



## IEL – protokol k projektu

Adam Ližičiar  
xlizic00

17. decembra 2021

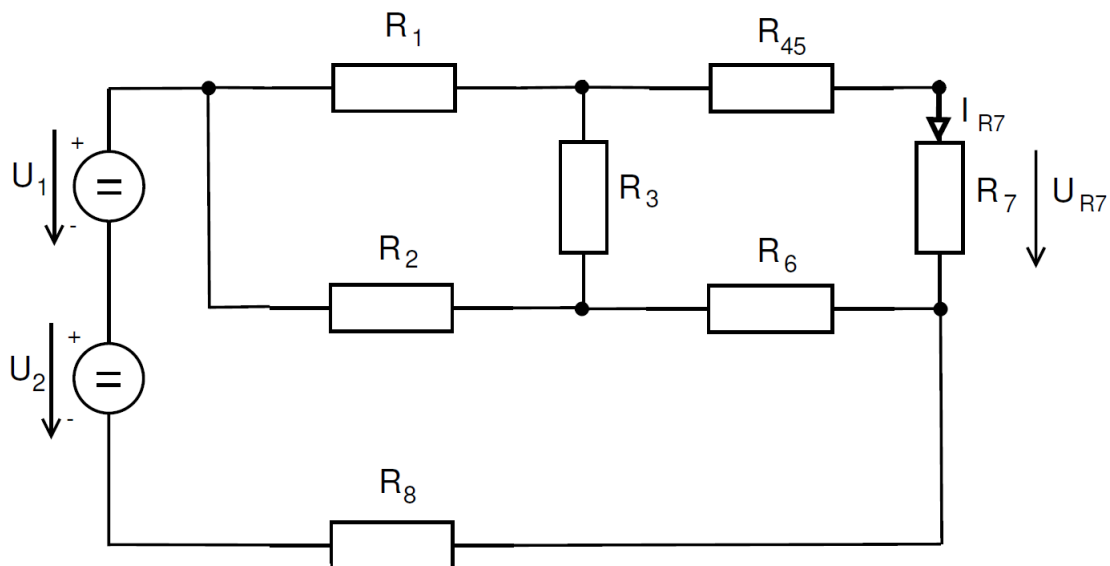
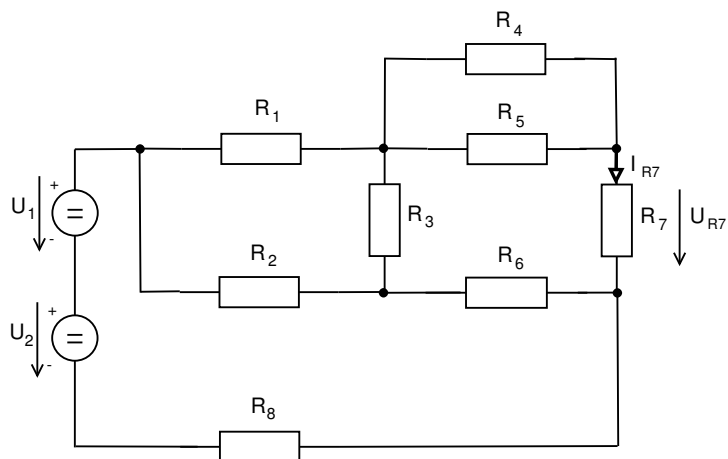
### Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	7
3	Příklad 3	10
4	Příklad 4	12
5	Příklad 5	14
6	Shrnutí výsledků	16

