

## 1. Amplificadores de Instrumentación

Un amplificador de Instrumentación es un dispositivo que amplifica una señal diferencial aplicada entre sus entradas de forma precisa, con el objetivo de realizar mediciones de precisión sobre pequeñas señales. Así también, una señal común aplicada en sus terminales es fuertemente amortiguada, es decir, tiene un valor alto de CMRR, por lo que es fuertemente inmune al ruido, en particular al ruido de línea ( $50Hz$ , que por su longitud de onda, mucho mayor al tamaño del circuito, afecta de forma aproximadamente igual a ambas entradas del dispositivo - señal común). Para estudiar este tipo de dispositivos se analizará el amplificador diferencial dado por el esquema de la Figura 1.

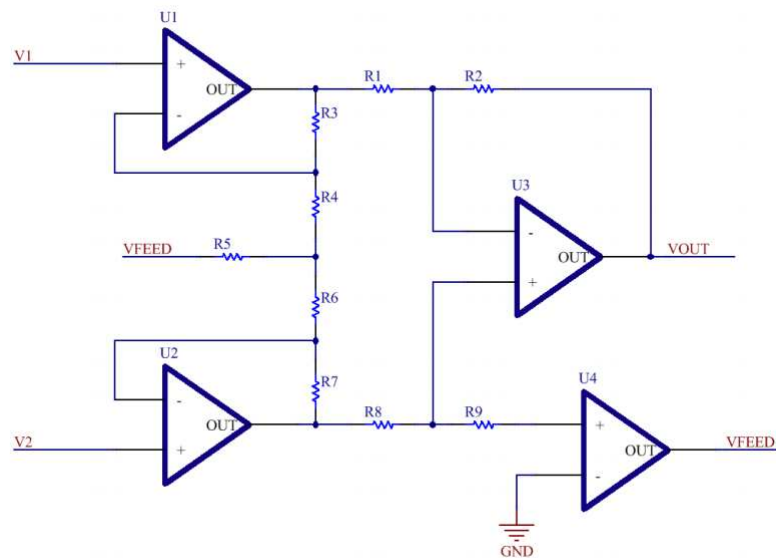


Figura 1: Esquema de Amplificador de Instrumentación a estudiar

### 1.1. Descripción Matemática del Comportamiento del Circuito

Se analizó el comportamiento de este circuito, considerando que los OpAmps utilizados son Ideales y Reales. El estudio de este circuito se realizó separando este en dos partes, de acuerdo a la Figura 1.1.

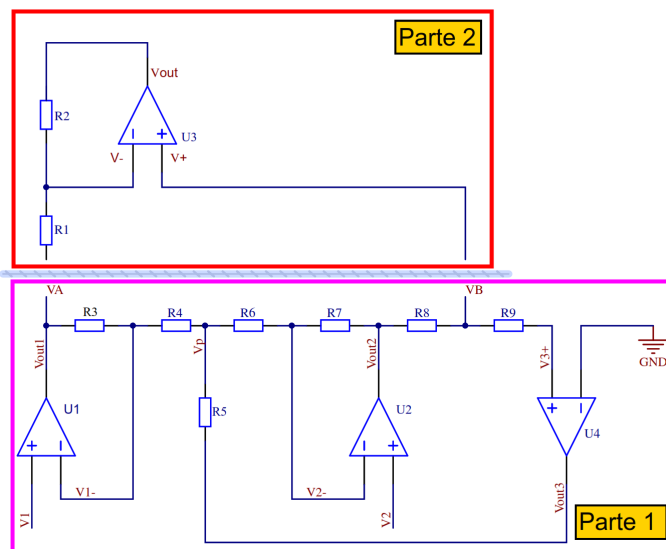


Figura 2: Circuito a estudiar, separado en 2 etapas

La forma matemática de realizar la conexión entre ambas partes es mediante el circuito equivalente de Thevenin en los nodos indicados con las tensiones  $V_A$  y  $V_B$ . Notar que si se considera que la impedancia de salida de U1 es 0, entonces la impedancia vista desde  $V_A$  a tierra es 0, por lo tanto  $Z_{Th,A} = 0$ , y también se tiene que  $V_{Th,A} = V_A$ . Considerando que la impedancia de entrada de U4 es infinita, entonces no circula corriente por  $R_8$  y  $R_9$ , con lo que se tiene que  $V_{Th,B} = V_{Out,2}$ . Considerando que la impedancia de entrada de U3 es infinita, el valor de  $Z_{Th,B}$  no es necesario calcularlo, pues no circulará corriente a través de  $Z_{Th,B}$ .

Por lo analizado entonces, resulta de interés conseguir las expresiones para  $V_A$  y  $V_B$ . Se realizará primero el estudio de la parte 2, ya que presenta una menor complejidad matemática.

### 1.1.1. Análisis de Parte 2 del circuito

Si se considera el circuito con amplificación finita, impedancia de entrada infinita e impedancia de salida nula, se tiene que

$$\begin{cases} \frac{V_A - V^-}{R_1} = I \\ -R_2 \cdot I = V_{Out} \\ V_{Out} = A \cdot (V_B - V_A) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, y llamando  $\Delta V_{AB} = V_A - V_B$  se tiene que

$$G_{Real} = \frac{V_{Out,Real}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot A}{R_1 \cdot A + R_2} \quad (1)$$

Con lo que, si se cumple que

$$A \gg R_2/R_1 \quad (2)$$

se puede aproximar la ganancia del circuito con el límite ideal  $A \rightarrow \infty$

$$G_{Ideal} = \frac{V_{Out,Ideal}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

Y, considerando el polo dominante, es decir,  $A = \frac{A_0 \omega_P}{s + \omega_P}$  se tiene que

$$G_{Real,PD} = \frac{V_{Out,Ideal,PD}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P}{R_2 \cdot s + R_2 \cdot \omega_P + A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P} \quad (4)$$

Analizando los resultados obtenidos, la función de esta parte del circuito es obtener la diferencia de tensión  $\Delta V_{AB}$  y amplificarla.

