

Algoritmos y Estructuras de Datos

Cursada 2022

Ejercitación sobre Colas de Prioridades - Heap

Ejercicio 1

A partir de una heap inicialmente vacía, inserte de a uno los siguientes valores:

6, 4, 15, 2, 10, 11, 8, 1, 13, 7, 9, 12, 5, 3, 14

Ejercicio 2

- a) ¿Cuántos elementos hay, al menos, en una heap de altura h ?
- b) ¿Dónde se encuentra ubicado el elemento mínimo en una max-heap?
- c) ¿El siguiente arreglo es una max-heap : [23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12] ?

Ejercicio 3

Dados los siguientes árboles, indique si representan una heap. Justifique su respuesta.



Ejercicio 4

A partir de una min-heap inicialmente vacía, dibuje la evolución del estado de la heap al ejecutar las siguientes operaciones:

Insert(5), Insert(4), Insert(7), Insert(1), DeleteMin(), Insert(3), Insert(6), DeleteMin(), DeleteMin(), Insert(8), DeleteMin(), Insert(2), DeleteMin(), DeleteMin()

Ejercicio 5

Aplice el algoritmo *BuildHeap*, para construir una min-heap en **tiempo lineal**, con los siguientes valores

{150, 80, 40, 10, 70, 110, 30, 120, 140, 60, 50, 130, 100, 20, 90}

Ejercicio 6

Aplice el algoritmo *HeapSort*, para ordenar descendentemente los siguientes elementos:

{15, 18, 40, 1, 7, 10, 33, 2, 140, 500, 11, 12, 13, 90}

Muestre paso a paso la ejecución del algoritmo sobre los datos.

Ejercicio 7

Construir una max-heap binaria con los siguientes datos:

{5, 8, 12, 9, 7, 10, 21, 6, 14, 4}

- a) Insertándolos de a uno
- b) Usando el algoritmo BuildHeap

Ejercicio 8

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si insertamos la clave 16, ¿en qué posición quedará?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62

- (a) A[2] (b) A[3] (c) A[6] (d) A[7] (e) A[12]

Ejercicio 9

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si aplica un delete-min, ¿en qué posición quedará la clave 62?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62

- (a) A[1] (b) A[2] (c) A[10] (d) A[11] (e) A[12]

Ejercicio 10

- a) Ordenar en forma creciente los datos del ejercicio anterior, usando el algoritmo HeapSort.
b) ¿Cuáles serían los pasos a seguir si se quiere ordenar en forma decreciente?

Ejercicio 11

¿Cuáles de los siguientes arreglos representan una max-heap, min-heap o ninguna de las dos?

- arreglo 1: 0 1 2 0 4 5 6 7 8 9
- arreglo 2: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
- arreglo 3: 5 5 5 6 6 6 6 7 7 1
- arreglo 4: 9 3 9 2 1 6 7 1 2 1
- arreglo 5: 8 7 6 1 2 3 4 2 1 2

Ejercicio 12

Un arreglo de 7 enteros se ordena ascendentemente usando el algoritmo *HeapSort*. Luego de la fase inicial del algoritmo (la construcción de la heap), ¿cuál de los siguientes es un posible orden del arreglo?

- (a) 85 78 45 51 53 47 49
(b) 85 49 78 45 47 51 53
(c) 85 78 49 45 47 51 53
(d) 45 85 78 53 51 49 47
(e) 85 51 78 53 49 47 45

Ejercicio 13

En una Heap, ¿para un elemento que está en la posición i su hijo derecho está en la posición.....?

- (a) $\lfloor i/2 \rfloor$
(b) $2*i$
(c) $2*i + 1$

(d) Ninguna de las anteriores

Ejercicio 14

¿Siempre se puede decir que un árbol binario lleno es una Heap?

(a) Sí

(b) No

Ejercicio 15

La operación que agrega un elemento a la heap que tiene n elementos, en el peor caso es de

(a) $O(n)$

(b) $O(n \log n)$

(c) $O(\log n)$

(d) Ninguna de las otras opciones

Ejercicio 16

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción insertando las claves **una a una**?

(a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13

(b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18

(c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21

(d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18

Ejercicio 17

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción aplicando el algoritmo **Build-Heap**?

(a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13

(b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18

(c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21

(d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18

Ejercicio 18

El algoritmo HeapSort consta de dos etapas:

1) se construye una heap y

2) se realizan los intercambios necesarios para dejar ordenados los datos.

Asuma que la heap ya está construida y es la siguiente:

58 38 53 23 28 40 35 18

¿Cómo quedan los datos en el arreglo después de ejecutar sólo 2 pasos de la segunda etapa del Heapsort?

(a) 40 38 23 28 35 18 53 58

(b) 53 38 40 23 28 18 35 58

(c) 40 38 23 35 28 18 53 58

(d) 40 38 35 23 28 18 53 58

Ejercicio 19

Dada la Min-Heap 3, 8, 5, 15, 10, 7, 19, 28, 16, 25, 12. ¿En qué **posición** está ubicado el hijo derecho de la clave 15?

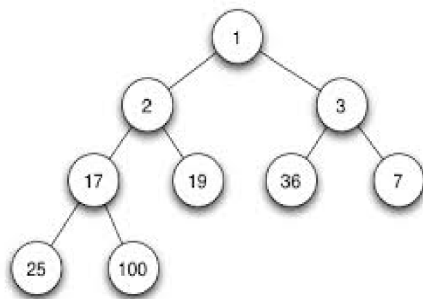
- (a) 7
- (b) 8
- (c) 9
- (d) 10

Ejercicio 20

Construya una min-heap con las siguientes claves: 15, 25, 23, 13, 18, 2, 19, 20, 17 insertándose una a una. Indique en qué posiciones quedaron ubicadas las claves: **2, 18 y 25**.

Ejercicio 21

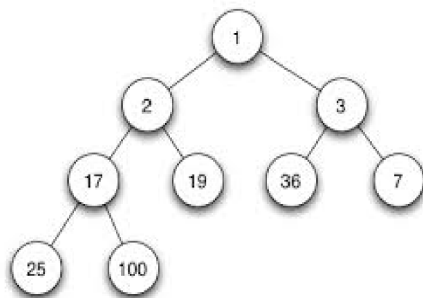
Luego de insertar la clave **15** en la siguiente min-heap, ¿cuántas de las claves que ya estaban en la heap han mantenido su lugar (es decir, ocupan en la min-heap resultante la misma posición que ocupaban antes de la inserción)?



- a) Ninguna
- b) Seis
- c) Ocho
- d) Nueve

Ejercicio 22

Luego de una operación de borrado del mínimo en la siguiente min-heap, ¿cuántas claves han cambiado de lugar (es decir, ocupan en la min-heap resultante un lugar diferente al que ocupaban en la min-heap antes del borrado)? (No contar la clave borrada, ya que no pertenece más a la heap)



- a) Ninguno
- b) Dos
- c) Tres
- d) Cuatro