## Příklad 1

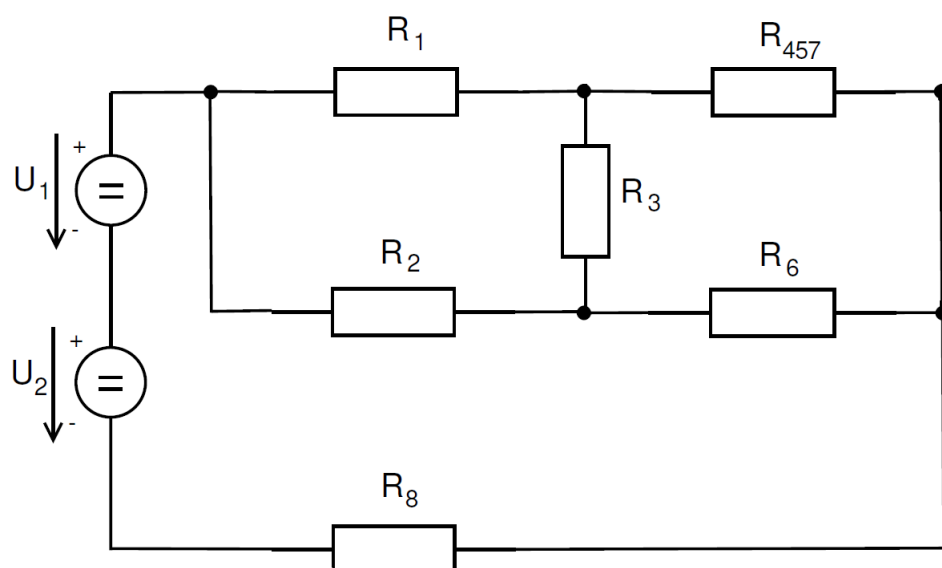
Stanovte napětí  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
G	130	60	380	420	330	440	450	650	410	275



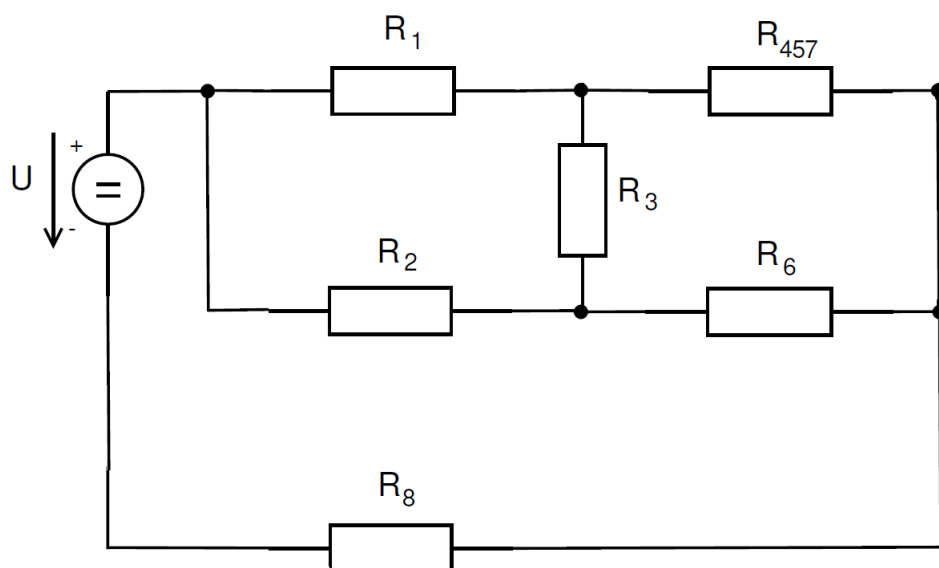
**Krok 1** - Zjednodušenie  $R_4$  a  $R_5$  podľa vzorca pre paralelne zapojené rezistory.

$$R_{45} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{440 \times 450}{440 + 450} = 222,4719\Omega$$



