

# *Baze podataka*

*Katedra za računarstvo  
Elektronski fakultet u Nišu*

## Relaciona algebra

Prof.dr Leonid Stoimenov

# Zašto je važna relacionala algebra?

---

- ▶ Obezbeđuje **formalnu osnovu** za **operacije** relacionog modela
- ▶ Koristi se kao osnova za
  - ▶ **implementaciju** i
  - ▶ **optimizaciju** upita u RDBMS-u
- ▶ Neki od njenih koncepata su ugrađeni u SQL standardni upitni jezik za relacioni model podataka



# Relaciona algebra – Uvod (1)

---

- ▶ Relaciona algebra je **formalni jezik** za relacioni model
  - ▶ Zasniva se na matematičkoj teoriji skupova
  - ▶ **Izraz relacione algebre** - sekvenca operacija relacione algebre
  - ▶ Izrazi relacione algebre se sastoje od **operatora i operanada**
    - ▶ **Operandi** su **relacije** (skupovi torki ili reprezentanti skupova torki)
    - ▶ **Rezultat** je takođe **relacija**
- 



# Relaciona algebra – Uvod (2)

- ▶ Za iskazivanje **upita** putem relacione algebre koriste se dve vrste operatora
  - ▶ **Specijalni operatori** relacione algebre
    - ▶ selekcija,
    - ▶ projekcija,
    - ▶ spoj,
    - ▶ deljenje
  - ▶ **Standardni operatori** matematičke teorije skupova
    - ▶ Unija,
    - ▶ presek,
    - ▶ razlika,
    - ▶ Dekartov proizvod

# Operacije relacione algebre

---

- ▶ **Osnovni skup operacija** relacione algebre:
  - ▶ Selekcija (SELECT)
  - ▶ Projekcija (PROJECT)
  - ▶ Unija (UNION)
  - ▶ Razlika (DIFFERENCE, MINUS, EXCEPT)
  - ▶ Dekartov proizvod (CARTESIAN PRODUCT, CROSS PRODUCT, CROSS JOIN)



# Operacije relacione algebre

---

## ▶ **Prošireni skup operacija** relacione algebre:

- ▶ Presek (INTERSECTION)

- ▶ Deljenje (DIVISION)

- ▶ Spoj (JOIN)

  - ▶ Unutrašnji (INNER)

  - ▶ Spoljašnji (OUTER)

    - Levi (LEFT)

    - Desni (RIGHT)

    - Potpuni (FULL)

  - ▶ Polu spoj (SEMI JOIN)

- ▶ Operacije iz proširenog skupa se mogu izvesti iz operacija osnovnog skupa

---

# Selekcija

- ▶ To je operacija kojom se iz relacije **izdvajaju** one **torke** koje imaju zadatu vrednost specificiranih atributa
- ▶ Atributi i njihove vrednosti po kojima se vrši selekcija se zadaju **uslovom selekcije**  
radnik

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	<b>10</b>
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	<b>10</b>
2995	GOCA	18 000	30
3305	LAZA	60 000	40
3515	JOVAN	20 000	20
3819	VLADA	65 000	30

# Selekcija

---

- ▶ Operacija selekcije se označava sa

$$\sigma_{\langle \text{uslov selekcije} \rangle} (\langle \text{ime relacije} \rangle)$$

- ▶ Rezultat: RELACIJA
  - ▶ Selekcija se vrši iz zadate relacije  $\langle \text{ime relacije} \rangle$
  - ▶ Atributi i njihove vrednosti po kojima se vrši selekcija se zadaju **uslovom selekcije**
  - ▶ **Redosled atributa** rezultatne relacije ekvivalentan je redosledu atributa relacije nad kojom je primenjena selekcija
- 





