APOCALIPSIS ZOMBIE

GRUPO 12

Diego Cuenca
Enrique de Vicente
Alejandro Díaz
Pablo Arbelo

13 de mayo de 2018

Introducción:

"Era el mejor de los tiempos a la vez que el peor, la edad de la sabiduría, y también de la locura; la época de las creencias y de la incredulidad; la era de la luz y de las tinieblas; la primavera de la esperanza y el invierno de la desesperación. Todo lo poseíamos, pero no teníamos nada. El día llegó… The Walking Dead había sido solo un aviso."

El objetivo del presente informe es ilustrar los resultados obtenidos en el estudio de un apocalipsis zombi en distintas variantes. Para ello, utilizamos el método de Euler, que nos permite resolver sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias en función del tiempo.

A continuación, se muestra la leyenda con el significado de los parámetros utilizados en los distintos casos:

Símbolo	Significado
a	Tasa de natalidad
b	Tasa de mortalidad natural
c	Efectividad de la vacuna (Depende de t)
d	Tasa de vacunación a humanos
f	Tasa de conversión de infectados a zombis
g	Tasa de asesinatos de zombis por humanos
i	Tasa de muerte natural de zombis
k	Zombis puestos en cuarentena.
l	Infectados puestos en cuarentena
n	Tasa de infección
o	Tasa de conversión de muertos a zombis
p	Individuos en cuarentena que intentan escapar y mueren en el intento.

CASO 1: MODELO SENCILLO

En este modelo únicamente aparecen los grupos de individuos Zombis (Z), Humanos (H) y Muertos (M), en función de los parámetros a, b, g, i y o (ver leyenda). Se relacionan mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

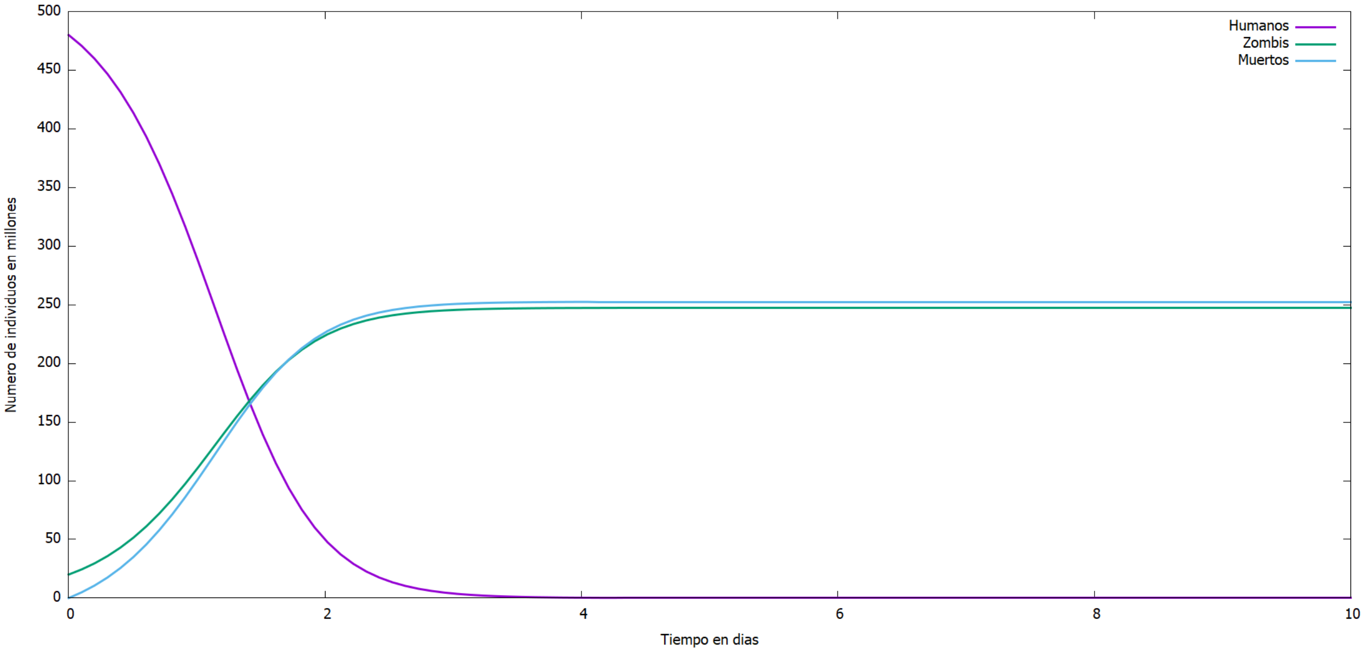
$$H' = a - gHZ - bH$$
$$Z' = gHZ + oM - iHZ$$
$$M' = bH + iHZ - oM$$

