

MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2021-22. Semestre de tardor

Pràctica 1: Estudi d'errors

1.- És ben conegut que la sèrie harmònica, $\sum \frac{1}{n}$, és divergent. En aquest apartat farem tots els programes usant variables `float`.

- a) Fes un programa (**harmonica.c**) que vagi calculant la suma de la sèrie harmònica, terme a terme. Si diem

$$s_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i},$$

el programa hauria de parar quan $s_{n-1} = s_n$. Creieu que el programa parerà? Per què? A quin valor de n para?

- b) Suma la sèrie harmònica en ordre invers, començant pel valor de n de l'apartat anterior. Dona el mateix resultat? Per què?

2.- Volen dibuixar la funció

$$f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2},$$

en el rang $-0.001 \leq x \leq 0.001$.

- a) Usa GNUPLOT per dibuixar aquesta funció a l'interval $[-0.001 : 0.001]$ (recorda que, un cop dins GNUPLOT, cal fer `set xrange [-0.001:0.001]` per restringir a aquest interval el `plot` posterior). Et sembla correcte el dibuix?
- b) Busca un algorisme alternatiu per avaluar aquesta funció, amb error absolut per sota de 10^{-12} quan $|x| \leq 0.001$.
- c) Fes un programa (**func.c**) que faci una taula de valors de la funció segons l'algorisme anterior, i dibuixa aquesta taula amb GNUPLOT. Quin error té el gràfic de l'apartat a)?

3.- Estem interessats en els 40 primers termes de la successió definida per

$$\begin{aligned} x_0 &= 0.01, \\ x_{n+1} &= \exp(-ax_n^2) + b, \quad n \geq 0, \end{aligned}$$

on $a = 6.2$ i $b = -0.5$.

- a) Fes dos programes (**succ-float.c** i **succ-double.c**) que escriguin aquests termes, el primer usant variables de tipus `float` i el segon variables de tipus `double`. Compara el resultats.
- b) Nota que, per calcular els termes de la successió, fem $x_{n+1} = f(x_n)$, on $f(x) = \exp(-ax^2) + b$. En aquest apartat has d'usar la fórmula de propagació de l'error per veure com es propaga l'error a mida que fem les iteracions. L'error de partida és l'error en que representem 0.01 a l'ordinador, és a dir $0.01 \times (1.19 \times 10^{-7})$ per a les variables `float` i $0.01 \times (2.22 \times 10^{-16})$ per a les variables `double`. Quina és l'estimació de l'error que pots donar per a x_{40} en els dos casos?

Per entregar (al Campus Virtual, abans del 3 d'octubre a les 23:59):

- Creeu un directori anomenat **CognomNom-P1** i poseu-hi els fitxers corresponents a aquesta pràctica.
- Creeu un fitxer `.c` per a cadascun dels apartats amb el nom indicat.
- Escriviu les respostes a les preguntes que hi ha a l'enunciat de la pràctica en un fitxer diferent. Adjunteu un fitxer amb el gràfic de l'apartat 2.
- Poseu Nom i Cognoms com a comentari d'inici a cadascun dels fitxers.
- Useu notació científica per a escriure els valors reals.
- Entregueu un zip amb tot el directori. El nom del zip ha de ser de la forma **Cognom-Nom-P1.zip**