# Uslov selekcije

---

- ▶ **Prost uslov selekcije** je logički izraz oblika:

$$A_i \theta A_j$$

$$A_i \theta C$$

$$C \theta A_i$$

- ▶ gde je
  - ▶  $\theta \in \{<, =, >, <=, >=, !=\}$
  - ▶  $A_i$  i  $A_j$  imena atributa relacije nad kojom se selekcija izvodi
  - ▶  $C$  konstanta koja uzima vrednosti iz domena atributa  $A_i$
- ▶ **Složeni uslov selekcije** se sastoji od prostih uslova selekcije koji su povezani operatorima  $\wedge$ ,  $\vee$  i  $\neg$ , odnosno AND, OR i NOT



# Primer selekcije

---

- ▶ Iz relacije radnik nad šemom relacije  
RADNIK (MBR,LIME,LD,SBR)  
izabrati sve radnike koji ispunjavaju uslov:
  - (a)  $LD > 20000$
  - (b)  $LD > 20000$  i  $SBR = 10$



# Primer selekcije

---

- ▶ Iz relacije radnik nad šemom relacije  
 $\text{RADNIK}(\underline{\text{MBR}}, \text{LIME}, \text{LD}, \text{SBR})$   
izabrati sve radnike koji ispunjavaju uslov:
    - (a)  $\text{LD} > 20000$
    - (b)  $\text{LD} > 20000 \text{ i } \text{SBR} = 10$
  - ▶ Odgovarajuće operacije relacione algebre su:
    - (a)  $\sigma_{\text{LD} > 20000}(\text{radnik})$
    - (b)  $\sigma_{\text{LD} > 20000 \text{ AND } \text{SBR} = 10}(\text{radnik})$
- 



radnik

# Primer selekcije

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	10
2995	GOCA	18 000	30
3305	LAZA	60 000	40
3515	JOVAN	20 000	20
3819	VLADA	65 000	30

 $\sigma_{LD > 20000}$  (radnik)

(a)

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	10
3305	LAZA	60 000	40
3819	VLADA	65 000	30

 $\sigma_{LD > 20000 \text{ AND } SBR = 10}$  (radnik)

(b)

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2932	MIRA	35 000	10

# Svojstva selekcije

---

- ▶ Selekcija je **komutativna** operacija

$$\sigma_{\langle \text{uslov1} \rangle} (\sigma_{\langle \text{uslov2} \rangle} (r)) = \sigma_{\langle \text{uslov2} \rangle} (\sigma_{\langle \text{uslov1} \rangle} (r))$$

- ▶ Posledica

- ▶ Sekvenca operacija selekcije može biti primenjena u bilo kom redosledu ili zamenjena jednom operacijom selekcije sa složenim uslovom

$$\sigma_{\langle \text{uslov1} \rangle} (\sigma_{\langle \text{uslov2} \rangle} (\dots \sigma_{\langle \text{uslovn} \rangle} (r))) =$$

$$\sigma_{\langle \text{uslov1} \rangle \text{ AND } \langle \text{uslov2} \rangle \text{ AND } \dots \text{ AND } \langle \text{uslovn} \rangle} (r)$$


---



# Projekcija

- ▶ To je operacija kojom se iz relacije **izdvajaju kolone** koje odgovaraju atributima po kojima se vrši projekcija i kojom se iz tako dobijene relacije eliminišu jednake torke
- ▶ Operator projekcije se označava sa

$\pi$  <lista atributa>(<ime relacije>)

radnik

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	10
2995	GOCA	18 000	30
3305	LAZA	60 000	40
3515	JOVAN	20 000	20
3819	VLADA	65 000	30

# Projekcija

---

$$\pi_{\langle \text{lista atributa} \rangle}(\langle \text{ime relacije} \rangle)$$

- ▶ Rezultat: **relacija**
  - ▶  $\langle \text{lista atributa} \rangle$  definiše za koje attribute se vrši projekcija
  - ▶ **Redosled atributa** rezultatne relacije definisan je listom atributa projekcije
  - ▶ Projekcija **nije komutativna**
- 



