1 Ejercicio 2

Se pidió aplicar a un filtro RC de frecuencia de corte $f_0 = 64\,(kHz)$ una onda cuadrada de $10\,V_{pp}$ con frecuencia de $f = 32\,(kHz)$. Los resultados obtenidos empiricamente fueron los que se muestran en la figura 1. A su vez, se calculo la transferecia del circuito idealmente resultando ser:

$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC} \tag{1}$$

Si simulamos la transferencia del circuito en LTSpice, el resultado es el que se ve en la figura 2.

Figure 1: Resultados

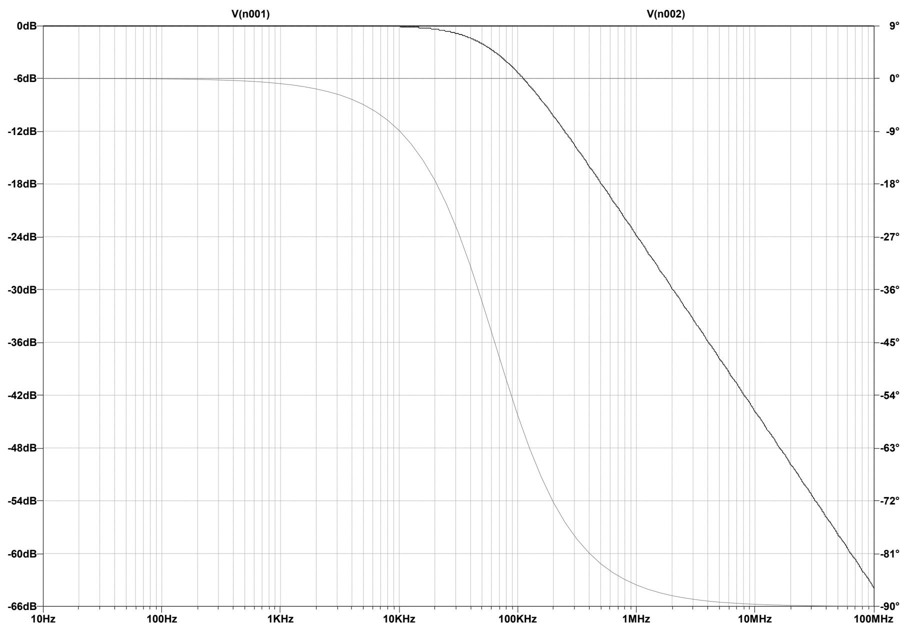

Figure 2: Simulacion LTSpice

1.1 Calculo de armónicos

Si queremos ver como reacciona el circuito a una señal cuadrada, debemos calcular primero como afecta nuestro circuito a la onda de entrada. Como sabemos que la onda es una cuadrada, haciendo su descomposición de suma de señales trigonometricas, los coeficientes de Fourier resultan ser:

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$b_{2n-1} = \frac{20}{(2n-1)\pi}$$

$$b_{2n} = 0$$

Por lo tanto, la onda cuadrada se puede expresar en el espacio temporal como se ve en la expresión 2. Sin embargo, podemos ver, por temas de idealizacion, que una señal cuadrada ideal, se puede aproximar por una suma de términos finitos de senoidales, por lo tanto, si aproximamos la cuadrada con 10 terminos, podemos ver como la aproximacion van quedando mas parecidas, esto se muestra en la figura 3. A medida que agreguemos mas términos a nuestra suma, menos sera la diferencia con una onda cuadrada ideal. No obstante, hay que tener en cuenta que, como fue visto en Matemática V, al tener una discontinuidad no evitable cada $\frac{T}{2}$, siendo T el período de la señal, se generaran sobrepicos en los puntos de discontinuidad. por ende, si llamamos *x(t)* a la función cuadrada ideal e *y(t)* a su aproximación por senoides, *x(t)* será igual a *y(t)* en todos los numeros reales exceptuando los puntos de discontinuidad. Esto quiere decir, que es posible que al trabajar con ondas cuadradas, se encuentren sobrepicos.

$$x(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{20}{(2n-1)\pi} sin\left(2\pi(2n-1)f_0 t\right) \tag{2}$$

