



Optimisation Recuit simulé

hepia HES-SO

Paul Albuquerque

Michel Vinckenbosch

Guido Bologna

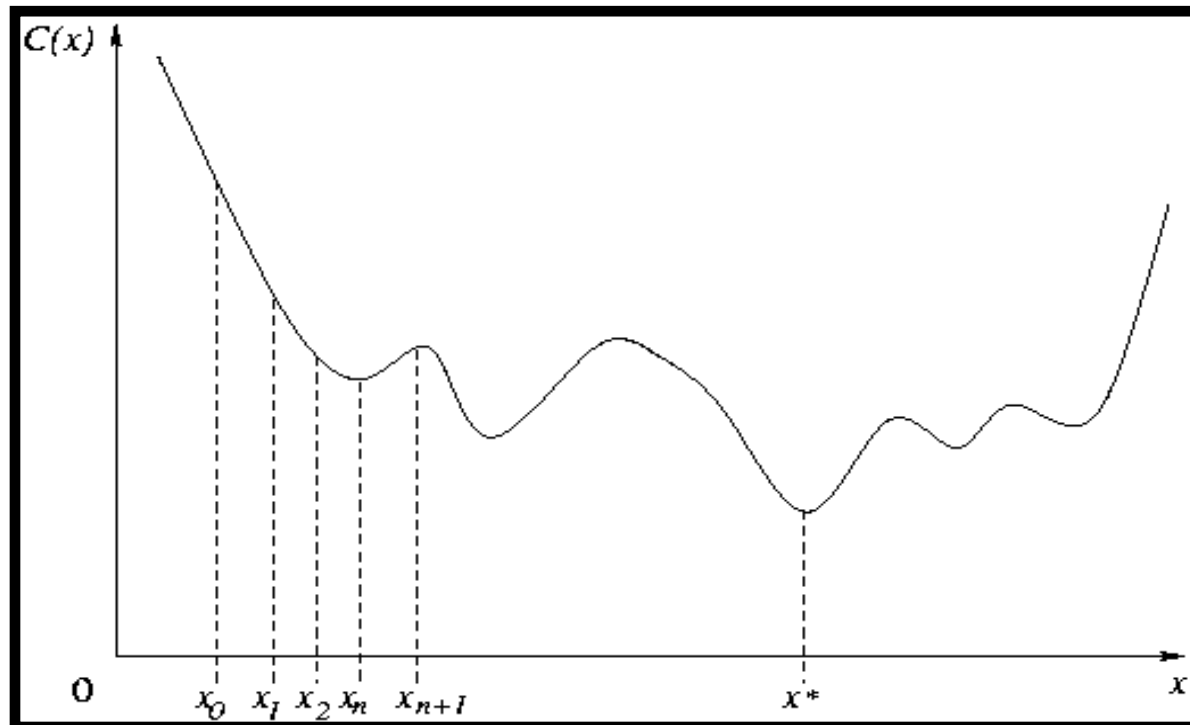
Problème d'optimisation

- Ω : espace des configurations
ou espace de recherche
- C : fonction de coût (ou objectif ou fitness)
- Trouver une configuration $x^* \in \Omega$ de coût minimal

$$C(x^*) = \min \{ C(x) \mid x \in \Omega \}$$

Piège des minima locaux

- But: trouver une stratégie pour pouvoir sortir **des minima locaux**



Principe du recuit

- Initialement le métal est porté à haute température
- Puis refroidissement progressif
 - à haute température
 - atomes très agités (configurations atomiques équiprobables)
 - à basse température
 - atomes organisés en une structure atomique parfaite (configuration proche de l'état d'énergie minimale)
- Contrainte
 - Refroidissement lent
 - Si le refroidissement est trop rapide, il y a un risque de rester bloqué dans un minimum local (configuration sous-optimale)

Le recuit simulé

- Analogie problème d'optimisation / système physique

Problème d'optimisation	Système physique
fonction de coût / objectif $C(x)$	énergie libre $E(X)$
variables du problème	"coordonnées" des atomes
trouver une "bonne" configuration	trouver un état de basse énergie

- Algorithme du recuit simulé (Kirkpatrick & al. - 1983)

