

作业 1

在线测试：<http://thudsa.3322.org/oj>

第 1 题	记分牌 (Scoreboard)	20 分	1
第 2 题	祖玛 (Zuma)	20 分	2
第 3 题	上帝爱玩多米诺 (Godplay)	20 分	3
第 4 题	魔山 (Zaubenberg)	20 分	4
第 5 题	数字游戏 (Numerology)	20 分	6

第1题 记分牌 (Scoreboard)**20 分****【题目描述】**

比赛中记分牌上的得分，由标有数字 0~9 的 10 类卡片组合而成，例如，得分 225 由两张标有 2 的卡片和一张标有 5 的卡片组合而成。

然而，在一场比赛前，粗心的记分员只拿了包含 0 在内的 m 类卡片（假定每类卡片数目无限）。为了不延误比赛，记分员决定用这 m 类卡片表示比赛分数，表示规则为：按从小到大的顺序，用第 i 个能以这 m 类卡片表示的十进制数代表得分 i ，其中 $i \geq 0$ 。例如，若所带卡片只有{0, 2, 4, 5}四类，则可组合成的十进制数从小到大分别为

{0, 2, 4, 5, 20, 22, 24, 25, 40, 42, 44, ...}

依次分别对应于得分

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...}

当这 m 类卡片所组合成数字的位数很多时，记分员自己也不知道到底现在分数是多少，请你编写程序帮助他/她计算准确的得分。

【输入】

共计三行。第一行为正整数 m ，表示目前可用数字卡片的种类数。第二行为 m 个各不相同的一位阿拉伯数字，从小到大排列，以空格分隔，且其中肯定包含 0。表示 m 种可用的卡片。第三行为积分排上的一个非负整数 x ，其所有数位均取自第二行给定的 m 个数字，且最高位非 0。

【输出】

共计一行。一个十进制非负整数，对应于 x 所表示的十进制得分。

【输入样例】

```
4
0 2 4 7
27
```

【输出样例】

```
7
```

【限制】

$2 \leq m \leq 10$

$0 \leq x < 2^{31}$

【提示】

进制转换

第2题 祖玛 (Zuma)**20 分****【题目描述】**

祖玛是一款曾经风靡全球的游戏，其玩法是：在一条轨道上初始排列着若干个彩色珠子，其中任意三个相邻的珠子不会完全同色；此后，你可以发射珠子到轨道上并加入原有序列中。一旦有三个或更多同色的珠子变成相邻，它们就会立即消失。这类消除现象可能会连锁式发生，其间你将暂时不能发射珠子。

开发商最近准备为玩家写一个游戏过程的回放工具。他们已经在游戏内完成了过程记录的功能，而回放功能的实现则委托你来完成。



游戏过程的记录中，首先是轨道上初始的珠子序列，然后是玩家接下来所做的一系列操作。你的任务是，在各次操作之后及时计算出新的珠子序列。

【输入】

第一行是轨道上初始的珠子序列，每颗珠子的颜色各用一个大写字母表示。

第二行是一个数字 n ，表示整个回放过程共有 n 次操作。

接下来的 n 行依次对应于各次操作。每次操作由一个数字 k 和一个大写字母 c 描述，以空格分隔。其中， $c \in ['A' \sim 'Z']$ 为新珠子的颜色；若插入前共有 m 颗珠子，则 $k \in [0, m]$ 表示新珠子嵌入之后（尚未发生消除之前）在轨道上的位序。

【输出】

输出共 n 行，依次给出各次操作（及可能随即发生的消除现象）之后轨道上的珠子序列。

如果轨道上已没有珠子，则以 “-” 表示。

【输入样例】

```
ACCBA
5
1 B
0 A
2 B
4 C
0 A
```

【输出样例】

```
ABCCBA
AABCCBA
AABBCCBA
-
A
```

【限制】
$$0 < n < 10^4$$
$$0 \leq m < 10^4$$
【提示】

链表

第3题 上帝爱玩多米诺 (Godplay)