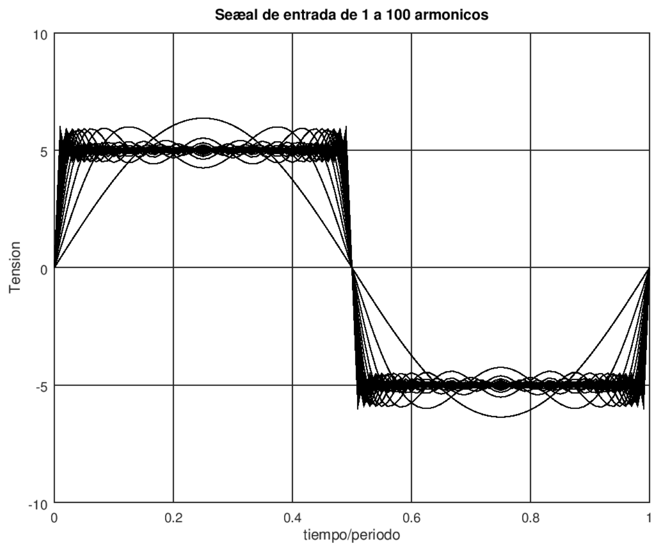

Figure 3: Representación de onda cuadrada mediante suma de senoidales

Debido a que la entrada es una función continua a trozos de período T, entonces:

$$\begin{gathered} y(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} |b_{2n-1}| \left|H\left((2n-1)f_0\right)\right| cos\left[2\pi(2n-1)f_0 t + \phi((2n-1)f_0) + \theta_{2n-1}\right] \\ b_{2n-1} = |b_{2n-1}| \, e^{i\theta_{2n-1}} \\ H(f) = |H(f)| \, e^{i\phi(f)} \end{gathered} \tag{3}$$

A su vez;

$$H(f) = \frac{1}{1 + i2\pi fRC} \tag{4}$$

Por lo tanto, haciendo calculos de las ecuaciones 3 y 4, concluimos que:

$$\phi(f) = arctg(2\pi fRC)$$

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi fRC)^2 + 1}}$$

$$\theta_n = 0$$

Finalmente, podemos escribir la salida como la ecuacion 5 y graficamente se ve como la figura 4.

$$y(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{20}{(2n-1)\pi\sqrt{\left(2\pi(2n-1)f_0 RC\right)^2 + 1}} cos\left(2\pi(2n-1)f_0 t + arctg\left(2\pi(2n-1)f_0 RC\right)\right) \tag{5}$$

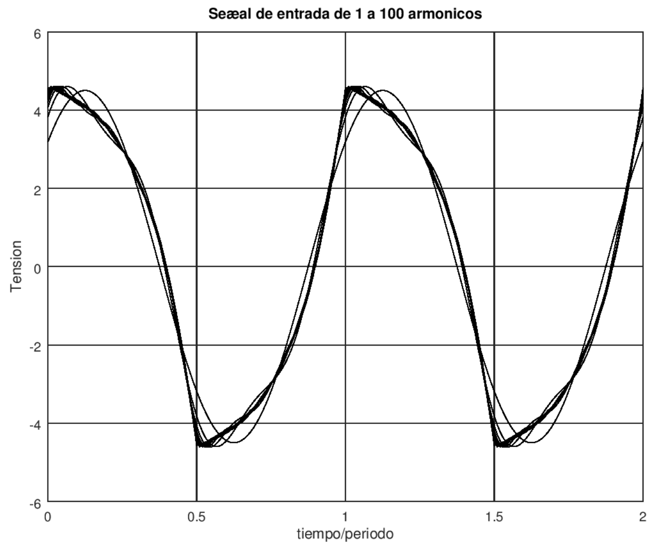

Figure 4: Salida del RC en armónicos

1.2 Circuito como Integrador

Como ya sabemos, un circuito integrador es aquel que cumple que su funcion transferencia sea $H(s) = \frac{1}{s}$, como vemos en la ecuacion 1, nuestro circuito no posee esa transferencia, sin embargo, si procuramos movernos en un intervalo donde sRC sea lo suficientemente grande comparado con 1, podremos aproximar a una funcion transferecia integradora. Es decir;

$$Si\ sRC \ggg 1 \Longrightarrow H(s) = \frac{1}{1+sRC} \approx \frac{1}{RC}\frac{1}{s}$$

Por ende, si cambiamos al espacio de frecuencias, procurando que $2\pi fRC \ggg 1$ podemos obtener la transferencia de un circuito integrador. En particular, para $R = 2.5(k\Omega)\, y\, C = 1(nF)$ debemos concluir que para una frecuiencia $f_a \ggg 63(kHz)$, nuestro circuito se comportará como un integrador.