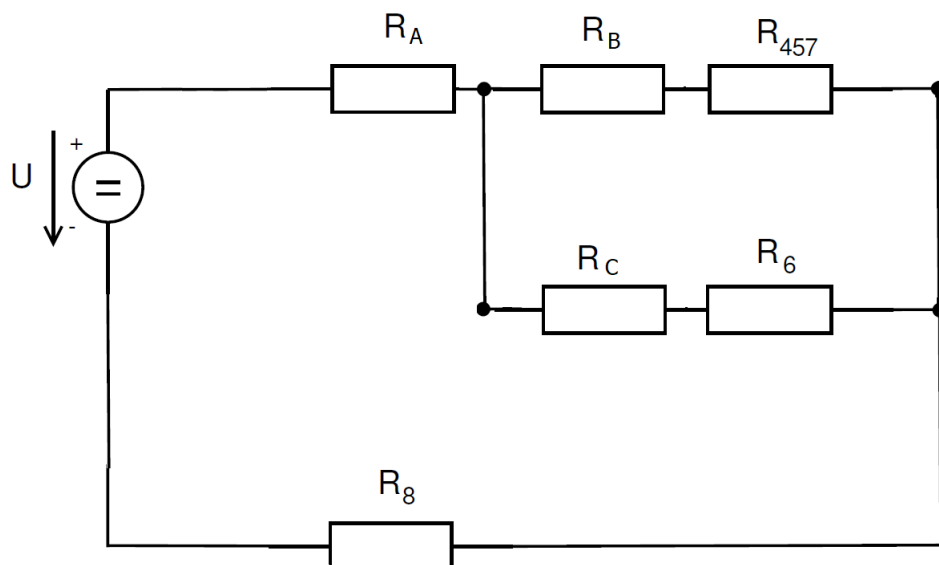
**Krok 2** - Zjednodušenie  $R_{45}$  a  $R_7$  podľa vzorca pre sériovo zapojené rezistory.

$$R_{457} = R_{45} + R_7 = 222,4719 + 410 = 632,4719\Omega$$



**Krok 3** - Zjednodušenie napätia  $U_1$  a  $U_2$ .

$$U = U_1 + U_2 = 130 + 60 = 190V$$

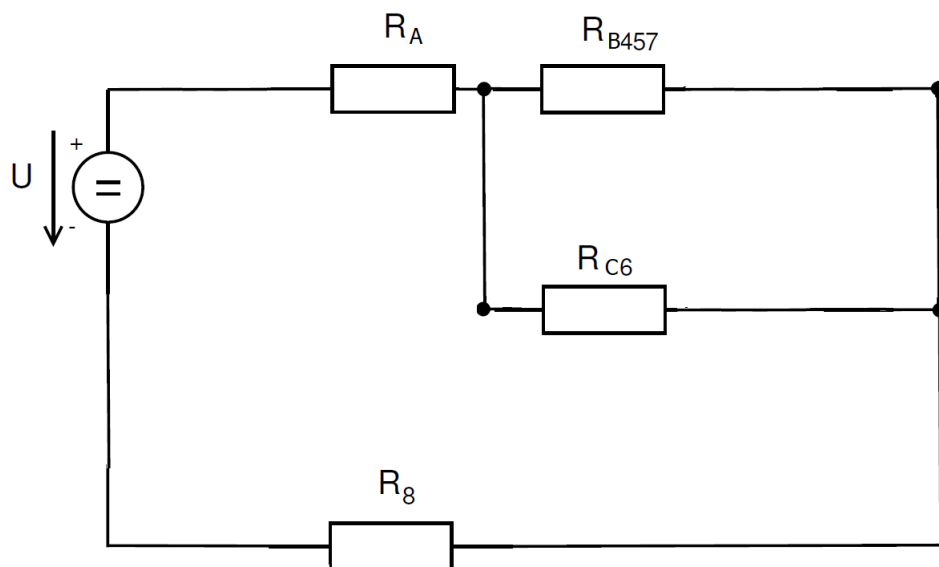


**Krok 4** - Zjednodušenie  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  pomocou rozloženia trojuholníka na hviezdu.

