

MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2021-22. Semestre de tardor

Pràctica 2: Àlgebra Lineal Numèrica

En aquesta pràctica treballarem amb matrius quadrades i sistemes lineals que guardarem en fitxers amb el següent format:

- Primera línia: Dimensió del sistema (n).
- Segona línia: Nombre d'elements diferents de zero de la matriu (n_a) i nombre d'elements diferents de zero del terme independent (n_b).
- Següents n_a files: Elements diferents de zero de la matriu (un per fila) amb el format $i\ j\ a_{ij}$ (els índexos de la matriu van de 0 a $n-1$).
- Següents n_b files: Elements diferents de zero del terme independent (un per fila) amb el format $i\ b_i$.

Example: Si

$$A = \begin{pmatrix} 1. & 2. & 0 \\ 0 & 4. & 0 \\ 0 & 0 & 3. \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1. \end{pmatrix},$$

el fitxer que els representarà tindrà les següents files:

```
3
4 1
0 0 1.
0 1 2.
1 1 4.
2 2 3.
2 1.
```

1.-[us de memòria dinàmica] Escriu un programa **lineal1.c** per llegir una matriu i un vector amb aquest format, reservant memòria per la matriu de manera dinàmica després de llegir la seva dimensió. Com a sortida, escriu per pantalla la norma sub-infinít de la matriu i la norma sub-infinít del vector.

2.-[Resolució de sistemes triangulars] Volem resoldre el sistema $LUx = b$ on L és una matriu triangular inferior amb 1's a la diagonal i U és una matriu triangular superior. Per això hem de resoldre primer el sistema triangular inferior $Ly = b$ i després el sistema triangular superior $Ux = y$. Implementeu una funció que trobi la solució x . La capçalera de la funció ha de ser:

```
void solLU(int n, double **c, double *b, double *x)
```

on

- c és un apuntador a una matriu $C = (c_{ij})_{0 \leq i, j \leq n-1}$ tal que $c_{ij} = l_{ij}$ si $i > j$ i $c_{ij} = u_{ij}$ si $i \leq j$, on $L = (l_{ij})_{0 \leq i, j \leq n-1}$ i $U = (u_{ij})_{0 \leq i, j \leq n-1}$. Per exemple, si

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

llavors

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

- b és el terme independent.
- n és la dimensió del sistema.
- x és el vector on s'ha de retornar la solució del sistema.

Notes: a) Suposarem que el sistema té solució única. b) Cal usar la mínima quantitat de memòria possible per a implementar la funció.

3.-[Factorització $PA=LU$]. Feu una funció de capçalera

```
double plupmc(int n, double **a, int *p, double tol)
```

Els paràmetres són:

- n : dimensió de la matriu quadrada A .
- a : apuntador a la matriu A . A la sortida contindrà les matrius L i U guardades en una sola matriu com en l'apartat 2..
- p : vector que retorna la permutació P de files de A . O sigui, per a tot $i = 0, 1, \dots, n-1$, la fila i de PA és la fila $p[i]$ de A .

EL valor de la funció serà determinant de A . En cada pas k d'eliminació Gaussiana amb pivotatge parcial es mirarà si el valor absolut de l'element (k, k) és menor que tol . Si ho és, cal parar el procés i retornar zero com a valor del determinant.

4.- Aprofitant el programa de l'apartat 1.- i fent crides a les funcions `solLU` i `plupmc`, feu un programa **lineal2.c** tal que donada una matriu A i un terme independent b , calculi la solució x , $\|Ax - b\|_\infty$ i $\det A$, que escriurà en un fitxer. Al final del fitxer cal escriure també els elements de la permutació p . Si no és possible resoldre el sistema donarà un avís per pantalla i parará el procés. Useu el programa per a resoldre el sistema del campus virtual amb diferents valors de tol . Comenteu els resultats.

Per entregar (al Campus Virtual, abans del 7 de novembre a les 23:59):

- Creeu un directori anomenat **CognomNom-P2** i poseu-hi els fitxers corresponents a aquesta pràctica.
- Creeu un fitxer .c per a cadascun dels apartats amb el nom indicat.
- Escriviu els comentaris de l'apartat 4 en un fitxer diferent.
- Poseu Nom i Cognoms com a comentari d'inici a cadascun dels fitxers.
- Useu notació científica per a escriure els valors reals.
- Entregueu un zip amb tot el directori. El nom del zip ha de ser de la forma **Cognom-Nom-P2.zip**