

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

ELEMENTOS FINITOS II - 31.92

ESTUDIO TÉCNICO DE UN SATÉLITE DE TITANIO UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Autor

PATRICIO WHITTINGSLOW – 55423

Fecha de realización: 29 de junio de 2019

Fecha de entrega:

Firma del docente:



Glosario

| | | | |
|------------------|----------------------------|------------------|------------------------------|
| $\{\mathbf{R}\}$ | Vector de cargas térmicas. | $[\mathbf{C}]$ | Matriz de capacidad térmica. |
| $[\mathbf{K}]$ | Matriz de conductividad. | $\{\mathbf{T}\}$ | Vector de Temperaturas. |

Objetivo

Se va efectuar un pequeño estudio térmico de un satélite ubicado en el espacio profundo. El problema será resuelto mediante el método de elementos finitos y se analizarán las limitaciones de la resolución.

Hipótesis

- Material isótropo y homogéneo
- Propiedades sin dependencia de variables termodinámicas

Método

El satélite será modelado como un cubo de titanio macizo. Este se encuentra en el vacío del espacio profundo, el cual tiene una temperatura $T_{\text{CMBR}} = 2,7 \text{ K}$. El modelo se simplifica tomando solo una octava parte del satélite, aprovechando la doble simetría.

El satélite tiene lados de longitud $L = 0,8 \text{ m}$. Las propiedades del titanio son las siguientes:

- $c_p = 528 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $\rho = 4500 \text{ kg m}^{-3}$
- $k = 17 \text{ W m}^{-1} \text{ K}$

Las condiciones de operación son las siguientes

- El medio del satélite opera a 300 K .
- El satélite genera $q_G = 2 \text{ kW m}^{-3}$
- El calor radiado tomando en cuenta el factor de forma queda $q_r = 1.417 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4 \cdot (T^4 - T_{\text{CMBR}}^4)$

Para la resolución se dividió el satélite en 64, 512 y 1000 elementos H8 y se contrastó los resultados de la convergencia.

Las condiciones de borde son las siguientes

- Se fija el punto medio del satélite a 300 K
- Las superficies expuestas del satélite intercambian calor con el entorno según la ecuación mencionada anteriormente

Antes de comenzar la iteración se resuelve el sistema en régimen estacionario sin radiación con temperatura de superficie igual a 2.7 grados kelvin para obtener un perfil preliminar. Luego comienza la iteración con el perfil de temperaturas obtenidas y termina una vez llegado a un error aceptable (ecuación 1)

$$e_{\text{convergencia}} = \frac{\|\{\mathbf{T}\}^{n+1} - \{\mathbf{T}\}^n\|}{\|\{\mathbf{T}\}^n\|} < 10^{-8} \quad (1)$$

Se utiliza el método iterativo para resolver la radiación

$$\begin{cases} \{\mathbf{T}\}^{n+1} = [\mathbf{K}]^{-1} \left(\{\mathbf{R}\}^{n+\frac{1}{2}} - [\mathbf{K}]\{\mathbf{T}\}^n \right) \\ \{\mathbf{R}\}^{n+\frac{1}{2}} = \{\mathbf{R}_{\text{generado}}\} + \{\mathbf{R}_{\text{rad}}\}^n \end{cases} \quad (2)$$

Resultados

Se puede observar en la figura 1 como la solución converge tal que el punto más caliente de la superficie está en su centro (figure 3a).

El modelado de la radiación en transitorio conlleva una dinámica fuertemente no lineal. Un sistema simple como un cubo puede devolver perfiles de temperatura que pueden no tener una razón de ser inmediatamente aparente. En la figura 3b podemos ver como los bordes están mas fríos que el centro de la cara radiadora. Es razonable pensar que los bordes tienen más superficie que los rodea y por ende terminan radiando más que el centro de la cara que se encuentra rodeada por masa. Sin embargo también entra en juego el medio del satélite, el cual se encuentra a una temperatura (300K) más fría que el resto del satélite. El centro se encuentra más cerca a la parte de la cara más caliente, sin embargo, su efecto enfriador se extiende hasta 25% del camino a la cara, como se puede ver en la figura 3a.

Conclusión

En conclusion, la radiacion conlleva una fuerte no linealidad la cual debe ser considerada y resuelta iterando cuando no se tiene otros efectos que dominen en las superficies, como la conveccion.

