1. Ejercicio I

1.1. Analisis del circuito

En este ejercicio se busca crear un filtro notch a partir del circuito 1.

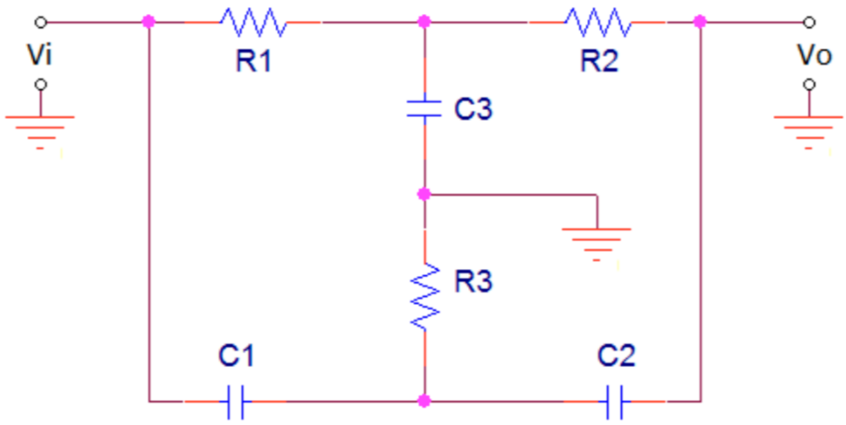


Figura 1: Filtro Notch Pasivo

En primer lugar, se calculo analíticamente al circuito mediante un método alternativo como es el de cuadripolos para obtener la función transferencia $H(s)$ que se puede ver en la ecuación 1. Vale aclarar que se tomo la ayuda propuesta por la catedra y se considero que $R_1 = R_2 = 2R_3$, $2C_1 = 2C_2 = C_3$

$$H(s) = \frac{(\frac{S}{1/C_3R_3})^2 + 1}{(\frac{S}{1/C_3R_3})^2 + 4\frac{S}{C_3R_3} + 1} \tag{1}$$

Como se puede observar, la función transferencia describe un filtro Notch. Su frecuencia de corte es W_c y su expresión se muestra en la ecuación 2

$$W_0 = \frac{1}{C_3R_3} \tag{2}$$

La frecuencia de corte pedida es $10{,}8kHz$ y obtenemos la relación que se puede ver en la ecuación 3.

$$R_3 = \frac{1}{C_3 2\pi 10{,}8k} \tag{3}$$

Para obtener la respuesta impulsiva $h(t)$, se utilizó la antitrasformada de Laplace conseguida mediante el uso de matlab. Esta resulto ser:

$$h_t = \delta(t) - \frac{4\,w\left(\cosh\left(\sqrt{3}\,t\,w\right) - \frac{2\,\sqrt{3}\,\sinh\left(\sqrt{3}\,t\,w\right)}{3}\right)}{\mathrm{e}^{2\,t\,w}} \tag{4}$$

Volviendo a la relación 3 es posible dar valores al capacitor y así obtener un valor para las resistencias. Teniendo en cuenta los valores comerciales disponibles en el pañol, se tomo $C_3 = 10nF$ por lo que se obtuvo $R_3 = 1{,}47k\Omega$. Como no hay disponible una resistencia de ese valor, se utilizo $R_3 = 1{,}5k\Omega$. Tampoco se encontraron capacitores de $C = 5nF$ por lo que $C_1 = 4{,}7nF$ y $C_2 = 4{,}7nF$. Estos valores se cargaron en LTspice y se obtuvo el bode de la figura 2.

