

Metody elementów skończonych

Sprawozdanie z projektu

KAMIL STACHOWICZ

1. Zadanie

Wyznaczonym zadaniem jest badanie rozkładu ciepła w ścianie trójwarstwowej, złożonej z 3 materiałów o różnych własnościach przewodzenia.

Materiały oraz właściwości każdego z nich dla zbudowanej ściany:

1. PŁYTA REGIPSOWO-KARTONOWA¹²

$$\rho = 800 \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda = 0,17 \frac{W}{m K}$$

$$c = 1090 \frac{J}{kg K}$$

$$d = 1,5 cm$$

2. WEŁNA MINERALNA³

$$\rho = 30 \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda = 0,034 \frac{W}{m K}$$

$$c = 840 \frac{J}{kg K}$$

$$d = 5 cm$$

3. DREWNO⁴

$$\rho = 720 \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda = 0,16 \frac{W}{m K}$$

$$c = 1225 \frac{J}{kg K}$$

$$d = 10 cm$$

Gdzie:

λ - współczynnik przewodzenia $[\frac{W}{m K}]$

ρ - gęstość materiału $[\frac{kg}{m^3}]$

C - ciepło właściwe materiału $[\frac{J}{kg K}]$

Wszystkie warstwy razem miały łączną grubość 16,5cm.

¹ <https://www.engineering.com/Library/ArticlesPage/tabid/85/ArticleID/152/categoryId/11/Thermal-Conductivity.aspx>

² https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-solids-d_154.html

³ <http://www.knaufinsulation.rs/en/comparative-characteristics-stone-and-glass-mineral-wool>

⁴ https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_thermal_conductivities

2. Symulacja oraz warunki

W ramach symulacji ustalono dwie temperatury, po prawej oraz lewej stronie ściany:

- Po wewnętrznej (prawej)
 - $\alpha = 3,69 \frac{W}{m^2 K}$
 - $t = -10^\circ C$
- Po zewnętrznej (lewej)
 - $\alpha = 4,56 \frac{W}{m^2 K}$
 - $t = 20^\circ C$

Temperaturę początkową ściany ustalono na $5^\circ C$

Obie alfy policzono za pomocą następujących wzorów⁵:

Dla strony wewnętrznej (lewej):

$$\alpha = \varphi \sqrt[4]{t_{f1} - v}$$

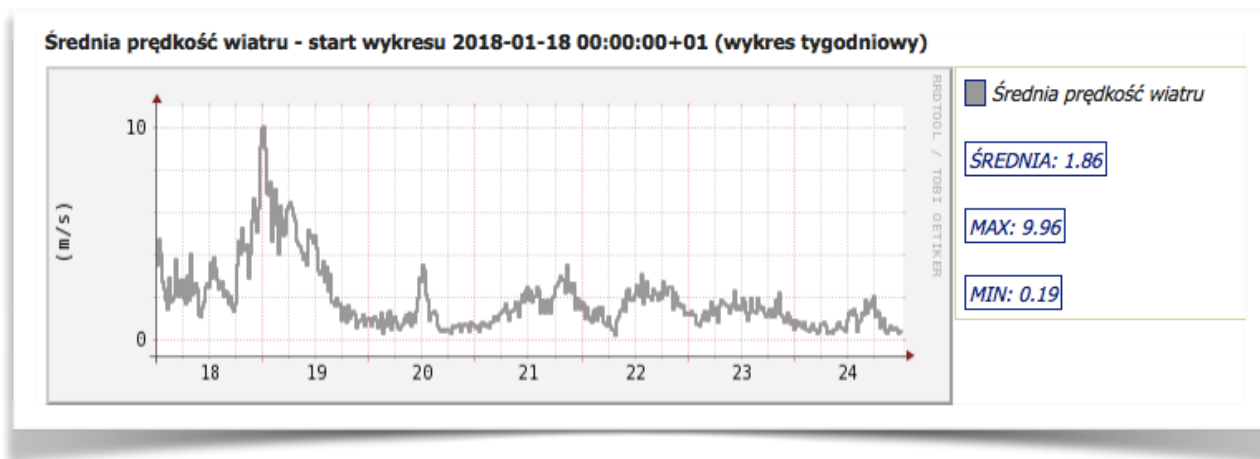
Dla strony zewnętrznej (prawej):

$$\alpha = 7,34^{0,656} + 3,78e^{-1,91w}$$

Gdzie:
w - prędkość wiatru

Dla okresu zimowego rozważanego w symulacji, temperatura wiatru wynosiła $9 \frac{m}{s}$

Dane zostały zaczerpnięte ze strony: <http://meteo.ftj.agh.edu.pl/meteo/wszystkieTypyWykresow,2>



Przeprowadzona symulacja zakładała zmiany temperatury w ścianie w ciągu jednej godziny.

