(1) $[(\bar{R}\oplus P)\land Q]\lor(P\to\bar{Q})$

P	Q	R	$\bar{R}$	$\bar{R}\oplus P$	$(\bar{R}\oplus P)\land Q$
F	F	F	T	T	F
F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
T	T	F	T	F	F
T	T	T	F	T	T

$\bar{Q}$	$P\to\bar{Q}$	$[(\bar{R}\oplus P)\land Q]\lor(P\to\bar{Q})$
T	T	T
T	T	T
F	T	T
F	T	T
T	T	T
T	T	T
F	F	F
F	F	T

נבנה פסוקית מתאימה לכל השמה
לא מספקת – (שווה F)

- $P=T,\ Q=T,\ R=F \longrightarrow P\land Q\land\bar{R}$

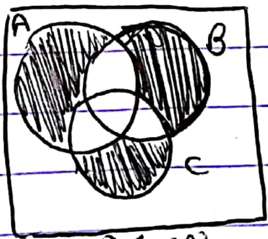
עבור ההשמה הנ"ל, הפסוק
$P\land Q\land\bar{R}$
מקבל ערך T
ולכן השלילה של הפסוק הזה
$\overline{P\land Q\land\bar{R}}$
מקבל ערך F, ולכן הפסוק יהיה
שקול לפסוק הנתון בעזרת
דה מורגן

$\bar{P}\lor\bar{Q}\lor R$

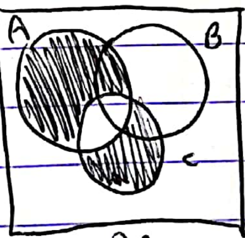
(2)

(א) $B\oplus(C\oplus A)=(B\oplus C)\oplus(B\oplus A)$

הזהות אינה נכונה

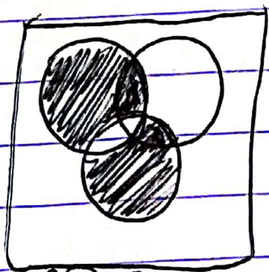


$B\oplus(C\oplus A)$

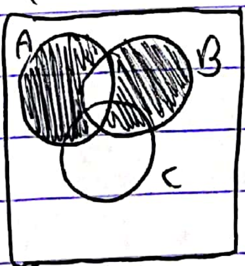


$C\oplus A$

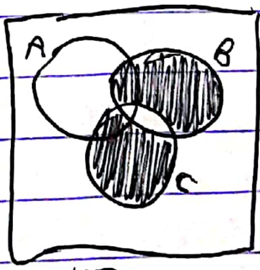
$A=\{1\}$
$B=\{1,2,3\}$
$C=\{2\}$



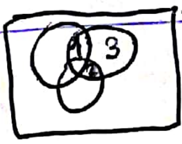
$(B\oplus A)\oplus(B\oplus C)$



$B\oplus A$



$B\oplus C$



$C \oplus A = \{1,2\}$

$B \oplus (C \oplus A) = \{3\}$

$B \oplus C = \{1,3\}$

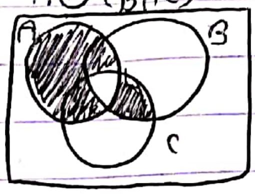
$B \oplus A = \{2,3\}$

$(B \oplus C) \oplus (B \oplus A) = \{1,2\}$

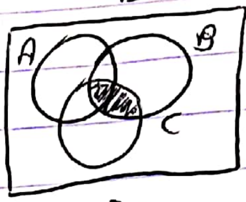
ב

$A \oplus (B \cap C) = (A \oplus B) \cap (A \oplus C)$

$A \oplus (B \cap C)$

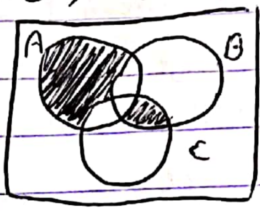


$B \cap C$

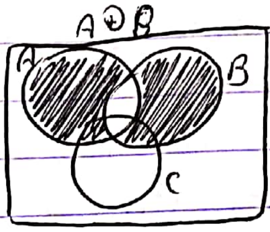


הקבוצה
אינו
ריקה

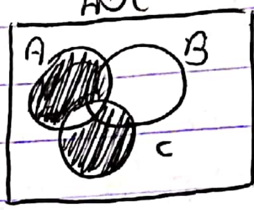
$(A \oplus B) \cap (A \oplus C)$



$A \oplus B$



$A \oplus C$



$A = \{1,2\}$

$B = \{1\}$

$C = \{2\}$

$B \cap C = \{1,2\}$

$A \oplus (B \cap C) = \emptyset$

$A \oplus B = \{2\}$

$A \oplus C = \{1\}$

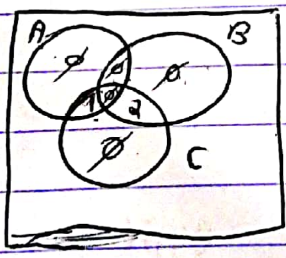
$(A \oplus B) \cap (A \oplus C) = \{1,2\}$

