

Domaći zadatak br. 4

1. Dati su vektori $u = [-2 \ 1 \ 3 \ -1]^T$ i $v = [1 \ 4 \ 0 \ -1]^T$. Odrediti
 - a) ortogonalnu projekciju u na $\mathcal{L}(v)$;
 - b) ortogonalnu projekciju v na $\mathcal{L}(u)$;
 - c) ortogonalnu projekciju u na v^\perp ;
 - d) ortogonalnu projekciju v na u^\perp .
2. Neka je V vektorski potprostor razapet vektorima $v_1 = [1 \ -1 \ 1 \ 0]^T$ i $v_2 = [0 \ 1 \ 1 \ 0]^T$.
 - a) Odrediti bazne vektore potprostora V^\perp .
 - b) Naći matricu P ortogonalne projekcije na V .
 - c) Naći rastojanje vektora $b = [0 \ -1 \ 0 \ 1]^T$ od prostora V i V^\perp . Naći vektore ovih potprostora najbliže vektoru b .
3. Opisati ulogu projekcija $P = \frac{aa^T}{a^Ta}$ u Hausholderovoj refleksiji $H_a = I - 2\frac{aa^T}{a^Ta}$.
4. Neka je P ortogonalna projekcija. Pokazati da je $\|x\| = \|Px\|$ akko $x \in \mathcal{R}(P)$.
5. Neka je $u \in \mathbb{R}^n$ normiran vektor i matrica $P = I - uu^T$, elementarna ortogonalna projekcija. Odrediti $\mathcal{R}(P)$ i $\text{rang}(P)$. Dokazati da je P singularna matrica. Dokazati da je $\text{rang}(P) = n - 1$.