

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

ELEMENTOS FINITOS II - 31.92

ESTUDIO DEL DOBLE FONDO DE UN BUQUE

Y porque una placa no es una cascara plana

Autor

PATRICIO WHITTINGSLOW – 55423

Fecha de realización: 22 de abril de 2019

Fecha de entrega:

Firma del docente:



Problema

Se estudia la estructura de la base de un buque empleando el uso del método de elementos finitos. Las hipótesis empleadas son de desplazamientos pequeños y material isótropo.

Glosario

p	Carga de presión.
F	Rigidez ante la flexión.

Índice

1. Introducción Teórica	1
1.1. Estudio con placas planas	1
1.2. Resultados de estudio con placas planas	2
2. Estudio de doble fondo de un buque	2
2.1. Método	3
2.2. Resultados y optimización	3
3. Conclusión	4

1. Introducción Teórica

Se optó por resolver el problema con elementos cascaras de 4 nodos y elementos vigas. Antes de comenzar a modelar se estudió el funcionamiento de los elementos placas (Mindlin y Kirchhoff) para tener un concepto fundado de como se pueden emplear y cual es su comportamiento ante casos empotrados y articulados.

Se entiende un elemento cascaras como un elemento con poco espesor de tal forma que no tiene tensiones por corte o flexión. En un elemento placa dominan estas tensiones.

1.1. Estudio con placas planas

Las placas a estudiar son del tipo que se puede encontrar en cualquier bibliografía que trate elasticidad Ugural and Fenster [2003]. Las tensiones estan dadas por

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

lo que nos dice que las tensiones varían linealmente sobre el espesor de la placa (en z), lo que va ser importante para aclarar algunas cosas mas tarde.

El problema trata una placa de espesor t con dimensiones $a \times b$ donde $a = 1,4\text{m}$ y $b = 1\text{m}$. El material es acero*. Los casos son con presión uniforme p para los espesores $t = a$, $t = \frac{a}{10}$ y $t = \frac{a}{100}$ usando elementos Kirchhoff Q4 y Mindlin Q8. El factor de corrección para tensión por corte transversal es igual a $k = \frac{5}{6}$ usando integración selecta [Cook et al., 2007] para placas Mindlin .

Los resultados se comparan con la solución analítica para una placa simplemente apoyada [Ugural and Fenster, 2003][†]. Para los casos estudiados el desplazamiento máximo es $w_{\text{máx}}(t) \approx 6,71e - 9\text{m}$, $w_{\text{máx}}(0,1t) \approx 6,71e - 6\text{m}$, $w_{\text{máx}}(0,01t) \approx 6,71e - 3\text{m}$. Como sería de esperar, hay una relación del tipo $w(t) = Ct^3$. Para el caso empotrado no se considera solución analítica debido a la inaccesibilidad de los artículos que trataban una solución.

* $E = 210\text{GPa}$ y $\nu = 0,3$

[†] Utilizando $n = m = 9$ dado que convergía bien para ese número de iteraciones.

Número de Elementos	Kirchoff	Mindlin Q4	Mindlin Q8
60	1,758mm	1,869mm	1,955mm
280	1,919mm	1,950mm	1,966mm
4800	1,957mm	1,965mm	1,966mm
15552	1,959mm	1,965mm	1,966mm
21600	1,959mm	1,965mm	1,966mm

Tabla 1: Desplazamientos máximos para carga uniforme $p = 5\text{kPa}$ sobre placa con espesor $t = \frac{a}{100}$. Relación de aspecto de elementos 4:3. Utilizando integración selecta [Cook et al., 2007], el más costoso numéricamente por elemento fue Mindlin Q8 por un margen considerable.

1.2. Resultados de estudio con placas planas

A raíz del cuadro 1 se puede inferir que los elementos Q8 son los mejores elementos para captar desplazamientos con un menor número de elementos. Tomando esto en cuenta y además que permiten una implementación isoparamétrica simple; se entiende por que las placas Kirchoff no aparecen en programas de elementos finitos.

Los resultados indican que las placas Mindlin se comportan bien para espesores menores, efectivamente reduciendo el error relativo. Si se refina se obtienen mejores resultados.

Las placas Kirchoff en cambio no exhiben mejora del error relativo con el cambio del espesor y convergen con poco refinamiento. Esto se debe a la libertad de deformación del elemento Kirchoff, permitiendo deformaciones del orden cubico para cada elemento.

