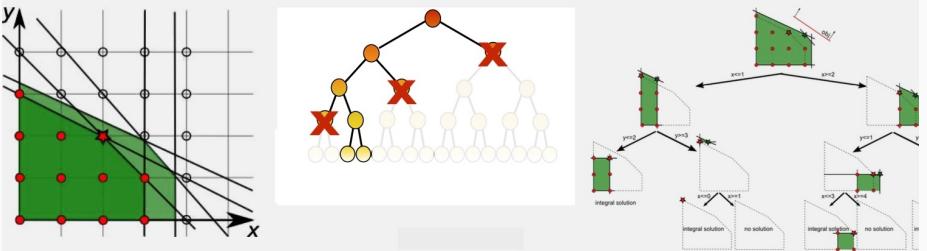
complexity



11

MILP algorithms

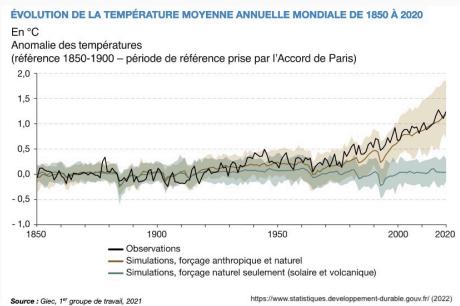
- based on the LP relaxation (ex: simplex algorithm)
- evaluate, refine, iterate
- separate (on discrete variables), estimate, backtrack/iterate
- refine then estimate



12

TRANSITION, DÉCISION, EAU

CHANGEMENT CLIMATIQUE : OBSERVATIONS



Quelques conséquences de l'augmentation des températures :

fonte des glaciers (267 Mds de tonnes/an 2000–2020); élévation du niveau des mers (fonte et dilatation : 3,5 mm/an 1993–2020); en France : records de température, assèchement des cours d'eau, implantation du moustique tigre, etc.

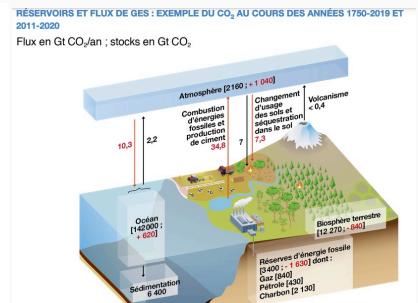
13

EFFET DE SERRE : CAUSE DE RÉCHAUFFEMENT



Note : le Terre reçoit en permanence de l'énergie du soleil. Le tiers de cette énergie, qui n'est pas nécessaire pour l'entraîner, est émis par la surface terrestre (émissivité à l'atmosphère), et est absorbé par la surface terrestre ou le atmosphère et l'absorber. En contrepartie, les gaz à effet de serre émettent du rayonnement infrarouge, d'autant plus intense que les surfaces sont chaudes. Une partie de ce rayonnement est absorbé par certains et par les nuages puis réémis vers la surface, ce qui contribue à la réchauffer. Ce phénomène est appelé l'effet de serre.

Sources : d'après Météo-France ; Giec, 1^{er} groupe de travail, 2021 ; <https://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/> (2022)



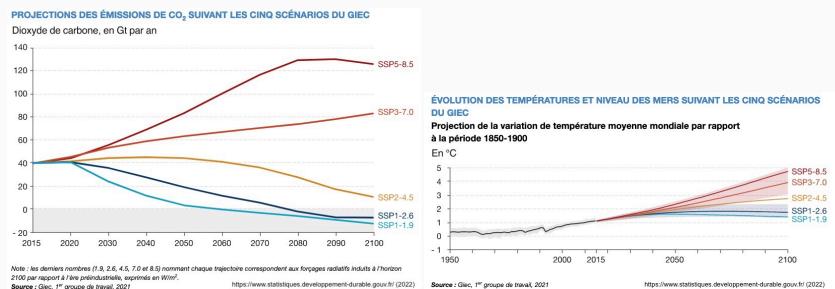
Note : ce graphique présente : (i) entre crochets, la taille des réservoirs aux temps préindustriels en milliards de tonnes de CO₂ en noir et leur variation annuelle sur la période 1750-2019 en rouge ; (ii) sous forme de flèches, les flux de carbone dans les réservoirs en milliards de tonnes de CO₂ par an entre 1750 et 2020. Les flux préindustriels sont en noir. Ceux qui sont mis en évidence sont en rouge.

