

Arhitektura i organizacija računara

1. deo

Zadatak 1. Za mašinu tipa NAPUNI - ZAPAMTI (Load - Store) za koju je smeša naredbi dobijena merenjem prikazana u tablici razvijamo optimizirajuću kompilator. Kompilator eliminiše 50% ALU instrukcija dok se broj ostalih instrukcija ne smanjuje. Ukoliko je perioda taktnog signala $2ns$ uporediti vremena izvršenja i MIPS (*Million Instructions Per Second*) vrednosti neoptimizovanog i optimizovanog koda. Da li se poređenja kodova po vremenu izvršenja i MIPS vrednostima slažu? Objasniti.

Tip instukcije	Učestanost	Br. ciklusa takta
ALU	43%	1
LOAD	21%	2
STORE	12%	2
Grananje	24%	2

Rešenje:

$$T = N \cdot CPI \cdot T_c$$

$T \rightarrow$ vreme rada procesora, $N \rightarrow$ broj instrukcija, $CPI \rightarrow$ broj ciklusa po instrukciji,

$T_c \rightarrow$ perioda takta procesora.

$$MIPS = \frac{N}{T \cdot 10^6}$$

$MIPS \rightarrow$ Million Instructions Per Second, $N \rightarrow$ broj instrukcija, $T \rightarrow$ vreme izvršenja.

$$T_c = 2ns$$

I varijanta (neoptimizovano):

$$CPI_s = 0.43 \cdot 1 + (0.21 + 0.12 + 0.24) \cdot 2 = 1.57$$

$$T_s = N_s \cdot CPI_s \cdot T_c = N_s \cdot 1.57 \cdot 2ns = 3.14 \cdot N_s \text{ ns}$$

$$MIPS_s = \frac{N_s}{T_s \cdot 10^6} = \frac{N_s}{3.14 \cdot N_s \cdot 10^{-9} \cdot 10^6} = 318.47$$

II varijanta (optimizovano):

$$N_n = N_s - 0.5 \cdot 0.43 \cdot N_s = 0.785 \cdot N_s \rightarrow 50\% \text{ manje ALU instrukcija}$$

$$ALU: \frac{0.5 \cdot 0.43 \cdot N_s}{0.785 \cdot N_s} \cdot 100\% \approx 27\%$$

$$LOAD: \frac{0.21 \cdot N_s}{0.785 \cdot N_s} \cdot 100\% \approx 27\%$$

$$STORE: \frac{0.12 \cdot N_s}{0.785 \cdot N_s} \cdot 100\% \approx 15\%$$

$$\text{Grananje: } \frac{0.24 \cdot N_s}{0.785 \cdot N_s} \cdot 100\% \approx 31\%$$

$$ALU + LOAD + STORE + Grananje = 100\% \rightarrow \text{obratiti pažnju da zbir bude } 100\%$$

$$CPI_n = 0.27 \cdot 1 + (0.27 + 0.15 + 0.31) \cdot 2 = 1.73$$

$$T_n = 0.785 \cdot N_s \cdot 1.73 \cdot T_c = 2.72 \cdot N_s \text{ ns}$$

$$MIPS_n = \frac{N_n}{2.72 \cdot N_s \cdot 10^{-9} \cdot 10^6} = 288.60$$

Ne slažu se poređenja. $T_n < T_s$ što bi značilo da je druga varijanta brža jer izvršava isti program za kraće vreme, a $MIPS_n < MIPS_s$, što bi značilo da je prva varijanta brža jer izvršava više instrukcija u jedinici vremena.

MIPS nije pouzdana mera!!! Druga varijanta zaista izvršava manje instrukcija u jedinici vremena, ali se smeše instrukcija razlikuju. Kod prve varijante čak 43% instrukcija traje jednu periodu takta, dok kod druge varijante samo 27% instrukcija traje jednu periodu takta (sve ostale instrukcije u oba slučaja traju po 2 periode takta). Zbog toga se dešava da prva varijanta, iako sporija, izvršava više instrukcija u jedinici vremena. Ono što je merodavno je vreme izvršenja – isti program druga varijanta izvršava za kraće vreme, tako da je ona brža.

Zadatak 2. Računar A izvršava neki program za 10s, a računar B izvršava isti program za 15s. Za koliko procenata je računar A brži od računara B?