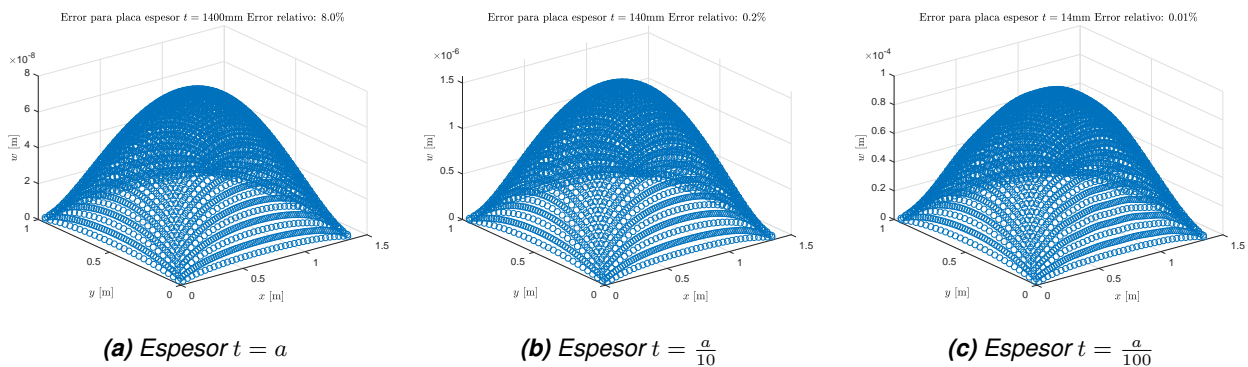


Figura 1: Error nodal absoluto (graficado) respecto solución analítica para placas Mindlin Q8 espesor $t = \frac{a}{100}$. 1200 elementos.

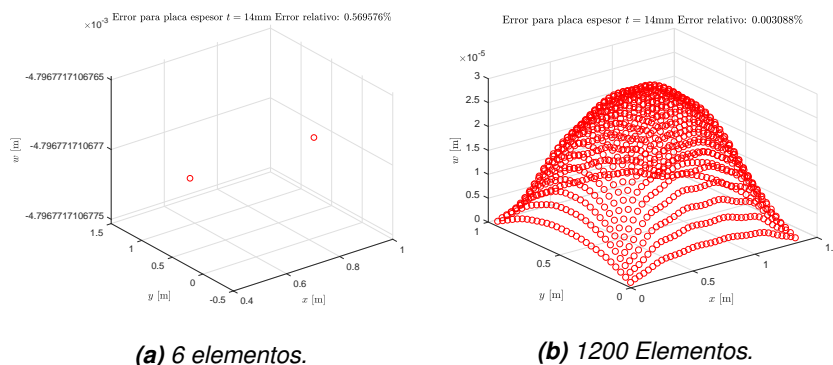
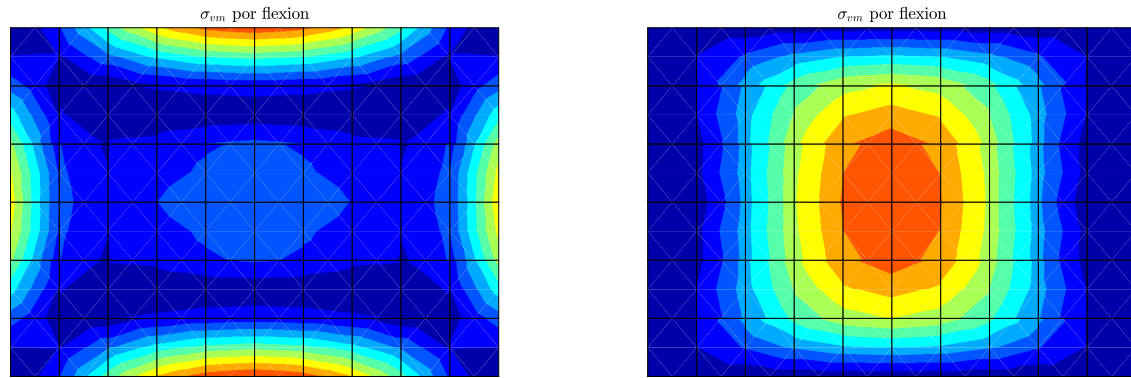


Figura 2: Error nodal absoluto (graficado) respecto solución analítica para placas Kirchhoff Q4.

2. Estudio de doble fondo de un buque

El buque a estudiar tendrá 5 metros de calado, dándonos una presión sobre el doble fondo de alrededor de $p = 5\text{kPa}$. Esta va ser la presión nominal para la cual se va resolver el problema. Debido a la acción



(a) Caso empotrado

(b) Caso simplemente apoyado

Figura 3: Tensiones calculadas de Von Mises para elementos Q8. Divisiones de elementos visible. Tensiones en Pascales. Se puede observar claramente el comportamiento diferente ante la restricción de giro. Un caso empotrado sufre de flexión en sus bordes mientras que la placa apoyada va fallar por corte.

ondulatoria de las olas[‡] el buque en realidad puede ser sometido a una presión aún mayor, por eso se va tomar un factor de seguridad $n = 3$ para cuando se optimize. Se van a modelar 4 claras (distancia entre varengas) y una vagra. Las longitudinales van a ser perfiles bulbo $280 \times 13\text{mm}$, $300 \times 13\text{mm}$ para el fondo y el doble fondo, respectivamente. La distancia entre varengas es de 3,25m y la distancia entre vagras 4,4m. Como no se dispone de perfiles bulbo en el programa a usar (NX 11.0 de Siemens) se utilizarán perfiles “L” de características similares. Las dimensiones de los perfiles L se obtuvieron para que los momentos de Inercia I_z , I_y sean lo más similares. Se utilizó WRESC[§] para obtener el perfil adecuado para cada bulbo:

$$c = \frac{L}{6,25} \quad d \approx \frac{15,25c}{\sqrt{L}} \quad \text{unidades consistentes} \quad (4)$$

donde c es el espesor del tramo largo (13mm en este caso) mas el sobresaliente del perfil “L” similar. d es el espesor del sobresaliente. L es la longitud identificadora del perfil bulbo. Ecuación verificada para un rango acotado de perfiles bulbo de espesor 13mm.

2.1. Método

Se planteo un modelo aprovechando el eje longitudinal simétrico y considerando simetría transversal. Cabe destacar que debido a esta última consideración puede haber discrepancia entre la realidad y lo que se plantea. Es decir, *considerar simetría sobre un eje transversal tomando en cuenta solo 4 claras de distancia es una decisión valida si los esfuerzos se normalizan en magnitud acercándose al borde sin soporte en z* .[¶] Caso contrario se debería tomar aún más claras para ver las tensiones mayores que se pueden llegar a alcanzar.

La simetría es aplicada de forma que se vean esfuerzos generados por el equilibrio entre las dos fuerzas predominantes en un buque, el peso y la presión hidrostática. Para lograr esto se aplican condiciones de borde de simetría en todos los bordes del modelo y una condición especial en un borde transversal y otro longitudinal. La condición a aplicar es un soporte en la dirección de la gravedad, en este caso, un soporte en z . Esto dará luz al efecto “reacción” del peso propio del buque ante la presión hidrostática.

2.2. Resultados y optimización

Como se puede ver, los esfuerzos se regularizan al acercarse al borde transversal sin soporte en z , lo cual nos da una idea que la situación vista en la figura 5 podría estar ocurriendo en el interior de un buque. Lo que puede llegar a llamar la atención es que las tensiones son relativamente bajas en los longitudinales.

[‡] Conocido como esfuerzos de quebranto.

[§] Whittingslow's Rapid Empirical Section Correlation for bulb-L.

[¶] Se explica a que se refiere con el borde sin soporte en z a continuación.

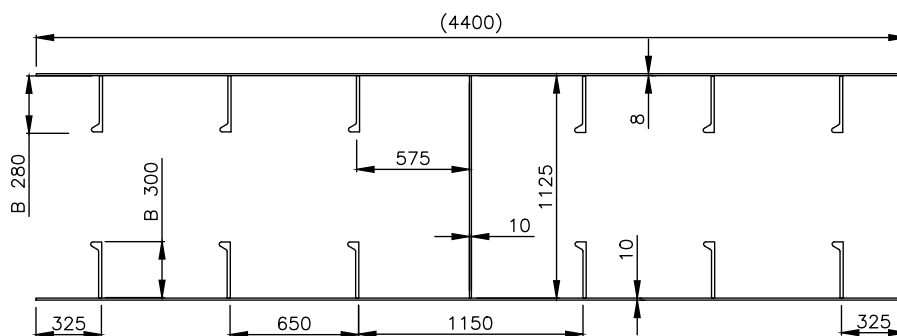


Figura 4: Corte transversal del modelo. La placa superior es el fondo y por el medio queda la vagra. La profundidad (longitud) del modelo es de 16,25m.

