

Parte I

Control de tonos y ecualizador de fase

A lo largo de esta parte, se pondrá foco en el circuito mostrado en la Figura 1, que se trata de un circuito de control de tonos.

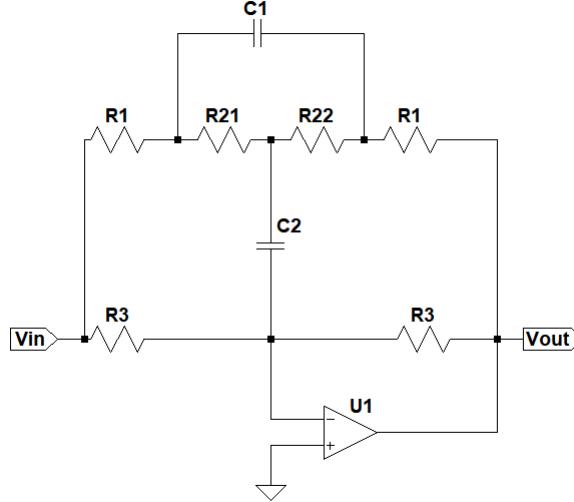


Figura 1: Circuito de Control de Tonos

1. Transferencia

Al calcular la transferencia genericamente para cualquier valor de impedancias, y llamando a $R_2 = R_{21} + R_{22}$, el cálculo de la transferencia se expresa como la ecuación (1).

$$H(s) = -\frac{20C_2^2K^2R_1R_2^2s^2 - 20C_2^2KR_1R_2^2s^2 - 10C_2^2R_1^2R_2s^2 - 100C_2^2R_1R_2^2s^2 + C_2K^2R_2^2s + 9C_2KR_2^2s - C_2R_1^2s - 31C_2R_1R_2s - 1}{20C_2^2K^2R_1R_2^2s^2 - 20C_2^2KR_1R_2^2s^2 - 10C_2^2R_1^2R_2s^2 - 100C_2^2R_1R_2^2s^2 + C_2K^2R_2^2s - 11C_2KR_2^2s - C_2R_1^2s - 31C_2R_1R_2s - 1}$$

Si reacomodamos de la siguiente manera:

$$H(s) = \frac{As^2 + Bs + C}{As^2 + Es + C} \quad (1)$$

$$A = 20C_2^2K^2R_1R_2^2 - 20C_2^2KR_1R_2^2 - 10C_2^2R_1^2R_2 - 100C_2^2R_1R_2^2 \approx -100C_2^2R_1R_2^2$$

$$B = C_2K^2R_2^2 + 9C_2KR_2^2 - C_2R_1^2 - 31C_2R_1R_2 - 10C_2R_2^2$$

$$C = -2R_1 - R_2$$

$$E = C_2K^2R_2^2 - 11C_2KR_2^2 - C_2R_1^2 - 31C_2R_1R_2$$

2. Análisis de frecuencia central

Para obtener la frecuencia central, basta con llevar a la ecuación de transferencia de la siguiente manera

$$H(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{Q_z \omega_0} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{Q_p \omega_0} + 1} \quad (2)$$

Por lo tanto;

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_0^2} &= \frac{A}{C} \\ \Rightarrow \omega_0 &= \sqrt{\frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{10C_2R_2}} \Rightarrow f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2 R_2} \end{aligned} \quad (3)$$

3. Análisis paramétrico

Si se analiza los factores de calidad correspondientes se obtiene:

$$\begin{aligned} Q_z &= \frac{C}{B\omega_0} \\ Q_z &= -\frac{10C_2\sqrt{R_1R_2}\sqrt{2R_1+R_2}}{C_2K^2R_2^2+9C_2KR_2^2-C_2R_1^2-31C_2R_1R_2-10C_2R_2^2} \\ Q_p &= \frac{C}{E\omega_0} \\ Q_p &= -\frac{10C_2\sqrt{R_1R_2}\sqrt{2R_1+R_2}}{-C_2K^2R_2^2+11C_2KR_2^2+C_2R_1^2+31C_2R_1R_2} \end{aligned}$$

por lo tanto, la ganancia para la frecuencia central del filtro quedará dada por:

$$A = \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} K = 0 \quad (4)$$

$$A = \frac{R_1(R_1 + 31R_2)}{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2} \approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1} K = 1 \quad (5)$$

$$A = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \text{ Expresado Parametricamente en } K$$