Rešenje:

$$T_A = 10s$$

$$T_B = 15s$$

Problem se sastoji u tome što se traži poređenje brzina, a data su vremena izvršenja. Kako bismo bili sigurni da nećemo da pogrešimo, treba krenuti od obrasca gde figurišu brzine, pa iskoristiti da su brzina i vreme izvršenja obrnuto proporcionalni.

Ako poredimo V_A sa V_B (bez obzira na to da li je pitanje za koliko je A brži od B ili za koliko je A sporiji od B):

$$\frac{V_A - V_B}{V_B} \cdot 100\%$$

Ako poredimo V_B sa V_A (bez obzira na to da li je pitanje za koliko je B brži od A ili za koliko je B sporiji od A):

$$\frac{V_B - V_A}{V_A} \cdot 100\%$$

Ako se pritom dobije pozitivna vrednost onda je brži, a ako se dobije negativna onda je sporiji. Pitanje je bilo za koliko je A brži od B, dakle:

$$\frac{V_A - V_B}{V_B} \cdot 100\% = \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{T_B}{T_A} - 1 \right) \cdot 100\% = 0.5 \cdot 100\% = 50\%$$

Računar A je brži od računara B za 50%. Ako bismo želeli da izračunamo za koliko procenata je računar B sporiji od računara A, imali bismo:

$$\frac{V_B - V_A}{V_A} \cdot 100\% = \left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{T_A}{T_B} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{10}{15} - 1\right) \cdot 100\% = -33\%$$

Računar B je sporiji od računara A za 33%.

Zadatak 3. Četiri takmičara treba da pređu put dužine 80km podeljen u dve deonice, A i B. Deonica A je dužine 50km i svi takmičari je prelaze pešice prosečnom brzinom od $5 \frac{km}{h}$. Drugu deonicu, dužine 30km, prvi takmičar prelazi automobilom vozeći prosečnom brzinom od $120 \frac{km}{h}$, drugi takmičar kamionom vozeći prosečnom brzinom od $60 \frac{km}{h}$, treći biciklom vozeći prosečnom brzinom od $20 \frac{km}{h}$, a četvrti nastavlja pešice prosečnom brzinom od $5 \frac{km}{h}$. Koliko će puta prvi takmičar stići na cilj brže od poslednjeg takmičara?

Takmičar	Časova za deonicu A	Časova za deonicu B	Povećanje brzine na B	Povećanje brzine na A + B
4.	10	$\frac{30}{5} = 6$	$\frac{6}{6} = 1$	1
3.	10	$\frac{30}{20} = 1.5$	$\frac{6}{1.5} = 4$	$\frac{16}{10 + 1.5} = 1.39$
2.	10	$\frac{30}{60} = 0.5$	$\frac{6}{0.5} = 12$	$\frac{16}{10 + 0.5} = 1.52$
1.	10	$\frac{30}{120} = 0.25$	$\frac{6}{0.25} = 24$	$\frac{16}{10 + 0.25} = 1.56$

Vreme najsporijeg takmičara

Prvi takmičar će na cilj stići brže 1.56 puta. Maksimalno povećanje brzine bi bilo $1.60 \rightarrow \frac{16}{10+0.0}$ ako bi brzina na delu B bila ∞ .

Zaključak: Nije toliko bitno koliko poboljšanje ćemo da postignemo na jednom (malom) delu, nego da obuhvatimo što veći deo koji ćemo da poboljšamo.

Amdahl-ov zakon:

$$PB_U = \frac{1}{1 - PD + \frac{PD}{PB_{PD}}}$$

$PB_U \rightarrow$ ukupno poboljšanje, $PD \rightarrow$ poboljšani deo, $PB_{PD} \rightarrow$ povećanje brzine u delu sa poboljšanjem.

Za traženi slučaj $PD=30/80$, $PB_{PD}=24$, dobija se da je $PB_U=1.56$.

Zadatak 4. Zahvaljujući poboljšanjima novi računar obavlja neku aktivnost 10 puta brže nego stari. Ako se ova aktivnost javlja u 40% vremena rada računara, koliko je ukupno povećanje brzine rada računara?