### 1.1.2. Análisis de Parte 1 del circuito

Considerando amplificadores con ganancia finita, y si se cumple que

- La impedancia de entrada de los OpAmps es infinita
- La impedancia de salida de los OpAmps es nula
- Los 4 OpAmps utilizados son iguales, y por lo tanto tienen la misma ganancia

Se llega al siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} V_{Out,1} = V_A = A \cdot (V_1^+ - V_1^-) & \text{Ecuación OpAmp 1 (U1)} \\ V_{Out,2} = A \cdot (V_2^+ - V_2^-) & \text{Ecuación OpAmp 2 (U2)} \\ V_{Out,3} = A \cdot V_3^+ & \text{Ecuación OpAmp 3 (U4)} \\ \frac{V_{Out,1} - V_1^-}{R_3} + \frac{\tilde{V} - V_1^-}{R_4} = 0 & \text{Ecuación Nodo } V_1^- \\ \frac{V_{Out,3} - \tilde{V}}{R_5} + \frac{V_1^- - \tilde{V}}{R_4} + \frac{V_2^- - \tilde{V}}{R_6} = 0 & \text{Ecuación Nodo } \tilde{V} \\ \frac{\tilde{V} - V_2^-}{R_6} + \frac{V_{Out,2} - V_2^-}{R_7} = 0 & \text{Ecuación Nodo } V_2^- \\ V_{Out,2} = V_B = V_3^+ & \text{Pues no circula corriente por } R_8 \text{ y } R_9 \end{cases}$$

Es notable la complejidad matemática en la resolución de este sistema de ecuaciones. El sistema se resolvió utilizando software matemático, y resulta conveniente introducir las siguientes expresiones para simplificar la notación de los resultados, y hacer que los mismos sean fácilmente manipulables.

$$\begin{cases} \alpha = R_3 \cdot R_5 + R_3 \cdot R_6 + R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_5 + R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_7 + R_5 \cdot R_6 + R_5 \cdot R_7 \\ \beta = R_3 \cdot R_5 + R_3 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_5 + R_4 \cdot R_6 + R_5 \cdot R_6 \\ \gamma = R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 \\ \theta = R_3 \cdot R_5 \\ \phi = R_3 \cdot R_6 + R_3 \cdot R_7 \\ \lambda = R_4 \cdot R_5 + R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_7 + R_5 \cdot R_6 + R_5 \cdot R_7 \\ v = R_5 \cdot R_7 \\ \epsilon = R_3 \cdot R_5 + R_3 \cdot R_6 + 2 \cdot R_4 \cdot R_5 + 2 \cdot R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_7 + 2 \cdot R_5 \cdot R_6 + R_5 \cdot R_7 \\ \zeta = R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_5 + R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_7 + R_5 \cdot R_6 \\ \eta = R_4 \cdot R_7 \end{cases}$$

Entonces, resolviendo el sistema se tiene que

$$V_{A,Real} = \frac{V_1 \cdot (A \cdot \alpha + A^2 \cdot \beta + A^3 \cdot \gamma) - V_2 \cdot (A^2 \cdot \theta + A^3 \cdot \phi)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \quad (5)$$

$$V_{B,Real} = \frac{V_2 \cdot (A \cdot \alpha + A^2 \cdot \lambda) - V_1 \cdot (A^2 \cdot v)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \quad (6)$$

Con estos resultados, se puede calcular la ganancia en modo común del sistema en sus dos salidas, utilizando  $V_1 = V_2 = V_C$

$$\frac{V_{A,Real}}{V_C} = G_{C,A,Real} = \frac{A \cdot \alpha + A^2 \cdot (\beta - \theta) + A^3 \cdot (\gamma - \phi)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \quad (7)$$

$$\frac{V_{B,Real}}{V_C} = G_{C,B,Real} = \frac{A \cdot \alpha + A^2 \cdot (\lambda - v)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \quad (8)$$

Análogamente, se puede calcular la ganancia en modo diferencial del sistema en sus dos salidas, utilizando  $V_1 = -V_2 = V_D/2$

$$\frac{V_{A,Real}}{V_D} = G_{D,A,Real} = \frac{A \cdot \alpha + A^2 \cdot (\beta + \theta) + A^3 \cdot (\gamma + \phi)}{2 \cdot (\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta)} \quad (9)$$

$$\frac{V_{B,Real}}{V_D} = G_{D,B,Real} = \frac{A \cdot \alpha + A^2 \cdot (\lambda + v)}{2 \cdot (\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta)} \quad (10)$$

Véase también que si se cumple que

$$R_k, k \in [3, 7] \text{ Son de Ordenes de magnitud similares y } A \gg 1 \quad (11)$$

Se puede aproximar estas ecuaciones con el caso ideal  $A \rightarrow \infty$

$$V_{A,Ideal} = \frac{V_1 \gamma - V_2 \phi}{\eta} = \frac{V_1 \cdot (R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7) - V_2 \cdot (R_3 \cdot R_6 + R_3 \cdot R_7)}{R_4 \cdot R_7} \quad (12)$$

$$V_{B,Ideal} = 0 \quad (13)$$

Notar que el hecho de que  $V_{B,Ideal} = 0$  implica que  $V_{3,Ideal}^+ = 0$  (Tierra Virtual). Dado que  $V_{B,Ideal} = 0$ , únicamente es de interés la ganancia en la salida A. Las ganancias en modo común y diferencial están dadas por las siguientes expresiones

$$\frac{V_{A,Ideal}}{V_C} = G_{C,Ideal} = \frac{\gamma - \phi}{\eta} = \frac{R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6}{R_4 \cdot R_7} \quad (14)$$

$$\frac{V_{A,Ideal}}{V_D} = G_{D,Ideal} = \frac{\gamma + \phi}{2 \cdot \eta} = \frac{2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6}{2 \cdot R_4 \cdot R_7} \quad (15)$$

A partir de estos datos, con el objetivo de conectar las expresiones de la parte 1 y 2 del circuito, se calculan los siguientes valores, con ayuda de software matemático

$$\Delta V_{AB,C,Real} = \frac{A^2 \cdot (\beta + v - \theta - \lambda) + A^3 \cdot (\gamma - \phi)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \cdot V_C \quad (16)$$

$$\Delta V_{AB,D,Real} = \frac{2 \cdot A \cdot \alpha + A^2 \cdot (\beta + \theta + \lambda + v) + A^3 \cdot (\gamma + \phi)}{2 \cdot (\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta)} \cdot V_D \quad (17)$$

$$\Delta V_{AB,C,Ideal} = \frac{\gamma - \phi}{\eta} \cdot V_C \quad (18)$$

$$\Delta V_{AB,D,Ideal} = \frac{(\gamma + \phi)}{2 \cdot \eta} \cdot V_D \quad (19)$$

$$\Delta V_{AB,C,Real,PD} = \frac{A_0^3 \cdot \omega_P^3 \cdot (\gamma - \phi) + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot (\beta + v - \lambda - \theta) \cdot (s + \omega_P)}{\alpha \cdot (s + \omega_P)^3 + A_0^3 \cdot \eta \cdot \omega_P^3 + A_0 \cdot \epsilon \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot \zeta \cdot (s + \omega_P)} \cdot V_C \quad (20)$$

$$\Delta V_{AB,D,Real,PD} = \frac{A_0^3 \cdot \omega_P^3 \cdot (\gamma + \phi) + 2 \cdot A_0 \cdot \alpha \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot (\beta + v + \lambda + \theta) \cdot (s + \omega_P)}{2 \cdot (\alpha \cdot (s + \omega_P)^3 + A_0^3 \cdot \eta \cdot \omega_P^3 + A_0 \cdot \epsilon \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot \zeta \cdot (s + \omega_P))} \cdot V_D \quad (21)$$

Analizando los resultados obtenidos, la función de esta parte del circuito es convertir la tensión diferencial a una tensión referida a tierra, proporcional a la entrada diferencial del circuito, así como también eliminar la parte común de la señal (esto se estudiará más adelante).

