Parte I

Ejercicio 1

1. Introcucción

Se nos pidió realizar dos circuitos, el circuito derivador e integrador, que como sus nombres indican se encargan de mostrar a la salida la derivada o integral respectivamente de su señal de entrada. Como se indica por consigna se utilizó el amplificador operacional LM833 y el valor comercial más cercano al pedido tanto de resistencia como de capacitor, estos son $R = 39k\Omega$ y $C = 2.7nF$.

$R = 40k\Omega -> 39k\Omega$ $C = 2.5nF -> 2.7nF$

2. Cálculo de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$

Mientras en uno de los dos circuitos la resistencia y la impedancia tienen una disposición, para el otro se intercambian de lugar, por lo que los siguientes cálculos se realizaron con impedancias Z_1 y Z_2 como se muestra en la Figura ?? y luego se reemplazó con el valor correspondiente al circuito al que se hizo mención.

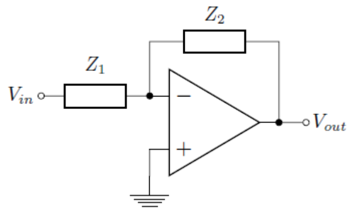

FIGURA 1: Circuito con impedancias Z1 y Z2.

2.1. Idealidad

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = H_{ideal} = H_I = G_{ideal} = G_I \tag{1}$$

2.2. Con A_{vol} finito

Si dejamos de lado el caso ideal y consideramos que A_{vol} no es infinita, se consigue el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{out} = A_{vol}\ (V^+ - V^-) = -A_{vol}\ V^- \\ V_{out} - V^- = i\ Z_2 \\ V_{out} - V_{in} = i\ (Z_1 + Z_2) \end{cases} \tag{2}$$

$$H(s) = -\frac{Z_2}{Z_1}\frac{1}{1 + \frac{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}{A_{vol}}} = -\frac{A_{vol}\ Z_2}{Z_2 + Z_1(A_{vol} + 1)} \tag{3}$$

Si $A_{vol} \longrightarrow \infty$ obtenemos la expresión para $H(s)$ vista para el caso ideal. También podemos escribir $H(s)$ en función de G_I:

$$H(s) = \frac{A_{vol\ Z_2}\ G_I}{A_{vol} + 1 - G_I} \tag{4}$$

Viendo el datasheet del amplificador operacional utilizado se notó que 90 $dB < A_{vol} <$ 110 dB a condiciones normales de temperatura (25 °C) y alimentando con $\pm$15 V.

2.3. Con $A_{vol}(w)$ con polo dominante

$$H(s) = -\frac{\dfrac{A_{vol}}{1+\dfrac{s}{w_p}}\ Z_2}{Z_2 + Z_1\left(\dfrac{A_{vol}}{1+\dfrac{s}{w_p}} + 1\right)} = -\frac{A_{vol}\ Z_2}{(Z_1+Z_2)\left(\dfrac{s}{w_p}+1\right) + A_{vol}\ Z_1} \tag{5}$$

En este caso también se aplica que si $A_{vol} \longrightarrow \infty$ obtenemos la expresión para $H(s)$ vista para el caso ideal. El datasheet nos informa que el valor de *BWP*del *LM833* es de 15 MHz. Si recordamos lo siguiente podemos obtener el valor de w_p.

$$BWP = A_{vol}\ .\ w_p \Rightarrow w_p = 2\ .\pi\ \frac{BWP}{A_{vol}} = 2\ .\ \pi\ \frac{15x10^6}{10^{\frac{110}{20}}} = 2\ .\ \pi\ .\ 47,4342\ Hz \tag{6}$$

3. Impedancias de entrada teóricas

3.0.1. Primer Caso

$$Z_{in} = Z_1 \tag{7}$$

3.0.2. Segundo Caso

3.0.3. Tercer Caso

4. Circuito Derivador

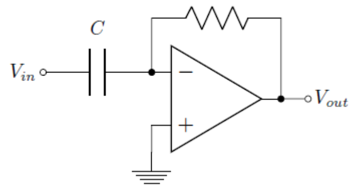

Figura 2: Circuito derivador.

En este caso $Z_1 = \dfrac{1}{s\ C}$ y $Z_2 = R$.

