

Domaći zadatak br. 7

1. Neka je $A \in \mathcal{M}_{n \times n}$ i $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definisana sa $f(x) = \det(xA + I)$, $x \in \mathbb{R}$. Dokazati da je $f'(0) = \text{tr}(A)$.

2. Data je SVD matrice A ,

$$A = \begin{bmatrix} 0.40 & -0.78 & 0.47 \\ 0.37 & -0.33 & -0.87 \\ -0.84 & -0.52 & -0.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.10 & 0 & 0 \\ 0 & 3.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.30 & -0.51 & -0.81 \\ 0.76 & 0.64 & -0.12 \\ 0.58 & -0.58 & 0.58 \end{bmatrix}.$$

Koliki je rang matrice A ? Odrediti bazu prostora kolona matrice A . Odrediti bazu jezgra matrice A . Odrediti jedinični vektor $v \in \mathbb{R}^3$ tako da je $\|Av\|$ maksimalna.

3. Odrediti L_2 normu proizvoljne ortogonalne (unitarne) matrice Q .

4. Ako je poznata SVD matrice $A = U\Sigma V^T$, odrediti SVD matrice A^T . Opisati odnos singularnih vrednosti matrica A i A^T .

5. Neka je A regularna matrica poznate SVD, $A = U\Sigma V^T$. Odrediti SVD matrice A^{-1} . Naći $\max_{\|v\|=1} \|A^{-1}v\|$ i $\min_{\|v\|=1} \|A^{-1}v\|$.