Dicho modelo ha sido estudiado en función de diferentes condiciones iniciales; a continuación, se muestran dos variantes del mismo:

1.1

Grupo	Valor inicial
Zombis	20
Humanos	480
Muertos	0
Tiempo final	10

Parámetro	Valor
a	0
b	0.0001
g	0.0095
i	0.005
o	0.0001



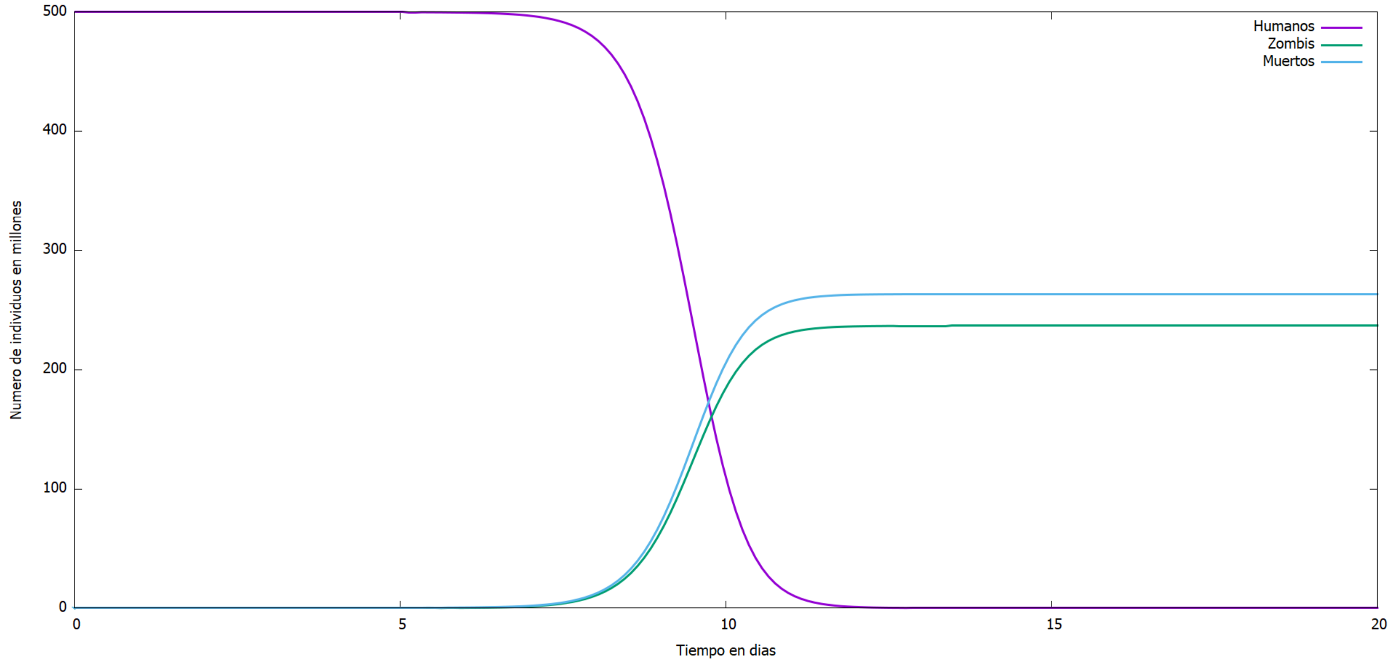
Se puede apreciar que, con estas condiciones y parámetros, el número de humanos desciende rápidamente hasta ser nulo, mientras que simultáneamente muertos y zombis crecen hasta encontrar el equilibrio y mantenerse constantes en apenas tres días.