4.1. Ganancia Ideal

$$G_I = H_{ideal}(s) = -\ R\ .\ C\ .\ s \tag{8}$$

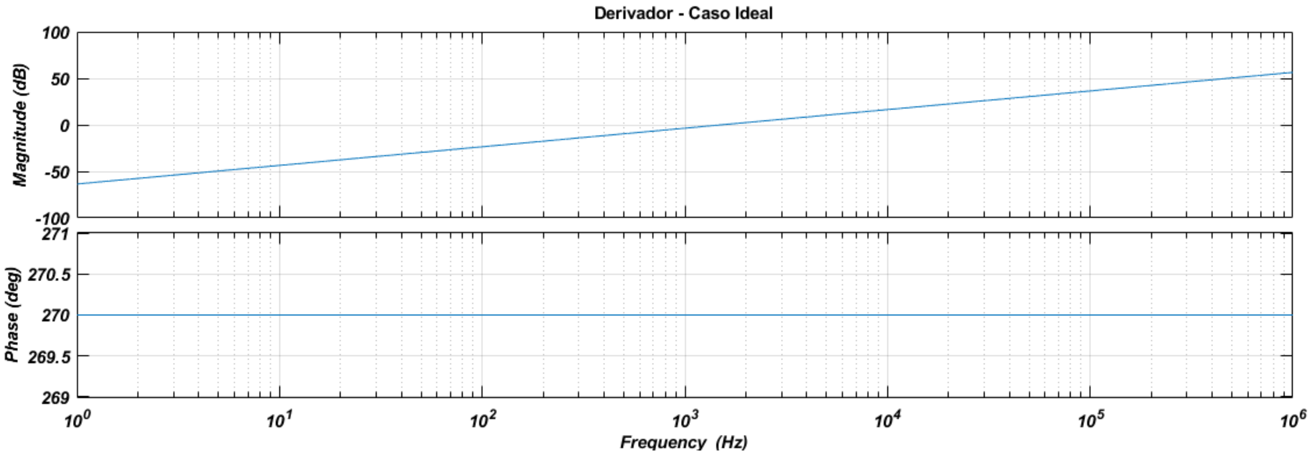

FIGURA 3: Ganancia para el caso ideal del derivador.

Si realizó la antitransformada recordando que $H(s) = \dfrac{V_{out}}{V_{in}}$ obtenemos:

$$v_{out}(t) = -\ R\ .\ C\ .\ \frac{\partial v_{in}(t)}{\partial t} \tag{9}$$

Donde se observa que la función a la salida es la derivada de la función a la entrada multiplicada por una constante que es $-RC$.

4.2. $\mathrm{A_{vol}}$ finito

$$H(s) = -\frac{A_{vol}\ .\ C\ .\ R\ .\ s}{A_{vol} + C\ .\ R\ .\ s + 1} = -\left(\frac{A_{vol}\ .\ R\ .\ C}{A_{vol}+1}\right)\ .\ \frac{s}{\left(\dfrac{s}{\dfrac{A_{vol}+1}{R\ .\ C}}\right)+1} \tag{10}$$

Se observa que se agrega en este caso un polo en $f = \dfrac{1}{2\ .\ \pi}\ .\ \dfrac{A_{vol}+1}{R\ .\ C} \sim 478\ MHz$, notando así en la Figura **??** que la ganancia comienza a tomar un valor constante cerca de este valor mientras que le fase tiene un cambio de -90 grados lento que comienza apróximadamente a los 50 MHz y termina de caer alrededor de los 5 GHz . Mientras no se trabaje cerca de estos valores de frecuencia se puede decir que el comportamiento del circuito no se ve afectado y que se comporta como el ideal.