# Primer projekcije

- Projektovati po atributima LIME, SBR relaciju **radnik** definisanu nad šemom relacije RADNIK(MBR, LIME, LD, SBR)

radnik

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	10
2995	GOCA	18 000	30
3305	LAZA	60 000	40
3515	JOVAN	20 000	20
3819	VLADA	65 000	30

$\pi_{LIME, SBR}(\text{radnik})$     $\pi_{SBR, LIME}(\text{radnik})$

LIME	SBR
MIRA	10
PERA	20
GOCA	30
LAZA	40
JOVAN	20
VLADA	30

SBR	LIME
10	MIRA
20	PERA
30	GOCA
40	LAZA
20	JOVAN
30	VLAD A



# Preimenovanje

---

- ▶  $\rho_{s(B1,B2,\dots,Bn)}(r)$ 
  - ▶ Preimenuje ime relacije i imena atributa
  
- ▶  $\rho_s(r)$ 
  - ▶ Preimenuje ime relacije
  
- ▶  $\rho_{(B1,B2,\dots,Bn)}(r)$ 
  - ▶ Preimenuje attribute relacije

$s$  je novo ime relacije  $r(A1,A2,\dots,An)$

$B1,B2,\dots,Bn$  su nova imena atributa  $A1,A2,\dots,An$

---



# Operacije relacione algebre iz teorije skupova

---

- ▶ Standardne matematičke operacije nad skupovima
  - ▶ Unija
  - ▶ Presek
  - ▶ Razlika
  - ▶ Dekartov proizvod



# Unija

- ▶ Unija relacija  $r$  i  $s$  je skup torki koje pripadaju relacijama  $r$  ili  $s$  ili obema.
- ▶ Uslov za obavljanje ove operacije je da su  $r$  i  $s$  **unijski kompatibilne relacije**
  - ▶ To znači da obe relacije imaju **isti stepen** i da su **domeni** korespondentnih atributa u obe relacije **isti**
- ▶ Rezultujuća relacija ima **imena atributa** prve relacije
- ▶ Unija je **komutativna** i **asocijativna** operacija

$$r \cup s = s \cup r$$

$$(r \cup s) \cup t = r \cup (s \cup t)$$



# Razlika

---

- ▶ Razlika relacija  $r$  i  $s$  je skup torki koje pripadaju relaciji  $r$  ali ne pripadaju relaciji  $s$
  - ▶ Relacije  $r$  i  $s$  treba da su **unijski kompatibilne**
  - ▶ Rezultujuća relacija ima **imena atributa prve relacije**
  - ▶ Razlika **nije komutativna operacija**  
$$r - s \neq s - r$$
- 



# Presek

- ▶ Presek relacija  $r$  i  $s$  je skup torki koje pripadaju obema relacijama
- ▶ Uslov za obavljanje ove operacije je da su  $r$  i  $s$  **unijski kompatibilne** relacije
- ▶ Rezultujuća relacija ima **imena atributa prve relacije**
- ▶ Presek se može izraziti preko razlike na sledeći način:
$$r \cap s = r - (r - s)$$
- ▶ Presek je **komutativna i asocijativna operacija**
$$r \cap s = s \cap r$$
$$(r \cap s) \cap t = r \cap (s \cap t)$$

# Primer skupovnih operacija (1)

student

<u>IND</u>	IME	DATR	GRAD
1211	PERA	010971	NI
1213	VERA	130872	NI
1215	MILA	150171	LE
1217	VERA	220371	SV

kandidat

<u>ID</u>	IME	DATR	GRAD
1213	VERA	130872	NI
1217	VERA	220371	SV
1223	MIKA	101072	LE

student - kandidat

<u>IND</u>	IME	DATR	GRAD
1211	PERA	010971	NI
1213	VERA	130872	NI
1215	MILA	150171	LE
1217	VERA	220371	SV
1223	MIKA	101072	LE