En búsqueda de resultados con menor complejidad matemática, se estudiará el circuito agregando como condición adicional que el OpAmp U4 es ideal, y se compararan los resultados con el obtenido anteriormente y con las simulaciones realizadas. Los resultados previamente obtenidos permiten justificar la tierra virtual en el OpAmp U4.

Introduciendo esta condición, el sistema de ecuaciones que modela el circuito es el siguiente

$$\begin{cases} V_{Out,1} = V_A = A \cdot (V_1^+ - V_1^-) & \text{Ecuación OpAmp 1 (U1)} \\ V_{Out,2} = A \cdot (V_2^+ - V_2^-) & \text{Ecuación OpAmp 2 (U2)} \\ \frac{V_{Out,1} - V_1^-}{R_3} + \frac{\tilde{V} - V_1^-}{R_4} = 0 & \text{Ecuación Nodo } V_1^- \\ \frac{V_{Out,3} - \tilde{V}}{R_5} + \frac{V_1^- - \tilde{V}}{R_4} + \frac{V_2^- - \tilde{V}}{R_6} = 0 & \text{Ecuación Nodo } \tilde{V} \\ \frac{\tilde{V} - V_2^-}{R_6} + \frac{V_{Out,2} - V_2^-}{R_7} = 0 & \text{Ecuación Nodo } V_2^- \\ V_{Out,2} = V_B = 0 & \text{Tierra Virtual} \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se tiene que

$$V_{A,Real,U4Ideal} = \frac{A \cdot [(R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7) \cdot V_1 - (R_3 \cdot R_6 + R_3 \cdot R_7) \cdot V_2]}{R_7 \cdot (R_3 + R_4 + A \cdot R_4)}$$

Con lo que, análogamente con lo analizado anteriormente

$$G_{C,A,Real,U4Ideal} = \frac{A \cdot [R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6]}{R_7 \cdot (R_3 + R_4 + A \cdot R_4)} \Rightarrow \Delta V_{AB,C,Real,U4Ideal} = G_{C,A,Real,U4Ideal} \cdot V_C$$

$$G_{D,A,Real,U4Ideal} = \frac{A \cdot [2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6]}{2 \cdot R_7 \cdot (R_3 + R_4 + A \cdot R_4)} \Rightarrow \Delta V_{AB,D,Real,U4Ideal} = G_{D,A,Real,U4Ideal} \cdot V_D$$

Finalmente, considerando polo dominante

$$G_{C,A,Real,PD,U4Ideal} = \frac{A_0 \cdot [R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6]}{R_7 \cdot \left( \frac{s}{\omega_P} (R_3 + R_4) + R_3 + R_4 \cdot (A_0 + 1) \right)} \quad (22)$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB,C,Real,PD,U3Ideal} = G_{C,A,Real,PD,U4Ideal} \cdot V_C$$

$$G_{D,A,Real,PD,U4Ideal} = \frac{A_0 \cdot [2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6]}{2 \cdot R_7 \cdot \left( \frac{s}{\omega_P} (R_3 + R_4) + R_3 + R_4 \cdot (A_0 + 1) \right)} \quad (23)$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB,D,Real,PD,U3Ideal} = G_{D,A,Real,PD,U4Ideal} \cdot V_C$$

### 1.1.3. Unión de resultados, elección de componentes y obtención de ganancia del sistema

Se procederá a obtener las expresiones finales del circuito.

Considerando el caso ideal, según las Ecuaciones (3), (18) y (19) se tiene que

$$G_{C,Ideal} = \frac{V_{Out,Ideal}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\gamma - \phi}{\eta} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6}{R_4 \cdot R_7} \quad (24)$$

$$G_{D,Ideal} = \frac{V_{Out,Ideal}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(\gamma + \phi)}{2 \cdot \eta} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6}{2 \cdot R_4 \cdot R_7} \quad (25)$$

Si se considera que los OpAmps son reales, según las Ecuaciones (1), (16) y (17) se tiene que

$$G_{C,Real} = \frac{V_{Out,Real}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot A}{R_1 \cdot A + R_2} \cdot \frac{A^2 \cdot (\beta + v - \theta - \lambda) + A^3 \cdot (\gamma - \phi)}{\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta} \quad (26)$$

$$G_{D,Real} = \frac{V_{Out,Real}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot A}{R_1 \cdot A + R_2} \cdot \frac{A^2 \cdot (\beta + v - \theta - \lambda) + A^3 \cdot (\gamma - \phi)}{2 \cdot (\alpha + A \cdot \epsilon + A^2 \cdot \zeta + A^3 \cdot \eta)} \quad (27)$$

Si se consideran los polos dominantes, según las Ecuaciones (4), (20) y (21) se tiene que

$$G_{C,Real,PD} = \frac{V_{Out,Real,PD}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P}{R_2 \cdot s + R_2 \cdot \omega_P + A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P} \cdot \frac{A_0^3 \cdot \omega_P^3 \cdot (\gamma - \phi) + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot (\beta + v - \lambda - \theta) \cdot (s + \omega_P)}{\alpha \cdot (s + \omega_P)^3 + A_0^3 \cdot \eta \cdot \omega_P^3 + A_0 \cdot \epsilon \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot \zeta \cdot (s + \omega_P)} \quad (28)$$

$$G_{D,Real,PD} = \frac{V_{Out,Real,PD}}{\Delta V_{AB}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P}{R_2 \cdot (s + \omega_P) + A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P} \cdot \frac{A_0^3 \cdot \omega_P^3 \cdot (\gamma + \phi) + 2 \cdot A_0 \cdot \alpha \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot (\beta + v + \lambda + \theta) \cdot (s + \omega_P)}{2 \cdot (\alpha \cdot (s + \omega_P)^3 + A_0^3 \cdot \eta \cdot \omega_P^3 + A_0 \cdot \epsilon \cdot \omega_P \cdot (s + \omega_P)^2 + A_0^2 \cdot \omega_P^2 \cdot \zeta \cdot (s + \omega_P))} \quad (29)$$

Estas últimas expresiones serán las utilizadas para obtener la respuesta en frecuencia del dispositivo. Notar que, siendo todos los coeficientes del denominador positivos, siguiendo la regla de los signos de Descartes las raíces son negativas, por lo que el sistema es, en principio, BIBO-Estable.

