1. Ejercicio I

1.1. Análisis del circuito

En este ejercicio se busca crear un filtro notch a partir del circuito 1.

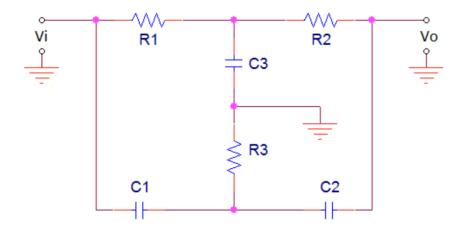


Figura 1: Filtro Notch Pasivo

En una primera instancia a través del uso de la herramienta matlab se logró conseguir la función transferencia a través de la resolución de un sistema de ecuaciones, en una segunda instancia se transformaron ambos circuitos tipo T en circuitos tipo PI mediante el teorema de Kennely y se consiguió el circuito de la figura 2.

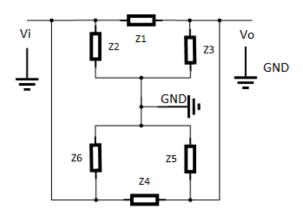


Figura 2: Mismo circuito con el teorema de Kenelly aplicado

Se notó que Z2 y Z6 se encontraban en paralelo, de la misma manera lo estaban

Z3 con Z5 y Z1 con Z4, por lo que se prosiguió a calcular el equivalente y se obtuvo el circuito de la figura 3.

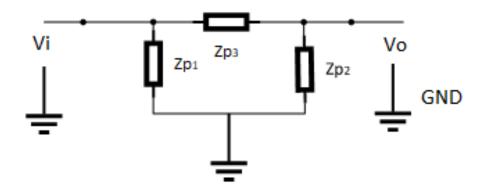


Figura 3: Circuito con el teorema de Kenelly aplicado simplificado

Con los valores:

$$Z_{p1} = Z_{p2} = \frac{C_3 R_3 s + 1}{C_3 s} ; Z_{p3} = \frac{4 R_3 (C_3 R_3 s + 1)}{C_3^2 R_3^2 s^2 + 1}$$
 (1)

Una vez se llegó a este punto fue más fácil encontrar la función transferencia y se obtuvo lo detallado en la ecuación 2. Vale aclarar que se utilizó la ayuda propuesta por la cátedra y se consideró que $R_1 = R_2 = 2$ R_3 y 2 $C_1 = 2$ $C_2 = C_3$.

$$H(s) = \frac{\left(\frac{S}{1/C_3 R_3}\right)^2 + 1}{\left(\frac{S}{1/C_3 R_3}\right)^2 + 4\frac{S}{C_3 R_3} + 1} \tag{2}$$

Como se puede observar, la función transferencia describe un filtro Notch. Su frecuencia de corte es W_0 y su expresión se muestra en la ecuación 3

$$W_0 = \frac{1}{C_3 R_3} \tag{3}$$

2

La frecuencia de corte pedida es 10.8kHz, obtenemos así la relación que se puede ver en la ecuación 4.

$$R_3 = \frac{1}{C_3 2\pi 10.8k} \tag{4}$$

Es posible dar valores al capacitor y así obtener un valor para las resistencias. Teniendo en cuenta los valores comerciales disponibles en el pañol, se tomo $C_3 = 10nF$ y se obtuvo $R_3 = 1,47k\Omega$. Al no haber disponibilidad de una resistencia fija de ese valor, se utilizo una $R_3 = 1,5k\Omega$. Tampoco se encontraron capacitores de C = 5nF por lo que se utilizaron tanto $C_1 = 4,7nF$ como $C_2 = 4,7nF$. Estos valores se cargaron en LTspice y se obtuvo el bode de la figura 4.

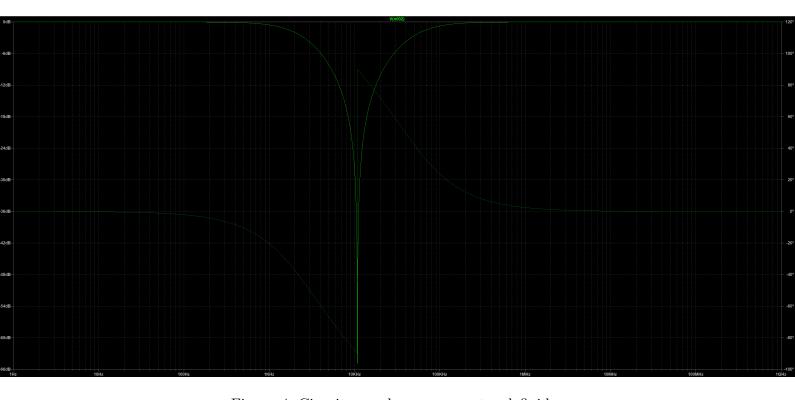


Figura 4: Circuito con los componentes definidos

Se puede observar que el comportamiento del bode describe un filtro notch y que la frecuencia de corte se ubica en 11,1kHz. Si bien la frecuencia de corte pedida es 10,8kHz nos vemos obligados a tomar 11,1kHz por motivos de disponibilidad de componentes en el pañol. Luego las futuras mediciones se comparan respecto al bode obtenido en la figura 4.