Sources : d'après Giec, 1^{er} groupe de travail, 2021 ; Friedlingstein et al., Global Carbon Budget 2021, 2022

Les activités humaines ont peu d'impacts directs sur la concentration de la vapeur d'eau, premier **gaz à effet de serre (GES)**, mais beaucoup sur les autres GES, dont le principal émis : le dioxyde de carbone (CO₂).

14

TRANSITION BAS CARBONE



L'Union européenne s'est fixé l'objectif d'**atteindre la neutralité carbone** en 2050 et de **réduire ses émissions nettes** d'au moins 55% en 2030 par rapport à 1990.

Décarboner : réduire les émissions de GES des activités humaines, en priorité dans les premiers secteurs émetteurs : la production d'électricité (42% des émissions CO₂ dans le monde en 2020), les transports (22%), l'industrie (20%).

15

COMMENT DÉCARBONER ?

- **sobriété** : réduire les besoins (aux besoins essentiels)
- **efficacité** : réduire les prélevements de ressources pour satisfaire un besoin
- **durabilité** : augmenter sources renouvelables et recyclage

exemple du chauffage résidentiel : limiter la température de consigne; isoler; énergie solaire vs fossile; co-génération électricité/chaleur; stockage.

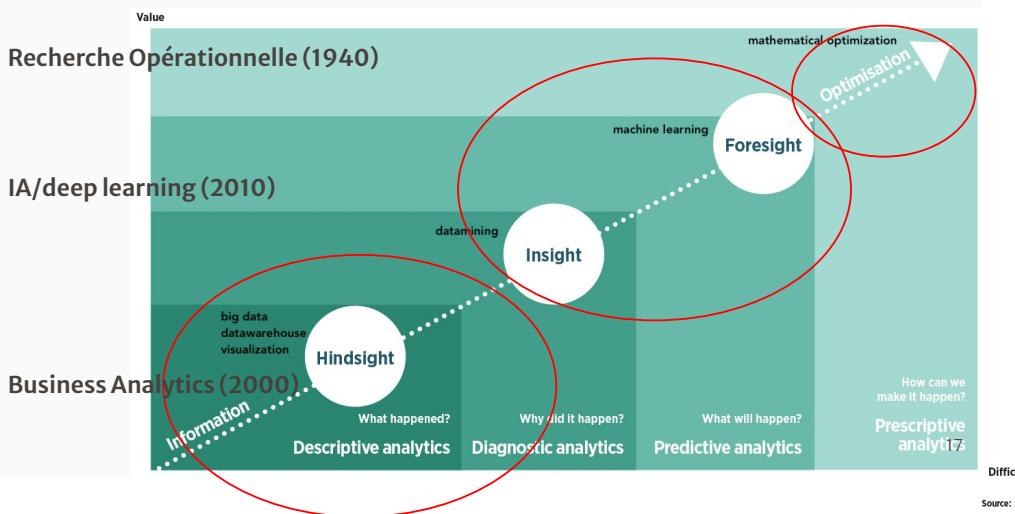
Réponses high/low-tech : **nouvelles technologies et meilleurs procédés**

Ex : réseaux de chaleur / maximiser utilité, nouveaux isolants / minimiser consommation; choisir, dimensionner, agencer, planifier, piloter des techs plus nombreuses/complexes; intégrer des critères plus nombreux/complexes : besoins en chauffage, budget limité, contraintes physiques, rendement, émissions de GES, durée de vie, etc.

des problèmes décisionnels intégrés plus larges et complexes nécessitent des outils d'aide à la décision plus élaborés et robustes

16

SYSTÈMES D'AIDE À LA DÉCISION



OUTILS DIVERS POUR DÉCISIONS VARIÉES

diversité des systèmes et processus... et de notre compréhension des dynamiques :

- description analytique, ex : écoulement dans les réseaux urbains (ex : Darcy-Weisbach)
- observations et mesures, ex : suivi des crues
- inconnus, ex : biotopes marins

choisir les bons outils :

- **optimisation mathématique** : nécessite un modèle fiable ; algorithmes limités à des modèles simplifiés; évolutif et interprétable
- **apprentissage/machine learning** : nécessite de gros volumes de données; algorithmes énergivores

18