20 分

【题目描述】

传说中上帝造题只要 5 分钟 ,于是不到 deadline 前 5 分钟他就懒得出手 ,多出的时间百无聊赖 ,便勒令 L 君弄出一个玩物。L 君不慌不忙 ,从肚皮的口袋里掏出了 N 块多米诺骨牌和一卷 $2 \times N$ 的棋盘。他双手轻轻抹开棋盘 ,铺展在地。每块骨牌的尺寸均为 1×2 ,恰好覆盖棋盘上相邻的两格。N 块骨牌若能摆放合理 ,便可恰好覆盖整个棋盘 ,比如当 $N=3$ 的时候 ,共有以下 3 种覆盖方案 :



图中显示了骨牌的摆放方式 ,可以横着也可以竖着。所有骨牌外观一致 ,可视为没有区别。

上帝希望你用程序帮助他验证自己所得的摆放方案总数 ,他知道这个数可能非常非常大 ,以致你的计算机根本无法承受 ,所以只要求你给出方案总数对 M 取模之后的余数即可。

【输入】

仅一行 ,两个空格隔开的正整数 ,依次为 N 和 M。

【输出】

仅一行 ,为 N 个骨牌完全覆盖 $2 \times N$ 棋盘的方案数对于 M 的余数。

【输入样例】

1481 19880921

【输出样例】

12377431

【限制】

对于 50%的数据 , $1 \leq N \leq 1,000,000$

对于 100%的数据 , $1 \leq N \leq 1,000,000,000, 1 \leq M \leq 19880921$

【提示】

减治递推

第4题 魔山 (Zaubenberg)

20 分

【题目描述】

住在魔山上的生物，近来纷纷染上某种怪病。NC 检疫局认为，住得越高的生物，得病的概率越大。于是他们企图通过削平山顶，灭杀掉某一海拔以上（含）的所有生物——尽管其中有些的确已经染病（杀中），有些其实尚未染病（误杀）；而在这一海拔以下的生物中，有些仍可能已经染病（漏杀）。当然，他们既不希望误杀过多，也不愿意漏杀太多。于是为制定可行的灭杀方案，需兼顾两项指标：

杀中率 = 杀中数量 / 染病生物总数

误杀率 = 误杀数量 / 健康生物总数

可行的灭杀方案须满足的条件是：杀中率不低于某一指定下限（记作 P_{hit} ），而且误杀率不高于某一指定上限（记作 P_{false} ）。

实际上，我们已知魔山上所有生物的普查数据，即它们各自居住的海拔高度以及目前是否染病。注意，同一海拔上可能同时住有多个生物，且他们在不同高度上的分布完全随机，没有任何规律可循。现在，对于检疫局需要考察的多种 (P_{hit}, P_{false}) 组合，请你尽快算出对应的可行灭杀方案。

【输入】

第 1 行两个正整数：N 为魔山上生物总数，H 为魔山高度。

接下来 N 行，分别给出某一生物的信息，包括一个非负整数（居住高度）和一个字符（ '+' 表示阳性染病， '-' 表示阴性无病）。

然后是一个正整数 M，表示需要制定的灭杀方案总数。

最后 M 行，各用两个以空格分隔的实数（精确到 6 位小数）给出一个 (P_{hit}, P_{false}) 的组合条件，取值范围均为 $[0, 1]$ 。

【输出】

共 M 行，依次给出 M 个灭杀方案。

如果存在可行方案，则对应的行包含以空格分隔的两个非负整数 $h_L \leq h_H$ ，表示按照对应的 (P_{hit}, P_{false}) 组合条件，从 h_L 到 h_H 均可作为灭杀的起始高度。否则，对应的行仅含一个整数 -1。

【输入样例 1】

```
5 12
10 +
8 -
7 +
6 +
5 -
3
0.500000 1.000000
0.300000 0.500000
0.300000 0.100000
```