Le recuit simulé

■ Algorithme

- Le paramètre **température** (agitation thermique) autorise avec une certaine probabilité le choix de configurations d'énergie plus élevée
⇒ capacité d'éviter les minima locaux
- Suite de configurations dont le choix et l'acceptation dépendent de la fonction objectif et de la température
- Procédure de refroidissement qui donne la décroissance de la température au cours du temps

Le recuit simulé

■ Algorithme du recuit simulé (version Metropolis)

$T \leftarrow T_0$ -- Température initiale

$X \leftarrow X_0$ -- Configuration initiale

répéter

répéter

 Tirer aléatoirement $Y \in \text{Voisinage}(X)$

si $\Delta E = E(Y) - E(X) < 0$ ou $\exp(-\Delta E / T) > \mu$, $\mu \in [0;1]$ aléatoire

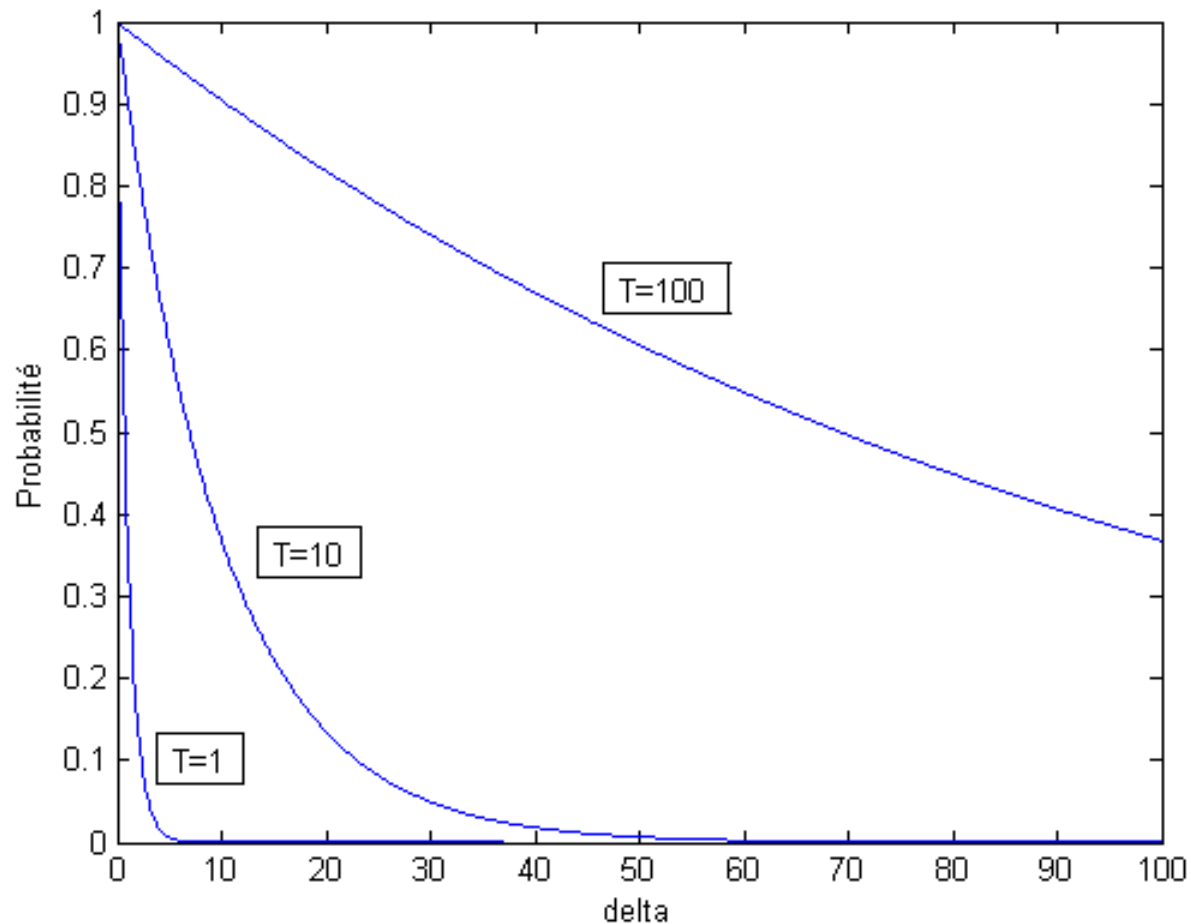
alors $X \leftarrow Y$

jusqu'à fin palier

$T \leftarrow g(T)$ -- refroidissement : g strictement décroissante

jusqu'à critère d'arrêt vérifié

Probabilité d'acceptation des sauts positifs



Le recuit simulé

- Choix des paramètres (en pratique)