$$R_A = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

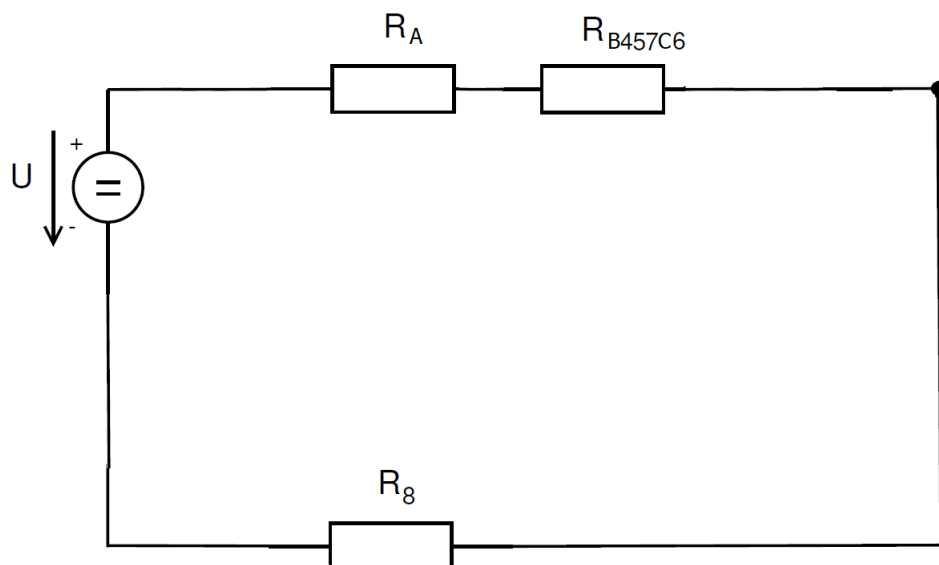
$$R_C = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



**Krok 5** - Zjednodušenie  $R_B$  a  $R_{457}$  podľa vzorca pre sériovo zapojené rezistory a taktiež zjednodušenie  $R_C$  a  $R_6$  podľa vzorca pre sériovo zapojené rezistory.

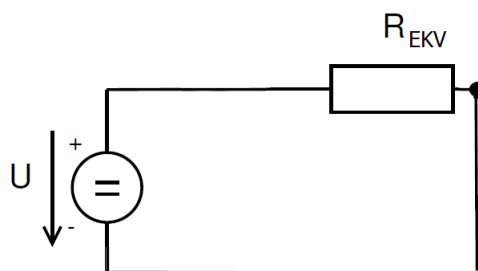
$$R_{B457} = R_B + R_{457} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + R_{457} = \frac{380 \times 330}{380 + 420 + 330} + 632,47 = 110,9735 + 632,4719 = 743,4454\Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6 = \frac{420 \times 330}{380 + 420 + 330} + 650 = 122,6549 + 650 = 772,6549\Omega$$



**Krok 6** - Zjednodušenie  $R_{B457}$  a  $R_{C6}$  podľa vzorca pre paralelne zapojené rezistory.

$$R_{B457C6} = \frac{R_{B457} \times R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{743,4454 \times 772,6549}{743,4454 + 772,6549} = 378,8844\Omega$$



**Krok 7** - Zjednodušenie  $R_A$ ,  $R_{B457C6}$  a  $R_8$  podľa vzorca pre sériovo zapojené rezistory.

$$R_{EKV} = R_A + R_{B457C6} + R_8 = \frac{380 \times 420}{380 + 420 + 330} + 378,8844 + 275 = 795,1233\Omega$$

Výpočet prúdu

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{190}{795,1233} = 0,2390mA$$

Teraz spätne dopočítame  $\mathbf{U_{R5}}$  a  $\mathbf{I_{R5}}$ :

Vypočítame si úbytok napätia na  $R_{B457C6}$  pomocou prúdu, ktorý sa v sériovom obvode nemení.

