

Baze podataka

*Katedra za računarstvo
Elektronski fakultet u Nišu*

Funkcionalne zavisnosti

Prof.dr Leonid Stoimenov

Pregled

- ▶ Uvod
- ▶ Izvođenje funkcionalnih zavisnosti
- ▶ Pravila za izvođenje FZ
- ▶ Zatvarač skupa FZ
- ▶ Zatvarač skupa atributa



Uvod

- ▶ Podsetnik: Šema relacije $R(A;F)$
 - ▶ A skup atributa,
 - ▶ F skup **funkcionalnih zavisnosti** kojima se specificiraju ograničenja
- ▶ Funkcionalna zavisnost (FZ) je prvi tip ograničenja definisan u okviru relacionog modela podataka
- ▶ FZ je izraz oblika **f: $X \rightarrow Y$**
 - ▶ **f** predstavlja **naziv** funkcionalne zavisnosti
 - ▶ **X** i **Y** su skupovi atributa
- ▶ Koristi se skraćena notacija **$X \rightarrow Y$** :
 - ▶ da **Y funkcionalno zavisi od X** ili
 - ▶ da **X funkcionalno određuje Y**
 - ▶
- ▶ Primer: **Grad, Adresa \rightarrow PoštanskiKod**

Definicija FZ

- ▶ Neka je r relacija nad šemom relacije $R(A;C)$ i neka su X i Y podskupovi skupa atributa $A=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
- ▶ U šemi relacije R postoji funkcionalna zavisnost $f: X \rightarrow Y$ ako i samo ako je svakom elementu iz $\text{dom}(X)$ pridružen najviše jedan element iz $\text{dom}(Y)$
 - ▶ na osnovu vrednosti atributa X može odrediti odgovarajuća vrednost atributa Y
- ▶ Posmatrano na nivou torke $X \rightarrow Y$ znači da za bilo koje dve torke t_1 i t_2 iz r važi implikacija

$$t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y]$$
 - ▶ ako je $t_1[X] = t_2[X]$, tada mora biti $t_1[Y] = t_2[Y]$
 - ▶ vrednost Y komponente torke u r zavisi od vrednosti X komponente ili da vrednost X komponente funkcionalno određuje vrednost Y komponente

Primer 1

- ▶ Zadata je šema relacije $R(R;F)$
POSETILAC({IME,ADRESA};{IME→ADRESA})
 - ▶ Funkcionalna zavisnost **IME→ADRESA** može se tumačiti na sledeći način:
 - ▶ Vrednost atributa **IME** na jedinstven način određuje vrednost atributa **ADRESA**
 - ▶ Ako u instanci relacije **posetilac(POSETILAC)** postoji torka **<GAGA, Nišavska I4>**,
tada kad god se u nekoj instanci relacije **posetilac(POSETILAC)** u koloni **IME** pojavi vrednost **GAGA**, tada u koloni **ADRESA** ove torke mora biti vrednost **Nišavska I4**
-



Primer 2

- ▶ U šemi relacije **RADPROJ(MBR,RIME,SATI,PBR,PNAZIV,PLOK,SBR,PRUK)** iz semantike atributa znamo da postoje sledeće funkcionalne zavisnosti:
 1. **MBR \rightarrow RIME**
 2. **MBR \rightarrow SBR**
 3. **PBR \rightarrow {PNAZIV, PLOK}**
 4. **{MBR,PBR} \rightarrow SATI**
 5. **PBR \rightarrow PRUK**
- ▶ Šta znače ove FZ?
 1. Matični broj radnika jednoznačno određuje ime radnika
 2. Matični broj radnika jednoznačno određuje broj sektora u kome radnik radi
 3. Broj projekta jednoznačno određuje naziv i lokaciju projekta
 4. Matični broj radnika i broj projekta jednoznačno određuju vreme (SATI) angažovanja radnika na projektu
 5. Broj projekta jednoznačno određuje rukovodioca projekta

Primer 2 (nast.)

