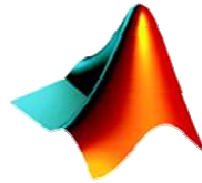


بسمه تعالی



MATLAB®

دستورکار چهارم و پنجم (گروه یک)

تاریخ: ۱۳۹۹/۰۲/۲۸

مهلت تحویل گزارش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۱

نحوه تحویل گزارشکار کارگاه:

هر گروه یک فایل گزارش آماده نماید. فایل اصلی گزارش در قالب ورد (word) باشد و pdf شده آن نیز ضمیمه گردد. در ابتدای فایل گزارش، شماره دستورکار، نام و شماره دانشجویی اعضای گروه و تاریخ آپلود فایل گزارش نوشته شود. در یک فولدر (که نام فولدر حاوی شماره دانشجویی‌های اعضای گروه است) بایستی کدهای M-file متلب (ذخیره شده با پسوند m) و متغیرهای احتمالی مورد نیاز (ذخیره شده با پسوند mat) و فایل‌های word و pdf گزارش قرار داده شود. سپس فولدر مذکور را در قالب rar. فشرده نموده و فایل فشرده شده را در درس افزار آپلود کنید.

در متن گزارش و کدهای ارسالی، حتماً توضیح (comment) قرار دهید تا خوانایی کدهای برنامه افزایش یابد. ضمناً در متن گزارش، دستورات مورد استفاده و یا کدهای برنامه نویسی شده و توضیحات کافی را نیز قرار دهید.

متلب یک ماشین حساب گرافیکی قدرتمند محسوب می شود. از اینرو رسم شکل‌های مناسب در متلب یک هنر است. از حداکثر سلیقه خود و توانایی‌های نرم افزار متلب برای تهیه نمودارهای مناسب و دقیق استفاده کنید.

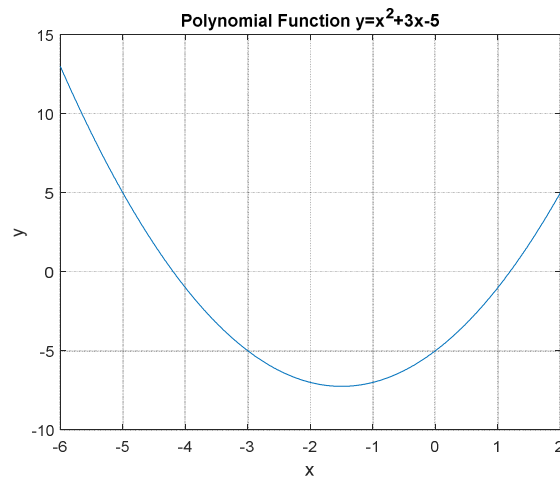
بخش اول – محاسبات ریاضی توابع چندجمله ای (polynomial functions):

** فرض کنیم تابع $f(x)$ ، یک تابع حقیقی چند جمله ای از درجه n است که بصورت زیر تعریف شده است:

$$f(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x^2 + a_nx + a_{n+1}$$

اگر ضرایب تابع فوق (a_i ها) در یک آرایه برداری سطری با طول $n+1$ قرار گیرد، بردار تشکیل شده می تواند بطور منحصر به فرد تابع $f(x)$ را تعیین کند. مثلاً برای ارزیابی و رسم تابع چندجمله ای $f(x)=x^2+3x-5$ در بازه $(-6,2)$ می توان از دستورات زیر استفاده نمود:

```
x=linspace(-6,2,1000);  
a=[1 3 -5];  
y=polyval(a,x);  
figure(1)  
plot(x,y)  
title('Polynomial Function y=x^2+3x-5')  
grid  
xlabel('x')  
ylabel('y')
```



تکلیف ۴-۱: با استفاده از راهنمای متلب، در مورد عملکرد و آرگومانهای ورودی و خروجی توابع polyval و roots و poly تحقیق و گزارش کنید.

تکلیف ۲-۴: برنامه ای بنویسید که ضرایب یک تابع چند جمله ای را بصورت یک بردار از ورودی دریافت نماید و تعداد ریشه های حقیقی و موهومی آن چند جمله ای را نمایش دهد.

تکلیف ۳-۴: برای ضرب و تقسیم توابع چند جمله ای از دستورات conv و deconv استفاده می شود. با استفاده از راهنمای متلب، در مورد آرگومانهای ورودی و خروجی این توابع تحقیق و گزارش کنید.

تکلیف ۴-۴: اکنون فرض کنید تابع $H(s)$ بصورت زیر تعریف شده است:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{s^3 + 5s^2 + 11s + 13}{s^2 + 2s + 4}$$

درستی عبارت زیر را بوسیله دستورات متلب نشان دهید؟

$$\text{if } H(s) = Q(s) + \frac{R(s)}{D(s)} \Rightarrow H(s) = s + 3 + \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 4}$$

تکلیف ۵-۴: برای محاسبه مشتق و انتگرال نامعین تابع چندجمله ای از دستورات polyint و polyder استفاده می شود. با استفاده از راهنمای متلب، در مورد آرگومانهای ورودی و خروجی این توابع تحقیق و گزارش کنید. اکنون برای توابع $N(s)$ و $H(s)$ تکلیف قبل، مشتقهای مرتبه اول و دوم و انتگرال نامعین آن را محاسبه نمایید.