$$U_{R_{B457C6}} = I \times R_{B457C6} = 0,2390 \times 378,8844 = 90,5534V$$

$$U_{R_{B457C6}} = U_{R_{B457}} = U_{R_{C6}}$$

Dopočítame si  $\mathbf{I_{R7}}$ :

$$\mathbf{I_{R7}} = I_{R_{B457}} = \frac{U_{R_{B457}}}{R_{B457}} = \frac{90,5534}{743,4454} = \mathbf{0,1218A}$$

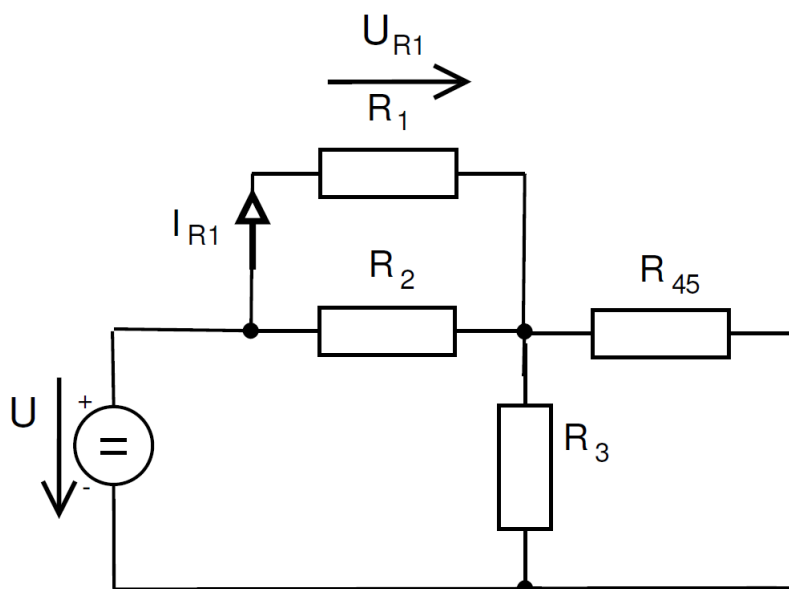
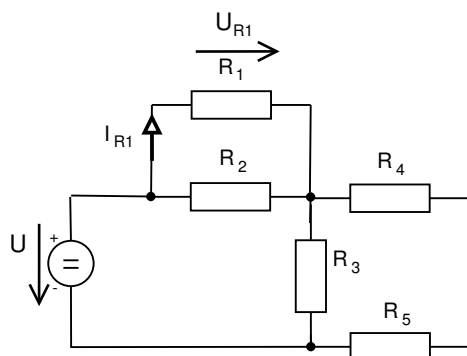
Dopočítame úbytok napätia na  $\mathbf{U_{R7}}$ :

$$\mathbf{U_{R7}} = I_{R7} \times R_7 = 0,1218 \times 410 = \mathbf{49,9380V}$$

## Příklad 2

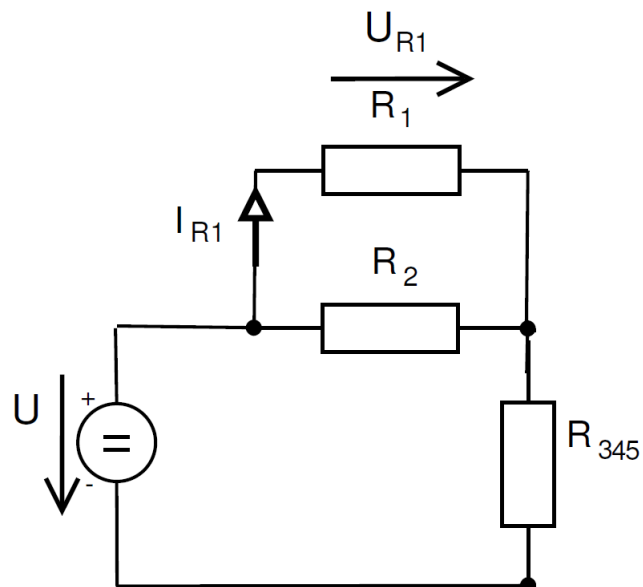
Stanovte napětí  $U_{R1}$  a proud  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
C	200	70	220	630	240	450