Considerando el caso en el que el OpAmp U4 es ideal, y se considera polo dominante, según las Ecuaciones (4), (22) y (23) se tiene que

$$G_{C,Real,PD,U4Ideal} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P}{R_2 \cdot (s + \omega_P) + A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P} \cdot \frac{A_0 \cdot [R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6]}{R_7 \cdot \left( \frac{s}{\omega_P} (R_3 + R_4) + R_3 + R_4 \cdot (A_0 + 1) \right)} \quad (30)$$

$$G_{D,Real,PD,U4Ideal} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P}{R_2 \cdot (s + \omega_P) + A_0 \cdot R_1 \cdot \omega_P} \cdot \frac{A_0 \cdot [2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6]}{2 \cdot R_7 \cdot \left( \frac{s}{\omega_P} (R_3 + R_4) + R_3 + R_4 \cdot (A_0 + 1) \right)} \quad (31)$$

Para los 4 OpAmps, se utilizará el integrado TL084. Las razones en la elección de este integrado son las siguientes:

- Este integrado tiene 4 canales, es decir, tiene 4 OpAmps integrados, lo que minimiza la cantidad de integrados a utilizar y, al estar estos OpAmps en un mismo integrado, sus valores son altamente similares, lo que refuerza la validez de la hipótesis utilizada de que todos los OpAmps tienen la misma ganancia ( $A_0 = 200K$  típico), así como también tendrán valores de polo dominante altamente similares ( $GBP = 3MHz$ , por lo que  $f_P = \omega_P / (2 \cdot \pi) = 15Hz$ ).
- La impedancia de entrada de estos integrados es alta (JFET-input Operational Amplifiers), del orden de los  $T\Omega$ , reforzando la validez de la aproximación de impedancia de entrada infinita
- El valor de Slew Rate de estos integrados es alto ( $13V/\mu s$  típico,  $8V/\mu s$  mínimo), lo que evitará problemas al tener que medir la respuesta en frecuencia del circuito. Recordar que se trabaja con señales pequeñas, y tener que disminuir aun más la amplitud de excitación por el Slew Rate puede complicar el proceso de medición.

Adicionalmente, siguiendo las recomendaciones del fabricante, se decidió implementar capacitores de desacople entre  $+V_{CC}$  y  $Gnd$ , y  $-V_{CC}$  y  $Gnd$ . Citando el datasheet: "Place 0.1- $\mu$ F bypass capacitors close to the power-supply pins to reduce errors coupling in from noisy or high impedance power supplies."

Para determinar valores para los resistores con el objetivo de obtener una cierta ganancia diferencial y una ganancia común nula, se utilizan resultados obtenidos considerando los componentes como ideales. A partir de las ecuaciones (14) y (15) se tiene que se deben cumplir las siguientes condiciones

$$G_{D,Ideal} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6}{2 \cdot R_4 \cdot R_7} \quad (32)$$

$$R_4 \cdot R_7 = R_3 \cdot R_6 \quad (33)$$

Véase que la condición dada por la Ecuación (33) implica que  $\gamma = \phi$  y  $\beta + v = \lambda + \theta$ , por lo que, de acuerdo a la Ecuación (20) la ganancia común real con polo dominante teórica también sería nula, por lo que, en cualquiera de los regímenes estudiados, se cumple, teóricamente, que

$$CMRR_{Teórico} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{G_D}{G_C} \right) = \left[ \frac{2 \cdot R_3 \cdot R_7 + R_4 \cdot R_7 + R_3 \cdot R_6}{2 \cdot (R_4 \cdot R_7 - R_3 \cdot R_6)} \right]_{dB} \rightarrow \infty$$

Entonces, considerando las restricciones obtenidas en las Ecuaciones (2) y (11) para que la aproximación de ganancia infinita sea válida, y con el objetivo de lograr una ganancia de  $|G_{D,Ideal}| = 130$  veces, se determinaron los siguientes valores, cumpliendo con las ecuaciones anteriores

$$\begin{cases} R_3 = R_7 = 2,4K\Omega \\ R_4 = R_6 = 1,5K\Omega \\ R_2 = 10K\Omega \\ R_1 = 200\Omega \end{cases}$$

Se optó por utilizar resistencias del orden de los  $K\Omega$ , debido a que valores más pequeños, por ej  $\sim 100\Omega$ , son comparables con la impedancia de salida de los operacionales, invalidando la aproximación de que la impedancia de salida de estos operacionales es nula. De utilizar valores más altos, como por ej  $\sim 100K\Omega \sim M\Omega$ , estos resistores introducirán ruido térmico al circuito, e introducirán ruido de línea, debido a que si se modela el ruido con su circuito equivalente de Thevenin, se tiene que ingresa al circuito a través de una fuente y una impedancia de alto valor, y si los resistores utilizados son de valores muy altos, se formará un divisor resistivo con la impedancia de Thevenin del ruido, afectando el circuito, cuyo objetivo es justamente atenuar el ruido de línea.

Queda pendiente asignar valores para los resistores  $R_5$ ,  $R_8$  y  $R_9$ , siendo que la única condición que se determinó que estos valores deben cumplir es que el  $R_5$  debe ser de un orden de magnitud similar al de  $R_k$ ,  $k \in [3, 7]$ , según la Ecuación (11).

En cuanto a los resistores  $R_8$  y  $R_9$ , no se les determinó una función, ya que por dichos resistores la corriente que circula es despreciable, por lo que no son utilizados para regular corriente. Tanto en el análisis real, ideal y real con polo dominante no se pudo determinar la función de estos componentes, por lo que se tomarán los valores  $R_8 = R_9 = 0\Omega$ , y se implementará el PCB dejando abierta la posibilidad de incorporar estos resistores.