【输出样例 1】

```
0 7
6 10
9 10
```

【输入样例 2】

```
10 10
4 +
6 +
0 +
9 +
2 +
3 -
9 -
7 -
9 -
5 -
15
0.818784 0.971310
0.828424 0.955460
0.197642 0.972830
0.209844 0.000000
0.367560 0.826768
0.197130 0.608106
0.183518 0.182270
0.192008 0.581226
0.208676 0.000000
0.435384 0.770400
0.395772 0.850256
0.214818 0.000000
0.209772 1.000000
0.207724 0.414344
0.196300 0.613776
```

【输出样例 2】

```
-1
-1
4 9
-1
4 6
6 9
-1
8 9
-1
-1
4 6
-1
0 6
-1
6 9
```

【限制】

$2 \leq N \leq 100,000$, 其中染病和健康的生物至少各有一个

$1 \leq H \leq 10^9$

$1 \leq M \leq 200,000$

【提示】

排序, 查找

第5题 数字游戏 (Numerology)**20 分****【题目描述】**

2012 末日预言落空之后，世界太平一切照旧，转眼又是六十有六年。话说这年水木大学招收了一名特长生，学籍编号 2078-12-3456。该生的过人之处令人叹服——每次选课不选则已，一选必中。这不，他又轻而易举地选上了数据结构。

终于，某次酣饮之后他不慎道出了个中奥妙：实际上，选课成功与否，完全取决于你的学号与课号之间是否“有缘”。比如，他之所以顺利地选上了数据结构，只不过是因为：

$$(20 \times (7 - (8 + 1) !) - 2) / 3 \times 4 + (5 + 6) ! = 30240184$$

具体而言，即在不改变学号各数位次序的前提下，可否通过在其间插入适当的运算符，使之成为合法的算术表达式，而且——最重要地——其值恰好等于拟选课程的编号。

这一秘诀不胫而走，惊动了届时已是资深算法设计师的你。为节省同类们宝贵的脑力——你早已将此作为自己神圣的天职和使命——你决定编写一个辅助占卜程序，对于任意给定的学号与课号，判断二者之间是否“有缘”。

很遗憾，几番尝试之后你就意识到自己低估了问题的难度，于是只好做些简化：将可使用的运算符限定于加号和乘号两种，且它们之间既没有优先级次序也不得使用括号（故计算总是自左向右进行），而且禁止学号中出现数字 0。

作为补偿，你决定加入另一功能：按上述条件若判定“无缘”，则从大于拟选课程编号的课程中，找出与你“有缘”的最小者。当然，假设水木大学开设了无数门课，且每一编号都有课程与之对应。

【输入】

共计 2 行，描述一次占卜。

第一行两个正整数，分别为学号的位数 N （不见得是 10），以及待选课程的编号 D （不见得是 8 位，且前缀字符 '0' 均已清除）。

第二行为以空格分隔的 N 个数字，依次给出学号的各个数位。

【输出】

若有缘，则输出一个对应的算术表达式，其中的数字及运算符之间不含白空格。存在多个这样的表达式时，只需任给其一。

若无缘，则需输出两行：第一行为字符串 "No"，第二行为大于拟选课程编号且与所给学号有缘的最小课号——若这样的课号不存在，则输出 0。

【输入样例 1】

```
5 230
3 4 1 2 5
```

【输入样例 2】

```
3 600
9 9 9
```

【输出样例 1】

```
34+12*5
```

【输出样例 2】

```
No
729
```

【限制】

$$1 \leq N \leq 24$$

$$1 \leq D < 2^{60}$$

【特别说明】

无缘时，若仅输出"No"而未能给出替代的课号，该测试点仍可获得不超过 50%的分数。

【提示】

搜索 + 剪枝

搜索过程中数值可能溢出，请留意此类情况的处理