

Математика 2 - други колоквијум
07.06.2023.

1. Дате су тачке $A(1, 3, -2)$, $B(0, 2, 7)$, $C(-1, -1, 3)$ и $D(5, 2, m)$.

- а) [1 поен] Одредити вредност параметра m , тако да вектори \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} буду ортогонални;
- б) [2 поена] У троуглу ABC израчунати угао код темена A и дужину висине из темена A ;
- в) [1 поен] Испитати да ли су тачке A , B , C и D компланарне. Уколико јесу, одредити површину четвороугла $ABCD$, у супротном израчунати запремину тетраедра $ABCD$.

2. Дата је тачка $A(2, 3, 0)$, вектор $\vec{a} = (4, -1, 3)$ и раван $\beta : x - 5y - z - 2 = 0$.

- а) [1 поен] Написати једначину равни α која садржи тачку A и која је нормална на вектор \vec{a} ;
- б) [1 поен] Одредити нормалну пројекцију тачке A на раван β ;
- в) [2 поена] Одредити пресек равни α и равни β , као и угао између њих;
- г) [2 поена] Написати једначину равни γ која садржи координатни почетак и пресечну праву равни α и β .

3. [4 поена] Одредити реалне коефицијенте a , b и c полинома $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 - 6x^2 + 5x + c$, ако је познато да је остатак при дељењу овог полинома са $x + 1$ једнак -24 и да је заједничка нула полинома $S(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 4$ и $R(x) = x^2 - 4x + 3$ двострука нула полинома P .

4. [4 поена] Петар је рекао свом пријатељу Александру: „Помножи са 31 редни број месеца у ком си рођен, а затим помножи са 12 редни број дана у месецу у ком си рођен. Сабери та два броја и кажи ми колики је добијени збир, а ја ћу ти рећи кад ти је рођендан." После кратког размишљања, Александар је рекао број 292 и Петар је испунио обећање. Када је Александру рођендан?

5. [2+2 поена]

- а) Одредити остатак при дељењу броја $2 \cdot 17^{241} + 16 \cdot 26^{201}$ са 7.
- б) Доказати да $19 \mid 7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$ за свако $n \in \mathbb{N}$.