En cuanto al valor de  $R_5$ , se hace necesario hacer un análisis de condiciones de estabilidad del circuito, que no aparecieron en el análisis teórico realizado. En la Figura 1, se puede observar que el resistor  $R_5$  forma parte de un lazo de realimentación, y se determinó que existen valores de  $R_5$  que generan que el circuito no sea estable, esto es, valores que provocan que la realimentación de U4 sea positiva, generando oscilaciones en la salida del circuito. Utilizando las simulaciones, se observa que un valor de  $R_5 = 2K\Omega$  permite que el circuito sea estable, mientras que, por ejemplo, un valor de  $R_5 = 200\Omega$  provocaría que el circuito sea inestable, según se ve en la Figura

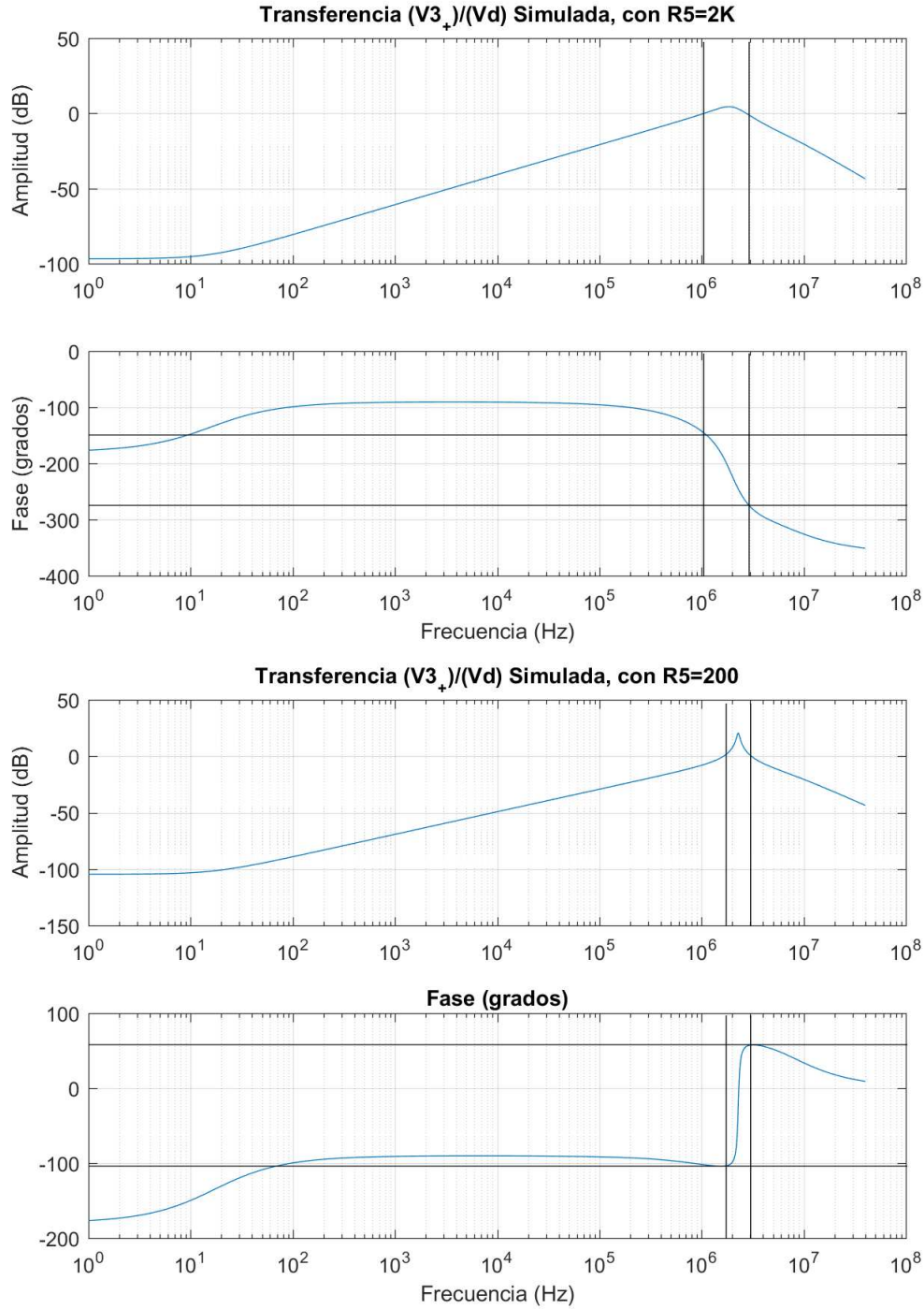


Figura 3: Simulaciones de Transferencia  $V_3^+/V_D$ , con  $R_5 = 2K\Omega$  y  $R_5 = 200\Omega$

Notar que la realimentación del OpAmp U4 se realiza a través del terminal no inversor, por lo que para que el circuito sea estable, la fase no debe superar  $0^\circ$  o caer por debajo de  $-360^\circ$  y, de hacerlo, la ganancia tiene que ser menor que  $0dB$ , para que esta realimentación positiva sea atenuada.

Según los gráficos presentados, utilizando un resistor de  $2K\Omega$ , cuando la transferencia supera  $0dB$  la fase se mantiene en un entorno que permite que el sistema sea estable. En cambio, utilizando un resistor de  $200\Omega$ , se observa que cuando la transferencia supera  $0dB$  la fase supera  $0^\circ$ , lo que produce que el sistema sea inestable y oscile, con una oscilación de frecuencia en el orden de los  $MHz$ .

También se buscó determinar si este resistor también cumplía la función de limitar corriente para no superar la corriente nominal que el OpAmp U4 puede entregar, pero al realizar el análisis correspondiente, se llegó a que,

considerando las operaciones ideales, la corriente que circula por  $R_5$  es independiente de  $R_5$  y, omitiendo los cálculos intermedios, está dada por la siguiente Ecuación

$$I_{R_5} = \frac{(R_4 + R_6 + R_7) \cdot V_2 - R_7 \cdot V_1}{R_4 \cdot R_7} \quad (34)$$

## 1.2. Análisis de sensibilidad - Tolerancia de componentes

Siendo el circuito a implementar un dispositivo de precisión, resulta necesario realizar un análisis sobre el impacto que la tolerancia de los componentes utilizados tiene sobre el comportamiento del circuito. Con este fin, se calcula la sensibilidad de la Ganancia diferencial y la Ganancia Común. Para esto, se utilizan las siguientes ecuaciones

$$\begin{cases} S_x^y = \frac{\delta y}{\delta x} \Big|_{x=x_0} \cdot \frac{x_0}{y_0} & \text{Sensibilidad Relativa} \\ S_x^y = \frac{\delta y}{\delta x} \Big|_{x=x_0} \cdot x_0 & \text{Sensibilidad Absoluta} \end{cases}$$

Aplicando estas ecuaciones a la Ganancia Diferencial y Ganancia Común, se tienen los resultados dados por la Tabla 1.2

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_6$	$R_7$
$S_R^{G_D}$	1	-1	-0.81	0.81	-0.19	0.19
$\widehat{S_R^{G_D}}$	130	-130	-105	105	-25	25
$\widehat{S_R^{G_C}}$	0	0	50	-50	50	-50