RADPROJ(**MBR**,**RIME**,**SATI**,**PBR**,**PNAZIV**,**PLOK**,**SBR**,**PRUK**)

1. **MBR** → **RIME**
2. **MBR** → **SBR**
3. **PBR** → {**PNAZIV**, **PLOK**}
4. {**MBR**, **PBR**} → **SATI**
5. **PBR** → **PRUK**

► Semantika ovih ograničenja je:

1. Svaki radnik ima jedinstven matični broj (**MBR**)
2. Radnik može raditi samo u jednom sektoru (**SBR**)
3. Svaki projekat ima jedinstven broj projekta (**PBR**)
4. Radnik može biti angažovan na više projekata određeni broj sati
5. Svaki projekat ima samo jednog rukovodioca



Izvođenje funkcionalnih zavisnosti

- ▶ Projektanti baze podataka specificiraju FZ koje su **semantički očigledne**
 - ▶ U realnom sistemu nije moguće specificirati sve moguće FZ za datu situaciju
 - ▶ U svim relacijama nad šemom relacije R u kojoj važi F postoje i mnoge druge FZ
 - ▶ Ove FZ se mogu **izvesti** iz FZ koje postoje u F
 - ▶ Potreban je **alat za izvođenje** novih FZ iz postojećih
 - ▶ Da bismo uveli takav alat potrebno je upoznati sledeće koncepte:
 - ▶ zatvarač skupa FZ
 - ▶ zatvarač skupa atributa
 - ▶ pravila izvođenja FZ
-



Zatvarač skupa funkcionalnih zavisnosti

Definicija:

Zatvarač ili **zatvaranje** skupa funkcionalnih zavisnosti F , u oznaci F^+ , je skup funkcionalnih zavisnosti sadržan u F i skup svih funkcionalnih zavisnosti koje se mogu izvesti iz F

- ▶ Za potrebe izvođenja novih FZ iz postojećih definišu se **pravila** ili **aksiome izvođenja** funkcionalnih zavisnosti
- ▶
- ▶ Kardinalni broj zatvarača je vrlo veliki čak i za mali broj FZ u \mathbb{F} i za mali broj atributa

Pravila (aksiome) izvođenja funkcionalnih zavisnosti

P1 (Refleksivnost) : Ako je $Y \subseteq X$, tada važi $X \rightarrow Y$

P2 (Proširenje) : Ako je $X \rightarrow Y$ i $Z \subseteq W$, tada važi $XW \rightarrow YZ$

P3 (Tranzitivnost) : Ako je $X \rightarrow Y$ i $Y \rightarrow Z$, tada važi $X \rightarrow Z$

P4 (Dekompozicija) : Ako je $X \rightarrow YZ$, tada važi $X \rightarrow Y$ i $X \rightarrow Z$

P5 (Unija) : Ako $X \rightarrow Y$ i $X \rightarrow Z$, tada važi $X \rightarrow YZ$

P6 (Pseudotranzitivnost) : Ako $X \rightarrow Y$ i $YW \rightarrow Z$, tada važi $XW \rightarrow Z$

▶ Napomena: X, Y, W i Z podskupovi skupa atributa A šeme relacije $R(A; F)$ i gde XY označava uniju skupova X i Y

▶ Pravila P1-P3 se nazivaju **Armstrongove aksiome**



Pravila (aksiome) izvođenja funkcionalnih zavisnosti

- ▶ Pravilo P1 dovodi do definisanja tzv. **trivijalnih FZ**
 - ▶ To su zavisnosti za koje važi da je desna strana FZ podskup leve
 - ▶ Ako je $Z=W$ u pravilu P2, tada ovo pravilo postaje
 - ▶ **Ako je $X \rightarrow Y$, tada važi $XZ \rightarrow YZ$**
 - ▶ Ako je V prazan skup u Pravilu 6, tada ono prelazi u **tranzitivnost**
 - ▶ Na osnovu pravila unije (P5) sledi da se svaki skup funkcionalnih zavisnosti F može zameniti ekvivalentnim skupom G u kojem se na desnoj strani svake FZ nalazi samo 1 atribut
 - ▶ **Iscrpnom primenom pravila izvođenja P1-P6 na skup funkcionalnih zavisnosti F dobija se skup funkcionalnih zavisnosti F^+**
-



Algoritam za nalaženje F^+

Ulaz : Skup atributa $A=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ i skup funkcionalnih zavisnosti $F=\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ šeme relacije $R(A;F)$

