תרגול - שיעור 2

① נניח בדרך השלילה

(ש... היא רציונלית) $\sqrt{3}$ כלומר קיים $m,n \in \mathbb{N}$ כך ש- $\sqrt{3} = \frac{m}{n}$, p כאשר...

יהיה... (האיבר...)

$$\sqrt{3} = \frac{m}{n} \Leftarrow 3 = \frac{m^2}{n^2} \Leftarrow m^2 = 3 \cdot n^2$$

© m^2 מתחלק ב-3 (למה זה...?)

נוכיח: אם m^2 מתחלק ב-3, אז גם m מתחלק ב-3, נל

נניח $m \in \mathbb{Z}$ כך ש- $m = 3 - k$

(3.ק): $\qquad 3n^2 = (3k)^2$

$$3n^2 = 9k^2 / :3$$

$n^2 = 3k^2 \Leftarrow m^2$ מתחלק ב-3 $\Leftarrow n$ מתחלק ב-3
(של... ש...)

וכך n וגם m מתחלקים גם ב-3.

נל, $\frac{m}{n}$ של... ש... שניתן... ב... $\neq$ סתירה!, ...

$\sqrt{3}$ ... או' אי (...ים)

... של ...

© אם m^2 מתחלק ב-3, אז m מתחלק ב-3 (נעשה זאת ע"י contrapositive)

נטען כי אם m לא מתחלק ב-3 אז m^2 לא מתחלק ב-3.

$m = 3k + 4$	$m = 3k + 3$	$m = 3k + 2$	$m = 3k + 1$
$m^2 = (3k+4)^2 =$	$m^2 = (3k+3)^2 =$	$m^2 = (3k+2)^2 =$	$m^2 = (3k+1)^2 =$
$9k^2 + 24k + 16 =$	$9k^2 + 9k + 9 =$	$9k^2 + 12k + 4 =$	$9k^2 + 6k + 1 =$
$3(3k^2 + 8k) + 16 =$	$3(3k^2 + 3k) + 9 =$	$3(3k^2 + 4k) + 4 =$	$3(3k^2 + 2k) + 1$
m^2 לא מתחלק ב-3	m^2 לא מתחלק ב-3	m^2 לא מתחלק ב-3	m^2 לא מתחלק ב-3

לכן אם m^2 מתחלק ב-3 אז גם m מתחלק ב-3

① $(P \to Q) \equiv (\overline{P} \lor Q) \lor (\overline{P} \land Q)$

P	Q	$P \to Q$	$\overline{P} \land Q$	P	Q	$\overline{P} \lor Q$	*
F	F	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	F	F
T	F	F	F	F	T	T	F
T	T	T	T	F	F	F	T

② $\overline{(P \to Q) \to R} \equiv \big((P \land Q) \land R\big) \lor \big((P \land \overline{Q}) \land R\big)$

P	Q	R	$P \to Q$	$(P \to Q) \to R$	$\overline{(P \to Q) \to R}$	$P \land Q$	$(P \land Q) \land R$	P	Q	R
F	F	F	T	F	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	F	T	T	F
F	T	F	T	F	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F	F	F	T	T
T	F	T	F	T	F	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	F	T	F	F	F	T
T	T	T	T	T	F	T	T	F	F	F

$\overline{(P \to Q) \to R}$	$P \land \overline{Q}$	$(P \land \overline{Q}) \land R$	*
T	T	T	T
F	T	F	F
F	F	F	F
F	F	F	F
T	T	F	F
T	T	T	F
T	F	F	F
F	F	F	T

$$A = ((P \supset R) \leftrightarrow (P \lor R)) \supset (\bar{Q} \land R)$$

P	Q	R	$\bar{Q}$	P⊃R	P∨R	$\bar{Q}$∧R	(P⊕R)↔(P∨R)	A
F	F	F	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	T	F	T	T
T	F	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	T	T	F	T	T
T	T	T	F	F	T	F	F	F

$$(\bar{P} \land \bar{Q} \land \bar{R}) \lor (\bar{P} \land Q \land \bar{R}) \lor (\bar{P} \land Q \land R) \lor (P \land \bar{Q} \land \bar{R}) \lor (P \land \bar{Q} \land R) \lor (P \land Q \land \bar{R})$$

④

$$\overline{(\bar{P} \land \bar{Q} \land \bar{R}) \lor (\bar{P} \land Q \land \bar{R}) \lor (P \land Q \land R) \lor (P \land \bar{Q} \land \bar{R}) \lor (\bar{P} \land Q \land R) \lor (P \land Q \land \bar{R})}$$

$$\overline{(\bar{P} \land \bar{Q} \land \bar{R})} \land \overline{(\bar{P} \land Q \land \bar{R})} \land \overline{(P \land Q \land R)} \land \overline{(P \land \bar{Q} \land \bar{R})} \land \overline{(P \land \bar{Q} \land R)} \land \overline{(P \land Q \land \bar{R})}$$

②

$$\overline{(\bar{P} \land \bar{Q} \land \bar{R})} \lor \overline{(\bar{P} \land Q \land \bar{R})} \lor \overline{(P \land Q \land R)} \lor \overline{(\bar{Q} \land \bar{R})} \lor \overline{(P \land \bar{Q} \land R)} \lor \overline{(P \land Q \land \bar{R})}$$

$$(P \lor Q \lor R) \lor (P \lor \bar{Q} \lor R) \lor (P \lor \bar{Q} \lor \bar{R}) \lor (\bar{P} \lor Q \lor R) \lor (\bar{P} \lor Q \lor \bar{R}) \lor (\bar{P} \lor \bar{Q} \lor R)$$

⑤

P	Q	P ↔ Q
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

$$(\bar{P} \land \bar{Q}) \lor (P \land Q)$$

?

P	Q	P⊕Q	(P⊕Q)⊃Q	P
F	F	F	F	F
F	T	T	F	F
T	F	T	T	T
T	T	F	T	T

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$
⑥

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\},$$
$$\{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$$

⑦

$1 \in A$ — نعم — (c)

$\{1,2\} \in P(A)$ — نعم — كل — $\{1,2,1\} \in P(A)$ ②

$\{1,2,3,4,5\} \in A$ — نعم — لا — $\{2,3,4\} \in A$ ②

نعم — $\{2,3,4\} \in P(A)$ ③

$\emptyset \subseteq A$ — نعم — كل — $\emptyset \in A$ ②

$\emptyset \notin P(A)$ — نعم — كل — $\emptyset \subseteq P(A)$ ①

$\{1,3\} \in P(A)$ — ~~$\{1,3\} \in A$~~ — ⑤

نعم — $\{\{1,3\}\} \in P(P(A))$ ⑦