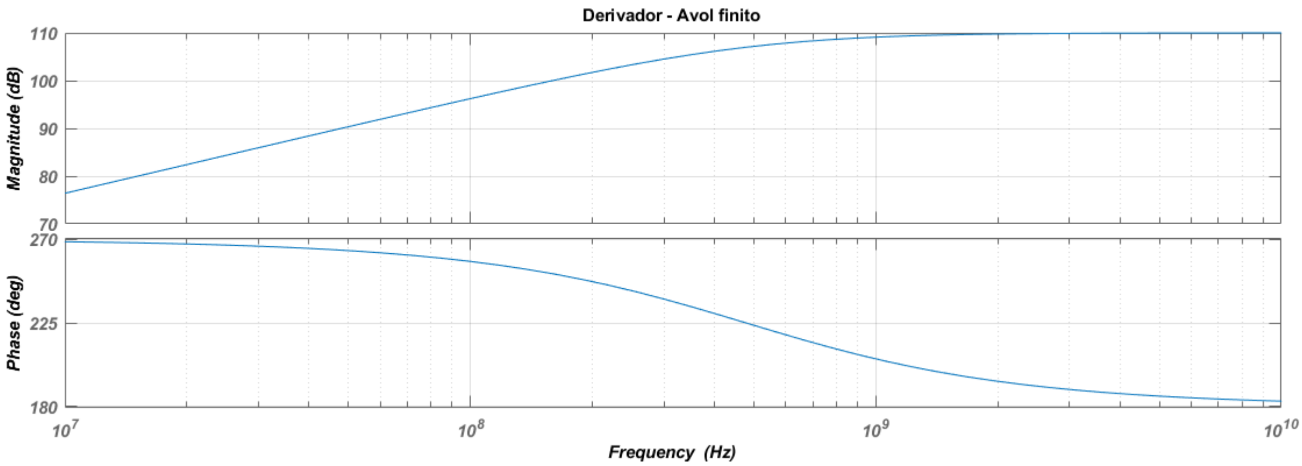

FIGURA 4: Ganancia para el caso con A_{vol} finito del derivador.

4.3. Avol(w) con polo dominante

$$H(s) = -\left(\frac{A_{vol}\ .\ C\ .\ R}{A_{vol}+1}\right)\ .\ \frac{s}{\frac{s^2}{\frac{(A_{vol}+1)}{C\ .\ R}} + \frac{1 + C\ .\ R\ .\ w_p}{(A_{vol}+1)\ .\ w_p}\ .\ s + 1} \tag{11}$$

En este tercer caso se observa que hay un polo de segundo orden en $f_0 = \frac{1}{2\ .\pi}\sqrt{\frac{(A_{vol}+1)}{C\ .\ R}\ w_p} \sim$ 150 kHz.

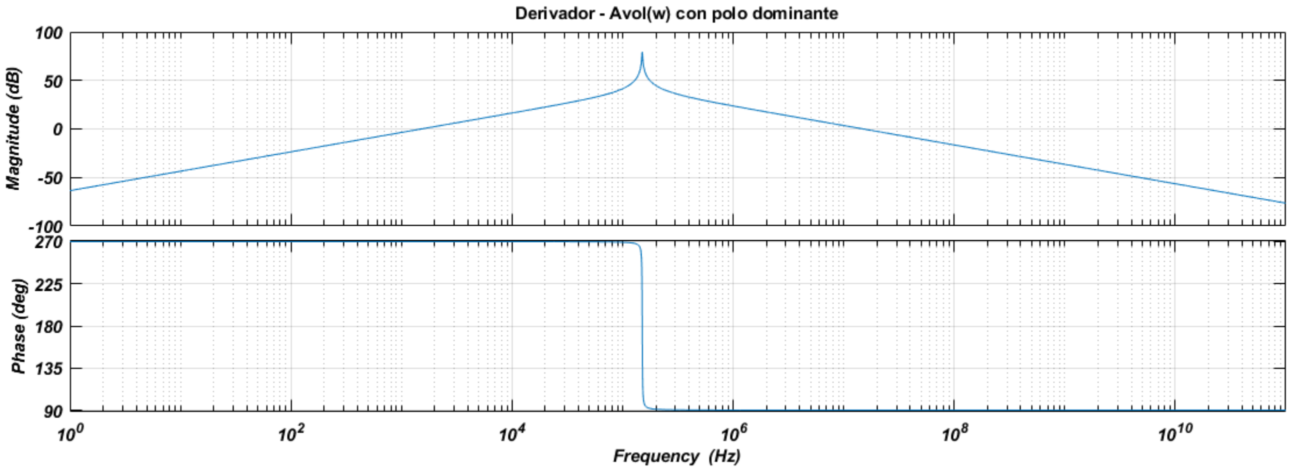

FIGURA 5: Ganancia para el caso con $A_{vol}(w)$ con polo dominante del derivador.