⁵ http://bcpw.bg.pw.edu.pl/Content/3721/12jkztc_wymiana.pdf - wzór 12.6d i 12.6e

Ważnym aspektem symulacji jest stabilny krok czasowy dla przebiegu (jest to czas w którym zmiana temperatury w elemencie jest zbliżona do liniowej), został on obliczony w następujący sposób⁶:

$$\Delta\tau = \frac{\left(\frac{B}{n_B}\right)^2}{\frac{1}{2} * \frac{\lambda}{C * \rho}}$$

Gdzie:
 B - wielkość siatki [m]
 n_B - ilość węzłów na wielkości B
 λ - współczynnik przewodzenia $\left[\frac{W}{m K}\right]$
 ρ - gęstość materiału $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
 C - ciepło właściwe materiału $\left[\frac{J}{kg K}\right]$

dTauWood	83,3765625
dTauGypsum	77,5823529411765
dTauWool	11,2102941176471

Z policzonych dla każdego materiału $\Delta\tau$ wybrany został najniższy, został on również zaokrąglony do 12s ze względu na długi czas obliczeń.

Symulacja została wykonana za pomocą programu do obliczeń MES wykonanych w ramach ćwiczeń projektowych. Kod źródłowy łącznie z komentarzami został zawarty w otwartym repozytorium: <https://github.com/staho/FEM> kod został dopasowany do warunków powyższej symulacji i jest dostępny na branchu: *Calculation_for_wall*

Kod został zaimplementowany w oparciu o materiały prowadzącego:

Opis problemu:

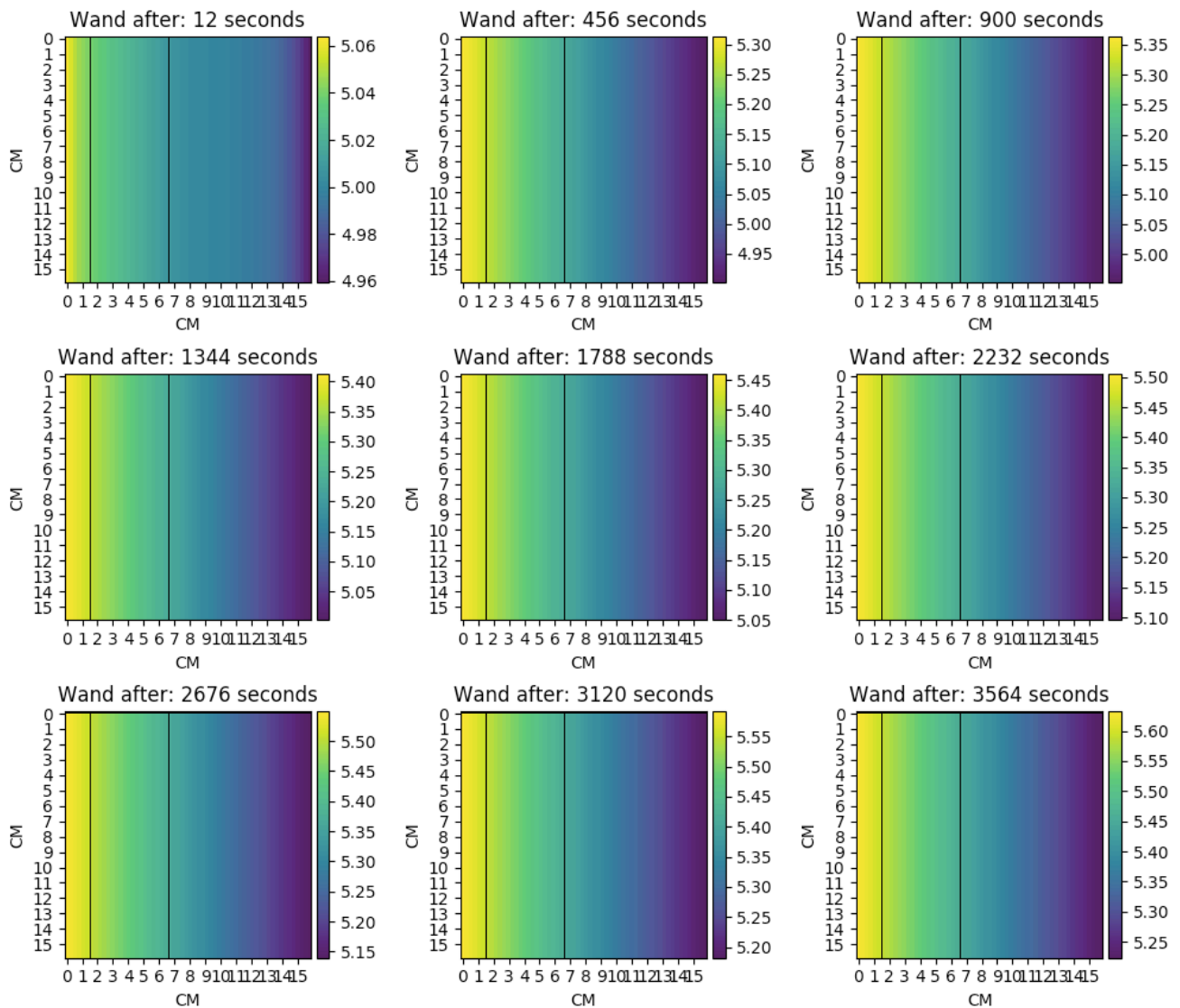
http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/FEM_transient_2d.pdf