Rešenje:

$$PB_{PD} = 10, \quad PD = 0.4$$

$$PB_U = \frac{1}{1 - PD + \frac{PD}{PB_{PD}}} = \frac{1}{1 - 0.4 + \frac{0.4}{10}} = \frac{1}{0.6 + 0.04} = \frac{1}{0.64} = 1.56$$

Zadatak 5. Pojavila se mogućnost da se upetostruči brzina centralnog procesora upetostručivanjem pritom njegove cene. Ako se centralni procesor koristi 50% vremena rada, a 50% otpada na U/I aktivnosti i ako cena procesora iznosi 1/3 ukupne cene celog računara, da li je ovo dobra investicija sa stanovišta odnosa cena/performance?

Rešenje:

$$PB_{PD} = 5, \quad PD = 0.5$$

$$PB_U = \frac{1}{1 - PD + \frac{PD}{PB_{PD}}} = \frac{1}{1 - 0.5 + \frac{0.5}{5}} = \frac{1}{0.6} = 1.67 \rightarrow \text{povećanje brzine je 1.67}$$

$$C = C_{cp} + C_{ost}$$

$$C_s = C_{scp} + C_{ost} = \frac{1}{3}C_s + \frac{2}{3}C_s$$

$$C_n = C_{ncp} + C_{ost} = 5 \cdot \frac{1}{3}C_s + \frac{2}{3}C_s = 2.33C_s \rightarrow \text{povećanje cene je 2.33}$$

Obzirom da je povećanje cene veće od povećanja brzine, ovo nije dobra investicija.

Arhitektura i organizacija računara 2. deo

Zadatak 1. Razmotrimo sledeće dve alternative za realizaciju uslovne naredbe grananja kod dva procesora CP_A i CP_B . Kod procesora CP_A kod uslova postavlja se naredbom poređenja iza koje mora slediti naredba grananja. Kod procesora CP_B poređenje je uključeno u naredbu grananja. Kod oba procesora naredba uslovnog grananja traje 2 periode takta, dok sve ostale naredbe traju 1 periodu takta. Kod CP_A 20% svih izvršenih naredbi su naredbe uslovnog grananja. Pridružene naredbe poređenja čine sledećih 20% izvršavanih naredbi. Poznato je da je perioda takta CP_B za 25% duža od perioda takta CP_A . Koji procesor je brži?

Rešenje:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{l} CP_A: \\ \text{CMP } R_i, R_j \\ \text{BE } adr \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{l} CP_B: \\ \text{BE } R_i, R_j, adr \end{array} \\ & & T = N \cdot CPI \cdot T_c \end{array}$$

$T \rightarrow$ vreme rada procesora, $N \rightarrow$ broj instrukcija, $CPI \rightarrow$ broj ciklusa po instrukciji,

$T_c \rightarrow$ perioda takta procesora.

$$CPI_A = 0.2 \cdot 2 + (1 - 0.2) \cdot 1 = 1.2$$

$$T_A = N_A \cdot CPI_A \cdot T_{CA} = 1.2 \cdot N_A \cdot T_{CA}$$

$$T_{CB} = 1.25 \cdot T_{CA} \rightarrow \text{takt } CP_B$$

$$N_B = N_A - 0.2 \cdot N_A = 0.8 \cdot N_A$$

$$\text{grananje} \rightarrow \frac{0.2 \cdot N_A}{N_B} \cdot 100\% = \frac{0.2 \cdot N_A}{0.8 \cdot N_A} \cdot 100\% = 25\%$$

$$CPI_B = 0.25 \cdot 2 + (1 - 0.25) \cdot 1 = 1.25$$

$$T_B = N_B \cdot CPI_B \cdot T_{CB} = 0.8 \cdot N_A \cdot 1.25 \cdot 1.25 \cdot T_{CA} = 1.25 \cdot N_A \cdot T_{CA}$$

Pošto je $T_A < T_B$ zaključujemo da je prvi procesor, odnosno CP_A , brži.

Dodatak: Pošto je video rezultate analize, projektant je ustanovio da se razlika u periodu takta CP_A i CP_B iz prethodnog zadatka može svesti na 10%. Koji procesor je sada brži?

$$T_{CB} = 1.1 \cdot T_{CA} \rightarrow \text{takt } CP_B$$

$$T'_B = N_B \cdot CPI_B \cdot T_{CB} = 0.8 \cdot N_A \cdot 1.25 \cdot 1.1 \cdot T_{CA} = 1.1 \cdot N_A \cdot T_{CA}$$

Sada je $T'_B < T_A$ pa je drugi procesor brži.

