MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2021-22. Semestre de tardor

Pràctica 4: Integració numèrica i càlcul de zeros

Donada una funció $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ el nostre objectiu és trobar zeros de la funció $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$. Per a això usarem la regla dels trapezis i el mètode de Newton-Raphson.

1.-[Regla dels trapezis amb 2^n subintervals] Escriviu una funció en el fitxer **duptrap.c** tal que donat un interval $[a,b]$ i una funció $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ calculi una aproximació de $\int_a^b f(x)\,dx$ usant la regla dels trapezis T_n amb $n = 1,2,2^2,2^3,\ldots,$ intervals fins que $|T_{2^i} - T_{2^{i-1}}|$ sigui menor que una certa tolerància `tol`, o el nombre de fórmules compostes calculades arribi a un nombre màxim `imax`.

La capçalera de la funció serà

```
int duptrap(double a, double b, double tol, int *imax, double *integ)
```

on

1. `a` i `b` són els extrems de l'interval d'integració.
2. `tol` és la tolerància demanada per a calcular la integral,
3. `imax` contindrà a l'entrada el nombre màxim de fórmules permeses. A la sortida contindrà el nombre de fórmules calculades.
4. `integ` contindrà a la sortida l'aproximació de la integral obtinguda.

La funció retornarà **0** si s'ha pogut calcular la integral amb la precisió desitjada, i **1** quan s'arribat al nombre màxim de fórmules permeses sense obtenir la precisió desitjada.

2.- Feu una funció `main`, que estarà en el fitxer de nom **primitiva.c**, tal que donat un interval $[a,b]$, una funció $f : [a,b] \to \mathbb{R}$,, un nombre de subintervals m a l'interval $[a,b]$, calculi $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ per $x = a + ih$, $0 \le i \le m$, on $h = (b-a)/m$ i escrigui els valors de x i $F(x)$ en un fitxer. Usant **gnuplot** feu un dibuix de la gràfica de la funció i localitzeu els seus zeros.

3.-[Mètode de Newton-Raphson per a funcions definides per integrals]

Sigui $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funció real contínua. Donat $[a,b] \subset \mathbb{R}$, volem trobar zeros de la funció $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$, en $[a,b]$. Per això apliquem el mètode de Newton. Per a calcular la integral useu la funció de l'apartat **1.-** (recordeu que en aquest cas $F'(x) = f(x)$).

Escriviu una funció `main`, que estarà en un fitxer de nom **intnewt.c**, que llegeixi a, el valor inicial de x, el nombre màxim d'iterats del mètode de Newton i la tolerància. La funció ha de calcular una aproximació d'un zero de la funció F, de tal forma que per la iteració k del mètode de Newton es compleixi que $|F(x_k)|$ o $|x_{k-1} - x_k|$ siguin menors que `tol`.

Trobeu els zeros de $F_i(x) = \int_0^x f_i(t)\,dt$, $i = 1,2$, en l'interval $[a,b] = [0,4]$, per $f_1(x) = 1/(1+x) - 0.5$ i $f_2(x) = 0.5 - \sin(x^2)$. Per a poder usar el mètode de Newton, previament cerqueu aproximacions dels zeros usant l'apartat **2.-** amb tol $= 10^{-12}$, imax $= 30$, i $m = 100$. Quants zeros heu trobat? Trobeu el nombre d'intervals que necessitem per la regla de trapezis amb la fórmula de l'error i compareu-la amb l'obtinguda en l'apartat **2.-**. Comenteu els resultats.

Per a cada exemple, caldrà programar una funció

```
double f(double)
```

que retorna el valor de la funció f en un punt.

Per entregar (al Campus Virtual, abans del 23 de desembre a les 23:59):

- Creeu un directori anomenat **CognomNom-P4** i poseu-hi els fitxers corresponents a aquesta pràctica.
- Creeu un fitxer .c per a cadascun dels apartats amb el nom indicat.

- Escriviu els comentaris de l'apartat 4 en un fitxer diferent.
- Adjunteu un fitxer amb el gràfic de l'apartat 2.
- Poseu Nom i Cognoms com a comentari d'inici a cadascun dels fitxers.
- Useu notació científica per a escriure els valors reals.
- Entregueu un zip amb tot el directori. El nom del zip ha de ser de la forma **Cognom-Nom-P4.zip**