تکلیف ۶-۴: با استفاده از polyint، برنامه ای بنویسید که مقدار انتگرال معین زیر را محاسبه نماید:

$$I = \int_{-2}^3 \left((1 - x^2)^2 (1 - 3x + 2x^3) \right) dx = ?$$

تکلیف ۴-۷: برای محاسبه بسط به کسرهای جزئی یک تابع چندجمله ای از دستور residue استفاده می شود. با استفاده از راهنمای متلب، در مورد آرگومانهای ورودی و خروجی این تابع تحقیق و گزارش کنید. اکنون برای تابع $Y(s)$ ، بسط به کسرهای جزئی را انجام دهید.

$$Y(s) = \frac{s + 2}{s^3 + 4s^2 + 3s}$$

بخش دوم – انتگرال عددی (numerical integration) توابع:

*** برای محاسبه انتگرال معین تابع به روش ذوزنقه ای از دستور trapz استفاده می شود.

تکلیف ۵-۱: با استفاده از راهنمای متلب، در مورد آرگومانهای ورودی و خروجی تابع trapz و روابط ریاضی نحوه محاسبه آن تحقیق و گزارش کنید.

تکلیف ۵-۲: با استفاده از تابع trapz مقدار انتگرالهای معین زیر را بیابید. همچنین هر یک از توابع انتگرالده زیر را در بازه انتگرالگیری داده شده رسم کنید و با توجه به قضیه تعامد دستگاه مثلثاتی (Orthogonality of the Trigonometric System) نتایج به دست آمده را تحلیل کنید؟

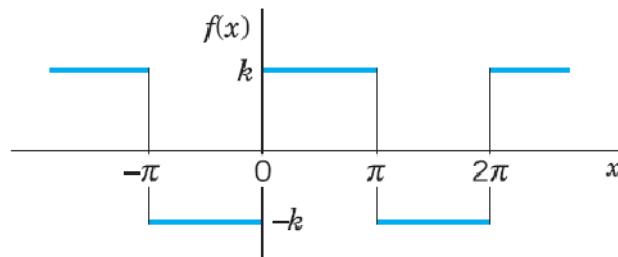
$$A = \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin(2x) \cdot \cos(2x) dx = ?, B = \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin(3x) \cdot \sin(2x) dx = ?, C = \int_{-2\pi}^{2\pi} (\sin(3x))^2 dx = ?$$

$$D = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(3x) \cdot \cos(2x) dx = ?, E = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(3x) \cdot \cos(2x) dx = ?, F = \int_{-\pi}^{\pi} (\cos(2x))^2 dx = ?$$

تکلیف ۵-۳: با استفاده از راهنمای متلب در مورد دستورات quad و integral به منظور محاسبه انتگرال عددی یک تابع تحقیق و گزارش نمایید. مقدار انتگرالهای معین تکلیف ۵-۲ را با استفاده از دستورات ذکر شده مجدداً محاسبه و نتایج به دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید.

تکلیف ۴-۵: تابع متناوب $f(x)$ را در نظر بگیرید:

$$f(x) = \begin{cases} -k & \text{if } -\pi < x < 0 \\ k & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{and} \quad f(x + 2\pi) = f(x).$$



Given function $f(x)$ (Periodic reactangular wave)

می دانیم تابع مجموع جزئی N نمایش سری فوریه تابع $f(x)$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$S_N\{f(x)\} = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

که در آن ضرایب سری فوریه از روابط زیر حاصل شده اند:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 (-k) \cos nx \, dx + \int_0^{\pi} k \cos nx \, dx \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[-k \frac{\sin nx}{n} \Big|_{-\pi}^0 + k \frac{\sin nx}{n} \Big|_0^{\pi} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 (-k) \sin nx \, dx + \int_0^{\pi} k \sin nx \, dx \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[k \frac{\cos nx}{n} \Big|_{-\pi}^0 - k \frac{\cos nx}{n} \Big|_0^{\pi} \right] = \frac{2k}{n\pi} (1 - \cos n\pi). \end{aligned}$$

همچنین تابع خطای تخمین مجموع جزئی N ام بصورت زیر تعریف می شود،

$$e_N\{f(x)\} = |f(x) - S_N\{f(x)\}|$$

و مقدار خطای تخمین مجموع جزئی N ام در یک دوره تناوب از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$E_N\{f(x)\} = \int_{-\pi}^{+\pi} f^2(x)dx - \pi \left(2a_0^2 + \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \right)$$

۵-۴-۱- تابع مجموع جزئی N ام نمایش سری فوریه تابع فوق را در بازه $[-8,8]$ و با مقادیر $N=1, N=3, N=11$ و $N=101$ رسم نمایید.

راهنمایی: x را یک بردار با طول دلخواه (تعداد المان بردار) در نظر بگیرید که حاوی مقادیر بازه مدنظر مسئله باشد. متناظر با بردار x ، توابع $f(x)$ و $S_N\{f(x)\}$ را نیز بردارهایی با اندازه مشابه با بردار x در نظر بگیرید. همچنین برای انجام محاسبات تابع مجموع جزئی N ام می توانید از دستورهایی حلقه for-end و برای رسم نمودار دو بُعدی از دستور plot استفاده نمایید. مقدار $k=3$ فرض شود.

۵-۴-۲- تابع خطای تخمین را در بازه $(-8,8)$ و به ازای مقادیر مقادیر $N=1, N=3, N=11$ و $N=101$ رسم نمایید.

۵-۴-۳- مقدار خطای تخمین را به ازای مقادیر $N=1, N=3, N=11$ و $N=101$ محاسبه و گزارش نمایید.

۵-۴-۴- با استفاده از دستور حلقه while-end تعیین نمایید که کمترین مقدار N برای دستیابی به مقدار خطای تخمین کمتر از 0.001 چقدر است؟

پیروز و موفق باشید

شکفته