

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

ELEMENTOS FINITOS II - 31.92

# ESTUDIO TÉCNICO DE UN SATÉLITE DE TITANIO UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

**Autor**

PATRICIO WHITTINGSLOW – 55423

Fecha de realización: 5 de julio de 2019

Fecha de entrega: .....

Firma del docente: .....



## Glosario

$\{R\}$	Vector de cargas térmicas.	$[C]$	Matriz de capacidad térmica.
$[K]$	Matriz de conductividad.	$\{T\}$	Vector de Temperaturas.

## Objetivo

Se va efectuar un estudio térmico de un satélite ubicado en el espacio profundo. El problema será resuelto mediante el método de elementos finitos.

## Hipótesis

- Material isótropo y homogéneo
- Propiedades sin dependencia de variables termodinámicas

## Método

El satélite será modelado como un cubo de titanio macizo. Este se encuentra en el vacío del espacio profundo, el cual tiene una temperatura  $T_{CMBR} = 2,7$  K. El modelo se simplifica tomando solo una octava parte del satélite, aprovechando la doble simetría.

El satélite tiene lados de longitud  $L = 0,8$  m. Las propiedades del titanio son las siguientes:

- $c_p = 528 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $\rho = 4500 \text{ kg m}^{-3}$
- $k = 17 \text{ W m}^{-1} \text{ K}$

Las condiciones de operación son las siguientes

- El medio del satélite opera a 300K.
- El satélite genera  $q_G = 2 \text{ kW m}^{-3}$
- El calor radiado tomando en cuenta el factor de forma queda  $q_r = 1.417 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4 \cdot (T^4 - T_{CMBR}^4)$

Para la resolución se dividió el satélite en 64, 512 y 1000 elementos H8 y se contrastó los resultados de la convergencia.

Las condiciones de borde son las siguientes

- Se fija el punto medio del satélite a 300K
- Las superficies expuestas del satélite intercambian calor con el entorno según la ecuación mencionada anteriormente

Comienza la iteración y termina una vez llegado a un error aceptable (ecuación 1)

$$e_{\text{convergencia}} = \frac{\|\{T\}^{n+1} - \{T\}^n\|}{\|\{T\}^n\|} < 10^{-7} \quad (1)$$

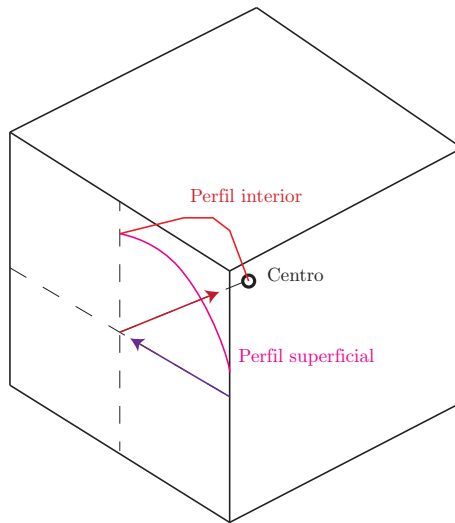
Se utiliza el método iterativo para resolver la radiación con relajación

$$\begin{cases} \{T_x\}_{\text{unrelaxed}}^{n+1} = [K_{xx}]^{-1} (\{R_x\}^n - [K_{xc}]\{T_c\}^n) \\ \{R\}^n = \{R_{\text{generado}}\} + \{R_{\text{rad}}\}^n \\ \{T\}^{n+1} = \{T\}^n + \frac{1}{k_R} \cdot (\{T\}_{\text{unrelaxed}}^{n+1} - \{T\}^n) \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\{R_{\text{rad}}\}^n$  está en función de la temperatura de la superficie a temperatura  $\{T\}^n$  y donde  $k_R$  es el factor de relajación. Para los casos resueltos se utilizó  $k_R = 16$ .

## Resultados

La figura 2 muestra el perfil de temperaturas dentro del satélite en su interior mientras que la figura 3 muestra el perfil superficial del satélite.



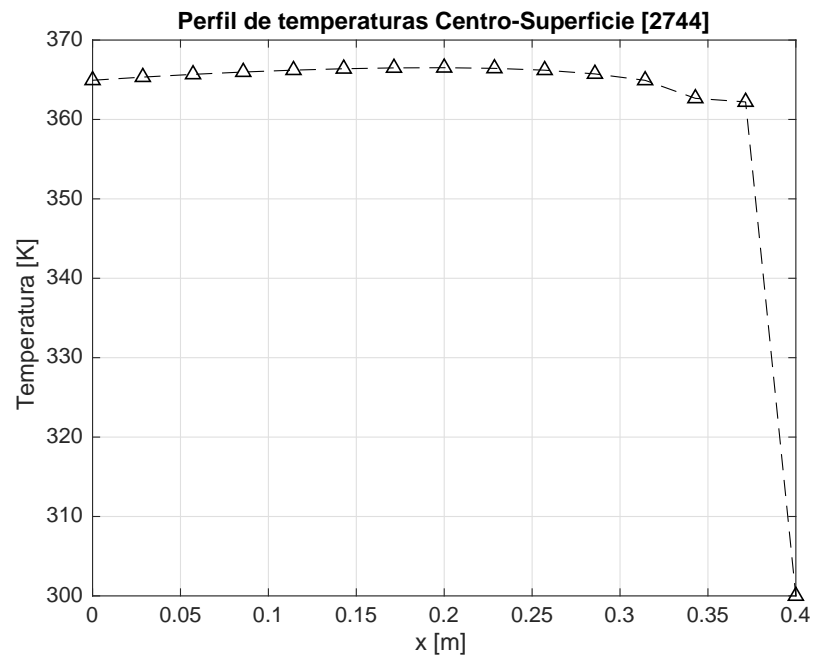
**Figura 1:** Orientación de gráficos.

