

202
מנהל מלך $\phi(A) = \lambda$

② נמצא תחילה את $\min(|L|, |R|)$ הכולל את הקטן, נאמר

$$|L| = 1000, |R| = 2000, 2|R| = |L|$$

נמצא את המסלול הקצר ביותר, ונקרא $(|L|, |R|)$ מסלול $|R|$

נניח שיש קטע אחד מכל קטע $|L|$ ו- $|R|$, נאמר G , נאמר G , נאמר G
 $x \leq |M(x)| \quad x \in R$

יהי $x \in R$ נסמן את קטע המסלול הכולל את x ב- H

היה S קטע G הכולל את x ב- $N(x)$ מסלול, נאמר G קטע

הכל 1000 , $|M(x)| = 1000$, $|S| = 1000$, $H \subseteq S$ מסלול, נאמר G קטע

קטע G x מסלול, נאמר G קטע $N(x)$ מסלול, נאמר G קטע

$$|N(x)| \leq 1000 \leq |x| \leq \frac{1000}{2000} |N(x)| < |N(x)| \Leftrightarrow 2000 \leq |x| \leq 1000$$

③ יהי (A, B) מסלול, נאמר A, B מסלול, נאמר A, B מסלול

$$Pr(A) - Pr(B) = Pr(A \cap B)$$

$$Pr(A^c) = 1 - Pr(A) \quad \text{נניח } A, B$$

$$Pr(A^c \cap B) = Pr(A^c) \cdot Pr(B) \quad \text{③}$$

הנניח, נאמר $Pr(A^c \cap B) = Pr(B) - Pr(A \cap B)$ נאמר

$$B = (A^c \cap B) \cup (A \cap B)$$

קטע מסלול, נאמר

$$Pr(B) = Pr(A^c \cap B) + Pr(A \cap B) \Rightarrow Pr(B) - Pr(A \cap B) = Pr(A^c \cap B)$$

$$Pr(A^c \cap B) = Pr(B) - Pr(A \cap B) = Pr(B) - Pr(A) \cdot Pr(B) = Pr(B) (1 - Pr(A)) = Pr(B) \cdot Pr(A^c)$$

נאמר A, B

נאמר

$$Pr(B^c) = 1 - Pr(B) \quad \text{נניח } A, B^c$$

$$Pr(A \cap B^c) = Pr(A) - Pr(A \cap B) \quad \text{④}$$

נאמר, נאמר $Pr(A \cap B^c) = Pr(A) - Pr(A \cap B)$ נאמר

$$A = (A \cap B^c) \cup (A \cap B)$$

קטע מסלול, נאמר

$$Pr(A) = Pr(A \cap B^c) + Pr(A \cap B) \Rightarrow Pr(A) - Pr(A \cap B) = Pr(A \cap B^c)$$

$$Pr(A \cap B^c) = Pr(A) - Pr(A \cap B) = Pr(A) - Pr(A) \cdot Pr(B) = Pr(A) (1 - Pr(B)) = Pr(A) - Pr(A \cap B)$$

נאמר A, B

נאמר A, B

נאמר

$$Pr(A^c) = 1 - Pr(A) \quad , \quad Pr(B^c) = 1 - Pr(B)$$

$$Pr(A^c) \cdot Pr(B^c) = Pr(A^c \cap B^c)$$

$$(1 - Pr(A))(1 - Pr(B)) = 1 - Pr(B) - Pr(A) + Pr(A) \cdot Pr(B)$$

$$\Rightarrow A \cap B = 1 - (Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)) = 1 - Pr(A \cup B)$$

$$= Pr(A \cup B) = Pr(A^c \cap B^c) \quad \text{law}$$

$$i < 4 \quad - C$$

$$j \geq 5 \quad - D$$

$$i+j \leq 5 \quad - A \quad (4)$$

$$i+1 \leq k \leq 1+j \quad - B$$

הסתברות מספרים מספרים מספרים מספרים (1)

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

$$Pr(A) = \frac{1+2+3+4}{36} = \frac{10}{36}$$

הסתברות

$$Pr(B) = \{(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (3,1) (4,1) (5,1) (6,1)\} = \frac{11}{36}$$

$$Pr(C) = \frac{6 \cdot 1}{36} = \frac{2}{3}$$

$$Pr(D) = \frac{6 \cdot 2}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$A \cap B^c = \{(1,2) (1,3) (1,4) (1,1) (2,1) (3,1) (4,1)\} = \frac{7}{36}$$

$$Pr(A \cap B) = \frac{7}{36}, \frac{10}{36} \cdot \frac{11}{36} \neq \frac{7}{36} \quad \text{אם } A, B \text{ תלויים}$$