Izlaz : F^+ (funkcionalno zatvaranje skupa F)

1. $F^+ := F$;
2. **repeat**
3. **za svaku** funkcionalnu zavisnost f u F^+
4. primeniti pravilo **refleksivnosti** i **pravilo proširenja** na f ;
5. dodati rezultujuće funkcionalne zavisnosti u F^+ ;
6. **za svaki** par funkcionalnih zavisnost f_i i f_j u F^+
7. **ako** se f_i i f_j mogu kombinovati korišćenjem **tranzitivnosti**
8. dodati rezultujuću funkcionalnu zavisnost u F^+ ;
9. **until** (ne menja se F^+)



Zatvarač skupa atributa

► Definicija:

Zatvarač skupa atributa X (gde je $X \subseteq A$) u odnosu na skup funkcionalnih zavisnosti \mathbb{F} je skup atributa Y koje funkcionalno određuje X :

$$X^+_{\mathbb{F}} = \{Y \mid X \rightarrow Y \in \mathbb{F}^+\}$$



Algoritam za nalaženje X^+

Ulaz : Konačan skup atributa A šeme relacija $R(A; \mathbb{F})$, skup funkcionalnih zavisnosti \mathbb{F} nad A i podskup X skupa A

Izlaz : X^+ (zatvaranje X u odnosu na \mathbb{F}).

1. $X^+ := X$;
2. **repeat**
3. $\text{staro}X^+ := X^+$;
4. **za svaku** $FZ \quad Y \rightarrow Z \text{ u } \mathbb{F}$
5. **ako** $Y \subseteq X^+$ **tada** $X^+ := X^+ \cup Z$;
6. **until** $(X^+ = \text{staro}X^+)$



Primer: Zatvarač skupa atributa

- ▶ U šemi relacije

RADPROJ = (**MBR**, RIME, SATI, **PBR**, PNAZIV, PLOK)

postoje sledeće funkcionalne zavisnosti :

f1: {MBR, PBR} -> SATI

f2: MBR -> RIME

f3: PBR -> {PNAZIV, PLOK}

- ▶ Prema gornjem algoritmu dobija se :

$X1 = \{MBR\},$

$X1^+ = \{MBR, RIME\}$

$X2 = \{PBR\},$

$X2^+ = \{PBR, PNAZIV, PLOK\}$

$X3 = \{MBR, PBR\},$

$X3^+ = \{MBR, PBR, SATI, RIME, PNAZIV, PLOK\}$

Primena zatvarača skupa

► Ima više primena:

1. **Za proveru da li je X super ključ relacije**
 - Proveravamo da li X^+ sadrži sve attribute relacije
2. **Za proveru da li funkcionalna zavisnost $X \rightarrow Y$ važi u \mathbb{F}**
 - Proveravamo da li je $Y \subseteq X^+$
3. **Kao alternativni način za izračunavanje \mathbb{F}^+**
 - Za svako $X \subseteq A$ šeme relacije $R(A; \mathbb{F})$ nalazimo X^+ i za svako $Y \subseteq X^+$ dodajemo u \mathbb{F}^+ funkcionalnu zavisnost $X \rightarrow Y$



Ključ relacije

► Definicija:

- Neka je $R(\{A_1, A_2, \dots, A_n\}; F)$ šema relacije i neka je $X \subseteq \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
- X je ključ šeme relacije R ako i samo ako ima sledeća svojstva:

S1. Svojstvo identifikacije: X funkcionalno određuje sve attribute šeme relacije, tj. $\{X \rightarrow A_i \mid i=1, 2, \dots, n\}$

S2. Svojstvo minimalnosti: Nijedan pravi podskup od X nema tu osobinu,

tj. za $X'' \subset X$ važi $\{X'' \not\rightarrow A_i \mid i=1, 2, \dots, n\}$

- Iz definicije ključa relacije sledi da svaka relacija ima barem jedan ključ
 - to je $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

Super ključ relacije

- ▶ Ako za neko $X \subseteq \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ važi samo svojstvo S1 iz definicije ključa, tada X predstavlja super ključ relacije R
- ▶ Treba uočiti da super ključ sadrži ključ relacije
- ▶ Može se reći da je ključ relacije njen minimalni i stoga neredundantni super ključ