Se puede observar en la figura ?? como la solución converge tal que el punto más caliente de la superficie está en su centro (figure ??).

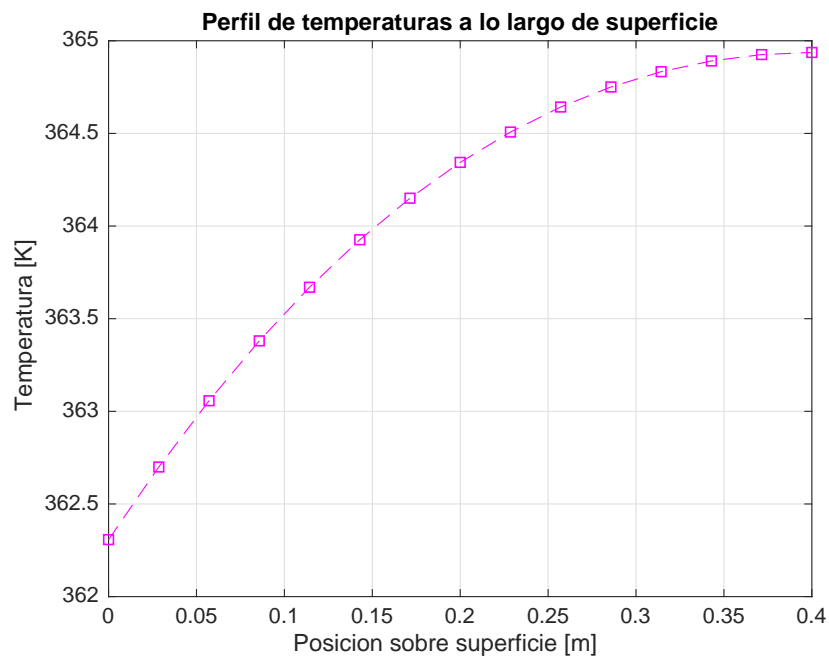
El modelado de la radiación en transitorio conlleva una dinámica fuertemente no lineal. Un sistema simple como un cubo puede devolver perfiles de temperatura que pueden no tener una razón de ser inmediatamente aparente. En la figura ?? podemos ver como los bordes están mas fríos que el centro de la cara radiadora. Es razonable pensar que los bordes tienen más superficie que los rodea y por ende terminan radiando más que el centro de la cara que se encuentra rodeada por masa. Sin embargo también entra en juego el medio del satélite, el cual se encuentra a una temperatura (300K) más fría que el resto del satélite. El centro se encuentra más cerca a la parte de la cara más caliente, sin embargo, su efecto enfriador se extiende hasta 25% del camino a la cara, como se puede ver en la figura ??.

## Conclusión

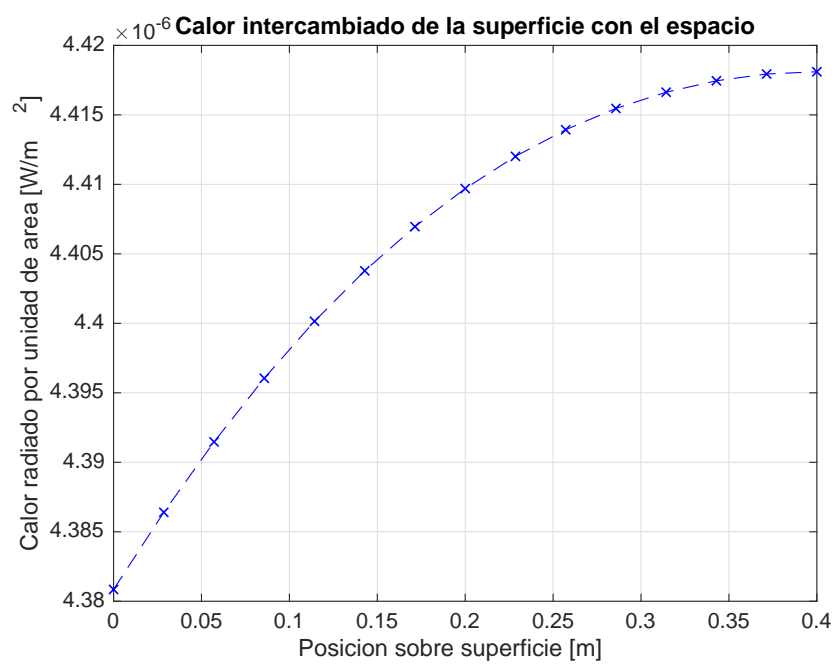
En conclusión, la radiación conlleva una fuerte no linealidad la cual debe ser considerada y resuelta iterando cuando no se tiene otros efectos que dominen en las superficies, como la convección.



**Figura 2:** Perfil de temperaturas para 15 divisiones de lado. El gráfico comienza sobre el medio de la superficie del satélite ( $x = 0$ ) y continúa hasta llegar al centro del satélite ( $x = 0,4m$ ).



**Figura 3:** Perfil de temperaturas de la superficie para 15 divisiones de lado.



**Figura 4:** Calor intercambiado de la superficie con el espacio. 15 divisiones de lado.