

1 Filtro pasabajos

Se pidió aplicar a un filtro RC de frecuencia de corte $f_0 = 64 (kHz)$ una onda cuadrada de $10 V_{pp}$ con frecuencia de $f = 32 (kHz)$. Los resultados obtenidos empíricamente fueron los que se muestran en la figura 1. A su vez, se calculo la transferecia del circuito idealmente resultando ser:

$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC} \quad (1)$$

Si simulamos la transferencia del circuito en LTSpice, el resultado es el que se ve en las figuras 2 y 3.

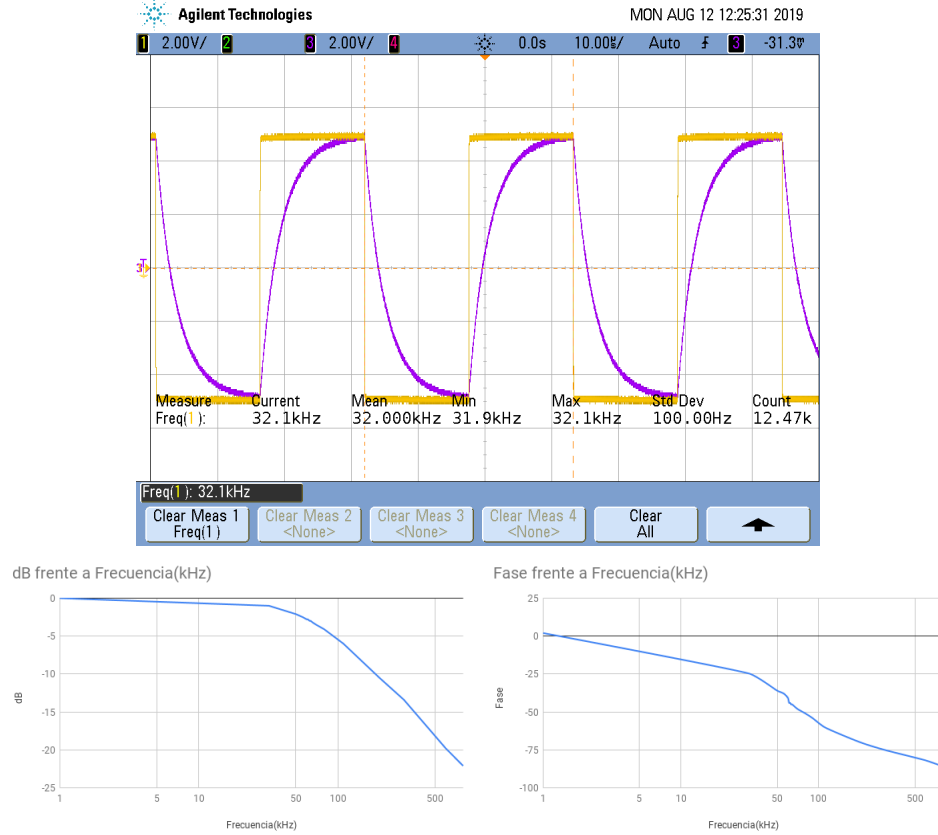


Figure 1: Resultados

1.1 Calculo de armónicos

Si queremos ver como reacciona el circuito a una señal cuadrada, debemos calcular primero como afecta nuestro circuito a la onda de entrada. Como sabemos que la onda es una cuadrada, haciendo su descomposición de suma de señales trigonométricas, los coeficientes de Fourier resultan ser:

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$b_{2n-1} = \frac{20}{(2n-1)\pi}$$

$$b_{2n} = 0$$

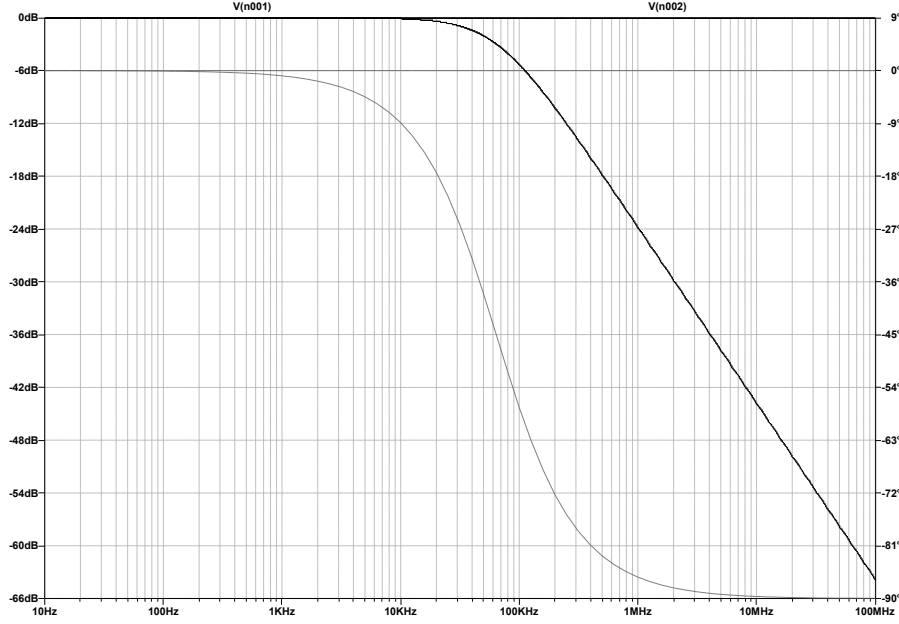


Figure 2: Simulacion LTSpice

Por lo tanto, la onda cuadrada se puede expresar en el espacio temporal como se ve en la expresión 2. Sin embargo, podemos ver, por temas de idealización, que una señal cuadrada ideal, se puede aproximar por una suma de términos finitos de senoidales, por lo tanto, si aproximamos la cuadrada con 10 terminos, podemos ver como la aproximacion van quedando mas parecidas, esto se muestra en la figura 4. A medida que agreguemos mas términos a nuestra suma, menos sera la diferencia con una onda cuadrada ideal. No obstante, hay que tener en cuenta que, como fue visto en Matemática V, al tener una discontinuidad no evitable cada $\frac{T}{2}$, siendo T el período de la señal, se generaran sobrepicos en los puntos de discontinuidad. por ende, si llamamos $x(t)$ a la función cuadrada ideal e $y(t)$ a su aproximación por senoides, $x(t)$ será igual a $y(t)$ en todos los numeros reales exceptuando los puntos de discontinuidad. Esto quiere decir, que es posible que al trabajar con ondas cuadradas, se encuentren sobrepicos.

$$x(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{20}{(2n-1)\pi} \sin(2\pi(2n-1)f_0 t) \quad (2)$$

Debido a que la entrada es una función continua a trozos de período T , entonces:

$$y(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} |b_{2n-1}| |H((2n-1)f_0)| \cos[2\pi(2n-1)f_0 t + \phi((2n-1)f_0) + \theta_{2n-1}]$$

$$b_{2n-1} = |b_{2n-1}| e^{i\theta_{2n-1}} \quad (3)$$

$$H(f) = |H(f)| e^{i\phi(f)}$$

A su vez;

$$H(f) = \frac{1}{1 + i2\pi f RC} \quad (4)$$

Por lo tanto, haciendo calculos de las ecuaciones 3 y 4, concluimos que:

$$\phi(f) = -\arctg(2\pi f RC)$$

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f RC)^2 + 1}}$$

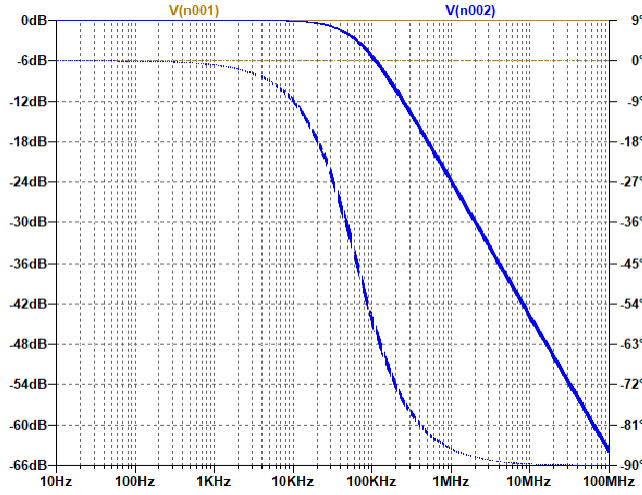


Figure 3: Análisis montecarlo

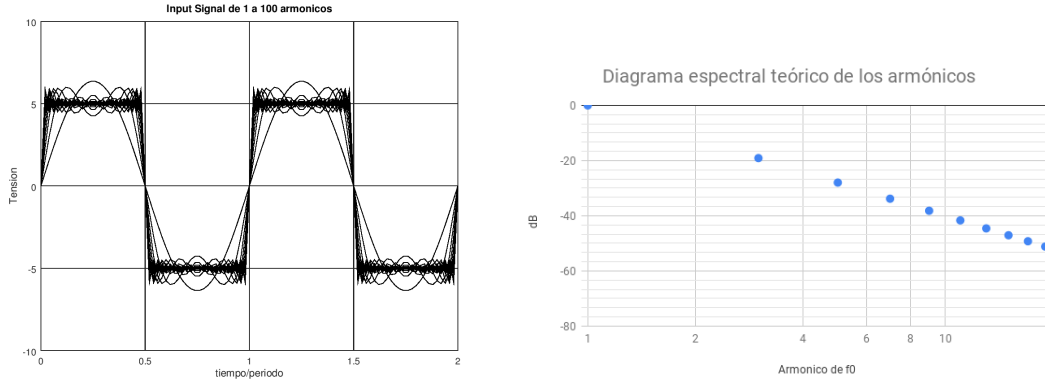


Figure 4: Representación de onda cuadrada mediante suma de senoidales y su diagrama espectral teórico

$$\theta_n = 0$$

Finalmente, podemos escribir la salida como la ecuacion 5 y graficamente se ve como la figura 6.

$$y(t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{20}{(2n-1)\pi\sqrt{(2\pi(2n-1)f_0RC)^2 + 1}} \cos\left(2\pi(2n-1)f_0t - \arctg(2\pi(2n-1)f_0RC) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

Teniendo en cuenta que $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$, y llamando $k=2n-1$, entonces

$$y(t) \sim \sum_{k \text{ impares}} \frac{20}{k\pi\sqrt{k^2 + 1}} \cos\left(2\pi k f_0 t - \arctg(k) + \frac{\pi}{2}\right)$$

1.2 Circuito como Integrador

Como ya sabemos, un circuito integrador es aquel que cumple que su funcion transferencia sea $H(s) = \frac{1}{s}$, como vemos en la ecuacion 1, nuestro circuito no posee esa transferencia, sin embargo, si procuramos movernos en un intervalo donde sRC sea lo suficientemente grande comparado con 1, podremos aproximar a una funcion transferencia integradora. Es decir;

$$Si \ sRC \gg 1 \implies H(s) = \frac{1}{1 + sRC} \approx \frac{1}{RC} \frac{1}{s}$$

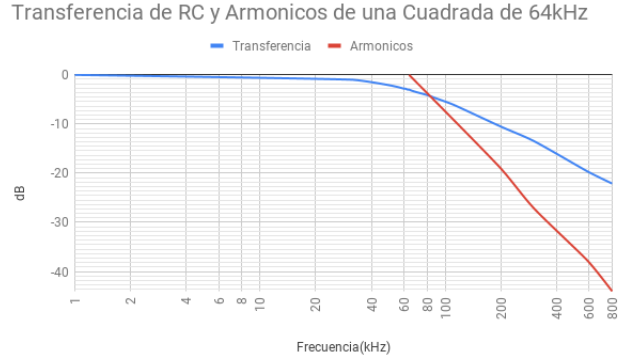


Figure 5: Transferencia superpuesta con los armonicos(los pto de los armonicos están unidos por lineas)