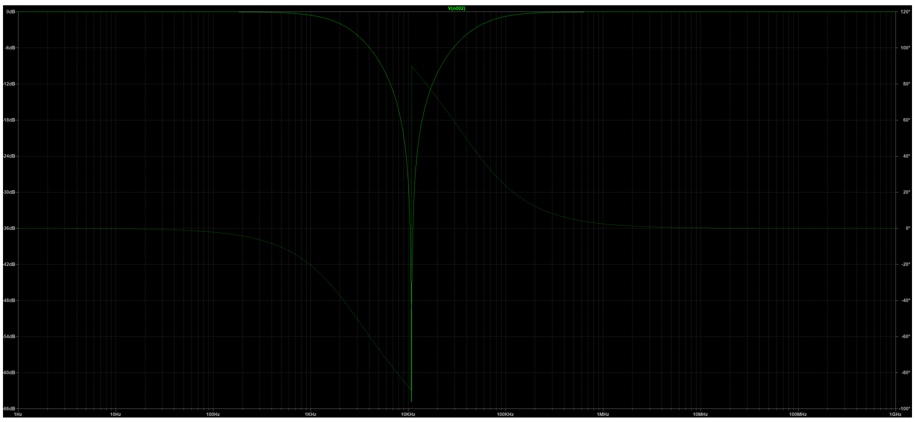


Figura 2: Circuito con los componentes definidos

Se puede observar que el comportamiento del bode describe un filtro notch y que la frecuencia de corte se ubica en $11{,}1kHz$. Si bien la frecuencia de corte pedida es $10{,}8kHz$ nos vemos obligados a tomar $11{,}1kHz$ por motivos de disponibilidad de componentes en el pañol. Luego las futuras mediciones se comparan respecto al bode obtenido en la figura 2.

Para poder terminar de caracterizar el sistema hace falta el diagrama de polos y ceros. Los polos y ceros se obtienen facilmente si reordenamos la funcion trasferencia como se ve continuación:

$$H(S) = \frac{(S-S_1)(S-S_2)}{(S-P_1)(S-P_2)S}$$

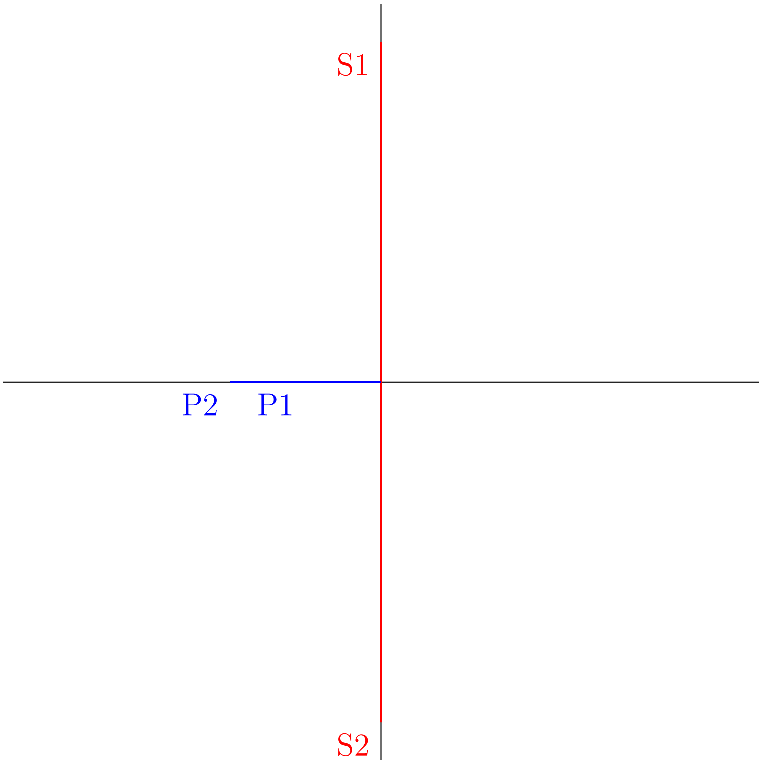
Hay dos ceros:

$$S_1 = 69743{,}35691j \; S_2 = -69743{,}35691j$$

Hay dos polos:

$$P_1 = -18687{,}67616 \; P_2 = -260285{,}7515$$

Como se puede ver los dos ceros se encuentran sobre el eje imaginario y los dos polos en el eje real del semilado negativo



1.2. Respuesta en frecuencia

Con los valores de los componentes calculados anteriormente, se diseño una placa en Altium. Su diseño se puede ver en la figura 3

Notar que se tuvieron que utilizar dos resistencias en serie de $1{,}5k\Omega$ para obtener una resistencia de $3k\Omega$.