Cuadro 1: Sensibilidades asociadas a los componentes

Considerando resistores al 1 % se tienen los resultados dados por la Tabla

	1 %( $R_1$ )	1 %( $R_2$ )	1 %( $R_3$ )	1 %( $R_4$ )	1 %( $R_6$ )	1 %( $R_7$ )
$S_R^{G_D} \cdot \% (R) \rightarrow \% G_D$	1 %	-1 %	-0,81 %	0,81 %	-0,19 %	-0,19 %
$\widehat{S_R^{G_D}} \cdot \% (R) \rightarrow \Delta G_D$	1,3	-1,3	-1,05	1,05	-0,25	0,25
$\widehat{S_R^{G_C}} \rightarrow \Delta G_C$	0	0	0,5	-0,5	0,5	-0,5

Cuadro 2: Impacto de sensibilidad de los componentes sobre comportamiento del circuito

Estos resultados indican que, con los niveles de tolerancia utilizados, las variaciones relativas en la ganancia diferencial son pequeñas, pero hay que considerar que la ganancia en modo común puede aumentar su valor hasta aproximadamente  $G_C = 0,5$ . Con este resultado, la señal común sigue siendo atenuada, mientras que la señal diferencial es fuertemente amplificada. Pero, debido a la relación entre la señal común y la señal diferencial (en las aplicaciones de este circuito, la señal común es mayor que la señal diferencial), esto puede traer inconvenientes al implementar el circuito. Recordar que las sensibilidades sirven como aproximación a los efectos que las tolerancias pueden tener sobre el circuito.

## 1.3. Modificaciones implementadas para obtener tensión de salida montada sobre un nivel de DC

Para montar la tensión de salida sobre un nivel de DC, se propone el siguiente cambio a la parte 1 del circuito:

Siendo que la salida del circuito es una tensión que está referida a tierra, si se cambia la conexión a tierra en la entrada inversora de U4 por una tensión  $V_{Offset}$ , como la diferencia entre las entradas del circuito no se ven afectadas por este cambio (las tensiones de entrada con referencia a tierra son, lógicamente, independientes de la configuración del circuito), y como ésta es la única conexión directa a tierra del circuito, el efecto neto de esta tensión es que la tensión de salida del circuito se verá incrementada en un valor  $V_{Offset}$ .

Considerando esto, se propone agregar un trimmer de  $10K\Omega$ , conectando sus extremos a  $+V_{CC}$  y  $-V_{CC}$ , y el cursor del preset en la entrada inversora de U4, para que este funcione de divisor resistivo, y se puedan lograr Offset positivos y negativos.

Notar que el rango  $+V_{CC}$  a  $-V_{CC}$  es muy amplio, ya que permite configuraciones en las cuales el sistema funciona en saturación, pero esto no se considera un problema ya que este valor es configurable.



Este cambio se ilustra en la Figura 1.3.

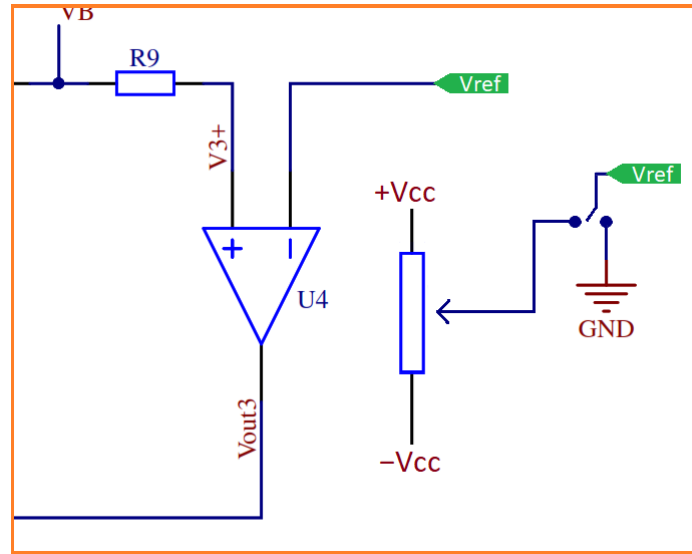


Figura 4: Cambios a implementar sobre el circuito para permitir montar la señal de salida sobre un nivel de DC

#### 1.4. Diseño final del circuito

Finalmente, se optó por implementar el circuito siguiendo el esquema dado por la Figura 1.4

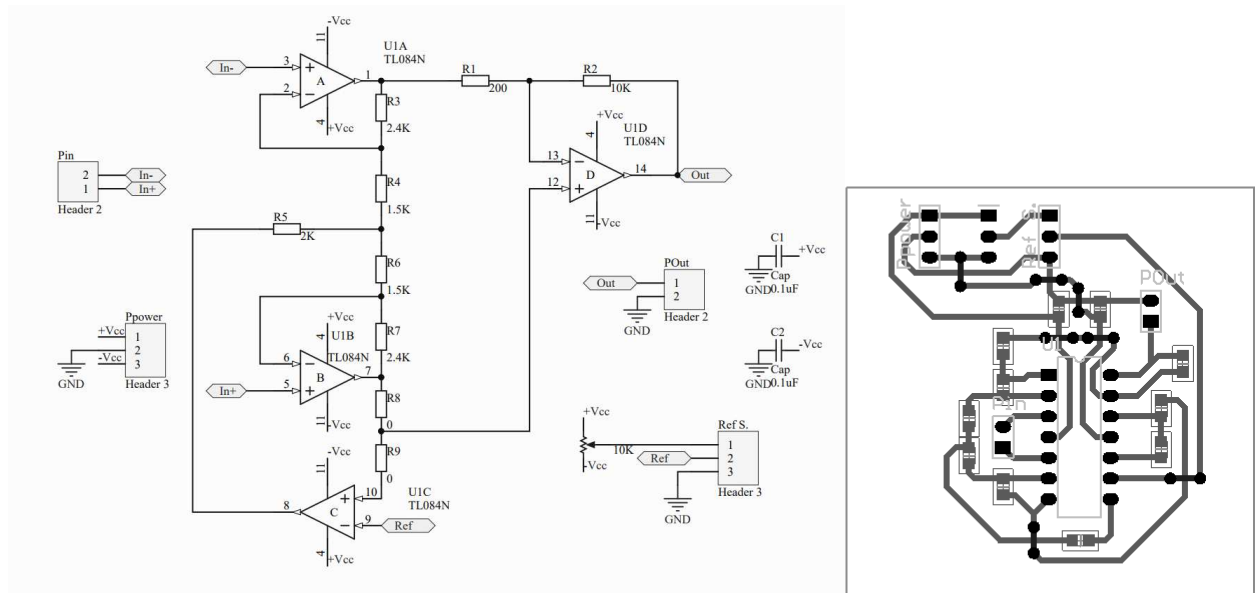


Figura 5: Esquemático final del circuito a implementar, y PCB diseñado

#### 1.5. Respuesta en Frecuencia, simulaciones y mediciones

Antes de realizar las mediciones, se graficó la respuesta en frecuencia obtenida analíticamente, según las Ecuaciones (29) y (31), y se realizaron simulaciones de Montecarlo para determinar cómo puede afectar la tolerancia de los componentes a la respuesta en frecuencia. Luego, se realizó la medición de la respuesta en frecuencia del sistema, tanto en modo diferencial como común, y se superpusieron los resultados obtenidos con los resultados analíticos y las simulaciones realizadas. Notar que las ganancias en modo común, según las Ecuaciones (28), (30) y los valores determinados para las resistencias, valen cero, por lo que no se realiza una superposición con los resultados analíticos