Para obtener la respuesta impulsiva h(t), se utilizó la antitrasformada de Laplace conseguida mediante el uso de matlab. Esta resulto ser la que se muestra en la ecuación 5 y se puede ver graficada en la figura 5.

$$y(t) = \delta(t) - \frac{4 e^{-\frac{2t}{C3R3}}}{C3R3} \left(\cosh\left(\frac{\sqrt{3}t}{C3R3}\right) - \frac{2\sqrt{3}\sinh\left(\frac{\sqrt{3}t}{C3R3}\right)}{3} \right)$$
 (5)

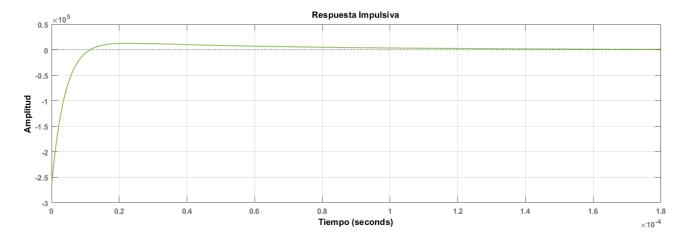


Figura 5: Respuesta impulsiva

Por último para poder terminar de caracterizar el sistema hace falta el diagrama de polos y ceros. Los polos y ceros se obtienen fácilmente si reordenamos la función transferencia como se ve continuación:

$$H(S) = \frac{(S - S_1)(S - S_2)}{(S - P_1)(S - P_2)S}$$

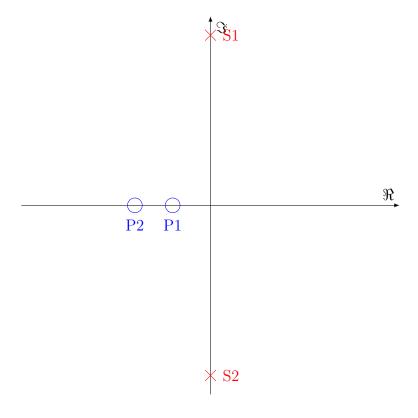
Hay dos ceros:

$$S_1 = 69743,35691j$$
 $S_2 = -69743,35691j$

Hay dos polos:

$$P_1 = -18687,67616 \ P_2 = -260285,7515$$

Como se puede ver los dos ceros se encuentran sobre el eje imaginario y los dos polos en el eje real del semilado negativo



1.2. Respuesta en frecuencia

Con los valores de los componentes calculados anteriormente, se diseño una placa en Altium. Su diseño se puede ver en la figura 6.

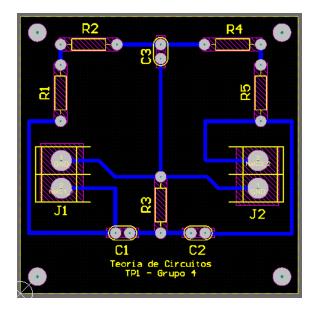


Figura 6: Placa diseñada en Altium

Notar que se tuvieron que utilizar dos resistencias en serie de $1,5k\Omega$ para obtener una resistencia de $3k\Omega$.

Para medir la respuesta en frecuencia se utilizo un generador de señales y se alimento al circuito con un senoide en V_{in} y se midió V_{out} con la ayuda de un osciloscopio.

En primer lugar se excito el circuito con una señal senoidal de 10 V_{pp} a una frecuencia de 11,1kHz, que es la frecuencia de corte buscada con nuestros componentes. Se esperaría ver una señal totalmente atenuada ya que la señal de entrada esta en la frecuencia de corte. Se realizó un barrido rápido en las frecuencias cercanas a 11,1kHz y notamos que nuestro filtro tenía la mayor atenuación en 11,3kHz. Los resultados fueron los siguientes: $V_{in}=9,73V$ y $V_{out}=0,038V$ lo que da una atenuación de $20\log(\frac{V_{out}}{V_{in}})=-48,16db$, representando la salida tan sólo el 0,39 % de la entrada.

Podemos decir que se puede considerar que la señal de entrada fue totalmente atenuada a esta frecuencia y que hay que tener en cuenta el ruido, el osciloscopio es susceptible al ruido. Esto explica porque V_{out} no es cero en la frecuencia de corte del Notch. Lo que se esta midiendo en esta situación es prácticamente ruido ya que este tiende a aumentar al ser tan pequeña la amplitud de la señal.