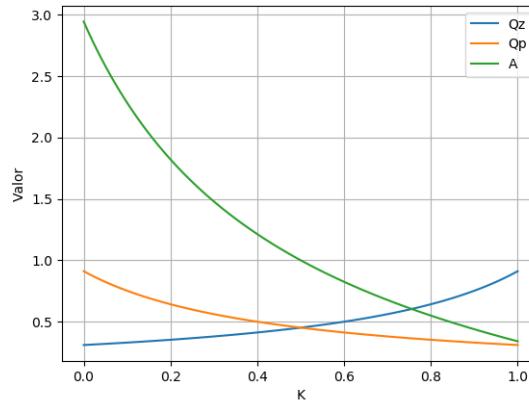


Figura 2: Diagrama paramétrico

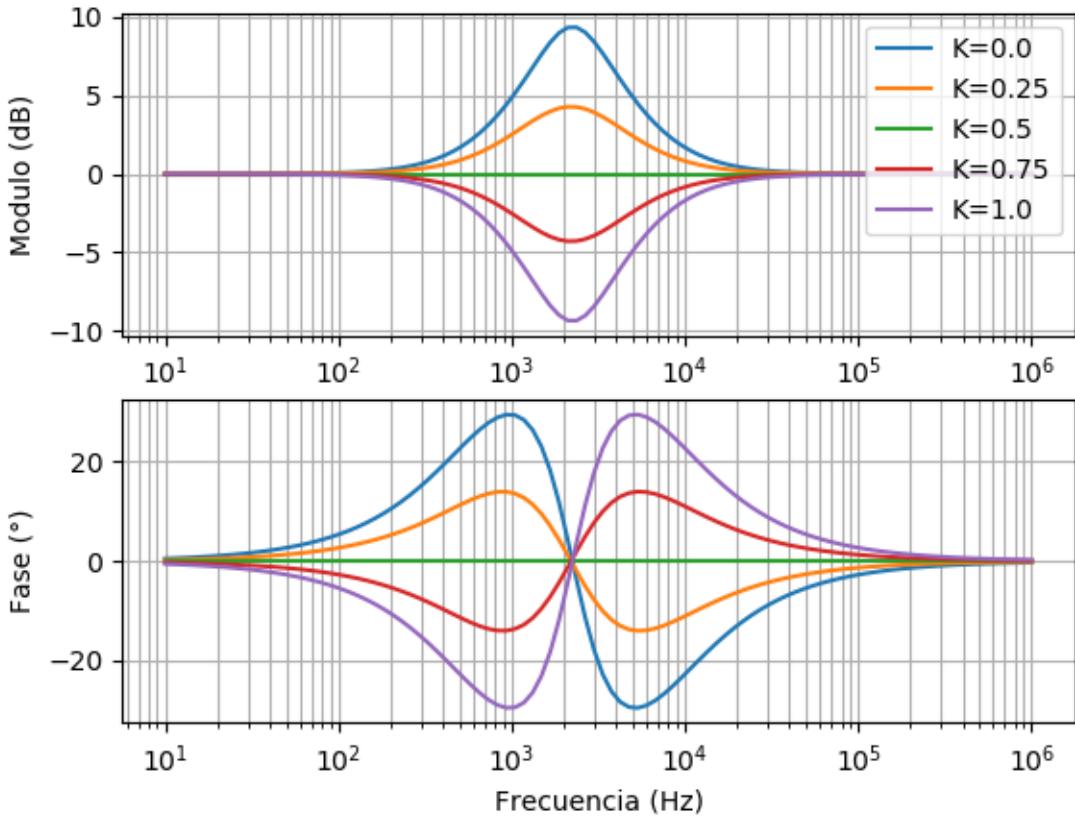


Figura 3: Respuesta en frecuencia paramétrica para una frecuencia dada

4. Análisis de singularidades

4.1. Análisis de Ceros

Si resolvemos la ecuación cuadrática para el denominador expresado en la ecuación (2), obtenemos que la expresión para encontrar los ceros de nuestro circuito, esta dada por:

$$C_{1,2} = \frac{-\frac{1}{Q_z \omega_0} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{Q_z \omega_0}\right)^2 - 4 \frac{1}{\omega_0^2}}}{2 \frac{1}{\omega_0^2}}$$

$$\Rightarrow C_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q_z} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\frac{1}{Q_z^2} - 4}$$

4.2. Análisis de polos

De la misma manera que se procedió para encontrar los ceros en la subsección 4.1, los polos quedan determinados por:

$$\Rightarrow P_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q_P} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\frac{1}{Q_P^2} - 4}$$

4.3. Análisis de singularidades paramétricas

Si tenemos en cuenta, las expresiones para los polos y los ceros obtenidas anteriormente, y una frecuencia central determinada, como por ejemplo la propuesta en la Figura 3, se podra hacer una analisis parametrico graficando como varian los polos y los ceros en un diagrama Imaginario/Real segun la variacion de la resistencia R_2 .

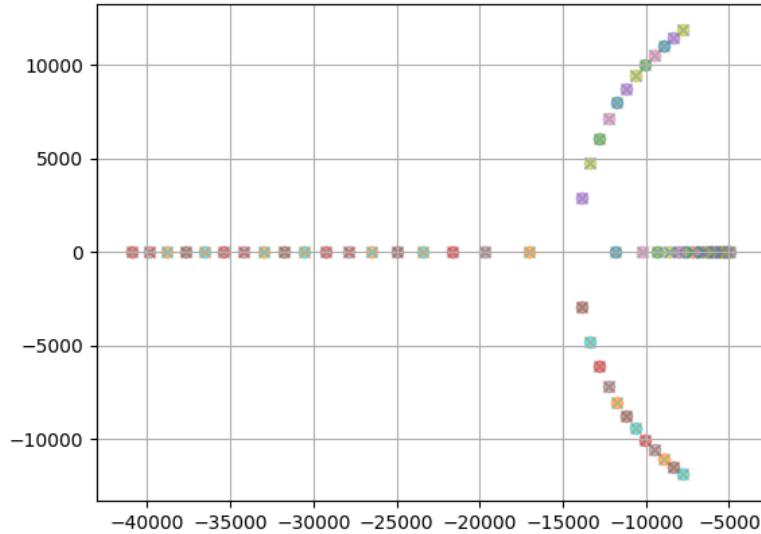


Figura 4: Diagrama paramétrico de polos y ceros

Como se puede observar en la Figura 4, los polos y los ceros se superponen a partir de cierto valor de K. Graficando los polos y los ceros con K variando entre $0 < K < 0,5$, se obtienen todos los ceros reales, como se puede observar en la Figura 5. Por otro lado, si se varía K entre $0,5 < K < 1$, se puede observar que todos los polos son reales, como se observa en la Figura 6.

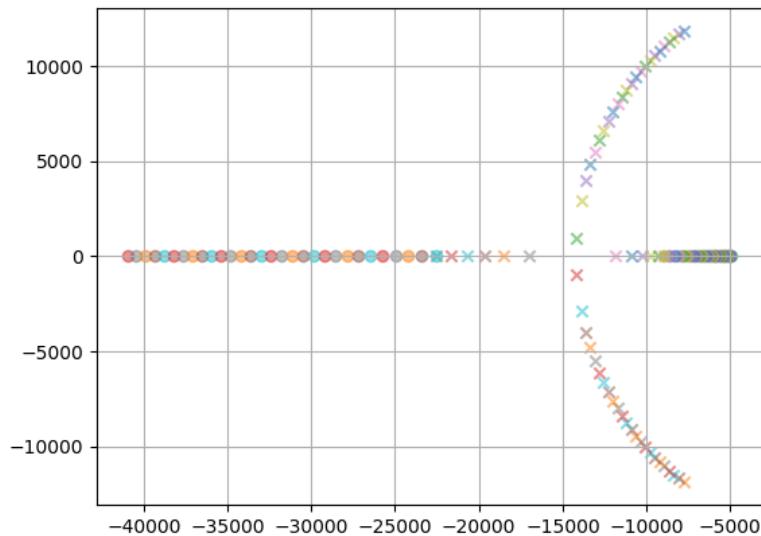


Figura 5: Diagrama paramétrico de polos y ceros con K variando de 0 a 0.5

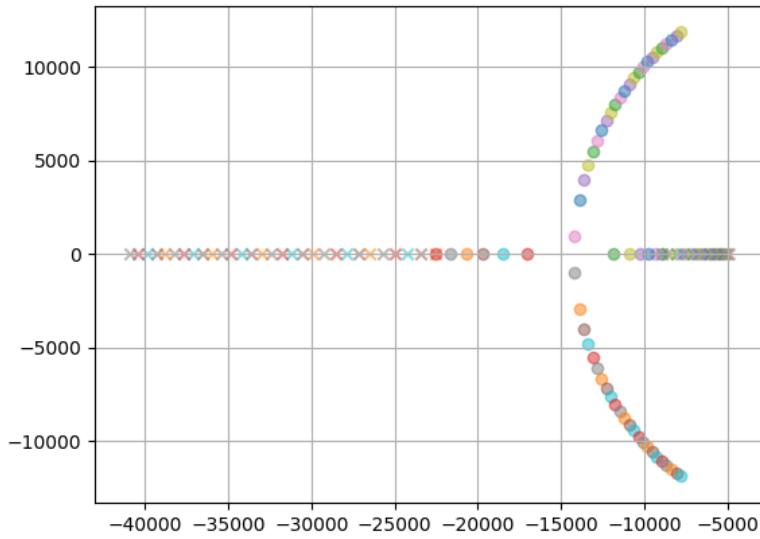


Figura 6: Diagrama paramétrico de polos y ceros con K variando de 0.5 a 1

4.4. Sistema de fase mínima

Un sistema de fase mínima se define como aquel sistema que cumple que los polos y los ceros se encuentren en el semiplano izquierdo del diagrama de polos y ceros, es decir, que su parte real sea negativa. Como se observa en la Figura 4, todos los polos y todos los ceros tienen parte real negativa, por lo tanto, el circuito de la Figura 1, es un sistema de fase mínima.

4.4.1. Ecualizador de fase

Para transformar nuestro circuito en un sistema de fase no mínima, se propuso utilizar un circuito ecualizador de fase, es decir, un circuito que modifique la fase de salida de el circuito de la Figura 1, pero que no modifique la magnitud. Para lograr este objetivo se propuso un circuito como el de la Figura 7.

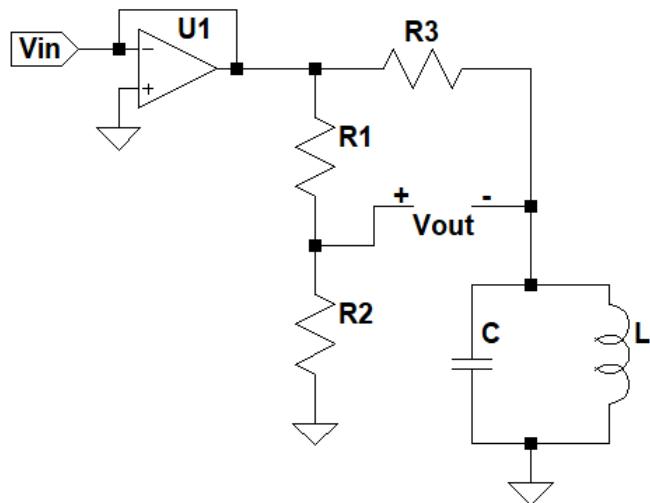


Figura 7: Circuito ecualizador de fase

Si calculamos el paralelo entre el capacitor y el inductor:

$$Z_p = \left(sC + \frac{1}{sL} \right)^{-1} = \frac{sL}{s^2CL + 1}$$

Por lo tanto, la transferencia queda determinada por

$$H(s) = \frac{\frac{sL}{s^2CL+1}}{\frac{sL}{s^2CL+1} + R} = \frac{sL}{s^2CLR + sL + R} \quad (6)$$

Como se observa de la ecuación (6), para el nominador, tenemos un cero en el origen, por lo tanto, ya deja de ser un sistema de fase mínima. Por otro lado, calculando los polos a partir del denominador se obtiene:

$$P_{1,2} = \frac{-L \pm \sqrt{L^2 - 4CLR^2}}{2CLR}$$

Donde se puede ver que para valores razonables de R,L y C, obtenemos que la parte real de los polos son negativas, por lo tanto el circuito permanecerá estable. Al simular el ecualizador de fase, el resultado es el que se muestra en la Figura 8.

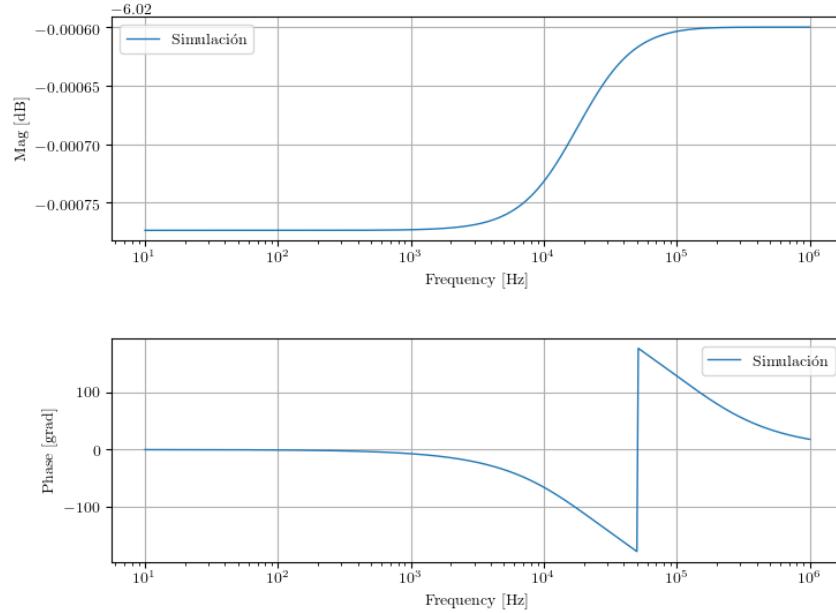


Figura 8: Simulación del circuito ecualizador de fase

Como se puede observar, la variación en magnitud es a fines prácticos nula, sin embargo, se puede ver que el circuito tiene una caída en magnitud de 6(dB), por lo tanto, la señal de entrada se vera atenuada. Por otro lado, la variación en fase es de 360°, con lo que concluyentemente el circuito propuesto cumple su cometido. Si se quiere agregar el ecualizador de fase al circuito de la Figura 1, se deberá conectar en cascada el circuito de la Figura 7. De esta manera, la transferencia total del circuito resultante será la multiplicación entre las 2 transferencias. Al simular el circuito resultante que se muestra en la Figura 9, se obtuvieron los resultados de la Figura 10.

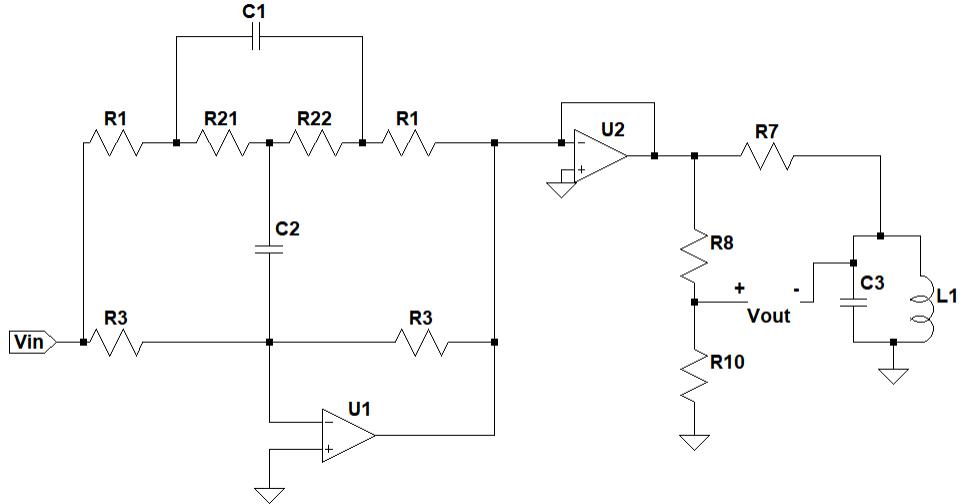


Figura 9: Circuito resultante con ecualizador de fase

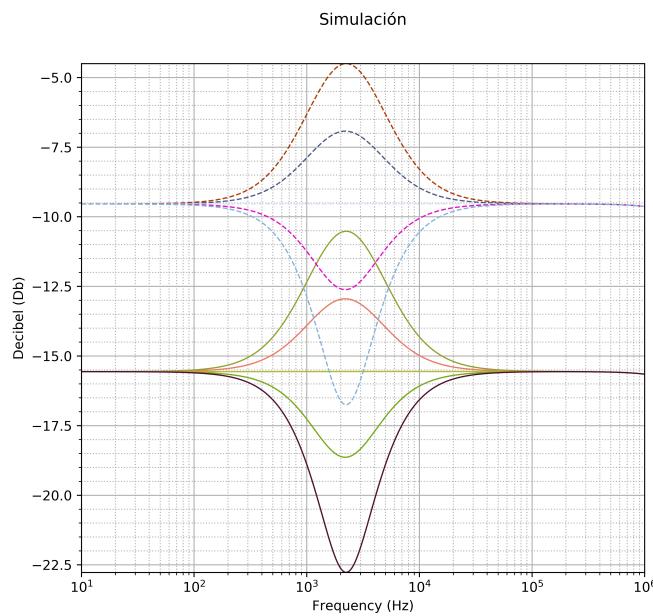


Figura 10: Simulación de la magnitud del circuito resultante con y sin ecualizador de fase

Como se puede observar, la magnitud no varía en forma, sin embargo, se puede detectar una atenuación por parte del filtro de ecualización de fase.

5. Diseño de un ecualizador de 3 bandas

5.1. Análisis del espectro audible

Según cada ser humano, el espectro audible varía dependiendo de la salud y la edad de la persona, una aproximación bastante fiel al espectro audible es de 20 a 20000 (Hz), donde reside el 100 % del sonido que el ser humano escucha. El espectro audible suele dividirse en varias capas, las frecuencias graves, medias y agudas. estas frecuencias se encuentran en la tabla 1.

Graves	Medios	Agudos
<250(Hz)	Entre 250 (Hz) y 2 (kHz)	Entre 2 (kHz) y 20 (kHz)

Cuadro 1: Espectro auditivo del ser humano

Si bien en principio para el diseño del filtro sería correcto diseñar 3 ecualizadores de bandas con frecuencias centrales dentro de los rangos dicho anteriormente, durante la siguiente sección nos propondremos realizar un análisis más detallado de que frecuencias son más convenientes ecualizar para lograr que una canción pueda tener cambios significativos.

5.2. Análisis del espectro de la música

Si bien el humano escucha en un rango de frecuencias determinado, no siempre este rango resulta utilizado para la música en general. Es por esto que se toma como referencia la canción *Bohemian Rhapsody* de la banda británica *Queen*. Para poder analizar una pieza como esta, primero que nada debemos tener en cuenta, que cualquier canción varía en el tiempo, y no es una señal constante, por lo cual, el espectro en frecuencias de la canción analizada variará en el tiempo. Esto significa que para poder ver como varía el espectro para cada instante de la canción debemos disponer de un gráfico en tres dimensiones, siendo estas la frecuencia, el tiempo y la amplitud de la onda. Estos gráficos en 3 dimensiones se llaman comúnmente spectrogramas, uno de estos se puede observar en la Figura 11. Los spectrogramas se deben leer de la siguiente manera: El eje horizontal es el tiempo, el eje vertical son las frecuencias, y la coloración de color es la amplitud, es decir, cuanto más rojo se encuentre un punto en el gráfico, más amplitud tendrá la canción en esa frecuencia en ese instante de tiempo.

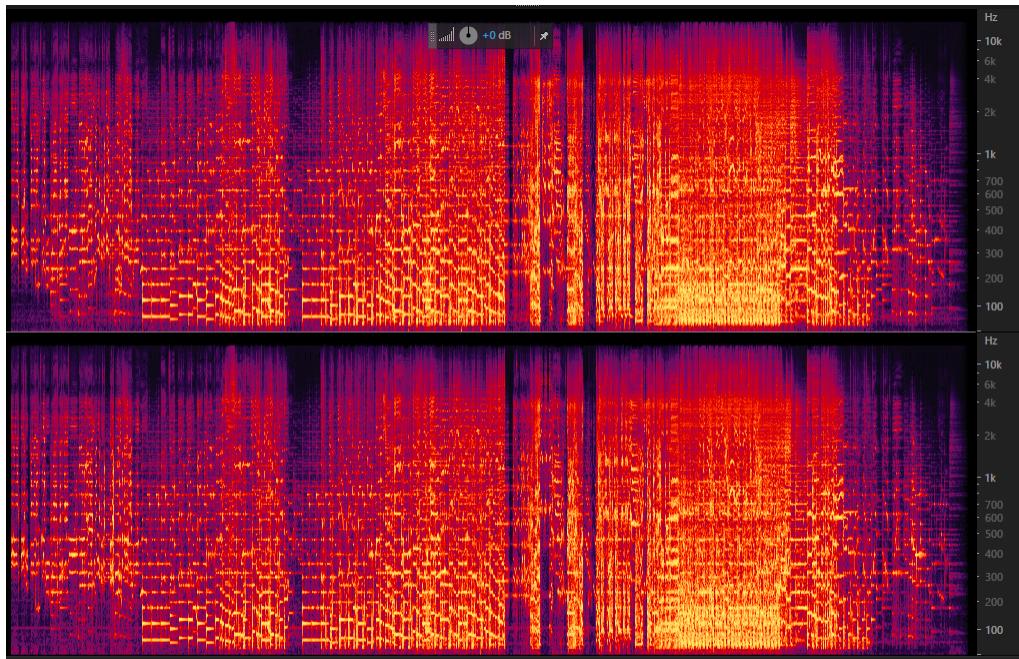


Figura 11: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody*

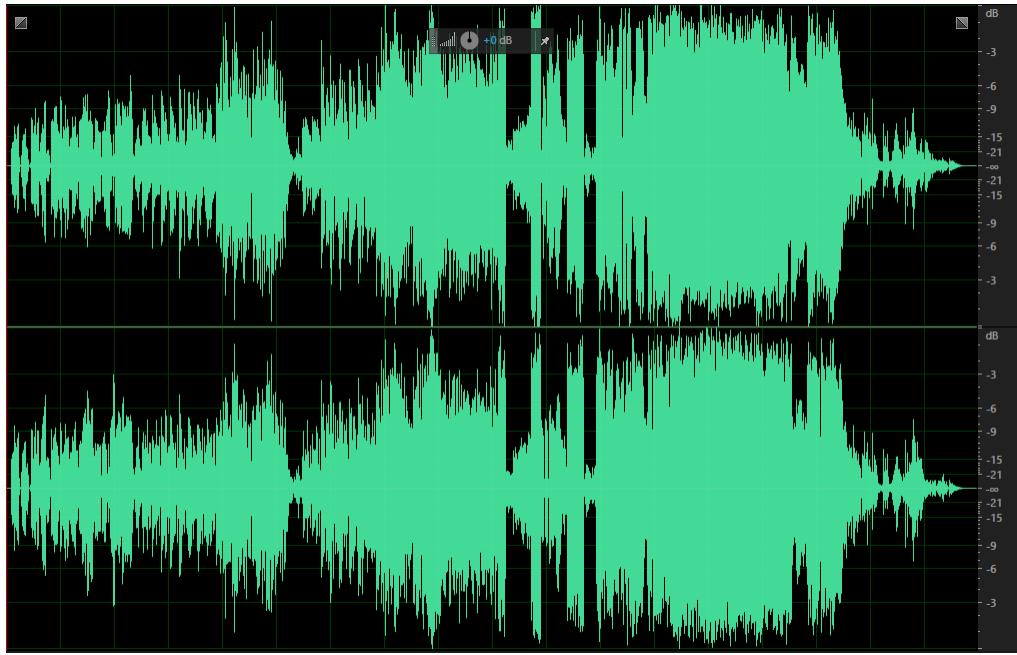


Figura 12: Vista de osciloscopio de *Bohemian Rhapsody* a lo largo de la canción entera

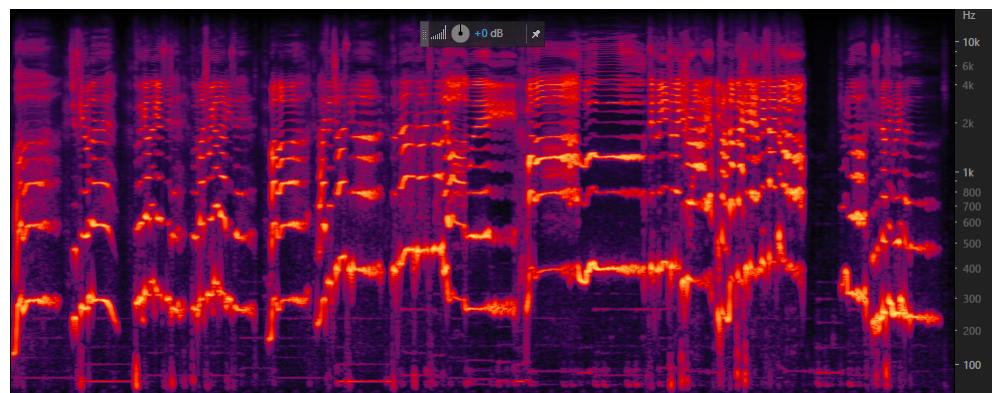


Figura 13: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody* solo Voz

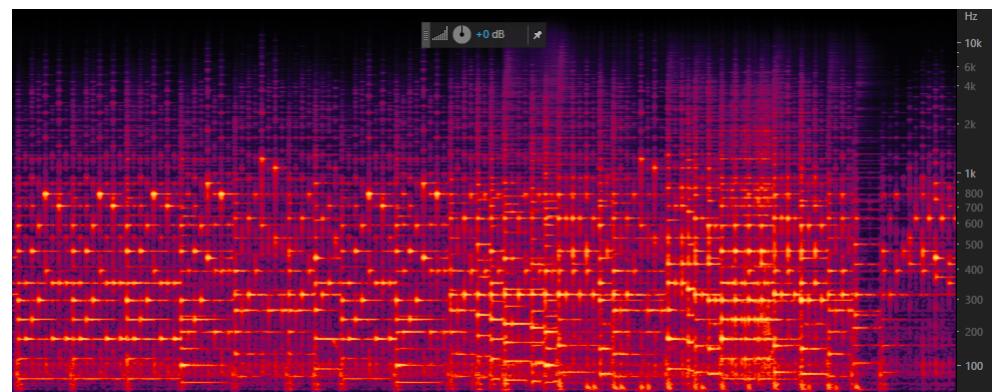


Figura 14: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody* solo Piano

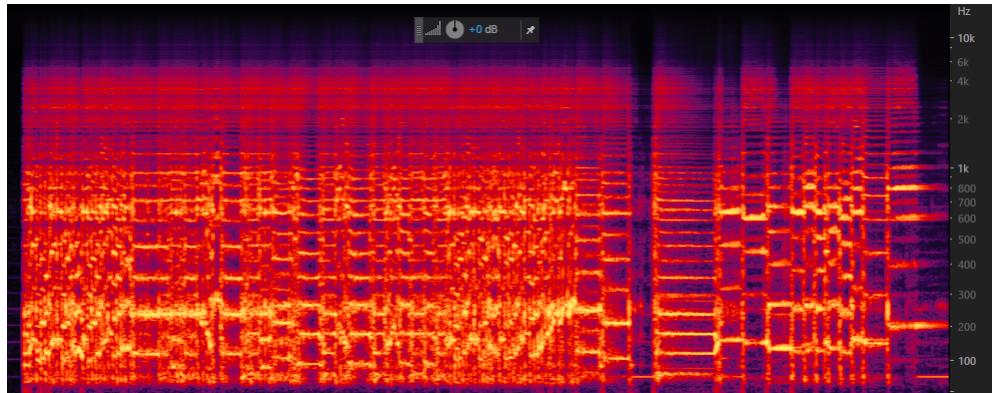


Figura 15: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody* solo Guitarra

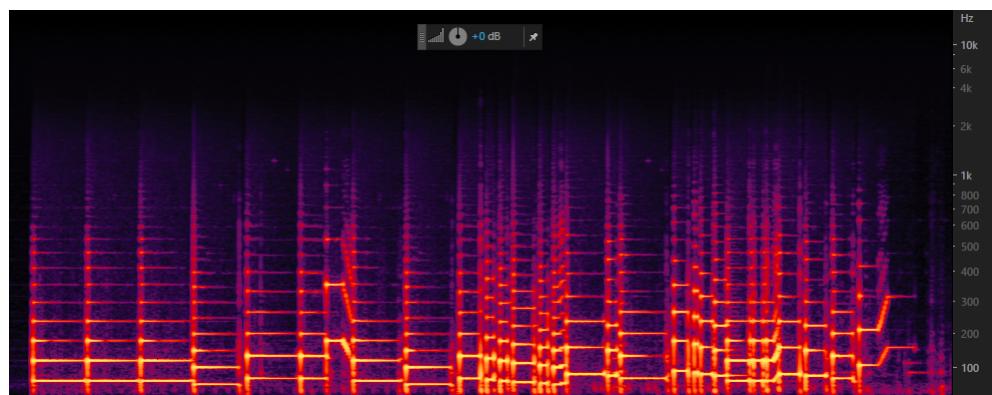


Figura 16: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody* solo Bajos

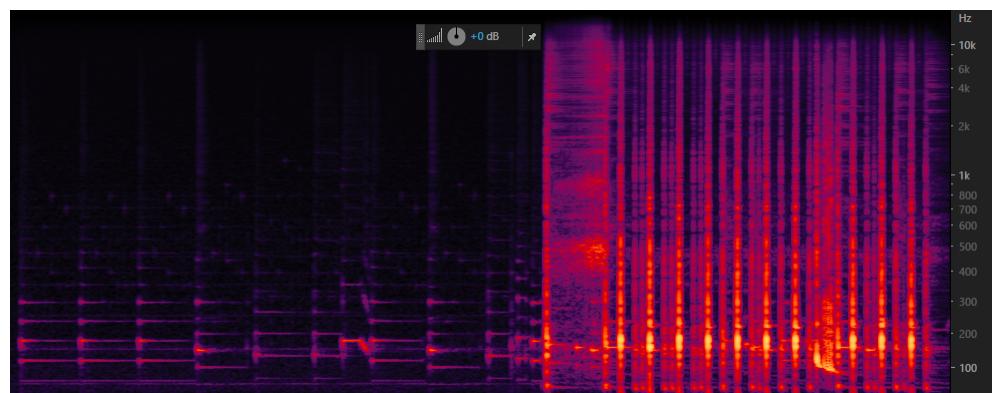


Figura 17: Espectrograma de *Bohemian Rhapsody* solo Batería

Como se puede ver a simple vista, la mayor parte de la canción se encuentra por debajo de 1 (kHz) y hay poca información por sobre 1(kHz). A su vez, por debajo de 200 (Hz) hay demasiada amplitud en promedio, por lo cual, podemos asumir que el intervalo entre 0 y 200 (Hz) es bastante importante. Aprovechando el ancho de banda del filtro explicado de la Figura 1, lo mas conveniente será elegir como frecuencia de referencia central para el primer filtro a 100(Hz). Por otro lado, será conveniente elegir para el 2do filtro una frecuencia central entre 200 (Hz) y 1 (kHz), arbitrariamente, se eligió una frecuencia central de referencia de 700 (Hz), esto se debe a que se ve algo de presencia de frecuencias medias sobre esa banda y que no se pretendía que ambos filtros se superpongan. Por ultimo, para poder controlar las frecuencias agudas, se eligió el tercer filtro con una frecuencia central de referencia

de 2 (kHz), que es el ultimo intervalo donde se pueden apreciar frecuencias significativas dentro de la canción. Por lo tanto las frecuencias centrales de referencia de cada filtro serán las que se muestran en la tabla 2.

Frecuencia central Filtro 1	Frecuencia central Filtro 2	Frecuencia central Filtro 3
100 (Hz)	700 (Hz)	2 (kHz)

Cuadro 2: Frecuencias centrales de referencia.

Junto con esto se debe tener en cuenta la disposición logarítmica del comportamiento del filtro, por lo tanto, se buscará que las frecuencias no se encuentren muy cercanas entre sí ya que se podrían ver superpuestos los filtros. Teniendo en cuenta las frecuencias centrales de referencia y lo dicho anteriormente, se decidió utilizar frecuencias que sigan la ecuación (7).

$$f_{n+1} \approx f_n 10^1 \quad (7)$$

Por lo tanto las frecuencias utilizadas serán:

Frecuencia central Filtro 1	Frecuencia central Filtro 2	Frecuencia central Filtro 3
90 (Hz)	800 (Hz)	4 (kHz)

Cuadro 3: Frecuencias centrales propuestas

5.3. Elección de la ganancia de los filtros

Teniendo en cuenta que la salida de un *Line-Out* de un dispositivo de audio de consumo general tiene valores nominales de tensiones de entre 0.3 a 2 Volts aproximadamente, se elige una ganancia máxima y atenuación máxima de 6 (dB), esto es porque no se quiere llegar a la saturación del amplificador operacional, y porque no se quiere superar por mucho los valores nominales de los dispositivos electrónicos. Utilizando los intervalos dado por las ecuaciones (4) y (5), y la ecuación (3), tenemos que, para cada filtro los valores de los componentes serán los que se especifican en la tabla 4.

Filtro	R_1	R_2	R_3	C_1	C_2	f_0
1	510Ω	$10\text{ k}\Omega$	$100\text{ k}\Omega$	820 nF	82 nF	90 (Hz)
2	510Ω	$10\text{ k}\Omega$	$100\text{ k}\Omega$	150 nF	15 nF	500 (Hz)
3	510Ω	$10\text{ k}\Omega$	$100\text{ k}\Omega$	18 nF	$1,8\text{ nF}$	4.11 (kHz)

Cuadro 4: Valores de los componentes para cada filtro

5.4. Simulación de cada filtro

Consecuentemente, se procederá a simular y observar los resultados de cada filtro por separado, verificando que cada uno se comporte como se espera.

5.4.1. Filtro para tonos graves

Como se demostró previamente, los tonos graves son los que mas potencia entregan en la mayoría de las piezas musicales, por ende, deberá ser prudente que el filtro de los tonos graves funcione adecuadamente. Si simulamos el circuito con los valores dichos en la tabla 4, obtenemos lo que se puede ver en la Figura 18.

□

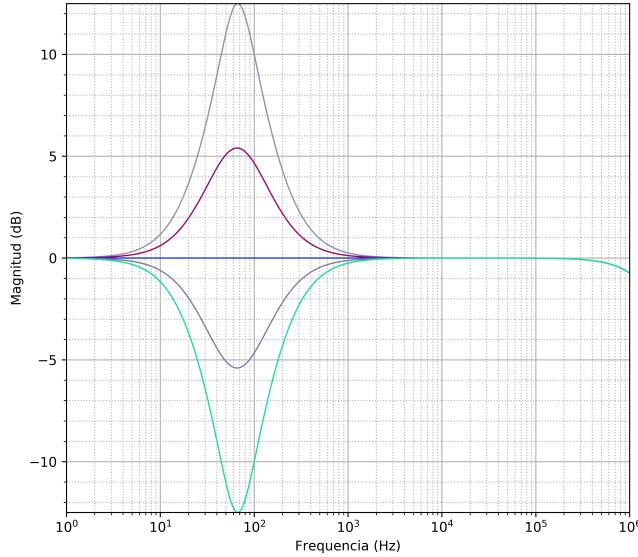


Figura 18: Transferencia del ecualizador de tonos graves

Como se puede observar, nuestro filtro se comporta como lo esperado en magnitud, sin embargo, ya se puede prever, que debido al ancho de banda del filtro, en la etapa de combinacion de filtros, estos se van a superponer.

5.4.2. Filtro para tonos medios

Por otro lado, si graficamos el modulo de la transferencia del circuito para los tonos medios, obtenemos la Figura 19.

□

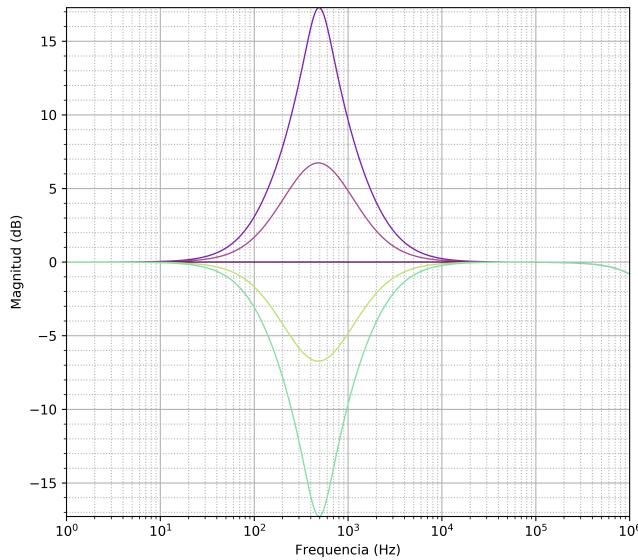


Figura 19: Transferencia del ecualizador de tonos medios

5.4.3. Filtro para tonos agudos

Por ultimo, al graficar la transferencia para el filtro de tonos agudos, se obtiene la Figura 20.

□

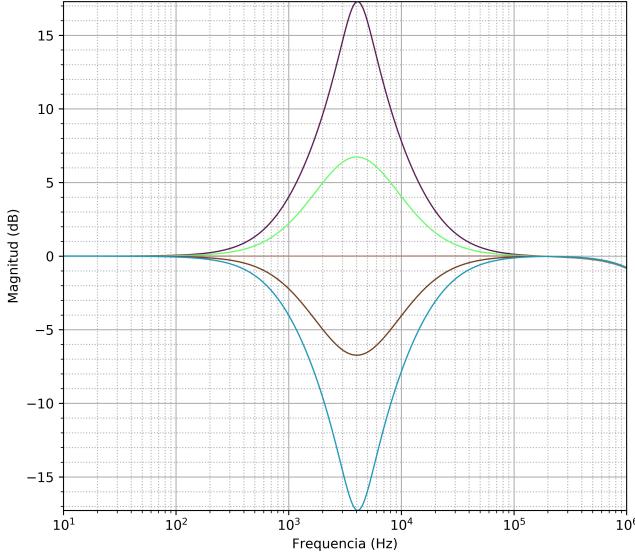


Figura 20: Transferencia del ecualizador para tonos agudos

5.4.4. Conclusión

Si bien podemos observar que los filtros se van a superponer, es inevitable que esto suceda. Esto se debe a las limitaciones del filtro propuesto, ya que el ancho de banda logrado, no es lo suficientemente pequeño como para aislarse completamente un filtro de otro. Para evitar que estas superposiciones nos afecten demasiado en nuestro circuito, se deberá tener en cuenta como se conectan entre si cada filtro para que afecten se interfieran entre sí lo menos posible. Esto sera detallado posteriormente.

5.5. Interconexión de filtros

Como es posible imaginar, los 3 filtros pueden interconectarse principalmente de 2 maneras, en paralelo o en cascada, a lo largo de esta subsección se procederá a analizar los beneficios y deficiencias de cada una de estas interconexiones, y se detallara cual es la mas conveniente a utilizar en este caso.

5.5.1. Interconexion en paralelo

Un diagrama básico de como prdría ser una interconexion en paralelo se muestra en la Figura 21. Las ventajas de este tipo de conexiones son que provee robustes frente a posibles defasajes entre filtros ya que el sumador hace un promedio entre los 3 filtros. Las desventajas pueden ser que es menos sensible frente a grande cambios entre un filtro en específico.