1.2

Grupo	**Valor inicial**
Zombis	0
Humanos	500
Muertos	0
Tiempo final	20

Parámetro	**Valor**
a	0
b	0.0001
g	0.0095
i	0.005
o	0.0001

En este caso se han mantenido los parámetros y se han variado las condiciones iniciales: aumentamos ligeramente los humanos y consideramos nulos los muertos y zombis en primera instancia, además de doblar el tiempo analizado. Con estas condiciones, los humanos tardan más tiempo en desaparecer por completo y los zombis y muertos también en alcanzar sus valores constantes de equilibrio.



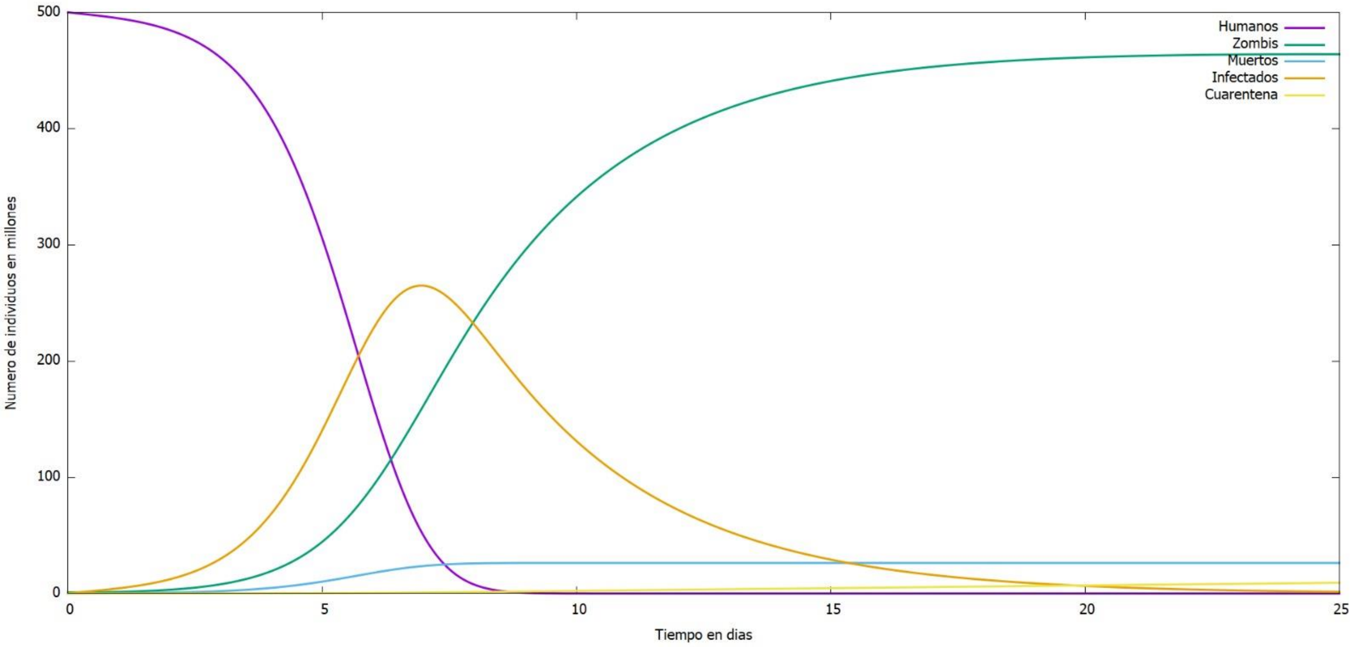
CASO 2: MODELO COMPLEJO: CUARENTENA

Para este modelo incorporamos dos nuevos grupos: Infectados (I) y en Cuarentena (Q), cuyo sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$H' = a - gHZ - bH$$
$$Z' = fI + oM - iHZ - kZ$$
$$M' = bH + bI + iSZ - oM + pQ$$
$$I' = gHZ - (f+b+l)I$$
$$Q' = lI + kZ - pQ$$

