

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

ELEMENTOS FINITOS II - 31.92

ESTUDIO DE UNA VIGA

Y un motor a venir

Autor

PATRICIO WHITTINGSLOW – 55423

Fecha de realización: 9 de mayo de 2019

Fecha de entrega:

Firma del docente:



Glosario

$\{R\}$	Vector de cargas externas.	$\{D\}$	Vector de desplazamientos.
$[K]$	Matriz de rigidez.	p	Carga de presión.
$[M]$	Matriz de masa.	κ_0	Curvatura de placa inicial.

Índice

1. Introducción Teórica	1
1.1. Método	2
1.2. Resultados	2
1.3. Conclusiones	2

1. Introducción Teórica

Cuando se tiene una carga dependiente del tiempo la respuesta estructural también lo es. En el caso que sea un problema cuasiestático la resolución se puede hacer para los instantes de tiempos interesantes. Caso contrario se precisa efectuar un *análisis dinámico*.

$$\text{Cuasiestático: } [K]\{D\} = \{R\} \longrightarrow \text{Dinámico: } [M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{R\}$$

donde el termino $[K]\{D\}$ suele ser referido como las *fuerzas internas*, y $\{R\}$ siendo las *fuerzas externas*.

El análisis dinámico busca la forma de deformación del sistema cuando este se encuentra excitado por cargas a una frecuencia cercana a la natural. La respuesta en deformación del sistema con una carga cíclica puede ser menor o mayor que con cargas estáticas de misma magnitud máxima, pero cuando la frecuencia de carga se acerca a la natural las deformaciones serán mucho mayor.

Debido a este último punto es de sumo interés conocer la frecuencia natural de un sistema que tiene la posibilidad de someterse a una carga cíclica. Incluso puede ser de gran utilidad conocer el modo de deformación para entender como el sistema almacena energía. Un caso famoso de falla por resonancia es el de *Tacoma Narrows* (Angostas de Tacoma, en español). La sección del puente tenía una forma doble-T acostado que, al girar en presencia de un viento con velocidad particular, creaba una diferencia de presiones excitadora entre el lado superior e inferior así contribuyendo al giro hasta por fin fallar.

Problema

Hallar para el problema descrito en la figura 1:

- Frecuencias Naturales
- Amortiguamiento modal y proporcional
- Carga armónica
- Frecuencia de Barrido

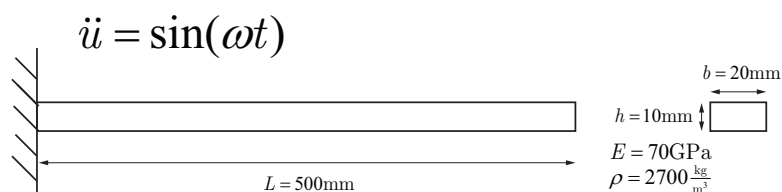


Figura 1: Se resolvió para una viga de aluminio empotrada excitada por una aceleración uniforme.

Cabe destacar que el enunciado original otorgado por la cátedra sugería usar para la aceleración excitadora $\ddot{u} = \sin(\Omega x)$, el cual nos daría un sistema cuasiestático poco interesante.*

*a no ser que Ω esté en función del tiempo y no se haya especificado

1.1. Método

Se resuelve el problema por método de los elementos finitos utilizando vigas de dos nodos. Cada nodo tiene dos grados de libertad, v como el desplazamiento en y y θ siendo el giro de la viga en el plano xy .

La matriz de masa usada es *consistente*. Esta y la matriz de rigidez toman la forma: [Cook et al.(2007), p.379]

$$[\mathbf{m}]_{\text{viga}} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad [\mathbf{k}]_{\text{viga}} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Se resuelve el problema de autovalores para el sistema sin amortiguamiento (1) y se obtienen las frecuencias naturales del sistema

$$([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}])\{\mathbf{D}\} = 0 \quad (1)$$

Luego se busca la respuesta armónica del sistema ante la carga conocida

1.2. Resultados

Las primeras tres frecuencias naturales obtenidas con una solución de 8 elementos.

$$\{\Omega\} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ 7259 \text{ rad/s} \\ 2591 \text{ rad/s} \\ 413 \text{ rad/s} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ 1155 \text{ hz} \\ 412 \text{ hz} \\ 65,8 \text{ hz} \end{Bmatrix}$$