3

1) $C \subseteq A \cup B$

2) $B \subseteq A \oplus C$

3) $A \subseteq C \setminus B$



1) תנאי ראשון: עבר

$\bar{A} \cap \bar{B} \cap C = \emptyset$

2) תנאי שני:

$\bar{A} \cap B \cap \bar{C} = \emptyset$

$A \cap B \cap C = \emptyset$

3) תנאי שלישי:

$A \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \emptyset$

$A \cap B \cap \bar{C} = \emptyset$

$A = \{1\}$

$B = \{2\}$

$C = \{1,2\}$

נבנה קבוצה
שמקיימת את
התנאים הנ"ל

$C \subseteq A \cup B$ ✓

$B \subseteq A \oplus C$ ✓

$A \subseteq C \setminus B$ ✓

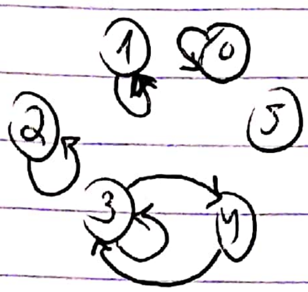
דוגמה!

Scanned by CamScanner

5 א

$T_1 = \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3)\}$

	0	1	2	3	4	5
0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0



<u>רפלקסיבי</u>: אינו רפלקסיבי ~~[illegible]~~ $(4,4)\in T_1$

<u>סימטרי</u>: ~~אינו~~ הוא סימטרי. $(4,3)\in T_1$ וגם $(3,4)\in T_1$, לכל $(x,y)\in R$, אז $(y,x)\in R$

<u>אנטי רפלקסיבי</u>: אינו אנטי רפלקסיבי $(1,1)\in T_1$

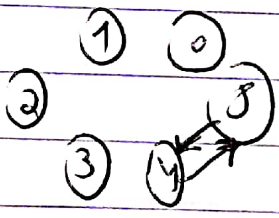
<u>אנטי סימטרי</u>: אינו אנטי סימטרי, כיוון שהוא סימטרי, קיים $(3,4)\in T_1$, $(4,3)\in T_1$

<u>טרנזיטיבי</u>: אינו טרנזיטיבי כיוון $(3,4)\in T_1$, $(4,3)\in T_1$, אבל $(4,4)\notin T_1$

ב

$T_3 = \{(x,y) : x,y\in A,\ 3\nmid \cancel{(x\cdot y)}\}$ $x+y=9$

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1	0



<u>רפלקסיבי</u>: אינו רפלקסיבי $(4,4)\notin T_3$

<u>סימטרי</u>: הוא סימטרי, לכל $(x,y)\in R$, אז $(y,x)\in R$

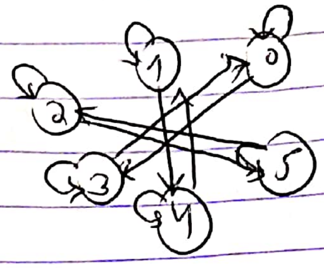
<u>אנטי רפלקסיבי</u>: הוא אנטי רפלקסיבי, אין $x\in T_3$ כך ש $(x,x)\in T_3$

<u>אנטי סימטרי</u>: הוא אינו אנטי סימטרי, $(4,5)\in T_3$, $(5,4)\in T_3$

<u>טרנזיטיבי</u>: אינו טרנזיטיבי, $(4,5)\in T_3$, $(5,4)\in T_3$, אבל $(5,5)\notin T_3$

קפוץ

ב) $T_2=\{(x,y): x,y\in A, 3|(x-y)\}$



	0	1	2	3	4	5
0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1
3	1	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	1

רפלקסיבי: הראנו כן רפלקסיבי $(1,1)\in T_2$, לכל $(x,x)\in T_2$ כי $x-x=0$ ו- $3/0$

סימטרי: הראנו כן סימטרי $(3,0)\in T_2$, וגם $(0,3)\in T_2$ אם $(x,y)\in T_2$ לומר $3|(x-y) \Leftarrow$

$x-y=3k$

$k\in\mathbb{Z}$ $\quad y-x=3\cdot(-k) \quad 3|y-x \to (y,x)\in T_2$

$-k\in\mathbb{Z}$

אנטי רפלקסיבי: הראנו לא אנטי, $(1,1)\in T_2$

אנטי סימטרי: הראנו לא, $(2,5)\in T_2$, וגם $(5,2)\in T_2$

טרנזיטיבי: כן אם $(x,y)\in T_2 \Rightarrow x-y=3k$ $\quad (y,z)\in T_2 \Rightarrow y-z=3m$