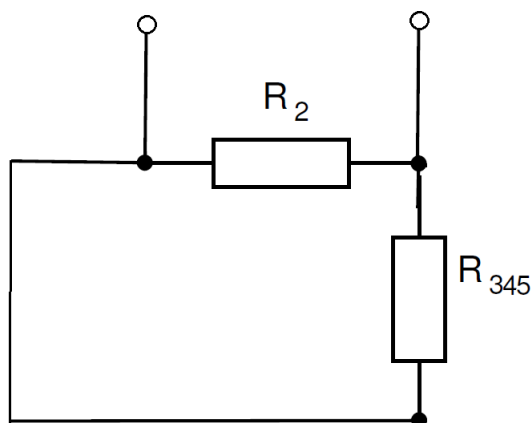
**Krok 1** - Zjednodušení  $R_4$  a  $R_5$  podľa vzorca pre sériovo zapojené rezistory.

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 690\Omega$$



**Krok 2** - Zjednodušenie  $R_{45}$  a  $R_3$  podľa vzorca pre paralelne zapojené rezistory.

$$R_{345} = \frac{R_{45} \times R_3}{R_{45} + R_3} = 329,3182\Omega$$



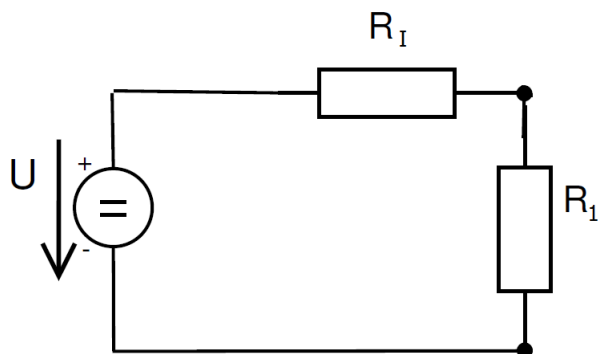
**Krok 3** - Skratovanie zdroja a spočítanie vnútorného odporu  $R_i$  bez odporu  $R_1$ . Zjednodušenie  $R_2$  a  $R_{345}$ .

$$R_i = \frac{R_2 \times R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{220 \times 329,3182}{220 + 329,3182} = 131,8908\Omega$$



**Krok 4** - Vypočítame  $U_i$ .

$$U_i = U \times \frac{R_2}{R_2 + R_{345}} = 200 \times \frac{220}{220 + 329,3182} = 80,0993V$$



**Krok 5** - Dovočítame  $I_{R1}$  a  $U_{R1}$ :

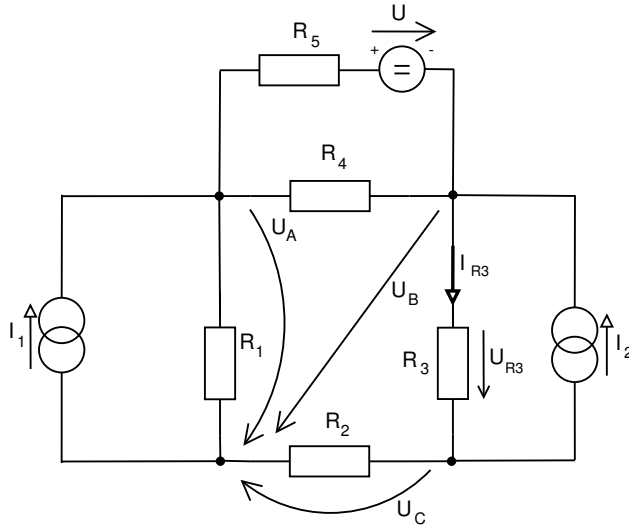
$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{80,0993}{131,8908 + 70} = 0,3967A$$

$$U_{R1} = I_{R1} \times R_1 = 0,3967 * 70 = 27,7690V$$

### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
G	160	0.65	0.45	46	41	53	33	29