Para medir la respuesta en frecuencia se utilizo un generador de señales y se alimento al circuito con un senoide en V_{in} y se midió V_{out} con la ayuda de un osciloscopio. En primer lugar se excito al circuito con una señal senoidal de $10V$ a una frecuencia de $11{,}1kHz$, que es la frecuencia de corte. Se esperaria ver una senal totalmente atenuada ya que la senal de entrada esta en la frecuencia de corte. Los resultados

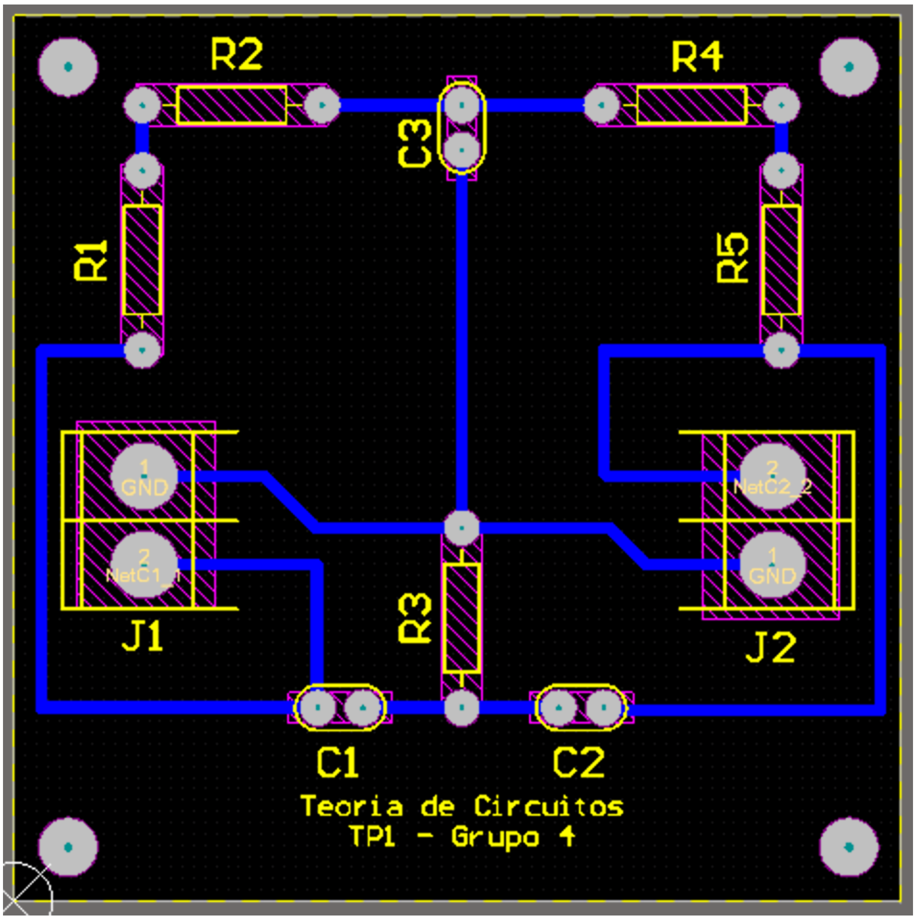


Figura 3: Placa diseñada en Altium

fueron los siguientes: $V_{in} = 9,73V$ y $V_{out} = 0,038V$. Podemos decir que el resultado fue satisfactorio ya que se puede considerar que la senal de entrada fue totalmente atenuada. Si hacemos el calculo de atenuacion esta da $-20\log(\frac{V_{out}}{V_{in}}) = -48,16db$. Esta atenuacion deberia ser la mas chica cuando se realice el bode completo. Ademas hay que tener en cuenta el ruido. El osciloscopio es suceptible al ruido por lo que hay que tenerlo en cuenta. Esto explica porque V_{out} no es cero en la frecuencia de corte del Notch. Lo que se esta midiendo en esta situacion es precticamente ruido ya que este tiende a aumentar la amplitud de la senal.
Se prosiguio a realizar el bode completo. Para esto se mantuvo una senoide de $10V$ pico a pico y se fue modificando la frecuencia de esta. Sabiendo de antemano como es la curva que describe el bode, se tomaron mas puntos en las áreas mas características del bode. Como lo es el area cercana a la frecuencia de corte. Los resultados del bode completo se pueden ver en la figura 4.