<u>IND</u>	IME	DATR	GRAD
1211	PERA	010971	NI
1215	MILA	150171	LE

student  $\cup$  kandidat

# Primer skupovnih operacija (2)

student

<u>IND</u>	IME	DATR	GRAD
1211	PERA	010971	NI
1213	VERA	130872	NI
1215	MILA	150171	LE
1217	VERA	220371	SV

kandidat

<u>ID</u>	IME	DATR	GRAD
1213	VERA	130872	NI
1217	VERA	220371	SV
1223	MIKA	101072	LE

student  $\cap$  kandidat

<u>IND</u>	IME	DATR	GRAD
1213	VERA	130872	NI
1217	VERA	220371	SV

kandidat - student

<u>ID</u>	IME	DATR	GRAD
1223	MIKA	101072	LE



# Dekartov proizvod

---

- ▶ Dekartov proizvod relacija  $r$  i  $s$  nad šemama relacije  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  i  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  je relacija  $q$  nad šemom relacije

$$Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$$

koju čine torke dužine  $n+m$ , gde prvih  $n$  komponenti čini torku u  $r$ , a drugih  $m$  torku u  $s$

- ▶ Relacija  $q$  ima po jednu torku za sve kombinacije torki, jedna iz  $r$ , jedna iz  $s$
- ▶ Ako  $r$  ima  $K_r$  torki i ako  $s$  ima  $K_s$  torki, tada  $q$  ima  $K_r \times K_s$  torki
- ▶ Notacija

$$q = r \times s$$


---





# Primer Dekartovog proizvoda relacija

r

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2

s

D	E
d1	e1
d2	e2
d3	e3

r x s

A	B	C	D	E
a1	b1	c1	d1	e1
a1	b1	c1	d2	e2
a1	b1	c1	d3	e3
a2	b2	c2	d1	e1
a2	b2	c2	d2	e2
a2	b3	c2	d3	e3



# Deljenje

---

- ▶ Količnik relacija  $r$  i  $s$ ,  $r / s$  je skup torki  $t$  koje se javljaju u  $r$  u kombinaciji sa svim torkama iz  $s$
  - ▶ Deljenje se može izraziti pomoću operacija  $(\pi, \times, -)$  na sledeći način :
 
$$\pi_y(r) \rightarrow q1$$

$$\pi_y((s \times q1) - r) \rightarrow q2$$

$$q1 - q2 \rightarrow q$$
  - ▶ Deljenje nije ni komutativna, ni asocijativna operacija
- 



# Primer deljenja

---

r		s	r/s
A	B	B	A
a1	b1	b1	a1
a1	b2	b2	a5
a3	b1		
a4	b2		
a4	b3		
a5	b1		
a5	b2		



# $\Theta$ -join ( $\Theta$ -spoj)

- ▶ Spoj relacija  $r$  i  $s$  nad šemama relacija  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  i  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  je relacija  $q$  nad šemom  $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$  koja ima po jednu torku za svaku kombinaciju torki, jedna iz  $r$  i jedna iz  $s$ ,

kad god ova kombinacija zadovoljava **uslov spoja** (što je glavna razlika u odnosu na Dekartov proizvod)

- ▶ Za spoj se koristi oznaka:

$$r \bowtie_{\langle \text{uslov spoja} \rangle} s$$


**$\langle \text{uslov spoja} \rangle$**  je izraz formata:  $\langle \text{uslov} \rangle \wedge \dots \wedge \langle \text{uslov} \rangle$

gde je  $\langle \text{uslov} \rangle$  oblika  $A_i \theta B_j$   $\theta \in \{=, <, <=, >, >=, !=\}$

- ▶ Torke čiji atributi spoja imaju NULL vrednost **ne pojavljuju se** u rezultatu