**Krok 1** - Prevedieme odpor na vodivosť

$$G = \frac{1}{R}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3}$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4}$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5}$$

**Krok 2** - Odvodíme si  $I_{R5}$ :

$$I_{R5} = \frac{U}{R_5}$$

**Krok 3** - Vytvoríme si rovnice pre uzly

$$A : I_{R5} - G_5 \times (U_A - U_B) - U_A \times G_1 - G_4 \times (U_A - U_B) = -I_1$$

$$B : -I_{R5} + G_5 \times (U_A - U_B) + G_4 \times (U_A - U_B) - G_3 \times (U_B - U_C) = -I_2$$

$$C : G_3 \times (U_B - U_C) - U_C \times G_2 = I_2$$

**Krok 4** - Rovnice prevedieme do matice a vypočítame ju:

$$\begin{pmatrix} -G_5 - G_1 + G_4 & G_5 + G_4 & 0 \\ G_5 + G_4 & -G_5 - G_4 - G_3 & G_3 \\ 0 & G_3 & -G_3 - G_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1 - I_{R_5} \\ -I_2 + I_{R_5} \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**Krok 5** - Prvú maticu preniesieme na druhú stranu

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -G_5 - G_1 + G_4 & G_5 + G_4 & 0 \\ G_5 + G_4 & -G_5 - G_4 - G_3 & G_3 \\ 0 & G_3 & -G_3 - G_2 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -I_1 - I_{R_5} \\ -I_2 + I_{R_5} \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**Krok 6** - Po vypočítaní zistíme, že:

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 53.3124 \\ -23.9928 \\ -20.8676 \end{pmatrix} V$$

**Krok 7** - Vypočítame  $U_{R_3}$  a taktiež  $I_{R_3}$ :

$$U_{R_3} = U_B - U_C = -3.1252V$$

$$I_{R_4} = \frac{U_{R_3}}{R_3} = -0.0590A$$

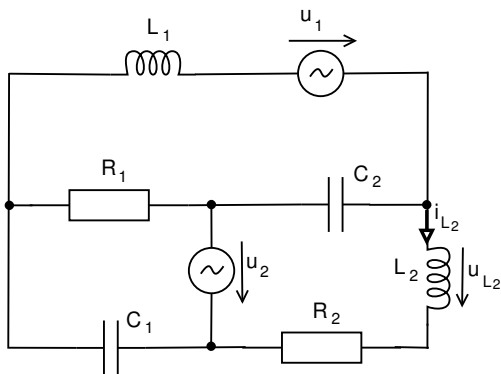
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
G	5	5	13	12	140	60	160	80	60



**Krok 1** - Zistíme uhlovú frekvenciu  $\omega$

$$\omega = 2 \times \pi \times f = 120\pi \text{ rad/s}$$

**Krok 2** - Zostavíme matice pre smyčky

$$\begin{bmatrix} \omega \times L_1 \times i - R_1 + \frac{1}{\omega \times C_2} \times i & -R_1 & \frac{1}{\omega \times C_2} \times i \\ R_1 & \frac{1}{\omega \times C_1} + R_1 & 0 \\ \frac{1}{\omega \times C_2} \times i & 0 & \omega \times L_2 \times i + R_2 + \frac{1}{\omega \times C_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

**Krok 3** - Vypočítame determinanty

Po vyriešení matice vypočítame Cramerovým a Sarrusovým pravidlom determinanty:

$$\Delta = -4.7944 + 5.7079i$$

$$\Delta_3 = 5.2874 + 7.9107i$$

$$I_C = I_{L_2} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = (-0.0089 - 0.0176i)A$$