Grupo	Valor inicial
Humanos	500
Zombis	1
Muertos	0
Infectados	0
En Cuarentena	0
Tiempo Final	25

Parámetro	Valor
a	0
b	0
f	0.3
g	0.0095
i	0.0005
k	0.001
l	0.001
o	0.0001
p	0.0001



Se observa en la gráfica que con 500 millones de humanos inicialmente y 1 millón de zombis, sin representantes de los demás grupos en primera instancia, y midiendo la evolución en 25 días, antes de alcanzar el ecuador del tiempo medido los humanos iniciales han desaparecido, mientras que los zombis crecen en gran medida (por el alto valor del parámetro f) y los infectados aumentan considerablemente para después disminuir, encontrando finalmente el equilibrio a los 25 días.

CASO 3: MODELO PROPIO

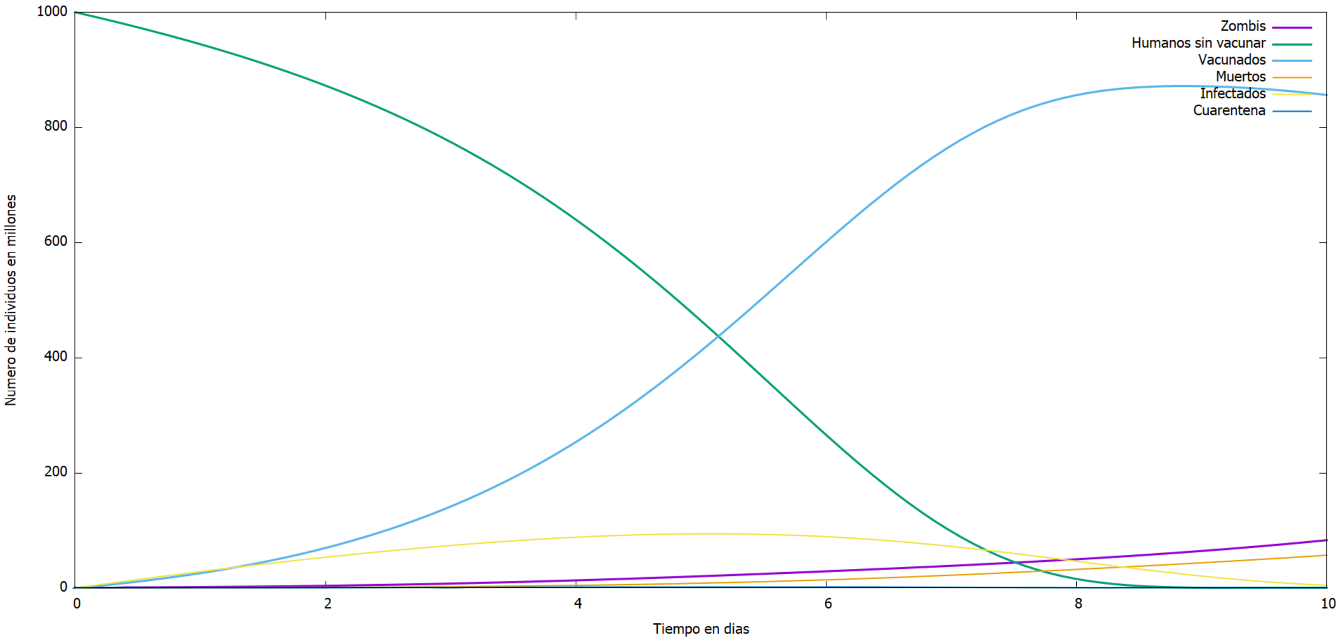
En este modelo encontramos las siguientes ecuaciones, incluyendo el nuevo grupo de Vacunados (V), siendo ahora H los Humanos sin vacunar:

$$Z' = oM + gHZ + fI - kZ - iZH - iZV$$
$$H' = a - bH - cdH - gHZ - ncH$$
$$V' = -gVZ - bV + cdQ + cdH + ceI$$
$$M' = -oM + gVZ + bH + bV + iZH + iZV$$
$$I' = -ceI + ncH - lI - fI$$
$$Q' = -cdQ + lI + kZ$$

