

Mathematical Logic HW #5

④ Moses is a hero $\equiv A$

Moses is happy with whatever he ~~has~~ has $\equiv B$

Moses shoots ~~weakness~~ $\equiv C$

Moses conquers his ~~dread~~ $\equiv D$

$\{ A \rightarrow B, C \rightarrow \neg B, \neg A \rightarrow \neg D, D \wedge C \}$

1	$A \rightarrow B$	P
2	$C \rightarrow \neg B$	P
3	$D \wedge C$	P
4	C	3, I1, R2
5	$\neg B$	2, I1, R2
6	$\neg B \rightarrow \neg A$	1, E2, R2
7	$\neg A$	5, 6, I1, R2
8	$\neg A \rightarrow \neg D$	P
9	$\neg D$	7, 8, I1, R2
10	D	3, I3, R2

Inconsistent since D and $\neg D$

⑤ ⑥ Γ = set of premises C = proposition

$\Gamma \not\vdash C$ then $\Gamma \vdash \neg C$

False

⑥ ⑥ yes, but the set Γ will be inconsistent.

ex: $\Gamma = \{ C, \neg C \}$

$\Gamma \vdash C, \Gamma \vdash \neg C$ since Γ proves everything

③ a ①	1	$\neg(A \rightarrow B)$	PR1
	2	$\neg(B \rightarrow C)$	PR1
	3	$\neg(\neg A \vee B)$	1 E2, R2
	4	$\neg(\neg B \vee C)$	2 E2, R2
	5	$\neg \neg A \wedge \neg B$	3 E1, R2
	6	$\neg \neg B \wedge \neg C$	4 E1, R2

7	$B \wedge C$	6 $E_9 R_2$
8	$\neg B$	5 $I_4 R_2$
9	B	7 $I_3 R_2$
10	$B \wedge \neg B$	9,10 $I_5 R_2$
11	F	12 $E_8 R_2$

③ ③	1	$A \vee (B \wedge C)$	PR_1
	2	$\neg[(A \vee B) \wedge \neg C]$	PR_1
	3	$\neg C$	PR_1
	4	$\neg(A \vee B) \vee \neg \neg C$	2 $E_{13} R_2$
	5	$\neg(A \vee B) \vee C$	4 $E_9 R_2$
	6	$C \vee \neg(A \vee B)$	5 $E_{10} R_2$
	7	$\neg(A \vee B)$	3,6 $I_6 R_2$
	8	$\neg A \wedge \neg B$	7 $E_{16} R_2$
	9	$\neg A$	8 $I_3 R_2$
	10	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	1 $E_{14} R_2$
	11	$A \vee C$	10 $I_4 R_2$
	12	$C \vee A$	11 $E_{10} R_2$
	13	A	3,12 $I_6 R_2$
	14	$A \wedge \neg A$	9,13 $I_5 R_2$
	15	F	14 $E_8 R_2$

② ①	1	$A \rightarrow \neg B$	PR_1
	2	$C \rightarrow B$	PR_1
	3	$\neg D \rightarrow C$	PR_1
	4	$\neg D$	PR_1
	5	C	3,4 $I_{11} R_2$
	6	B	2,5 $I_{11} R_2$
	7	$\neg A$	1,6 $I_{12} R_2$

② ③

1	$(\neg A \wedge B) \rightarrow C$	PR ₁
2	$C \rightarrow D$	PR ₁
3	$D \rightarrow \neg E$	PR ₁
4	$\neg E \rightarrow \neg C$	PR ₁
5	$\neg(A \vee \neg B)$	IP R ₄
6	$\neg A \wedge \neg \neg B$	5 E ₁₆ R ₂
7	$\neg A \wedge B$	6 E ₉ R ₂
8	C	1,7 I ₁₁ R ₂
9	D	2,8 I ₁₁ R ₂
10	$\neg E$	3,9 I ₁₁ R ₂
11	$\neg C$	4,10 I ₁₁ R ₂
12	$C \wedge \neg C$	8,11 I ₈ R ₂
13	F	12 E ₈ R ₂

① ①