**Krok 4** - Dopolčítame napätie  $U_{L_2}$

$$X_{L_2} = \omega \times L_2 \times i = 22.6195i\omega$$
$$U_{L_2} = X_{L_2} \times I_{L_2} = (0.3973 - 0.2022i)V$$

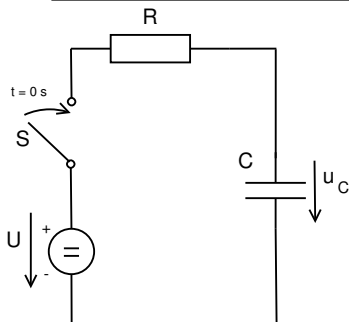
**Krok 5** - Vypočítame výsledok -  $|U_{L_2}|$  a  $\Phi_{L_2}$

$$|U_{L_2}| = \sqrt{Re(U_{L_2})^2 + Im(U_{L_2})^2} = \mathbf{0.4458V}$$
$$\Phi_{L_2} = \arctan\left(\frac{Im(U_{L_2})}{Re(U_{L_2})}\right) = \mathbf{-0.4707rad}$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0$  [s] sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$U$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$C$ [F]	$u_C(0)$ [V]
C	45	5	30	12



**Krok 1** - Platí:

$$i = \frac{U_R}{R}$$
$$U_R + U_C - U = 0$$
$$U'_C = \frac{du_c}{dt} = \frac{i}{C}$$

Rovnice dosadíme:

$$U'_C = \frac{U_R}{R \times C}$$

**Krok 2** - Vyjádříme si  $\lambda$

$$\lambda + \frac{1}{R \times C} = 0$$
$$\lambda = -\frac{1}{R \times C}$$

Výsledek bude v tvare  $U_C(t) = K(t) \times e^{\lambda \times t}$

### Krok 3

$$U'_C(t) = K(t) \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + \left(-\frac{1}{R \times C}\right) \times K(t) \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$$

Rovnicu  $U_C = \frac{U_R}{R \times C}$  si upravíme na tvar  $U'_C + \frac{U_C}{R \times C} - \frac{U}{R \times C} = 0$  a zintegrujeme ju:

$$\begin{aligned} K'(t) &= U \times e^{\frac{t}{R \times C}} \times \frac{1}{R \times C} \\ K(t) &= U \times e^{\frac{t}{R \times C}} + Z \end{aligned}$$

**Krok 4** - Dosadenie do vopred pripravenej rovnice

$$\begin{aligned} U_C(t) &= (U \times e^{\frac{t}{R \times C}} + Z) \times e^{-\frac{t}{R \times C}} \\ U_C(t) &= U + Z \times e^{-\frac{t}{R \times C}} \end{aligned}$$

Dosadíme  $U_C = 12V$  a  $t = 0s$  a vyjadríme  $Z$ :

$$\begin{aligned} Z &= -33 \\ U_C(t) &= 45 - 33 \times e^{-\frac{t}{150}} \end{aligned}$$

**Krok 5** - Skúška výpočtu

$$\begin{aligned} U'_C + \frac{U_C}{R \times C} - \frac{U}{R \times C} &= 0 \\ U'_C(t) \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + \left(\frac{1}{R \times C}\right) \times K(t) \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + \frac{K(t) \times e^{-\frac{t}{R \times C}}}{R \times C} - \frac{U}{R \times C} &= 0 \\ \frac{U}{R \times C} - \frac{U}{R \times C} &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	G	$U_{R7} = 49,9380V$ $I_{R7} = 0,1218A$
2	C	$U_{R1} = 27,7690V$ $I_{R1} = 0,3967A$
3	G	$U_{R3} = -3,1252V$ $I_{R3} = -0,0590A$
4	G	$ U_{L2}  = 0.4458V$ $\varphi_{L2} = -0.4707rad$
5	C	$u_C(t) = 45 - 33 \times e^{-\frac{t}{150}}$