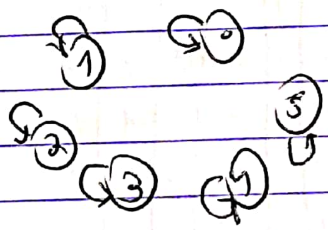
$k,m\in\mathbb{Z}$

$x-y+y-z=3k+3m$

$x-z=3(k+m)$

$3|x-z \to (x,z)\in T_2$

ג) $T_4=I_4=\{(x,y): x\in A, y\in A, x=y, x=y\}$



	0	1	2	3	4	5
0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	1

טרנזיטיבי: לכל $(1,1)\in T_4$ $(2,2)\in T_4$ אזי $(2,2)\in T_4$

רפלקסיבי: הראנו כן, לומר $(x,x)=(x,y)$ ולכן זה $(x,x)\in T_4$ $(2,2)\in T_4$ $(1,1)\in T_4$

סימטרי: כן, לפי הגדרת סימטרי $(x,y)\in T_4 \to (y,x)\in T_4$

אין מצב ש- $(x,y)\notin T_4$ זה אומר שצד הראשון של הגרירה הוא F, זה לא משנה מה זה קורה, הדיוני טלו עוד T

$F\to T=T$

$F\to F=T$

אנטי רפלקסיבי: לא, $(1,1)\in T_4$

אנטי סימטרי: כן לפי ההגדרה $(x\neq y)$ אין ב- T_4 $x=y$ $\quad (x,y)\in T_4 \to (y,x)\notin T_4$

אין מצב ש $(x,y)\notin T_4$ זה לא משנה מה המסקנה הדיוני, כי הרישא טלו מתקיים

$F\to T=T$

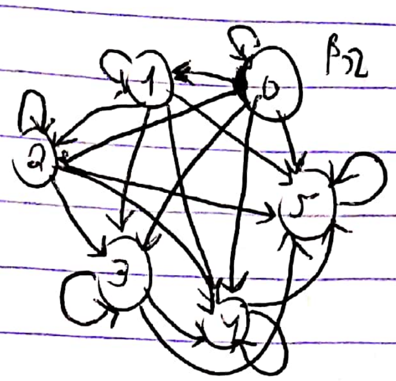
$F\to F=T$

אז T

(ז)

$T_7 = \{(x,y); x\in A, y\in A, x\le y\}$

	0	1	2	3	4	5
0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	1	1	1
3	0	0	0	1	1	1
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1



רפלקסיבי: הוא כן רפלקסיבי, אם $(x,y)\in R$ אז $(y,x)\in R$

סימטרי: אינו סימטרי, $(1,2)\in T_7$, אבל $(2,1)\notin T_7$

אנטי רפלקסיבי: אינו אנטי רפלקסיבי, $(1,1)\in T_7$

אנטי סימטרי: הוא כן אנטי סימטרי, $(0,1)\in T_7$, אבל $(1,0)\notin T_7$, היחס מוגדר עבור $x\le y$ לכן אין מצב קיים $x\le y$ וגם $y\le x$

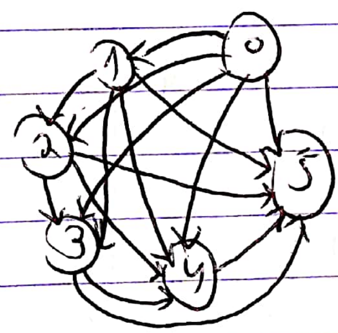
טרנזיטיבי: הוא כן טרנזיטיבי, $(0,1)\in T_7$, $(1,2)\in T_7$ וגם $(0,2)\in T_7$

הוכחה: נניח כי $(a,b)\in R$ לכן $a\le b$ אם $(b,c)\in R$ לכן $b\le c$ ולכן $a\le b\le c \Leftarrow a\le c$ לכן $(a,c)\in R$

(ח)

$T_8 = \{(x,y); x\in A, y\in A, x<y\}$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
2	0	0	0	1	1	1
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0		0	0



רפלקסיבי: אינו רפלקסיבי, $(2,2)\notin T_8$

סימטרי: אינו סימטרי, כיוון $(2,3)\in T_8$, אבל $(3,2)\notin T_8$

אנטי רפלקסיבי: הוא כן אנטי רפלקסיבי, היחס מוגדר להיות $x<y$ ו-$x\nless x$ לכן אם $x\in A$ לא מתקיים $(x,x)\in T_8$