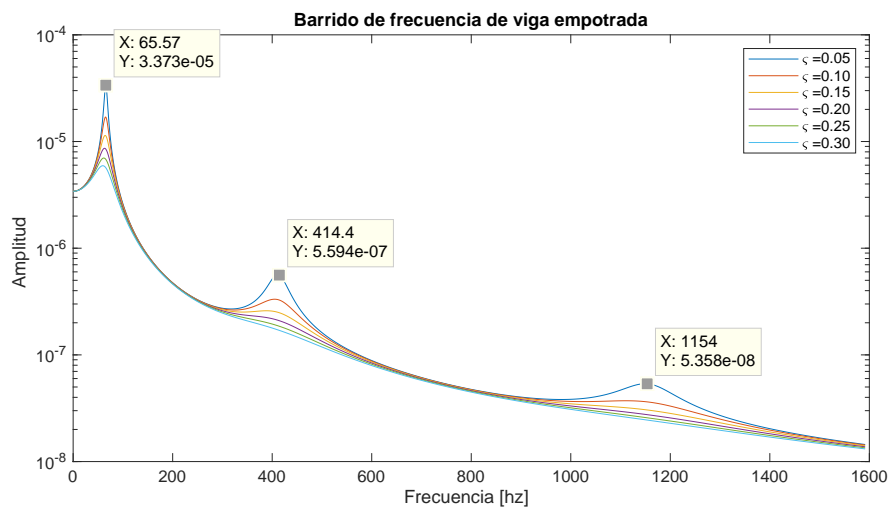


Figura 2: Barrido de frecuencia **modal**. Valores de amplitud máxima recuadrados.

1.3. Conclusiones

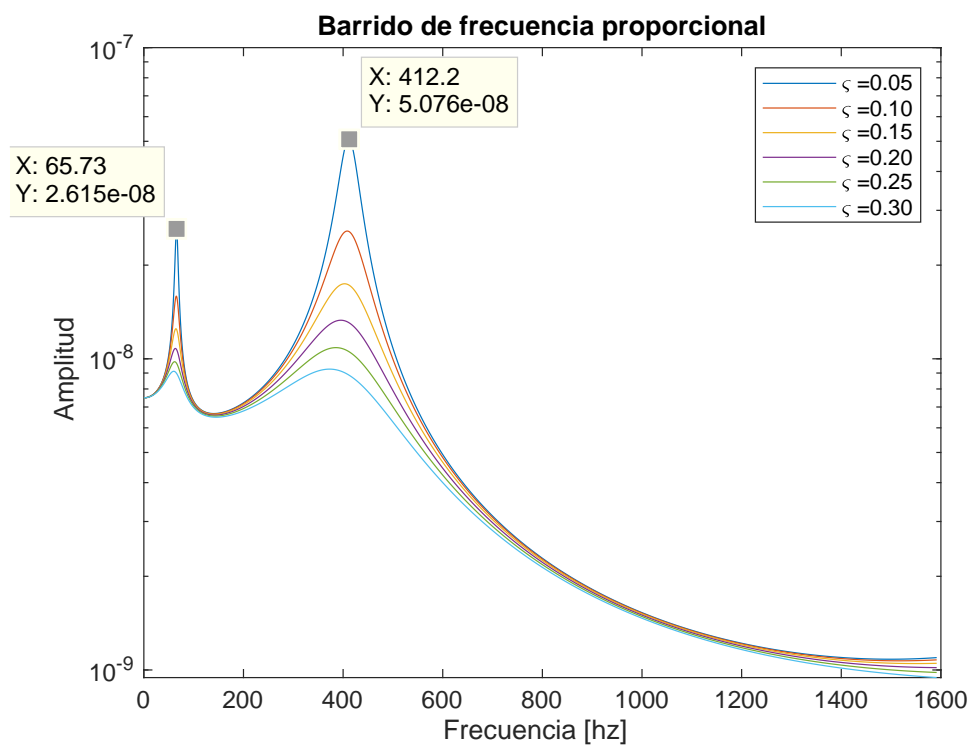


Figura 3: Barrido de frecuencia **proporcional**. Valores de amplitud máxima recuadrados.

Referencias

[Cook et al.(2007)] Robert D Cook et al. *Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley & Sons, 2007.