3.1

Grupo	Valor inicial
Humanos sin vacunar	500
Humanos vacunados	0
Zombis	1
Muertos	0
Infectados	0
En Cuarentena	0
Tiempo Final	10

Parámetro	Valor
a	0
b	0
c	1.8^t
d	0.02
e	0.005
f	0.04
g	0.0005
i	0.0005
k	0.03
l	0.01
n	0.03
o	1



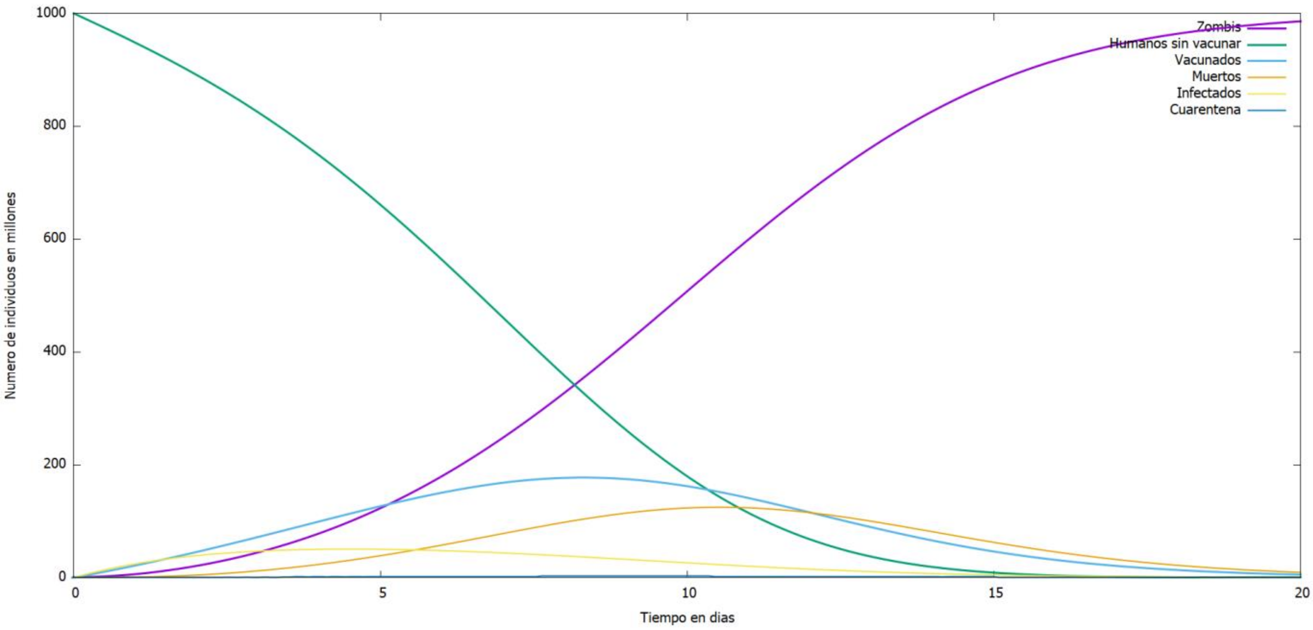
Con estos datos iniciales y valor de los parámetros, se puede apreciar en la anterior gráfica que los vacunados consiguen la supervivencia y los zombis y los muertos se mantienen en un valor no demasiado elevado, mientras que los infectados desaparecen a los 10 días.

3.2

Grupo	Valor inicial
Humanos sin vacunar	500
Humanos vacunados	0
Zombis	1
Muertos	0
Infectados	0
En Cuarentena	0
Tiempo Final	20

Parámetro	Valor
a	0
b	0
c	1.2^{t}
d	0.02
e	0.005
f	0.4
g	0.0005
i	0.0005
k	0.03
l	0.01
n	0.03
o	1

Doblando el tiempo estudiado y manteniendo el resto de condiciones iniciales respecto al modelo anterior, disminuyendo la efectividad de la vacuna (c) y aumentando diez veces la tasa de conversión de infectados a zombis, es ahora este último grupo el que consigue la victoria y alcanza casi los 1000 millones en 20 días, mientras que los vacunados, aunque inicialmente crecen, pronto desaparecen por la poca efectividad de la vacuna y el aumento de infectados que pasan a ser zombis; estos efectos pueden observarse en la siguiente gráfica.