Si tenemos en cuenta que la frecuencia de corte que se planeaba obtener con los

componentes elegidos y la que obtuvimos, el filtro fabricado tiene un error un 1,82 %. Y si se compara con los 10.8~kHz que se buscaban en un comienzo, este error es de un 4.63~%.

Se prosiguió a realizar el bode completo. Para esto se mantuvo una senoide de $10 \ V_{pp}$ pico a pico y se fue modificando la frecuencia de esta. Sabiendo de antemano como es la curva que describe el bode, se tomaron mas puntos en las áreas mas características del bode. Como lo es el área cercana a la frecuencia de corte. Los resultados del bode completo se pueden ver en la figura 7.

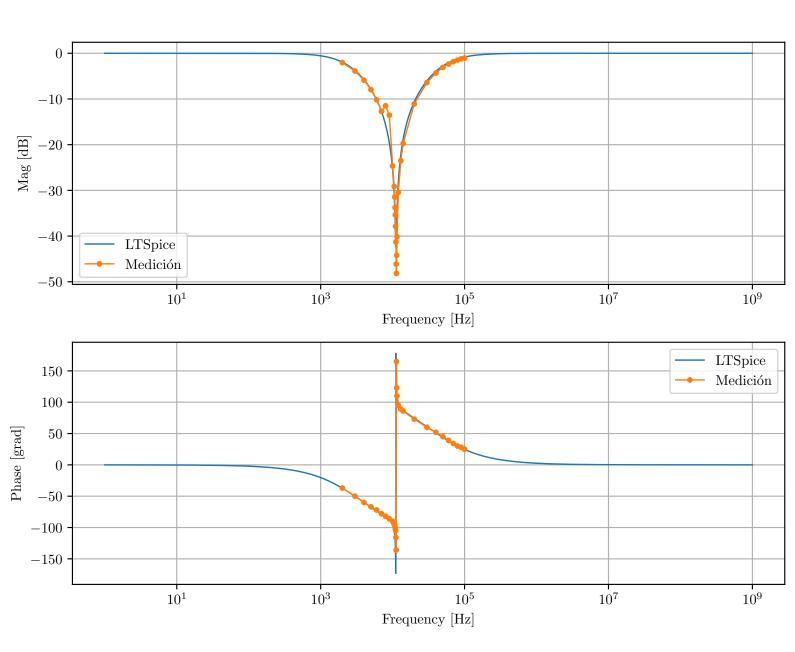


Figura 7: Filtro Notch Pasivo

Como se puede observar, la figura 7 tiene superpuesto el bode de LTspice (curva azul) que se mostró en la figura 4 y el bode que se obtuvo de forma experimental (curva naranja). Los resultados son sumamente satisfactorios. En el bode de la medición se puede apreciar la frecuencia de corte y como el resto de los puntos se asemejan a la curva teórica calculada en LTspice.

1.3. Respuesta al escalón

Para la obtención de la respuesta teórica al escalón se realizó lo mismo que se mencionó anteriormente para la respuesta al impulso y se muestra a continuación en la ecuación 6 su resultado y en la figura 8 su gráfico.

$$y(t) = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{3} e^{-\frac{2t}{C3R3}} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}t}{C3R3}\right)$$
 (6)

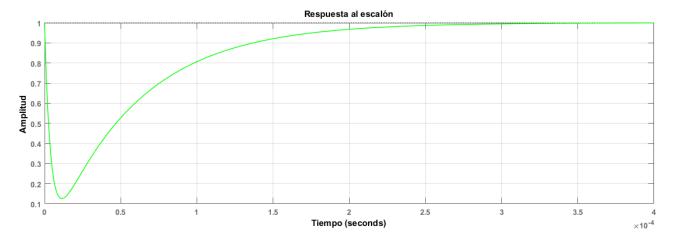


Figura 8: Respuesta al escalón

A continuación en la figura 9 se muestra la imagen tomada del osciloscopio al momento de excitar el circuito con el escalón:

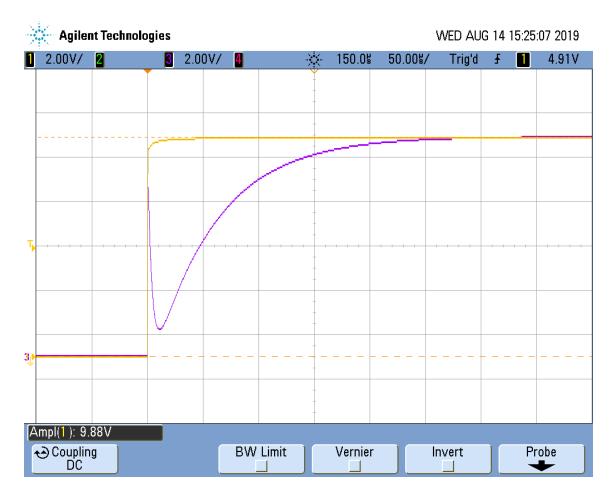


Figura 9: Respuesta al escalón medida