- T_0 est choisie à l'issue d'expérimentations ou tests
- La longueur d'un palier est également fixée empiriquement
- Schéma de température exponentiel

$$T_n = T_0 \cdot \alpha^n, \text{ avec } n \in \{0, 1, \dots\} \text{ et } 0 < \alpha < 1$$

- Critères d'arrêt possibles

- pourcentage de configurations acceptées en dessous d'un seuil fixé
- variation de l'énergie trop faible
- choix d'une température minimale

Le recuit simulé

■ Résumé du choix des paramètres

■ Loi de décroissance de la température

- Baisse de température entre deux paliers pas être trop importante

En théorie : $T_n = T_0 / \ln n$

En pratique : $T_n = T_0 \cdot \alpha^n$, avec $n \in \{0, 1, \dots\}$ et $0.9 < \alpha < 1$

■ Critères d'arrêt possibles

- En pratique

- Le pourcentage de configurations acceptées descend en dessous d'un seuil fixé
- Variation de l'énergie trop faible
- Choix d'une température minimale

■ Remarque

- Voyageur de commerce

- Recherche de la solution exacte \Rightarrow temps de calcul exponentiel
- Recherche d'une solution approchée à 2% \Rightarrow temps de calcul en $O(N^3)$

Nb. de variables
du problème



Le recuit simulé

■ Avantages

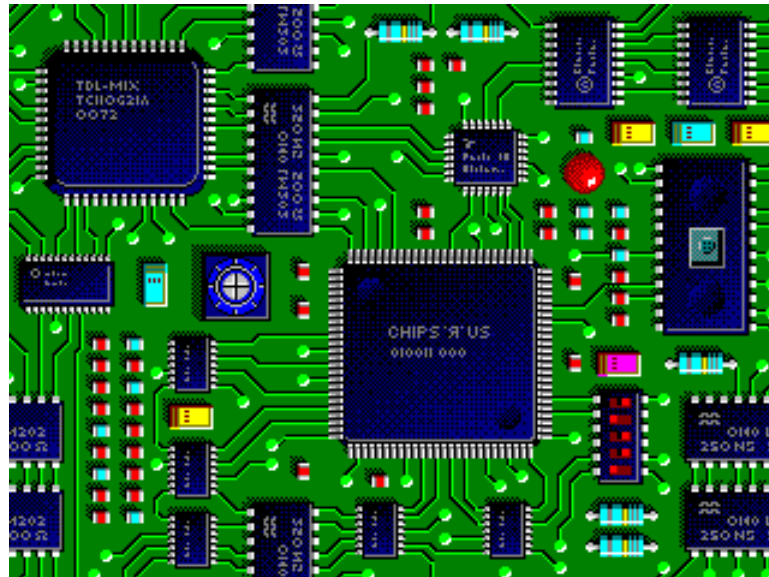
- Solutions de bonnes qualités
- Méthode générale applicable à tout problème d'optimisation
 - Fonction à optimiser évaluable (mieux si variations évaluable)
 - Notion de voisins garantissant la connexité
- Facile à programmer
- Nouvelles contraintes incorporables à tout moment (e.g. problème des horaires)