# Varijacije $\theta$ -spoja

---

- ▶ **Equijoin (ekvi spoj)** je spoj gde je uslov spoja oblika  
 **$A_i = B_j$**
- ▶ **Natural join (prirodni spoj)** je ekvi spoj gde je iz rezultata isključen jedan od dva jednaka atributa ( $A_i$  ili  $B_j$ )
  - ▶ Označavaćemo ga sa \*
  - ▶ Takođe se označava sa , bez uslova
  - ▶ Uslov je da oba atributa u uslovu spoja **imaju isto ime**
  - ▶ Ukoliko to nije slučaj koristimo operaciju preimenovanja



# Primer spoja

4

radnik

<u>MBR</u>	LIME	LD	SBR
2203	MIRA	50 000	10
2817	PERA	40 000	20
2932	MIRA	35 000	10
2995	GOCA	18 000	30
3305	LAZA	60 000	40
3515	JOVAN	20 000	20
3819	VLADA	65 000	30

projekat

<u>PBR</u>	PNAZIV	SBR	PRUK
100	PC	10	2203
200	HOST	20	3305
300	LAN	30	3819
400	VIPX	40	2817

radnik  radnik.SBR=projekat.SBR projekat

<u>MBR</u>	IME	LD	SBR	<u>PBR</u>	PNAZIV	SBR	PRUK
2203	MIRA	50 000	10	100	PC	10	2203
2932	MIRA	35 000	10	100	PC	10	2203
2817	PERA	40 000	20	200	HOST	20	3305
3515	JOVAN	20 000	20	200	HOST	20	3305
2995	GOCA	18 000	30	300	LAN	30	3819
3819	VLADA	65 000	30	300	LAN	30	3819
3305	LAZA	60 000	40	400	VIPX	40	2817



# Primer - prirodni spoj

radnik \* projekat  
radnik  $\bowtie$  projekat

<u>MBR</u>	IME	LD	SBR	<u>PBR</u>	PNAZIV	PRUK
2203	MIRA	50 000	10	100	PC	2203
2932	MIRA	35 000	10	100	PC	2203
2817	PERA	40 000	20	200	HOST	3305
3515	JOVAN	20 000	20	200	HOST	3305
2995	GOCA	18 000	30	300	LAN	3819
3819	VLADA	65 000	30	300	LAN	3819
3305	LAZA	60 000	40	400	VIPX	2817

# Outer join (Spoljašnji spoj)

- ▶ **Levi (Left) spoj** – rezultat zadržava sve torke iz leve relacije bez obzira na to da li ispunjavaju uslov spoja, ali se u desni deo upisuje NULL vrednost
- ▶ **Desni (Right) spoj** - rezultat zadržava sve torke iz desne relacije bez obzira na to da li ispunjavaju uslov spoja, ali se u levi deo upisuje NULL vrednost
- ▶ **Puni (Full) spoj** - rezultat zadržava sve torke bez obzira na to da li ispunjavaju uslov spoja, stim što neuparene torke dobijaju NULL vrednost na drugoj strani





# Zašto spoljašnji spoj?

---

- ▶ Da bi se dobila unija torki u slučaju kada relacije nisu unijski kompatibilne
- ▶ Ova operacija obezbeđuje uniju svih torki relacija koje su **parcijalno kompatibilne**
  - ▶ Samo neki atributi su unijski kompatibilni



# Funkcije agregacije

$\langle \text{atributi grupisanja} \rangle \mathcal{F} \langle \text{lista funkcija} \rangle (r)$

► gde su:

- $\langle \text{atributi grupisanja} \rangle$  lista atributa relacije  $r$
- $\langle \text{lista funkcija} \rangle$  je lista parova ( $\langle \text{funkcija} \rangle \langle \text{atribut} \rangle$ )
- $\langle \text{funkcija} \rangle$  može biti
  - SUM
  - AVERAGE
  - MAXIMUM
  - MINIMUM
  - COUNT

► **Primer:** Za svaki sektor naći broj radnika u tom sektoru i prosečan lični dohodak

$\text{SBR} \mathcal{F} \text{COUNT MBR, AVERAGE LD}(\text{radnik})$

Relacioni model podataka

Pitanja ???