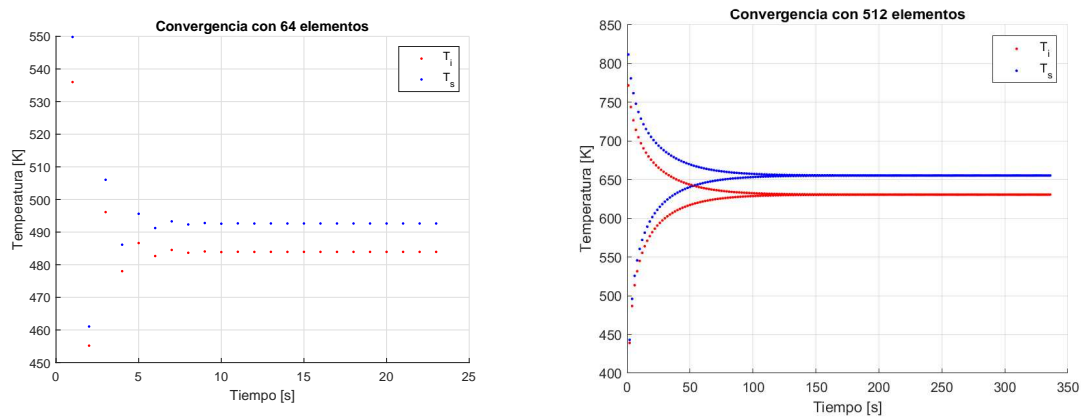
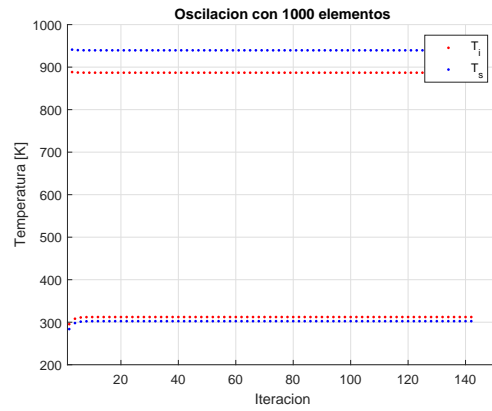
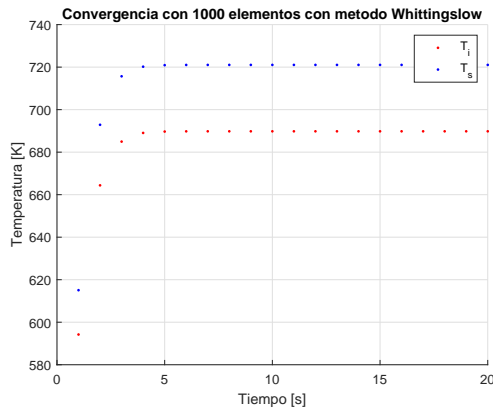


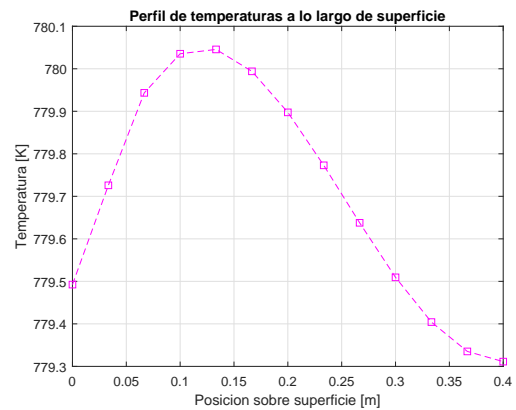
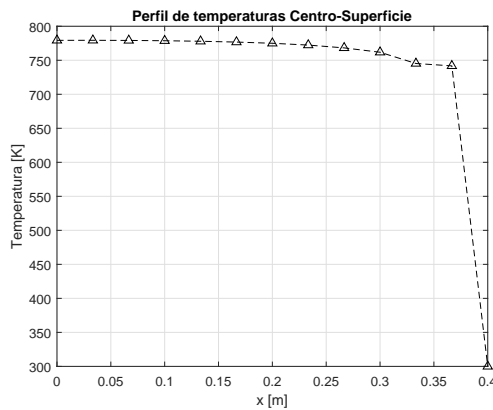
Figura 1: Cada punto representa una iteración. Se gráfico una temperatura de interior T_i cerca del centro y otra sobre la superficie radiante del satélite T_s para distintas cantidades de elementos.



(a) Convergencia ocurre para una temperatura sobre la superficie de 310K, aproximadamente.

(b) Convergencia ocurre para una temperatura sobre la superficie de 310K, aproximadamente.

Figura 2: Cada punto representa una iteración. Se gráfico una temperatura de interior T_i cerca del centro y otra sobre la superficie radiante del satélite T_s para distintas cantidades de elementos.



(a) $x = 0,4$ m es el centro del satélite y $x = 0$ m es la superficie.

(b) $x = 0,4$ m es en el borde del satélite y $x = 0$ m es en el centro de la superficie.

Figura 3: Nota: los puntos $x = 0,4$ m coinciden en ambos gráficos.