en estos casos. Los modelos con los 4 operacionales reales y con los 3 operacionales reales serán denominados Modelo 1 y Modelo 2 respectivamente. Los resultados obtenidos se pueden observar en las Figuras 1.5, 1.5, 1.5 y 1.5.

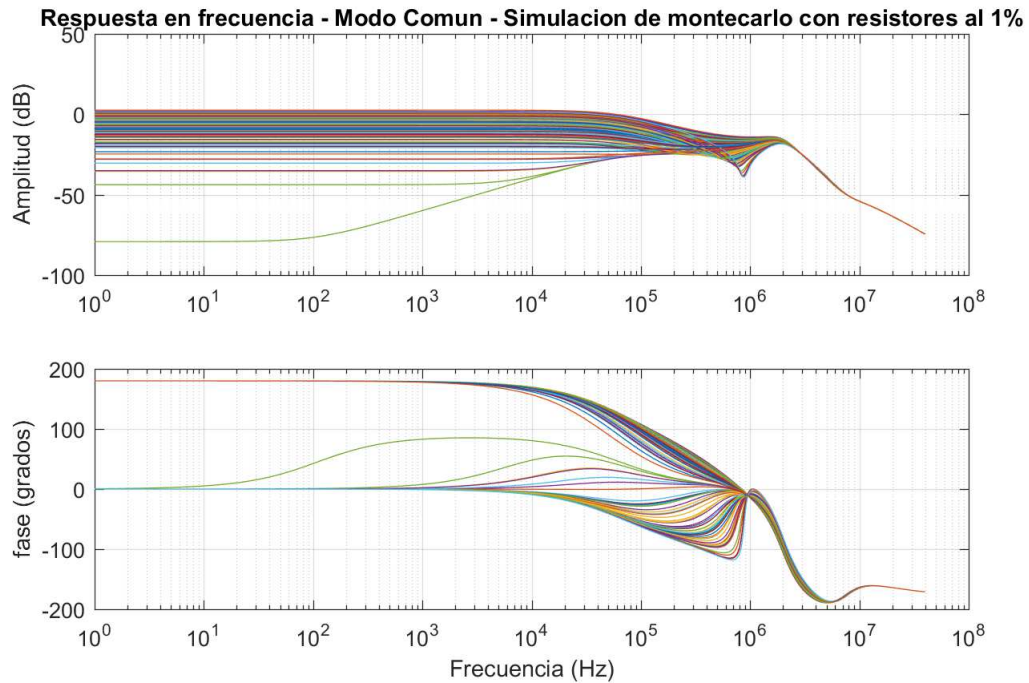


Figura 6: Análisis de Montecarlo de Ganancia en Modo Común, con resistores al 1 %

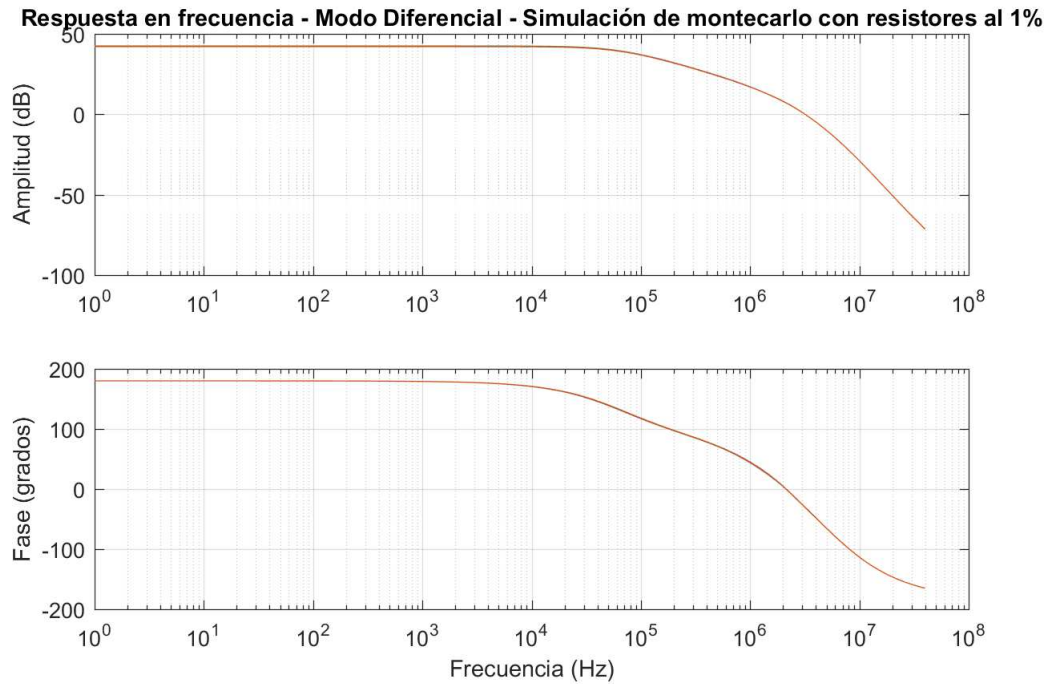


Figura 7: Análisis de Montecarlo de Ganancia en Modo Diferencial, con resistores al 1 %