Jako iż całkowanie numeryczne wykorzystane w programie nie operowało na zmiennych globalnych, każdy element na którym zadane było całkowanie przekształcany był do układu lokalnego. Informacje o przekształceniach zawarte są na stronie:

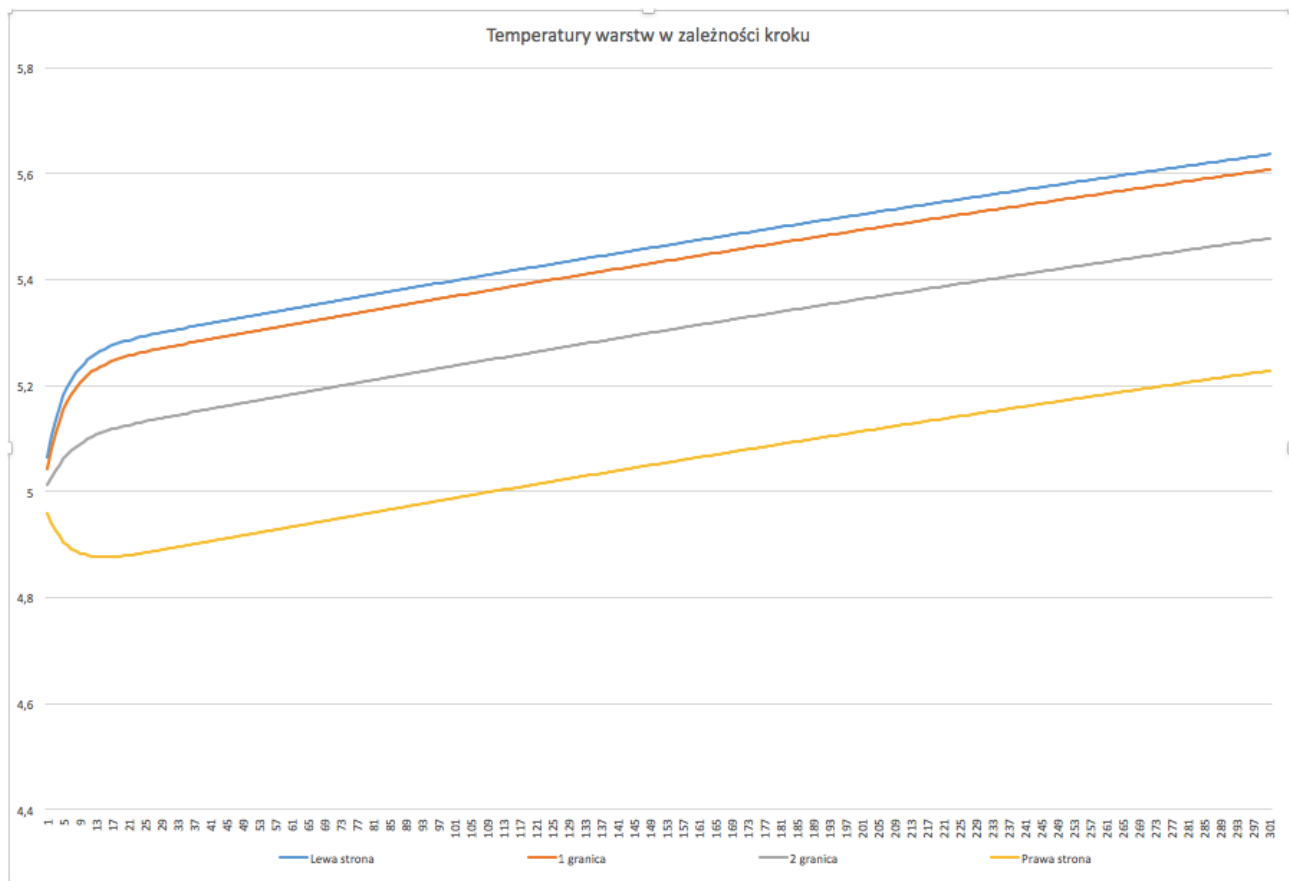
<http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/Jakobian.pdf>

