

Математика 2
Први колоквијум
20.04.2021.

- 1. [4 поена]** Решити по X матричну једначину $(I - A^{-1}X)B^2 = C$, где је

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- 2. [4 поена]** У зависности од параметра $m \in \mathbb{R}$ дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned} (m+1)x + y + z &= 1 \\ x + (m+1)y + z &= 1 \\ x + y + (m+1)z &= 1 \end{aligned}$$

- 3. [4 поена]** На скупу $G = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ дефинисана је операција \oplus на следећи начин

$$(a, b) \oplus (c, d) = (ac, ad + b).$$

Доказати да је структура (G, \oplus) група. Испитати да ли је структура (G, \oplus) Абелова група.

4.

- а) **[2 поена]** Нека је $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}^* \right\}$, где је $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ и нека је \cdot операција матричног множења. Испитати да ли је пресликавање $f : G \rightarrow \mathbb{R}^*$, дато са $f\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix}\right) = ab$ хомоморфизам групе (G, \cdot) у мултипликативну групу (\mathbb{R}^*, \cdot) .

- б) **[3 поена]** Нека су у груподу $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ дата пресликавања $f_1(x) = |x|$ и $f_2(x) = -x$. Да ли су ова пресликавања хомоморфизми? Да ли је неко од њих изоморфизам?

- 5.** Испитати да ли су следећи простори потпростори векторског простора $(\mathbb{R}^3, +, \cdot, \mathbb{R})$. Уколико јесу, одредити њихову базу и димензију.

- а) **[2 поена]** $E_1 = \{(3x, y, -2z) \mid x + z = 2y + 1\}$;

- б) **[3 поена]** $E_2 = \{(x, y, z) \mid x - z = 0, y + x - 2z = 0\}$.