

התהליך המיושם הוא שיטת גאוס

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 5 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Psi_1: R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 5 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Psi_2: R_2 = R_2 + 3R_1} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 10 & 8 \\ 0 & -3 & 5 & 8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 10 & 8 \\ 0 & -3 & 5 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Psi_3: R_3 = R_3 - 3R_2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 10 & 8 \\ 0 & 0 & -25 & -16 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Psi_4: R_1 = \frac{R_1}{-1}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & 8 \\ 0 & 0 & -25 & -16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & 8 \\ 0 & 0 & -25 & -16 \end{bmatrix} = \begin{matrix} U \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \\ A \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$\Psi_1: 2R_1 = R_1$
 $\Psi_2: R_3 + 3R_1 = R_3$
 $\Psi_3: R_2 - 2R_3 = R_2$
 $\Psi_4: R_1 \leftrightarrow R_2$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (AB) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (AB)C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 20 & -21 \\ 8 & -11 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (BC) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -3 \\ 7 & -4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -3 \\ 7 & -4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 20 & -21 \\ 8 & -11 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = BA$$

המשוואה הזו נקראת
משוואת קאמי

$$\textcircled{1} a+3c = a+2b$$

$$\textcircled{2} b+3d = 3a-2b$$

$$\textcircled{3} 2a-2c = c+2d$$

$$\textcircled{4} 2b-2d = 3c-2d$$

$$\textcircled{1} c = \frac{2}{3}b$$

המשוואה הזו נקראת משוואת קאמי

$$\textcircled{2} 3b+3d = 3a$$

$$b+d = a$$

$$\frac{2}{3}b+d = a$$

$$2b+3d = 3a$$

$$2b = 3a-3d$$

$$\textcircled{3} 2a-3c = 2d$$

$$2a-2d = 3c$$

$$\textcircled{4} 2b = 3c$$

$$2b = 2a-2d$$

$$3a-3d = 2a-2d$$

$$a = d$$

a, c חופשי

b, d קבועים

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+3c & b+3d \\ 2a-2c & 2b-2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+3c & b+3d \\ 2a-2c & 2b-2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2b & 3a-2b \\ c+2d & 3c-2d \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix}$$

חופשי

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+c & b+d \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & a \\ c+d & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+c & b+d \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+a+b & a \\ c+d & c+1 \end{bmatrix}$$

כלומר $B \in M_2(\mathbb{F})$ ויש לו את התכונה

$$AB = BA + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3c - 2b = 0$$

$$a - b - d = 0$$

$$2a - 3c = 2d$$

$$2b = 3c$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_1 \leftrightarrow R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_3 = R_3 - 2R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_2 = \frac{1}{3} \cdot R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_3 = R_3 + 3R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

einsetzen b, d

in a, c

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+d \\ b \\ \frac{2}{3}b \\ d \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(a, b, c, d) = (b+d, b, \frac{2}{3}b, d) = b(1, 1, \frac{2}{3}, 0) + d(1, 0, 0, 1)$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+d & b \\ \frac{2}{3}b & d \end{bmatrix}$$

Auswahl b
wegen $B \in GL$
($c, d \in \mathbb{R}$)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} b & 0 \\ d & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} b=0 \\ d=a \end{matrix} \text{ (FP)} \quad A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & a \end{bmatrix} \quad c=0 \quad \text{(FP)}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \quad \text{(FP)}$$

$$B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \quad \text{(FP)}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax & ay \\ az & aw \end{bmatrix}$$

$AB=BA$ -e misal job

$$BA = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax & ya \\ za & wa \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \quad \text{GI} \quad AB=BA \quad \text{-e UKI)}$$

(K) (G)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1 Jan 13

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

1.2 km³

1737

$$C_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$CA = CB$$