

Математика 2 - први колоквијум
24.04.2023.

1. [4 поена] Решити по X матричну једначину $(XA + B)^{-1}(XC + B) = C$, ако је

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. [4 поена] У зависности од реалног параметра a дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned} ax + y + z &= a \\ (a + 1)x + (a - 1)y + 2z &= 2a - 1 \\ (a - 2)x + y - z &= a - 2. \end{aligned}$$

3. [3 + 2 поена] На скупу $G = \mathbb{R}_0 \times \mathbb{R}$, где је $\mathbb{R}_0 = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ дефинисана је операција $*$ са

$$(a, b) * (x, y) = (ax, a^2y + b).$$

а) Доказати да је структура $(G, *)$ моноид.

б) Испитати да ли су пресликавања $f, g : G \rightarrow G$ дата са $f(a, b) = (1, b)$ и $g(a, b) = (a, 0)$ хомоморфизми.

4. [4 поена] Нека је $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & 2b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ и нека је \cdot операција матричног множења. Испитати да ли је структура (M, \cdot) група.

5. [2 + 3 поена]

а) Нека су x и y линеарно независни вектори. У зависности од реалног параметра p испитати линеарну независност вектора $2px - y$ и $x - py$.

б) Испитати да ли је скуп $E = \{(x, 3y, x - y, 2z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}, 3x - y = z\}$ потпростор простора \mathbb{R}^4 . Уколико јесте, одредити базу и димензију.