

数字水印与信息隐藏

同济大学计算机系

钟计东

EMAIL: zhongjidong@tongji.edu.cn

课件存放在以下邮箱

EMAIL: tongji_zhong@163.com

密码: tongji_cs

实验一

伪随机数发生器

伪随机数发生器

- 广泛用途：
 - 实验仿真
 - 游戏
 - 安全

C++产生随机数的方式

随机整数发生器
(engine)



概率分布类 (distribution)

例：

```
mt19937_64 gen(100);  
uniform_real_distribution<double> dis(0, 1);  
double ran = dis(gen);
```

均匀分布随机数

- 可以直接利用产生 $[0, 1]$ 均匀分布的类（C++标准库中有这样的类）：

`uniform_real_distribution`

- 产生的是 $[a, b)$ 之间的均匀分布的随机数（不包括 b 。
- 需要一个整数的引擎(Engine)
 - Mersenne Twister(64位): `mt19937_64`，构造函数需要一个种子（可以作为一个密钥），可以自己输入，当然种子也可以使用`seed`成员函数设置

随机整数发生器

- C++提供以下整数发生器，通常这些发生器产生的是一定区间内的伪随机的整数。
 - `linear_congruential_engine`: 线性同余发生器
 - `mersenne_twister_engine`: 日本人发明，
<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/emt.html>
 - `subtract_with_carry_engine`

随机整数发生器

- C++还提供一些利用上面基本发生器产生随机整数的类：
 - `discard_block_engine`
 - `independent_bits_engine`
 - `shuffle_order_engine`

随机整数发生器

- C++还提供一些模板实例化的发生器：
 - `linear_congruential_engine`的实例化：
`default_random_engine`
 - `mersenne_twister_engine`的实例化：`mt19937`,
`mt19937_64`

需要注意的问题

- 不建议使用rand()函数，因为它产生的数是16位的

需要注意的问题

- 假设rand()产生[0,1500]之间的均匀整数(每一个数概率为1/1501)
 - 假如你试图这样产生[0,1]之间的均匀分布 $X = (\text{rand()} \% 1001) / 1000.0$, 这样做存在问题:
 - 精度不好 (精度0.001, 更好的精度可以是1/1500)
 - 均匀性不好 (下面公式可以看到)

$$P(X = x) = \begin{cases} 2 / 1501 & \text{if } 0 \leq x \leq 0.499 \\ 1 / 1501 & \text{if } 0.5 \leq x \leq 1.0 \end{cases}$$

需要注意的问题

□ 避免 $\log 0$

- `uniform_real_distribution`可以产生 $[0, 1)$ 之间的均匀分布的随机数
- `uniform_real_distribution<double> gen(0, 1);`
- `log(1- gen())`就不会遇到 $\log 0$ 问题

广义高斯分布CDF理论值

广义高斯分布GGD(c, β)的CDF理论值如下(参考讲义)，其中 F_E 为Gamma($1/c, 1/\beta^c$)分布的CDF

$$F_X(x) = \begin{cases} 0.5 \cdot F_E(x^c) + 0.5, & \text{if } x \geq 0 \\ 0.5 \cdot [1 - F_E((-x)^c)], & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

广义高斯分布CDF理论值

$Gamma(a, \beta)$ 的CDF如下，可以用不完备 $Gamma$ 函数(Incomplete Gamma Function) 计算, 代码在《Numerical Recipe》中

$$\begin{aligned} F_{Gamma(\alpha, \beta)}(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t/\beta} dt \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{x/\beta} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \end{aligned}$$

广义高斯分布CDF实验值

- 获得CDF实验值方法：
 - 将实验数据拷入Origin
 - Statistics/Descriptive Statistics/Frequency Counts
 - Computation Control: 调整间隔和范围
 - Quantities to compute: bin end + cumulative frequency
 - 绘制实验CDF: bin end为X轴, cumulative frequency为Y轴
 - 理论CDF: $F(x)$, 此处x用bin end代替来计算

关于概率密度问题

- 假设 F 为累计分布函数， f 为概率密度
 - 中值定理： $F(b) - F(a) = F'(t)(b-a) = f(t)(b-a)$ ，其中 $t \in (a, b)$
 - 实验中区间 $(b-a)$ 足够小，那么 $[F(b) - F(a)]/(b-a)$ 可以近似看成概率密度值