IMPLEMENTACIÓN: EULER IMPLÍCITO

Aunque al principio la subrutina de Euler implícito estaba específicamente dedicada a este programa, la hemos conseguido separar con la licencia que nos hemos tomado de crear una subrutina que calcule el jacobiano y otra del método de Newton-Raphson aplicado a sistemas de ecuaciones pero sólo para Euler implícito.

```
u(:,:) = eulerimp(a,b,n,u0,m,zombies3)
```

En el programa principal llamamos a la función eulerimp para rellenar una matriz u (cada columna es un punto, la primera fila el tiempo en cada punto y las siguientes filas son los grupos de población). a, b, n, u0, m y zombies3 son, por orden, tiempo inicial, tiempo final, número de divisiones del intervalo, vector columna de condiciones iniciales, número de ecuaciones, función vectorial con las ecuaciones.

```
tol = 10.d0**(-8)
h = (b-a)/n
eulerimp(1,1) = a
eulerimp(2:m+1,1) = u0(:)

do i = 1,n
    eulerimp(1,i+1) = a+i*h
    call newton_raphsonmod(eulerimp(:,i+1),eulerimp(2:m+1,i+1),eulerimp(2:m+1,i),tol,h,m,f1)
enddo
```

Ya dentro de la función del euler implícito, y después de declarar lo que haga falta, definimos una tolerancia para el método de newton-raphson y h como el diferencial de tiempo a partir de b, a, y n.

Rellenamos la matriz eulerimp con las condiciones iniciales. Dentro del bucle desde 1 a n (hay n+1 puntos pero el primero son las condiciones iniciales) calculamos el tiempo que corresponde al punto i+1 y llamamos a la subrutina newtonraphson modificada.

En los argumentos de entrada van por orden, el tiempo, lo que queremos saber (los valores de los grupos poblacionales en ese instante), el punto inicial (escogemos los valores del punto anterior porque van a estar cerca de la solución), la tolerancia, el diferencial de tiempo, el número de ecuaciones y la función vectorial con las ecuaciones diferenciales.

```
X0(2:m+1) = Yi
max_iter = 100000
allocate(JFA(m,m+1),Y(m))

do i = 1,max_iter
    if(norma2(Yi+h*f1(X0,m)-X0(2:m+1))<tol) EXIT
    JFA(:,1:m) = jacobmod(X0,Yi,h,m,f1)
    JFA(:,m+1) = Yi+h*f1(X0,m)-X0(2:m+1)
    call metgauss(JFA,Y)
    X0(2:m+1) = X0(2:m+1) - Y
enddo
SOL = X0(2:m+1)
```

En newton-raphson, después de declarar lo necesario, se trata de una subrutina normal de newton-raphson solo que en vez de querer hallar ceros en las ecuaciones diferenciales, F, los hallamos en la ecuación $\mathbf{0 = X_{t-1}+h*F(X_t,m)-X_t}$.
En medio del código llamamos a la función modificada del jacobiano, que respecto a la original tiene por argumento de entrada extra Yi, que corresponde con X_{t-1}.

```
do j = 1,m
    xcet = X0
    xcet(j+1) = xcet(j+1)-h
    fant = Yi+hx*f1(xcet,m)-xcet(2:m+1)
    xcet(j+1) = xcet(j+1)+2*h
    fpost = Yi+hx*f1(xcet,m)-xcet(2:m+1)
    do i = 1,m
        jacobmod(i,j) = derivada1_centradaO2(fant(i),fpost(i),h)
    enddo
enddo
```

Ídem. Estamos calculando la derivada centrada en el punto, pero no dado por F, sino por
$\mathbf{0 = X_{t-1}+h*F(X_t,m)-X_t}$.

Y eso es todo. Hay otros caminos para hacerlo pero este es el que hemos elegido tomar, no llega a las 100 líneas (euler+newton-raphson+jacobiano) y funciona.