Zadatak 2. Dat je računar koji koristi NAPUNI – ZAPAMTI (LOAD - STORE) arhitekturu. U tablici su date učestanosti pojedinih naredbi i odgovarajuća trajanja naredbi izražene brojem periode kloka. Poznato je da 25% ALU naredbi jednokratno koristi operande iz napunjenih registra. Ovoj arhitekturi dodate su ALU naredbe koje imaju jedan izvorišni operand u memoriji. Ove nove, registarsko – memorijske naredbe, traju 2 periode kloka. Ukoliko ovakva izmena povećava broj perioda kloka za naredbe grananja na 3, ali ne utiče na trajanje periode kloka (ovo je uzrokovano nekim osobenostima protočne organizacije procesora), da li bi time ukupne performanse bile povećane?

Tip instukcije	Učestanost	Br. ciklusa takta
ALU	43%	1
LOAD	21%	2
STORE	12%	2
Grananje	24%	2

Rešenje:

LD R_2, adr \longrightarrow **ADD** R_1, adr
ADD R_1, R_2

$$CPI_S = 0.43 \cdot 1 + (0.21 + 0.12 + 0.24) \cdot 2 = 1.57$$

$$T_S = N_S \cdot CPI_S \cdot T_C = 1.57 \cdot N_S \cdot T_C$$

25% ALU naredbi biće R – M (registarsko – memorijske) naredbe (2 periode takta).

75% ALU naredbi biće R – R (registarsko – registarske) naredbe (one naredbe koje su preostale).

$$N_N = N_S - 0.25 \cdot 0.43 \cdot N_S = 0.8925 \cdot N_S$$

$$ALU (R - R) \rightarrow \frac{0.75 \cdot 0.43 \cdot N_S}{0.8925 \cdot N_S} \cdot 100\% = 36\%, \quad 1 \text{ takt}$$

$$ALU (R - M) \rightarrow \frac{0.25 \cdot 0.43 \cdot N_S}{0.8925 \cdot N_S} \cdot 100\% = 12\%, \quad 2 \text{ takta}$$

$$LOAD \rightarrow \frac{0.21 \cdot N_S - 0.25 \cdot 0.43 \cdot N_S}{0.8925 \cdot N_S} \cdot 100\% = 11.5\%, \quad 2 \text{ takta}$$

*Imamo manji broj LOAD naredbi zato što smo uveli R – M naredbe.

$$STORE \rightarrow \frac{0.12 \cdot N_S}{0.8925 \cdot N_S} \cdot 100\% = 13.5\%, \quad 2 \text{ takta}$$

$$Grananje \rightarrow \frac{0.24 \cdot N_S}{0.8925 \cdot N_S} \cdot 100\% = 27\%, \quad 3 \text{ takta}$$

$$CPI_N = 0.36 \cdot 1 + (0.12 + 0.115 + 0.135) \cdot 2 + 0.27 \cdot 3 = 1.91$$

$$T_N = N_N \cdot CPI_N \cdot T_C = 0.8925 \cdot N_S \cdot 1.91 \cdot T_C = 1.70 \cdot N_S \cdot T_C$$

Pošto je $T_S < T_N$ zaključujemo da je prvo rešenje brže, tako da performanse ne bi bile povećane, nego smanjene.

Zadatak 3. Na nekom računaru merenjem su nađene (dinamičke) učestanosti pojavljivanja pojedinih grupa naredbi navedenih u tablici. Kod ALU (R - M) naredbi memorijski operand je u 75% slučajeva izvorišni operand, u 25% slučajeva je odredišni operand. Meren je i broj obraćanja ALU (R - M) naredbi neizmenjenim izvornim memorijskim operandima. U 25% aktivnih operanada obraćanje je jednokratno, u 55% aktivnih operanada obraćanje je dvokratno a u 20% aktivnih operanada obraćanje je trokratno. Ispitati mogućnost da se ALU (R - M) naredbe zamene naredbama punjenja i pamćenja i ALU (R - R) naredbama. Da li bi time performanse bile poboljšane?