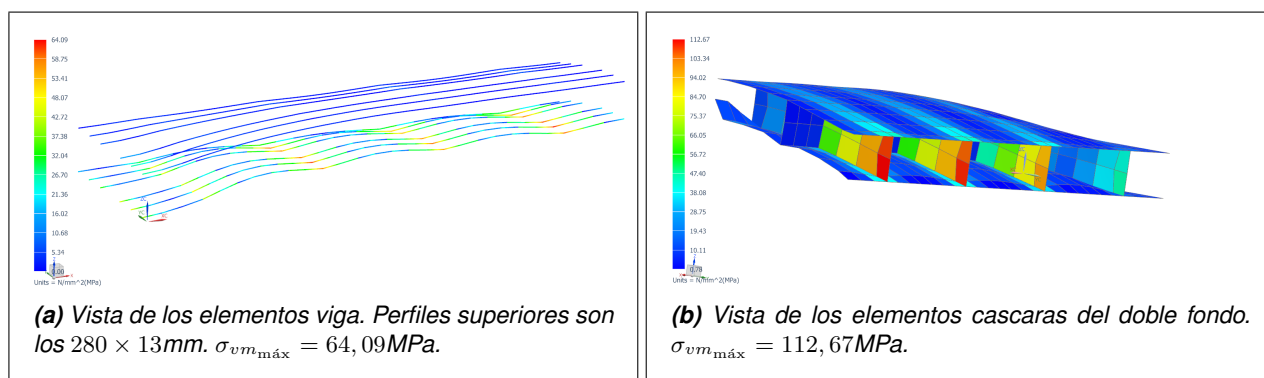


Figura 5: Tensiones máximas Von Mises en MPa.

Proceso de optimización

El material a usar para todos los elementos es el acero AISI 4340 *annealed* con una tensión admisible de 470MPa.

El proceso de optimización fue iterativo, cambiando los espesores de las vagras, varengas y fondos hasta que todos tengan una zona que este cerca de $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{n} \approx 150\text{MPa}$. También se redujeron las secciones de las longitudinales.

- $t_{vagras} = 5\text{mm}$
- $t_{varengas} = 10\text{mm}$
- $t_{fondo} = 4\text{mm}$
- $t_{doble\ fondo} = 7\text{mm}$
- Bulbos del fondo $280 \times 13\text{mm}$
- Bulbos del doble fondo $260 \times 13\text{mm}$

En la figura 6 se puede observar que las secciones quedaron dimensionadas de forma que la tensión ronde la zona amarilla alrededor de 130MPa. Existen zonas rojas que superan la tensión admisible, pero estas son singularidades y no deberían ser consideradas para el diseño.

3. Conclusión

Terminado el proceso de optimización, queda el trabajo de contrastarlo con resultados de la realidad o con bibliografía. Se invitan futuros ingenieros a comparar los resultados obtenidos con las curvas de Schade[Domínguez, 1969]. Se puede también continuar el trabajo de reafinar las secciones de las longitudinales pues no dejan de estar sobredimensionadas, incluso después de optimización.

Con esto dicho, el resultado predispone de buenas características. Se pueden observar campos de tensiones en el doble fondo (figura 6) similares a la de una placa empotrada (figura 3a). Se tiene también un

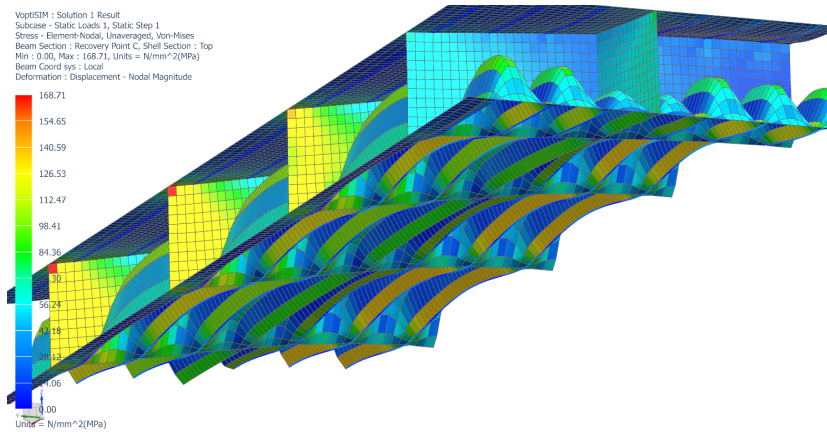


Figura 6: Tensiones son las de Von Mises del resultado final de la optimización.

pequeño relieve de tensiones en su cara central. Esto se debe a que los longitudinales no son perfectamente rígidos y aportan un pequeño giro a la placa. Se tiene entonces una superposición con el caso mencionado anteriormente, y el estado de tensiones de una placa simplemente apoyada (figura 3b).

En conclusión, un estudio preliminar básico puede ayudar inmensamente llegado al final de un informe, como hemos visto. Se ahorró la necesidad de comparar resultados gracias a la semejanza de placas planas con cascaras.

Referencias

Robert D Cook et al. *Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley & Sons, 2007.

Ricardo Martín Domínguez. Cálculo de estructuras de buques. *ETSIN-1969*, 1969.

Ansel C Ugural and Saul K Fenster. *Advanced strength and applied elasticity*. Pearson education, 2003.