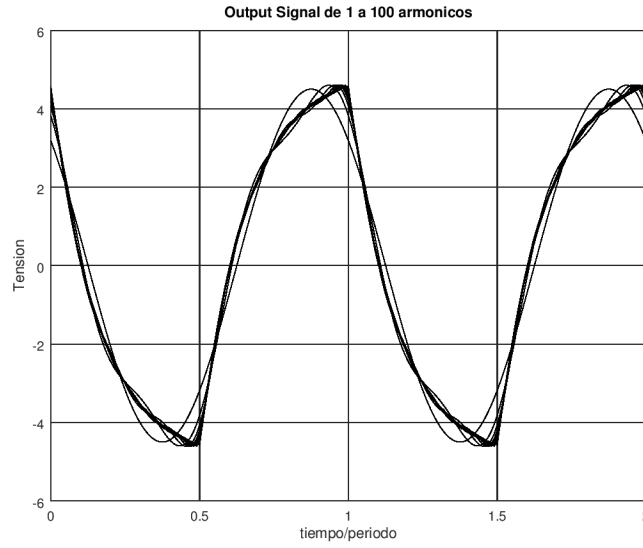


Figure 6: Salida del RC en armónicos

Por ende, si cambiamos al espacio de frecuencias, procurando que $2\pi fRC \gg 1$ podemos obtener la transferencia de un circuito integrador. En particular, para $R = 2.5(k\Omega)$ y $C = 1(nF)$ debemos concluir que para una frecuencia $f_a \gg 63(kHz)$, nuestro circuito se comportará como un integrador.

En particular, si tenemos una frecuencia $f_i = 1(MHz)$, $2\pi f_a RC \approx 18$, con lo cual podemos aproximar el denominador de la transferencia y usar nuestro circuito como integrador, como se puede observar en la figura 7.

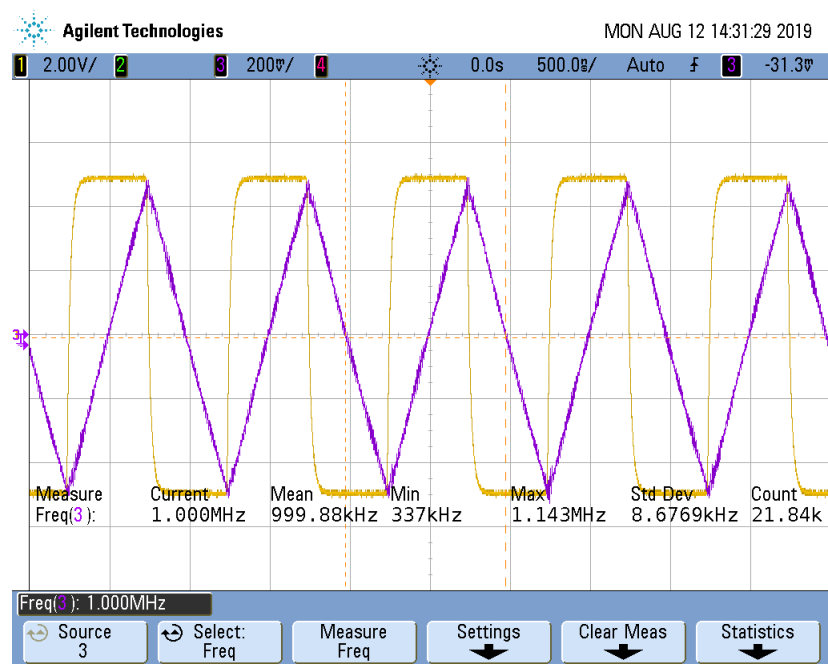


Figure 7: Circuito como integrador