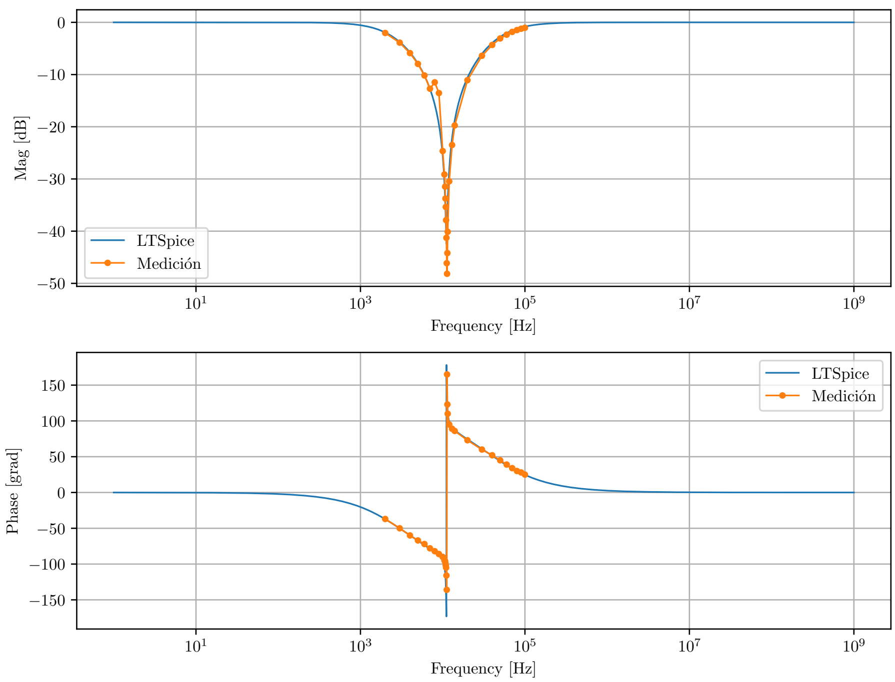


Figura 4: Filtro Notch Pasivo

Como se puede observar, la figura 4 tiene superpuesto el bode de LTspice (curva azul) que se mostró en la figura 2 y el bode que se obtuvo de forma experimental (curva naranja). Los resultados son sumamente satisfactorios. En el bode de la medicion se puede apreciar la frecuencia de corte y como el resto de los puntos se asemejan a la curva teorica calculada en LTspice.

1.3. Respuesta al escalón

En esta parte se analizo la respuesta al escalón. En primer lugar se calculo la expresión analitica. Teniendo en cuenta que la entreda $X(t)$ es el escalon $U(t)$, que su transformada de Laplace es $\frac{1}{S}$ y que la funcion transferencia es la que vimos en la ecuacion 1. La transformada de Laplace de la salida nos queda 5

$$Y(S) = \frac{S^2 + W_0^2}{S^2 + 4W_0S + W_0^2} * \frac{1}{S} \tag{5}$$

Si acomodamos un poco esta expresion podemos llegar a:

$$Y(S) = \frac{(S-S_0)(S+S_0)}{(S-P_1)(S-P_2)S}$$
$$S_0 = 69743{,}35691jP_1 = -18687{,}67616P_2 = -260285{,}7515$$

Si antitrasformamos nos queda:

$$y(t) = (A \exp P_1 t + B \exp P_2 t + C) * u(t)$$
$$A = \frac{P_1^2+W_0^2}{(P_1-P_2)*P_1} = -1{,}1547 \; B = \frac{P_2^2+W_0^2}{(P_2-P_1)*P_2} = 1{,}1547 \; C = \frac{W_0^2}{(P_2P_1} = 1$$

Las mediciones resultaron ser: