

## Parte I

# Ejercicio 1

## 1. Introcucción

Se nos pidió realizar dos circuitos, el circuito derivador e integrador, que como sus nombres indican se encargan de mostrar a la salida la derivada o integral respectivamente de su señal de entrada. Como se indica por consigna se utilizó el amplificador operacional LM833 y el valor comercial más cercano al pedido tanto de resistencia como de capacitor, estos son  $R = 39k\Omega$  y  $C = 2.7nF$ .

$$R = 40k\sigma - > 39k \quad C = 2.5nF - > 2.7nF$$

## 2. Cálculo de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$

Mientras en uno de los dos circuitos la resistencia y la impedancia tienen una disposición, para el otro se intercambian de lugar, por lo que los siguientes cálculos se realizaron con impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  como se muestra en la Figura ?? y luego se reemplazó con el valor correspondiente al circuito al que se hizo mención.

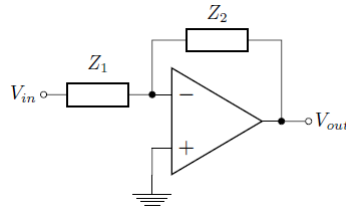


FIGURA 1: Circuito con impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$ .

### 2.1. Idealidad

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = H_{ideal} = H_I = G_{ideal} = G_I \quad (1)$$

### 2.2. Con $A_{vol}$ finito

Si dejamos de lado el caso ideal y consideramos que  $A_{vol}$  no es infinita, se consigue el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{out} = A_{vol} (V^+ - V^-) = -A_{vol} V^- \\ V_{out} - V^- = i Z_2 \\ V_{out} - V_{in} = i (Z_1 + Z_2) \end{cases} \quad (2)$$

$$H(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} \frac{1}{1 + \frac{Z_2}{1 + \frac{Z_1}{A_{vol}}}} = -\frac{A_{vol} Z_2}{Z_2 + Z_1(A_{vol} + 1)} \quad (3)$$

Si  $A_{vol} \rightarrow \infty$  obtenemos la expresión para  $H(s)$  vista para el caso ideal. También podemos escribir  $H(s)$  en función de  $G_I$ :

$$H(s) = \frac{A_{vol} Z_2 G_I}{A_{vol} + 1 - G_I} \quad (4)$$

Viendo el datasheet del amplificador operacional utilizado se notó que  $90 \text{ dB} < A_{vol} < 110 \text{ dB}$  a condiciones normales de temperatura ( $25^\circ\text{C}$ ) y alimentando con  $\pm 15 \text{ V}$ .

### 2.3. Con $A_{vol}(w)$ con polo dominante

$$H(s) = - \frac{\frac{A_{vol}}{1 + \frac{s}{w_p}} Z_2}{Z_2 + Z_1 \left( \frac{A_{vol}}{1 + \frac{s}{w_p}} + 1 \right)} = - \frac{A_{vol} Z_2}{(Z_1 + Z_2) \left( \frac{s}{w_p} + 1 \right) + A_{vol} Z_1} \quad (5)$$

En este caso también se aplica que si  $A_{vol} \rightarrow \infty$  obtenemos la expresión para  $H(s)$  vista para el caso ideal. El datasheet nos informa que el valor de  $BWP$  del LM833 es de  $15 \text{ MHz}$ . Si recordamos lo siguiente podemos obtener el valor de  $w_p$ .

$$BWP = A_{vol} \cdot w_p \Rightarrow w_p = 2 \cdot \pi \frac{BWP}{A_{vol}} = 2 \cdot \pi \frac{15 \times 10^6}{10^{\frac{110}{20}}} = 2 \cdot \pi \cdot 47,4342 \text{ Hz} \quad (6)$$

## 3. Circuito Derivador

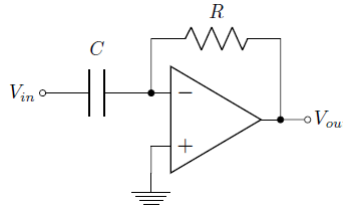


FIGURA 2: Circuito derivador.

En este caso  $Z_1 = \frac{1}{sC}$  y  $Z_2 = R$ .

### 3.1. Ganancia Ideal

$$G_I = H_{ideal}(s) = - R \cdot C \cdot s \quad (7)$$

Si realizó la antitransformada recordando que  $H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$  obtenemos:

$$v_{out}(t) = - R \cdot C \cdot \frac{\partial v_{in}(t)}{\partial t} \quad (8)$$

Donde se observa que la función a la salida es la derivada de la función a la entrada multiplicada por una constante que es  $-RC$ .

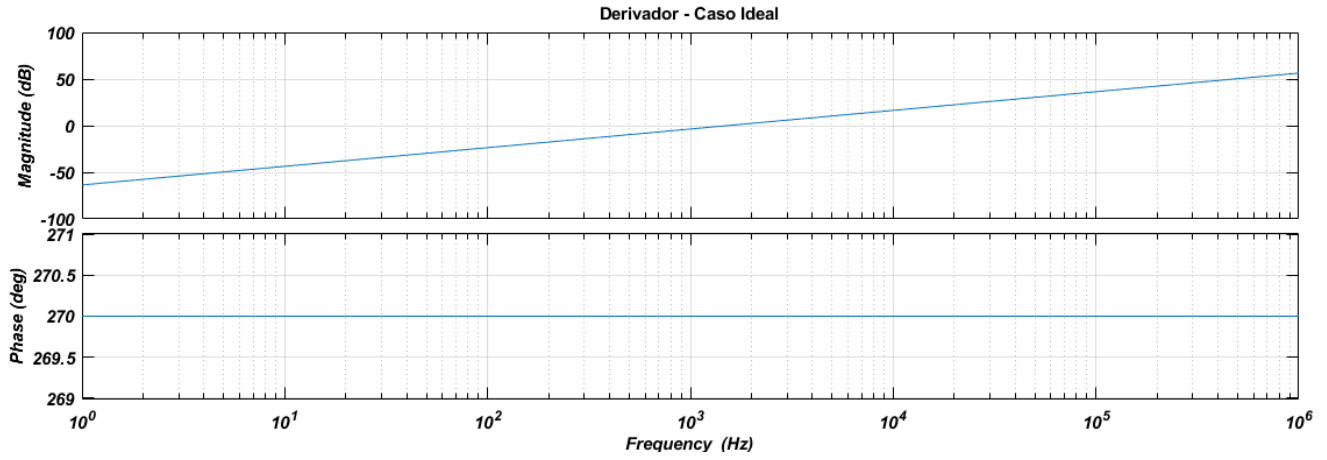


FIGURA 3: Ganancia para el caso ideal del derivador.

### 3.2. Avol finito

$$H(s) = -\frac{A_{vol} \cdot C \cdot R \cdot s}{A_{vol} + C \cdot R \cdot s + 1} = -\left(\frac{A_{vol} \cdot R \cdot C}{A_{vol} + 1}\right) \cdot \frac{s}{\left(\frac{s}{\frac{A_{vol} + 1}{R \cdot C}}\right) + 1} \quad (9)$$

Se observa que se agrega en este caso un polo en  $f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{A_{vol} + 1}{R \cdot C} \sim 478 \text{ MHz}$ , notando así en la Figura ?? que la ganancia comienza a tomar un valor constante cerca de este valor mientras que le fase tiene un cambio de  $-90$  grados lento que comienza aproximadamente a los  $50 \text{ MHz}$  y termina de caer alrededor de los  $5 \text{ GHz}$ . Mientras no se trabaje cerca de estos valores de frecuencia se puede decir que el comportamiento del circuito no se ve afectado y que se comporta como el ideal.

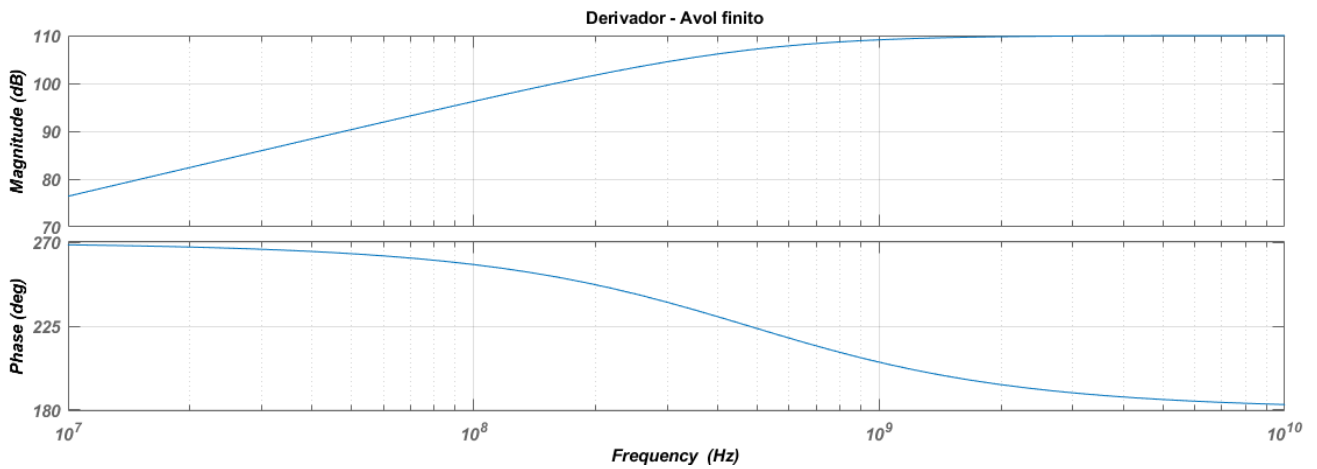


FIGURA 4: Ganancia para el caso con  $A_{vol}$  finito del derivador.

### 3.3. $A_{vol}(w)$ con polo dominante

$$H(s) = - \left( \frac{A_{vol} \cdot C \cdot R}{A_{vol} + 1} \right) \cdot \frac{s}{\frac{s^2}{\frac{(A_{vol} + 1)}{C \cdot R}} + \frac{1 + C \cdot R \cdot w_p}{(A_{vol} + 1) \cdot w_p} \cdot s + 1} \quad (10)$$

En este tercer caso se observa que hay un polo de segundo orden en  $f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{(A_{vol} + 1)}{C \cdot R}} w_p \sim 150 \text{ kHz}$ .

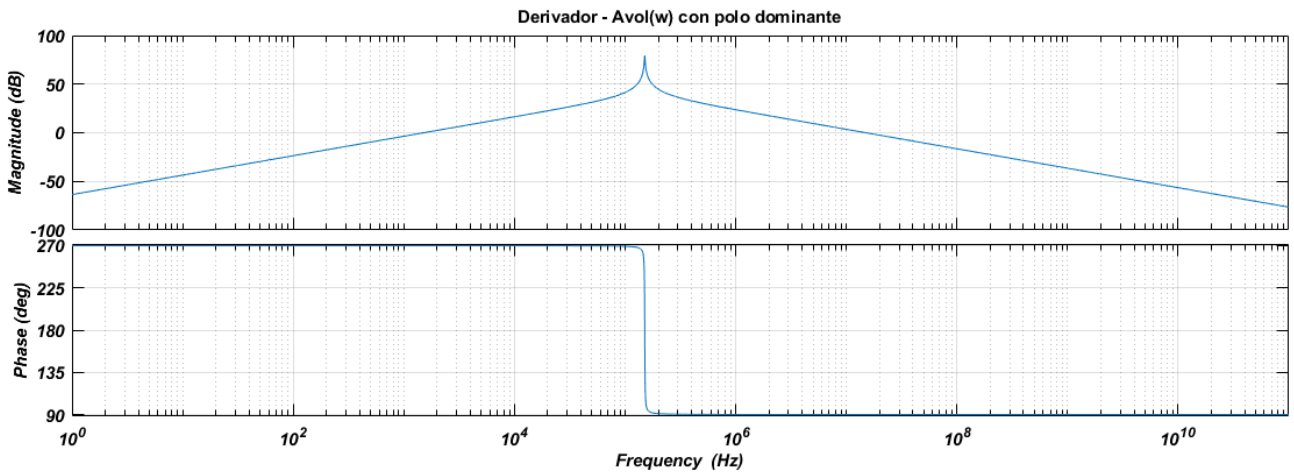


FIGURA 5: Ganancia para el caso con  $A_{vol}(w)$  con polo dominante del derivador.

A partir de los 100 kHz se puede notar que comienza a afectar el polo dominante como un sobrepico en la amplitud y un cambio rápido de  $-180$  grados

### 3.4. Comparación de los 3 casos

Viendo el gráfico se notó que a frecuencias menores a aproximadamente 70 kHz tanto la amplitud como la fase de las tres funciones se comportan de forma idéntica, por lo que si trabajamos con frecuencias menores a 70 kHz el circuito debe cumplir con el propósito de su diseño, el de derivar.

### 3.5. Simulación LTSpice

### 3.6. Medición

## 4. Impedancias de entrada teóricas

### 4.0.1. Primer Caso

$$Z_{in} = Z_1 \quad (11)$$

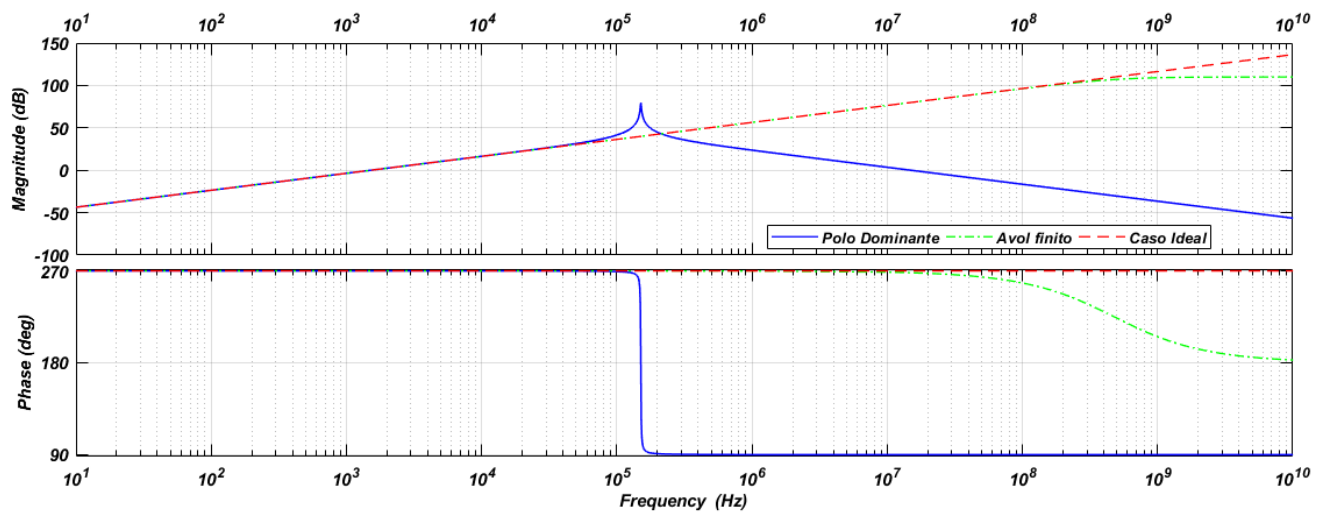


FIGURA 6: Superposición de los tres casos.

#### 4.0.2. Segundo Caso

#### 4.0.3. Tercer Caso

### 5. Conclusión