■ Inconvénients

- Temps de calcul

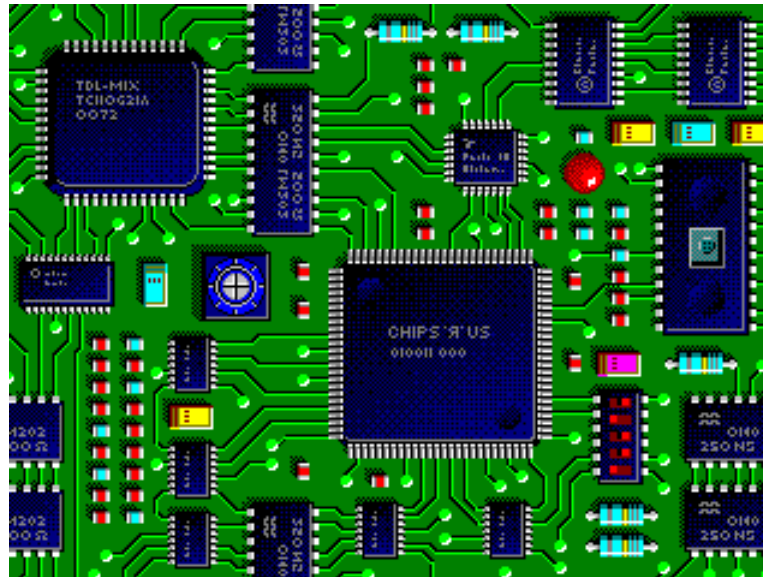
Le recuit simulé: application

- Placement de composants électroniques
 - ☐ Fonction à optimiser?
 - ☐ Comment formuler le problème?
 - ☐ Quel algorithme?



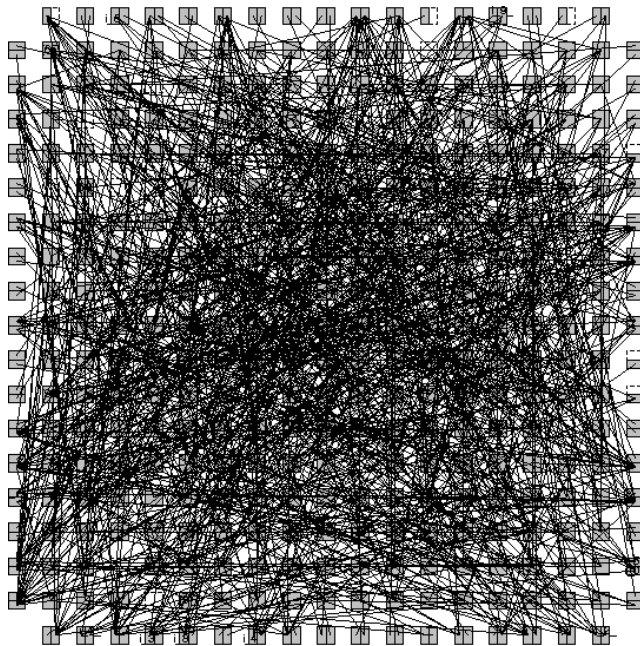
Le recuit simulé: application

- Placement de composants électroniques
 - Modules → sommets d'un graphe
 - Interconnexions → arêtes d'un graphe
 - Coût de l'arrangement
 - longueur totale des fils + aire totale occupée



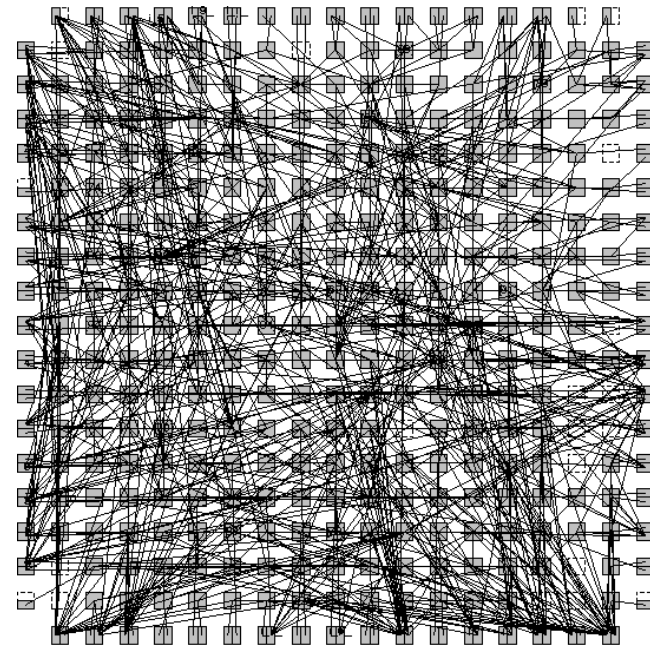
Placement sur une FPGA

Placement initial
aléatoire



Initial Placement. Cost: 74.5562. Channel Factor: 100

Placement final



Final Placement. Cost: 28.5384. Channel Factor: 100

- Les emplacements possibles sont fixes ici
- Donc pas d'optimisation de l'aire totale