

## Domaći zadatak br. 6

1. Neka je  $R$  trougaona matrica i  $Q$  ortogonalna. Ukoliko je  $A = Q^T R Q$  simetrična matrica, pokazati da je  $R$  dijagonalna matrica.

2. Neka je  $a \in \mathbb{R}$  proizvoljna vrednost i  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ . Za koje vrednosti parametra  $a$  je matrica  $A^T A$  regularna? Kada je matrica  $A^T A$  pozitivno definitna?

3. Neka je  $A \in \mathcal{M}_{n \times n}$  regularna matrica. Pokazati da je izrazom

$$(v, u) = (Av)^T(Au), \quad v, u \in \mathbb{R}^n$$

definisan uopšten realan skalarni proizvod, tj. da zadovoljava osobine skalrnog proizvoda S1-S4.

4. Data je simetrična matrica  $A = [a_{ij}]$  dimenzije  $3 \times 3$ . Opisati Givensovu rotaciju  $Q(i, j, c, s)$  koja proizvodi transformaciju sličnosti  $QAQ^T$  matrice  $A$  sa trodijagonalnom matricom?
5. Neka je  $A = LU$  Dulitlova dekompozicija matrice  $A \in \mathcal{M}_{n \times n}$ , i  $A_{ii}$  vrednost glavnog minora matrice  $A$  reda  $i$ . Označimo  $A_0 = 1$ . Pokazati da za pivot element Dulitlove dekompozicije bez izbora pivota važi

$$u_{ii} = \frac{A_{ii}}{A_{i-1 \ i-1}}.$$