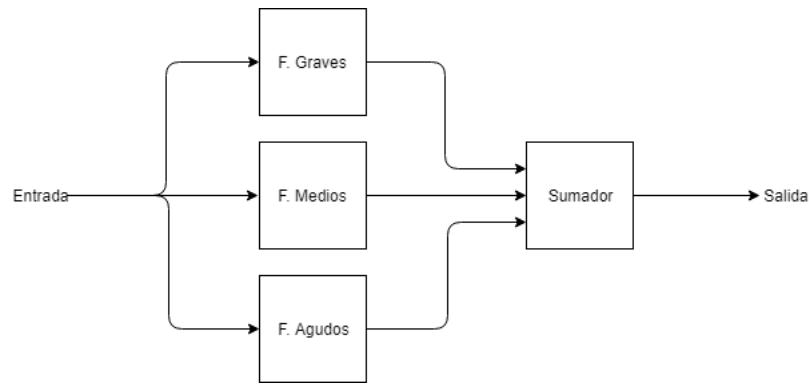


Figura 21: Diagrama de conexiones en paralelo

□

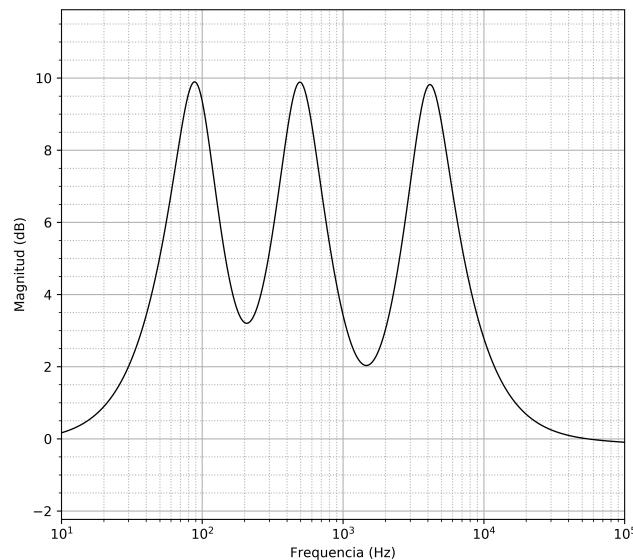


Figura 22: Simulación de interconexión en paralelo para caso de máxima ganancia

□

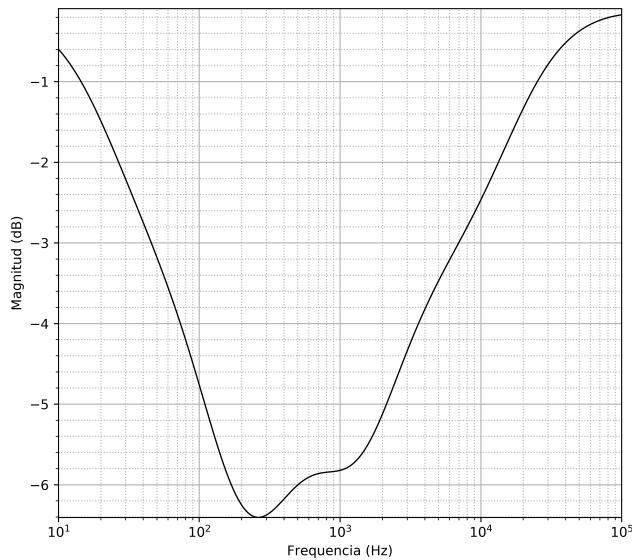


Figura 23: Simulación de interconexion en paralelo para caso de mínima ganancia

5.5.2. Interconexion en cascada

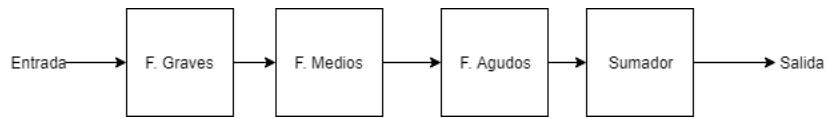


Figura 24: Diagrama de conexiones en cascada

□

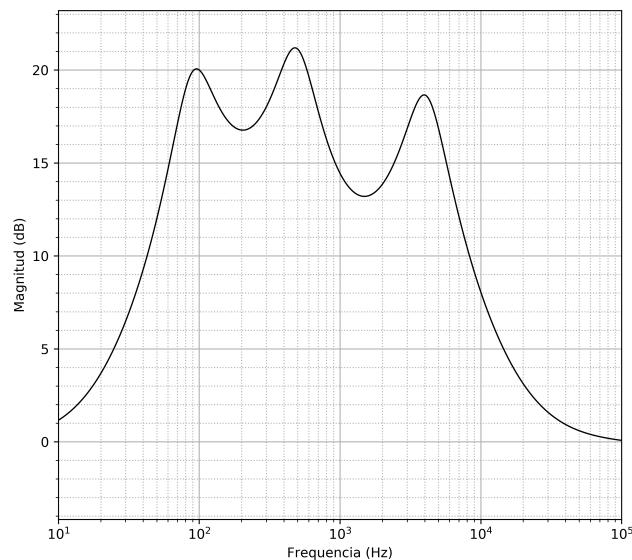


Figura 25: Simulación de interconexion en cascada para caso de máxima ganancia

□

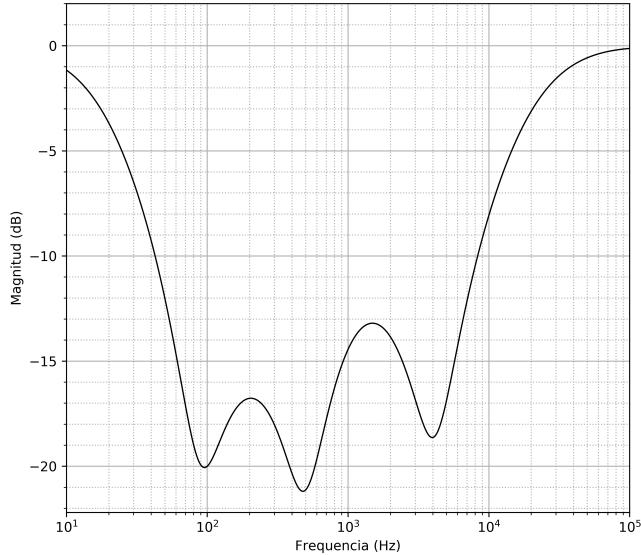


Figura 26: Simulación de interconexión en cascada para caso de mínima ganancia

5.6. Detalles a tener en cuenta

6. Implementación

6.1. Mediciones

7. Conclusión