⁶ <http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/CzasRozwiazania.png>

3. Wyniki symulacji



Powyższe wykresy prezentują zmiany temperatury w siatce która symulowała przepływ ciepła przez ścianę, poszczególne warstwy zostały zaznaczone cienkimi liniami.



Powyższy wykres pokazuje zmienianie się temperatury na granicach poszczególnych warstw podczas kolejnych kroków czasowych.

Reszta wyników, dane z każdego kroku, dla każdego węzła siatki została załączona do sprawozdania w formacie „.csv”. Poszczególne kroki zostały oddzielone pustą linią.

4. Analiza wyników

W trakcie godzinnej symulacji temperatury zmieniają się od początkowej o $0,6^{\circ}\text{C}$ z lewej strony oraz o $0,25^{\circ}\text{C}$ z prawej.

Na pierwszym wykresie gradient temperatury jest równy, a w miarę upływu czasu zauważalna staje się różnica temperatur pomiędzy warstwami o wyższym współczynniku przewodzenia (płyta regips-karton oraz drewno) a tym o niższym (wełna mineralna).

Początkowo temperatura na 3 pierwszych granicach materiałów bardzo mocno wzrasta, następnie wzrost ten można przyrównać do wykresu funkcji liniowej, w ostatniej warstwie która wystawiona jest na działanie warunków atmosferycznych temperatura na początku szybko spada, następnie zaczyna się wolno podnosić.

Największy skok temperatury pomiędzy początkiem a końcem warstwy ma miejsce w izolatorze (wełna mineralna).

Pierwsza oraz trzecia warstwa przewodzą ciepło łatwiej niż środkowa.

5. Wnioski

Ściana która w której zaprezentowany został rozkład temperatur dostatecznie zabezpiecza wnętrze przed działaniem warunków zewnętrznych jakim w tym wypadku jest mróz.

Ma na to wpływ odpowiedni dobór materiałów z których złożona jest badana ściana. Wszystkie z wykorzystanych tutaj materiałów wykorzystywane są w budownictwie na co dzień ze względu na dobre własności izolujące (wełna mineralna) oraz wysoką wytrzymałość drewna.

Metoda elementów skończonych pozwala na badanie przepływu ciepła przez siatki o różnej złożoności. Jej możliwości nie kończą się na przykładzie opisanym w niniejszym sprawozdaniu. Rozważony tutaj przykład można było rozwiązać za pomocą metody 1D, metoda 2D zaimplementowana w kodzie programu załączonego do sprawozdania, pozwala na nałożenie różnych warunków brzegowych na każdą ze ścian a do tego stworzenie przepływu dla siatki złożonej z różnych materiałów w różnych osiach. Pozwala to na zbadanie przepływów dla problemów np. Mechaniki lub budownictwa, dzięki przeprowadzeniu kilku symulacji dla różnych materiałów możemy użyć tego najbardziej odpowiedniego dla oczekiwanego rozkładu temperatury.