MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2021-22. Semestre de tardor

Pràctica 3: Interpolació polinòmica i aplicacions

Donada una taula de valors (x_j, f_j), $j = 0, 1, 2, \ldots, n$, volem calcular el corresponent polinomi d'interpolació de grau n, en la forma

$$p(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + c_n(x - x_0)\cdots(x - x_{n-1}). \tag{1}$$

Els coeficients c_j, $j = 0, \ldots, n$, els obtindrem usant una taula de diferències dividides. Com a aplicació veurem el fenòmen de Runge.

1.- Implementeu una funció per avaluar un polinomi en la forma (1). La capçalera de la funció ha de ser

```
double avalua (double *x, double *c, int n, double z)
```

A l'entrada, `x` conté les abscisses $\{x_j\}_j$, `c` és un vector amb els coeficients c_j, `n` és és el grau del polinomi i `z` és un valor real. La funció ha de retornar el valor del polinomi en el punt `z`. Per avaluar el polinomi, useu la recurrència (basada en la regla de Horner): $p = c_n$, $p \leftarrow (x - x_j)p + c_j$, $j = n-1$, $n-2$, $\ldots$, 0.

2.- Implementa una funció per calcular el polinomi d'interpolació aplicant el mètode de les diferències dividides de Newton. La capçalera de la funció ha de ser

```
void interpolacio(double *x, double *f, int n, double* c)
```

on `a` conté les abscisses $\{x_j\}_{j=0}^n$, `f` els valors de la funció que volem interpolar en aquestes abscissess, `n` és el grau del polinomi d'interpolació buscat, i `c` és el vector que, a la sortida, contindrà els coeficients c_j de la fórmula (1).

3.- Fenomen de Runge. Considereu la funció

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}, \quad x \in [-1, 1].$$

Calculeu el polinomi d'interpolació a f de grau 10 en una xarxa equiespaiada a l'interval $[-1, 1]$. Per dibuixar aquest polinomi, avalueu-lo en una xarxa més fina (per exemple, en 200 punts) i poseu la taula de valors en un fitxer. Dibuixeu llavors aquesta taula amb `gnuplot`, juntament amb la gràfica de f. Guardeu aquest dibuix en un fitxer (en format gràfic) i adjunteu-lo als fitxers de l'entrega.

4.- Repetiu el pas **3**, però reemplaçant les abscisses equiespaiades per les anomenades *abscisses de Txebixev*:

$$x_j = \cos\left(\frac{(2j+1)\pi}{2(n+1)}\right), \quad 0 \le j \le n.$$

Compareu els resultats amb els de **3**.

Per entregar (al Campus Virtual, abans del 12 de desembre a les 23:59):

- Creeu un directori anomenat **CognomNom-P3** i poseu-hi els fitxers corresponents a aquesta pràctica.
- Creeu un fitxer .c per a cadascun dels apartats amb el nom indicat.
- Escriviu les respostes a les preguntes que hi ha a l'enunciat de la pràctica en un fitxer diferent.
- Poseu Nom i Cognoms com a comentari d'inici a cadascun dels fitxers.
- Useu notació científica per a escriure els valors reals.
- Entregueu un zip amb tot el directori. El nom del zip ha de ser de la forma **Cognom-Nom-P3.zip**