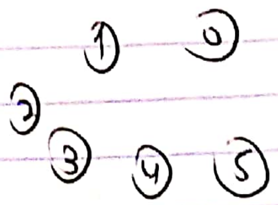
אנטי סימטרי: כן ~~הטרנזיטיבי~~ אנטי סימטרי, כיוון היחס מוגדר להיות $x<y$ ~~אנטיסימטרית~~ אם $(x,y)\in T_8$, לכן לא יתכן כי גם $y<x$ וגם $x<y$

טרנזיטיבי: כן אם $(a,b)\in T_8$ וגם $(b,c)\in T_8$ אז $(a,c)\in T_8$

הוכחה: אם $a<b$ וגם $b<c$ $\Leftarrow a<b<c \Leftarrow a<c$

אם $a<c \Leftarrow (a,c)\in T_8$

ה) $T_5 = \emptyset$



	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0

רפלקסיבי: לא $(0,0)\notin T_5$

סימטרי: הוא כן סימטרי, הוא מתקיים באופן ריק

הנגרר $(x\neq y)$ $(x,y)\in T_5 \to (y,x)\in T_5$

אין מצב ש $(x,y)\notin T_5$ לכן קשר הגרירה מתקיים $F\to T=T$

$F\to F=T$

אנטי רפלקסיבי: כן, באופן ריק מתקיים, כלומר

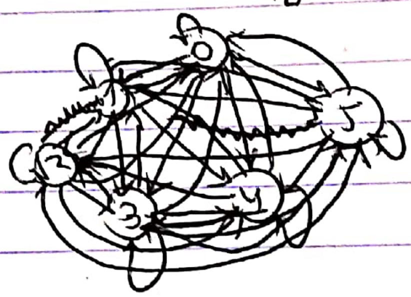
$(x,x)\notin R$

ומאחר והקבוצה ריקה אינה בה אף איבר ולכן לכל x מתקיים $(x,x)\notin T_5$

אנטי סימטרי: ~~...~~ כן, אם $(x,y)\in R$ וגם $(y,x)\in R$ אז $x=y$

טרנזיטיבי: כן $(x,y)\in R \wedge (y,z)\in R \to (x,z)\in R$

ו) $T_6 = A\times A$



	0	1	2	3	4	5
0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1

רפלקסיבי: כן לכל $x\in A$, $(x,x)\in T_6$, G הזוגות ב

A מכילים לכל הזוגות ב A

סימטרי: כן $x,y\in A$ וגם $y,x\in A$, היחס שבו G איבר מ-A מכילים לכל

הזוגות ב-A ולכן לכל $(x,y)\in T_6$ גם $(y,x)\in T_6$

אנטי ~~רפלקסיבי~~ סימטרי: לא אנטי $(1,2)\in T_6$ $(2,1)\in T_6$

אנטי ~~סימטרי~~ רפלקסיבי: לא אנטי $(0,0)\in T_6$

טרנזיטיבי: כן לכל $a,b,c\in A$ קיימים $(a,b)\in T_6$ וגם $(b,c)\in T_6$

לכן $(a,c)\in T_6$ מאחר שלנו הקבוצה היחס של איבר מכיל

את כל הזוגות לכן נוכל ש ב G הגרפים האפשריים

כן מתקיים טרנזיטיביות

4 א $\{x \in \mathbb{N} : 35|x\} \subseteq \{x \in \mathbb{N} : 5|x\}$

$x \in 35|x \longrightarrow x = 35 \cdot k$

$k \in \mathbb{N} \quad x = 5 \cdot (7k) \longrightarrow 5|x$

ב $\{x \in \mathbb{N} : 2|x\} \cap \{x \in \mathbb{N} : 7|x\} = \{x \in \mathbb{N} : 14|x\}$

$2|x \quad x = 2k \quad k \in \mathbb{N}$

$7|x \quad x = 7m \quad m \in \mathbb{N}$

$14|x \quad x = 14 \cdot L \quad L \in \mathbb{N}$

נוכיח הכלה משני הכיוונים כדי להוכיח שוויון

נוכיח $14|x \subseteq 7|x \cap 2|x$

$L \in \mathbb{N} \quad x = 14 \cdot L$

$L \in \mathbb{N} \quad x = 2(7L) \longrightarrow 2|x$

$L \in \mathbb{N} \quad x = 14 \cdot L$

$L \in \mathbb{N} \quad x = 7 \cdot (2L) \longrightarrow 7|x$

נוכיח צד שני

$k \in \mathbb{N} \quad x = 2k \quad = 2|x$

$L \in \mathbb{N} \quad x = 7L \quad = 7|x$

$2k = 7L$

למת עזר: 2 אינו מתחלק ב-7 ולכן k מתחלק ב-7 ולכן!

$c \in \mathbb{N} \quad k = 7 \cdot c$

נציב: $2 \cdot 7c = 7L = x$

$14c = x$

ולכן $14|x$