Ključevi kandidati

- ▶ Ako skup ključeva K šeme relacije $R(R;F)$ ima više od jednog elementa, tada su svi oni **ključevi kandidati**
- ▶ Jedan od ključeva kandidata se bira za **primarni ključ** šeme relacije, dok se ostali nazivaju **sekundarnim ključevima**
- ▶ Primer:
 - ▶ U šemi relacije **RADNIK(MBR, LIME, LD, SBR)** , $\{MBR\}$ je jedini ključ kandidat, tako da je on istovremeno i primarni ključ
 - ▶ U šemi relacije **RADNIK(MBR, JMB, LIME, LD, SBR)** , ključevi kandidati su $\{MBR, JMB\}$ ali je MBR izabran za primarni ključ



Primarni ključ,

primarni i sporedni atributi

- ▶ **Primarni ključ** je ključ koji je izabran da jedinstveno identifikuje entitete predstavljene relacijom. Stoga nijedan od njegovih atributa nesme nikada imati nedefinisanu (**null**) vrednost
- ▶ Svaka šema relacije mora imati primarni ključ
- ▶ Atribut A_i šeme relacije R je **primarni (ključni) atribut** ako je član primarnog (bilo kog) ključa relacije zadate šemom R
- ▶ Ostali atributi $A_j \neq A_i$ šeme relacije R su **neprimarni (sporedni, neključni)**
- ▶ Primer:
 - ▶ U šemi relacije RADPROJ atributi MBR i PBR su primarni (ključni), dok su svi ostali neprimarni (sporedni, neključni)



Potpuna i parcijalna funkcionalna zavisnost

- ▶ Neka su X i Y skupovi atributa
- ▶ Funkcionalna zavisnost $X \rightarrow Y$ je **potpuna** ako izbacivanjem bilo kog atributa A iz X ova zavisnost više ne postoji
- ▶ Ako postoji atribut A koji se može izbaciti iz X , a da se funkcionalna zavisnost $X \rightarrow Y$ zadrži, onda je ova funkcionalna zavisnost **parcijalna**
- ▶ **Primer:**
 - ▶ U šemi relacije STUDENT(BRIND, JMB, IME GODINA) funkcionalna zavisnost $\{BRIND, JMB\} \rightarrow IME$ nije potpuna budući da važi funkcionalna zavisnost $BRIND \rightarrow IME$



Tranzitivna funkcionalna zavisnost

- ▶ Neka su X i Y skupovi atributa šeme relacije R
- ▶ Funkcionalna zavisnost $X \rightarrow Y$ u šemi relacije R je **tranzitivna** zavisnost ako postoji skup Z , koji **nije podskup nijednog ključa relacije** R , za koji važe FZ $X \rightarrow Z, Z \rightarrow Y$
 - ▶ U odnosu na primarni ključ to znači da X treba da bude primarni ključ, a Z može biti ili kandidat za ključ ili njegov deo
- ▶ **Primer:**
 - ▶ U šemi relacije $RADSEK(RIME, \underline{RMBR}, DATRODJ, ADRESA, SBR, SNAZIV, SRUK)$ postoji tranzitivna funkcionalna zavisnost $RMBR \rightarrow SBR$ i $SBR \rightarrow SRUK$, a SBR nije podskup nijednog ključa relacije



Zavisnost ključa

- ▶ Ako je K jedan ključ šeme relacije $(A;F)$, tada važi funkcionalna zavisnost $K \rightarrow A$
- ▶ Ova se funkcionalna zavisnost naziva **zavisnošću ključa**
- ▶ Primer:
 - ▶ Ako je zadata šema relacije $R(\{A,B,C,D,E\};\{A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A\})$ i ako je A ključ ove šeme relacije, tada u ovoj relaciji postoji sledeća zavisnost ključa: $A \rightarrow A,B,C,D,E$



Algoritam za nalaženje jednog ključa

Ulaz: Šema relacije $(R; \mathbb{F})$; skup atributa R i skup funkcionalnih zavisnosti \mathbb{F} nad skupom atributa R

