『多変量解析入門』 演習問題 解答 第3章

Taro Masuda Twitter ID: @ml_taro

2022年2月12日

はじめに

このPDFでは、小西貞則著『多変量解析入門 線形から非線形へ』(岩波書店、2010)の解答を記していきます。公式なものではなくあくまで個人として公開しているため、誤りがある可能性があります。正確性についての保証はできない旨、予めご了承ください。

なお,著作権へ配慮し,問題文については割愛させていただきます.

誤りを見つけた場合は、上記twitter ID @ml_taro までご連絡いただくか、直接PRを飛ばして頂くか、メール taro.masuda.jp あっとまーく gmail.com までご連絡ください.

第3章

問3.3

誤差の2乗和 $S(\mathbf{w}) = \mathbf{\varepsilon}^{\mathsf{T}} \mathbf{\varepsilon}$ を最小化したいので,

$$S(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{y} - B\boldsymbol{w})^{\mathsf{T}} (\boldsymbol{y} - B\boldsymbol{w})$$
 (1)

を β について微分して

$$-2B^{\mathsf{T}}\boldsymbol{y} + 2B^{\mathsf{T}}B\boldsymbol{w} = \mathbf{0}. (2)$$

これを解いて、 $\hat{\boldsymbol{w}}_{\text{LMS}} = (B^{\mathsf{T}}B)^{-1}B^{\mathsf{T}}\boldsymbol{y}$ を得る.

問3.4

式(3.35)の尤度関数のうち、wに依存する部分は

$$\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\boldsymbol{y} - B\boldsymbol{w})^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{y} - B\boldsymbol{w})\right\}$$
(3)

のみであるから、 $(y-Bw)^{\mathsf{T}}(y-Bw)$ を最小にするwが最尤推定量となる。つまり、最小2乗推定量(問3.3の答え) $\hat{w}=(B^{\mathsf{T}}B)^{-1}B^{\mathsf{T}}y$ と一致する。