Tip instrukcije	Učestanost	Br. ciklusa takta
ALU (R - R)	20%	1
ALU (R - M)	28%	2
LOAD	12%	2
STORE	8%	2
Upravljačke	22%	2
Ostale	10%	2

Rešenje: $CPI_S = 0.2 \cdot 1 + (1 - 0.2) \cdot 2 = 1.8$

$$T_S = 1.8 \cdot N_S \cdot T_C$$

$$N_N = N_S + N_{LoadN} + N_{StoreN}$$

N_{LoadN} je broj novih load, a N_{StoreN} broj novih store instrukcija

$$N_{StoreN} = 0.25 \cdot 0.28 \cdot N_S = 0.07 \cdot N_S$$

$$N_{LoadN} = 0.28 \cdot N_S \cdot 0.75 \cdot \left(0.25 + \frac{0.55}{2} + \frac{0.20}{3}\right) = 0.12425 \cdot N_S$$

$$N_N = N_S + N_{LoadN} + N_{StoreN} = N_S + 0.12425 \cdot N_S + 0.07 \cdot N_S = 1.19425 \cdot N_S$$

$$ALU \rightarrow \frac{N_{ALURR} + N_{ALURM}}{N_N} = \frac{(0.2 + 0.28) \cdot N_S}{1.19425 \cdot N_S} \cdot 100\% = 40.2\%$$

$$LOAD \rightarrow \frac{N_{Loads} + N_{LoadN}}{N_N} = \frac{(0.12 + 0.12425) \cdot N_S}{1.19425 \cdot N_S} \cdot 100\% = 20.43\%$$

$$STORE \rightarrow \frac{N_{StoreS} + N_{StoreN}}{N_N} = \frac{(0.08 + 0.07) \cdot N_S}{1.19425 \cdot N_S} \cdot 100\% = 12.56\%$$

$$Upravljačke \rightarrow \frac{N_{UpravljačkeS}}{N_N} = \frac{0.22 \cdot N_S}{1.19425 \cdot N_S} \cdot 100\% = 18.42\%$$

$$Ostale \rightarrow \frac{N_{OstaleS}}{N_N} = \frac{0.1 \cdot N_S}{1.19425 \cdot N_S} \cdot 100\% = 8.38\%$$

$$CPI_N = 0.402 \cdot 1 + (1 - 0.402) \cdot 2 = 1.598$$

$$T_N = 1.194 \cdot N_S \cdot 1.598 \cdot T_C = 1.908 \cdot N_S \cdot T_C$$

Pošto je $T_S < T_N$ zaključujemo da je prvo rešenje bolje i da u drugom slučaju imamo pogoršanje.

ADD <i>adr1</i> , <i>R</i> ₁ , <i>R</i> ₂ ↓ ADD <i>R</i> ₃ , <i>R</i> ₁ , <i>R</i> ₂ ST <i>adr1</i> , <i>R</i> ₃	25% slučajeva je odredišni operand	Odredišni operand
ADD <i>R</i> ₄ , <i>R</i> ₅ , <i>adr2</i> ↓ LD <i>R</i> ₆ , <i>adr2</i> ADD <i>R</i> ₄ , <i>R</i> ₅ , <i>R</i> ₆	75% slučajeva izvorišni operand	Jednokratno 25%
SUB <i>R</i> ₇ , <i>R</i> ₆ , <i>adr3</i> MUL <i>R</i> ₉ , <i>adr3</i> , <i>R</i> ₁₀ ↓ LD <i>R</i> ₁₁ , <i>adr3</i> SUB <i>R</i> ₇ , <i>R</i> ₈ , <i>R</i> ₁₁ MUL <i>R</i> ₉ , <i>R</i> ₁₁ , <i>R</i> ₁₀	75% slučajeva izvorišni operand	Dvokratno 55%
.....	75% slučajeva izvorišni operand	Trokratno 20%

Zadatak 4. Instrukcije nekog računara su $18b$, a adresna polja dužine $7b$. Ustanoviti da li je moguće formatima ovih dužina kodirati 15 2-adresnih, 125 1-adresnih i 28 0-adresnih instrukcija. Skicirati karakteristične detalje, načine kodiranja instrukcija i postupak njihovog dekodiranja.