$$Pr(A \cap C) = \frac{10}{36} \quad \text{אם } A, C \text{ תלויים}$$

$$Pr(A) \cdot Pr(C) = \frac{10}{36} \cdot \frac{2}{3} \neq \frac{10}{36}$$

$$Pr(A \cap D) = 0 \quad \text{אם } A, D \text{ תלויים}$$

$$Pr(A) \cdot Pr(D) = \frac{10}{36} \cdot \frac{1}{3} \neq 0$$

$$Pr(B \cap C) = \frac{9}{36} \quad \text{אם } B, C \text{ תלויים}$$

$$Pr(B) \cdot Pr(C) = \frac{11}{36} \cdot \frac{2}{3} \neq \frac{9}{36}$$

$$Pr(B \cap D) = \frac{2}{36} \quad \text{אם } B, D \text{ תלויים}$$

$$Pr(B) \cdot Pr(D) = \frac{11}{36} \cdot \frac{1}{3} \neq \frac{2}{36}$$

$$Pr(C \cap D) = \frac{8}{36}$$

$$Pr(C) \cdot Pr(D) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{36}$$

5.7
~ CP ~

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(B)} = \frac{4/36}{11/36} = \frac{4}{11} \quad (2)$$

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)} = \frac{4/36}{10/36} = \frac{4}{10}$$

$$Pr(A|C) = \frac{Pr(A \cap C)}{Pr(C)} = \frac{10/36}{2/3} = \frac{5}{12}$$

$$Pr(C|A) = \frac{Pr(A \cap C)}{Pr(A)} = \frac{10/36}{10/36} = 1$$

$$Pr(A|D) = \frac{Pr(A \cap D)}{Pr(D)} = \frac{0}{12/36} = 0$$

$$Pr(D|A) = \frac{Pr(A \cap D)}{Pr(A)} = \frac{0}{10/36} = 0$$

$$Pr(B|C) = \frac{Pr(B \cap C)}{Pr(C)} = \frac{9/36}{2/3} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

$$Pr(C|B) = \frac{Pr(B \cap C)}{Pr(B)} = \frac{9/36}{11/36} = \frac{9}{11}$$

$$Pr(B|D) = \frac{Pr(B \cap D)}{Pr(D)} = \frac{2/36}{1/3} = \frac{1}{6}$$

$$Pr(D|B) = \frac{Pr(B \cap D)}{Pr(B)} = \frac{2/36}{11/36} = \frac{2}{11}$$

$$Pr(C|D) = \frac{Pr(C \cap D)}{Pr(D)} = \frac{8/36}{12/36} = \frac{2}{3}$$

$$Pr(D|C) = \frac{Pr(D \cap C)}{Pr(C)} = \frac{4/36}{24/36} = 1/3$$

(4) (5)

$$Pr(A) = 0.6 = \frac{6}{10} \quad Pr(B) = 0.4 = \frac{4}{10}$$

$$Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$$

$$Pr(A \cap B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{24}{100}$$

$$Pr(A \cup B) = \frac{6}{10} + \frac{4}{10} - \frac{24}{100} = \frac{19}{25} = 0.76$$

$$Pr(A) = \frac{1}{2}, \quad Pr(B) = \frac{1}{4}, \quad Pr(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - Pr(A \cap B) \quad \therefore \text{לכן } A, B \text{ (לא תמיד)}$$

$$Pr(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \text{כל } A, B \text{ לא } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \neq \frac{1}{12}$$

(7)

$$\Omega = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} \quad |\Omega| = 8$$

$$A = \{HTH, HTT, THH, THT\} \quad Pr(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{HHT, HTT, TTH, TTT\} \quad Pr(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$C = \{HHT, HTH, THT, TTH\} \quad Pr(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$A \cap B = \{HTT, TTH\} \quad Pr(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \therefore A, B \text{ - תלכודות} \quad (8)$$

$$\text{לכן } \therefore A, B \text{ לא } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$C \cap A = \{HTH, THT\} \quad Pr(C \cap A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \therefore C, A \text{ - תלכודות} \quad (9)$$

$$\text{לכן } \therefore A, C \text{ לא } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$C \cap B = \{HHT, TTH\} \quad Pr(C \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \therefore C, B \text{ - תלכודות} \quad (10)$$

$$\therefore C, B \text{ לא } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{כל } A, B, C \text{ - תלכודות} \quad (11)$$

$$Pr(A \cap B \cap C) \neq Pr(A) \cdot Pr(B) \cdot Pr(C)$$

$$Pr(A \cap B \cap C) = 0$$

$$\text{לכן } \therefore \text{כל } A, B, C \text{ לא } 0 \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$