A partir de los 100 kHz se puede notar que comienza a afectar el polo dominante como un sobrepico en la amplitud y un cambio rápido de -180 grados

4.4. Comparación de los 3 casos

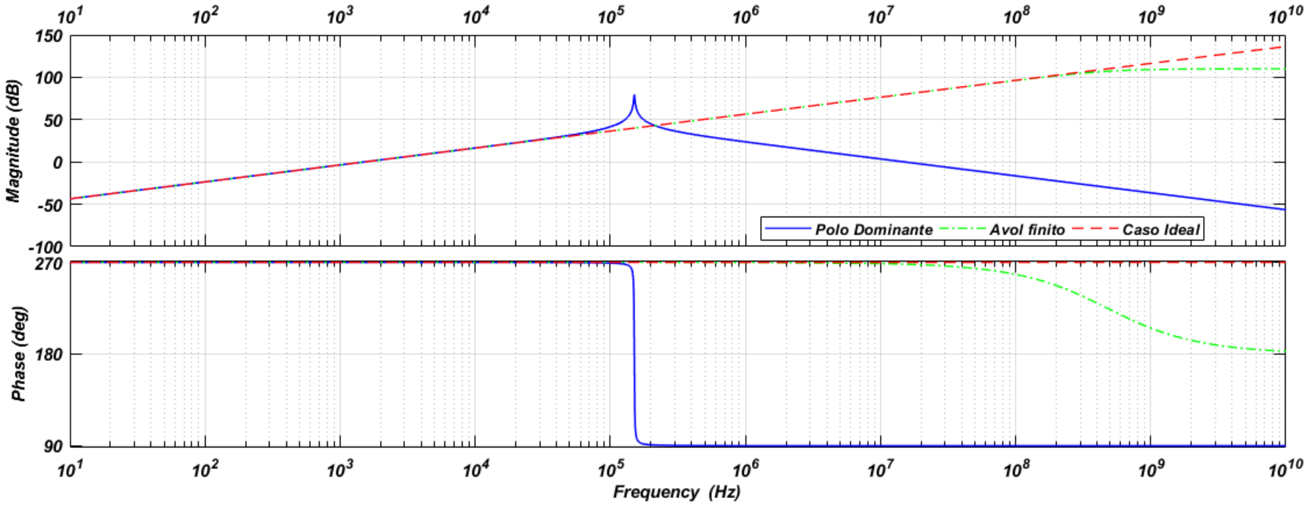

FIGURA 6: Superposición de los tres casos.

Viendo el gráfico se notó que a frecuencias menores a aproximadamente 80 kHz tanto la amplitud como la fase de las tres funciones se comportan de forma idéntica, por lo que si trabajamos con frecuencias menores a 80 kHz el circuito debe cumplir con el propósito de su diseño, el de derivar.

4.5. Simulación LTSpice

4.6. Medición

5. Circuito Integrador

5.1. Ganancia ideal

$$G_I = -\frac{1}{C\,R\,S} \tag{12}$$

5.2. $\mathrm{A_{vol}}$ finito

$$H(s) = -\frac{\mathrm{A_{vol}}}{C\,s\,\left(R\,(\mathrm{A_{vol}}+1)+\frac{1}{C\,s}\right)} = -\frac{\mathrm{A_{vol}}}{R\,C\,(\mathrm{A_{vol}}+1)\;s+1} \tag{13}$$

5.3. $Avol(w)$ con polo dominante

$$H(s) = -\frac{\mathrm{A_{vol}}}{C\,s\,\left(\frac{s}{\mathrm{w_p}}+1\right)\left(\frac{1}{C\,s}+R\left(\frac{\mathrm{A_{vol}}}{\frac{s}{\mathrm{w_p}}+1}+1\right)\right)} = -\frac{\mathrm{A_{vol}}}{C\,R\,s^2+(C\,R\,w_p+C\,R\,w_p\,\mathrm{A_{vol}}+1)s+w_p} \tag{14}$$

6. Conclusión