Rešenje:

$$M = 15, \quad N = 125, \quad L = 28$$

KO – kôd operacije, OP - operand

KO_2	OP_1	OP_2	2-adresne
$4b$	$7b$	$7b$	

KO_2	KO_1	OP	1-adresne
$4b$	$7b$	$7b$	
$11b$			

KO_2	KO_1	KO_0	0-adresne
$4b$	$7b$	$7b$	
$18b$			

$$l_{KO_2} \rightarrow \text{dužina } KO_2$$

$$2^{l_{KO_2}} = 2^4 = 16 > M$$

$$(2^{l_{KO_2}} - M) \cdot 2^{l_{KO_1}} = (16 - 15) \cdot 2^7 = 128 > N$$

$$[(2^{l_{KO_2}} - M) \cdot 2^{l_{KO_1}} - N] \cdot 2^{l_{KO_0}} = 3 \cdot 2^7 = 384 \geq L$$

Moguće je dekodirati tražene naredbe. Jedan od mogućih načina dekodiranja bio bi sledeći:

	$4b$	$7b$	$7b$	
	KO_2	KO_1	KO_0	
15	0000			2-adresne instrukcije
	0001			
			
	1110			
125	1111	0000000		1-adresne instrukcije
	1111	0000001		
		
	1111	1111100		
28	1111	1111101	0000000	0-adresne instrukcije
	1111	1111101	0000001	
	
	1111	1111101	0011011	

Zadatak 5. Dat je zapis sa sledećim elementima:

- integer (* H' 11121314 reč *)
- double integer (* H' 2122232425262728 dvostruka reč *)
- unsigned word (* H' 31323334 reč *)
- array [1..7] of char (* H' ABCDEFG bajt *)
- short integer (* H' 5152 polureč *)
- integer (* H' 61626364 reč *).

Prikazati smeštanje ovog zapisa u mašinama sa adresiranjem repa i adresiranjem glave. Memorijske lokacije su dužine 8 bajta. Pristupi memoriji su poravnati. Prikazati kako se u mašini sa adresiranjem glave kao prirodnim načinom adresiranja može implementirati adresiranje repa. Navesti podatke koji se dobijaju pri obraćanju podacima dužine 1 bajt, 1 reč, 1 bajt, 1 polureč sa respektivnim adresama H' 08, 0C, 12, 20 za sva tri slučaja.

Rešenje:

8b – bajt, **2B** - polureč, **4B** – reč, **8B** – dvostruka reč

Poravnati pristup – adresa deljiva sa dužinom podatka izraženom u bajtima (ako je dužina podatka 2B, onda adresa mora da bude parna, ako je dužina podatka 4B, adresa mora da bude deljiva sa 4, itd.)

Adresiranje repa:

7	6	5	4	3	2	1	0	
				11	12	13	14	00
21	22	23	24	25	26	27	28	08
D	C	B	A	31	32	33	34	10
		51	52		G	F	E	18
				61	62	63	64	20

Adresiranje glave:

	0	1	2	3	4	5	6	7	
00	11	12	13	14					00
08	21	22	23	24	25	26	27	28	08
10	31	32	33	34	A	B	C	D	16
18	E	F	G		51	52			24
20	61	62	63	64					32

Adresiranje repa kod mašine sa adresiranjem glave:

	0	1	2	3	4	5	6	7	
00					11	12	13	14	00
08	21	22	23	24	25	26	27	28	08
10	D	C	B	A	31	32	33	34	16
18			51	52		G	F	E	24
20					61	62	63	64	32

Dužina podatka	Adresa	Adresiranje repa	Adresiranje glave	Adresiranje repa'
Bajt	H' 08	28	21	28
Reč	H' 0C	21222324	25262728	21222324
Bajt	H' 12	32	33	32
Polureč	H' 20	6364	6162	6364

$$i = \begin{cases} 7, & \text{za bajt} \\ 6, & \text{za polureč} \\ 4, & \text{za reč} \\ 0, & \text{za dvostruku reč} \end{cases}$$

$a \oplus i$ – adresiranje glave

$$\begin{array}{rcl} H'08 & = & 00001000 \\ \oplus & & 00000111 \\ \hline & & 00001111 = H'0F \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} H'12 & = & 00010010 \\ \oplus & & 00000111 \\ \hline & & 00010101 = H'15 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} H' 0C & = & 00001100 \\ \oplus & & 00000100 \\ \hline & & 00001000 \end{array} = H' 08$$

$$\begin{array}{rcl} H' 20 & = & 00100000 \\ \oplus & & 00000110 \\ \hline & & 00100110 \end{array} = H' 26$$