Izlaz: Ključ K šeme relacije $(R; \mathbb{F})$

Metoda: Algoritam nalazi **samo jedan ključ** K za zadati skup atributa R i zadati skup $FZ \mathbb{F}$ nad skupom R

1. $K := R$;
2. **Za svaki atribut** X u K
izračunati $(K-X)^+$ u odnosu na \mathbb{F} ;
ako $(K-X)^+$ sadrži sve attribute u R
tada $K := K - \{X\}$



Primer

Zadata je šema relacije $(R; F)$, gde je $R=(A,B,C,D,E)$ i
 $F=(A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A)$

Naći ključ ove relacije

1. $K=\{A,B,C,D,E\}$
2. Iz K izbacujemo attribute redom

Iz K izbacujemo atribut A

Izračunavamo $\{K-A\}^+_F$, tj. $\{K-A\}^+_F = \{B,C,D,E,A\}$;

$\{K-A\}^+$ sadrži sve attribute iz R ,

pa je $K := K-A := \{B,C,D,E\}$;

Iz $K=\{B,C,D,E\}$ izbacujemo B

Izračunavamo $\{K-B\}^+_F$, tj. $\{K-B\}^+_F = \{C,D,E,A,B\}$;

$\{K-B\}^+$ sadrži sve attribute iz R ,

$K := K-B$, tj. $K=\{C,D,E\}$;

Primer

Iz K izbacujemo atribut C

Izračunavamo $\{K-C\}^+_F$, tj. $\{K-C\}^+_F = \{D, E, A, B, C\}$;

$\{K-C\}^+$ sadrži sve attribute iz R,

$K := K - C$, tj. $K = \{D, E\}$;

Iz K izbacujemo atribut D

Izračunavamo $\{K-D\}^+_F$, tj. $\{K-D\}^+_F = \{E, A, B, C, D\}$;

$\{K-C\}^+$ sadrži sve attribute iz R, pa

$K := K - D$, tj. $K = \{E\}$;

Iz K izbacujemo atribut E

Izračunavamo $\{K-E\}^+_F$, tj. $\{K-E\}^+_F = \emptyset$;

$\{K-E\}^+$ ne sadrži sve attribute iz R, pa K ostaje nepromenjeno, tj. $K = \{E\}$;

3. KRAJ algoritma.

Ključ zadate šeme relacije je {E}



Algoritam za nalaženje svih ključeva šeme relacije

Ulaz: Šema relacije $(R; F)$

Izlaz: Skup ključeva K šeme relacije $(R; F)$

1. $K := \emptyset;$
2. **do** traži_ključ $(\forall X \subseteq R)$ // za **svaki podskup** skupa atributa R

if $R = X^+_F$ **then** // svojstvo identifikacije

do redukcija $(\forall A \in X)$

if $A \in \{X - A\}^+$ **then** $X = \{X - A\}$ **endif**

enddo redukcija

$K = K \cup X$

endif

3. **enddo** traži_ključ

// svojstvo minimalnosti



Primer

- Zadata je šema relacije $(R; \mathbb{F})$,
 gde je $R=(A,B,C,D,E)$ i
 $\mathbb{F}=(A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A)$
 Naći sve ključeve ove relacije

Ulaz: $R=(A,B,C,D,E)$ i $\mathbb{F}=(A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A)$

1. $K = \emptyset$
2. Ispitujemo da li svojstvo ključa ima svaki podskup skupa atributa R , tj. $\{A\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{E\}, \{A,B\}, \{A,C\}, \{A,D\}, \{A,E\}, \{B,C\}, \{B,D\}, \{B,E\}, \{C,D\}, \{C,E\}, \{D,E\}, \{A,B,C\}, \{A,B,D\}, \{A,B,E\}, \{A,C,D\}, \{A,C,E\}, \{A,D,E\}, \{B,C,D\}, \{B,C,E\}, \{B,D,E\}, \{C,D,E\}, \{A,B,C,D\}, \{A,B,C,E\}, \{A,B,D,E\}, \{A,C,D,E\}, \{B,C,D,E\}$
3. KRAJ algoritma.

Izlaz: $K=\{A, E, BC, CD\}$



Funkcionalne zavisnosti

Pitanja ???