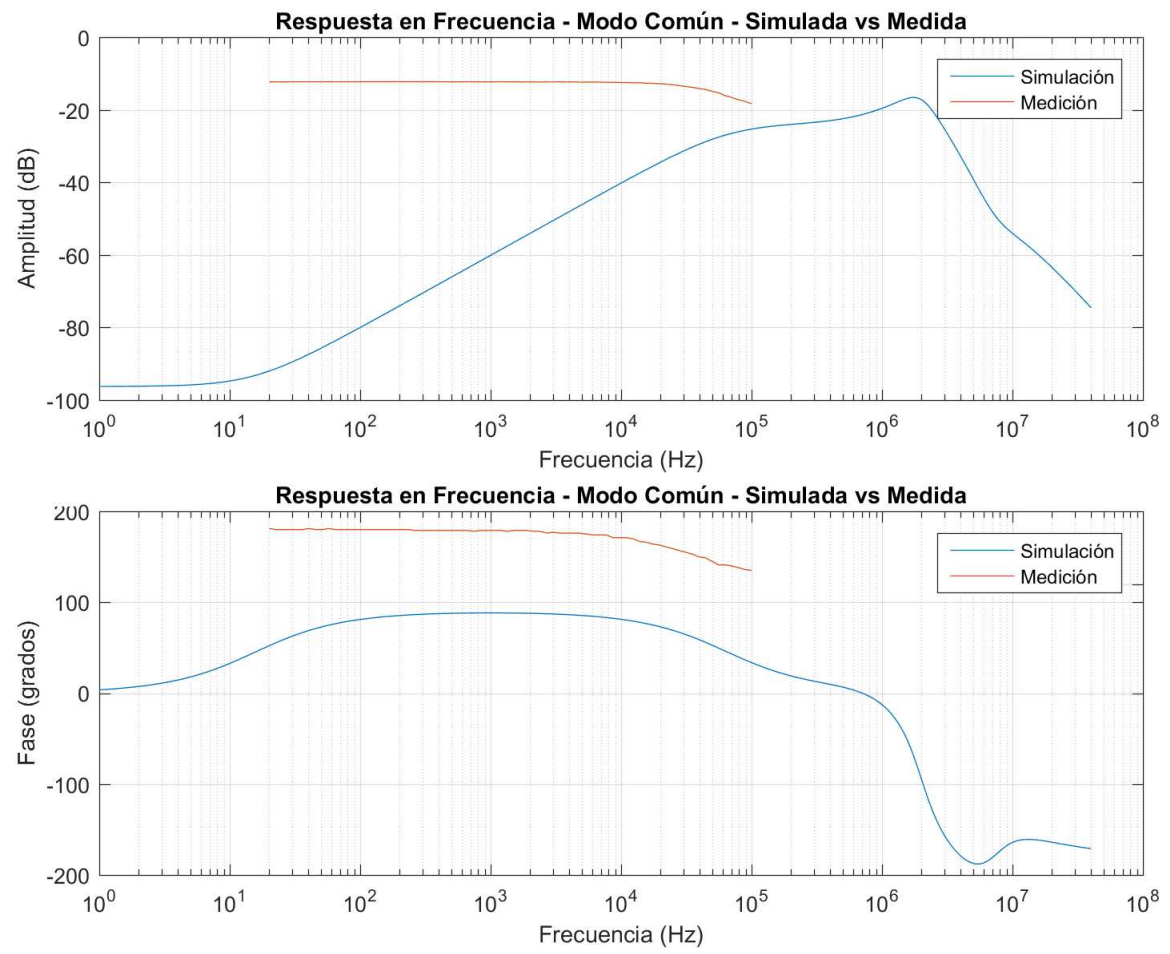


Figura 8: Respuesta en Frecuencia - Modo Común - Simulada vs Medida

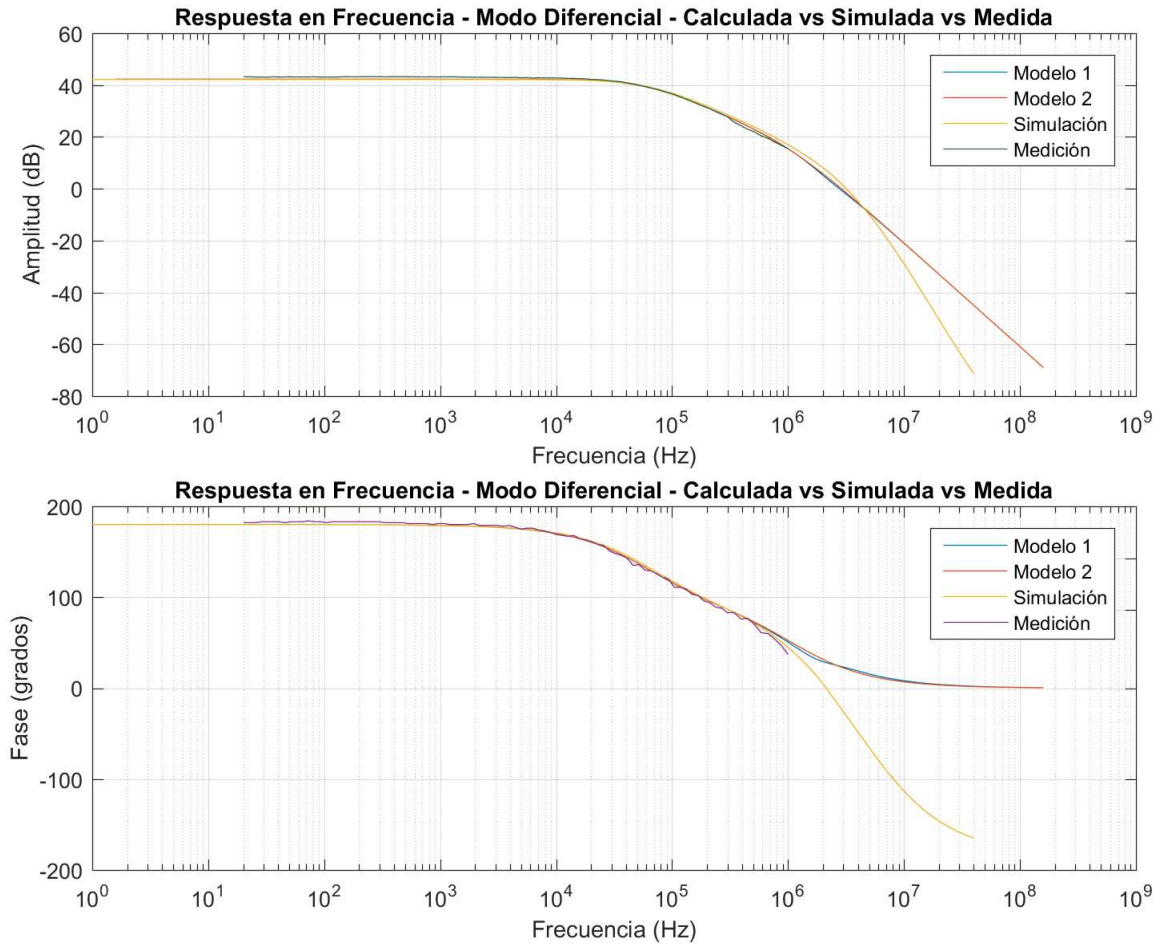


Figura 9: Respuesta en Frecuencia - Modo Diferencial - Calculada vs Simulada vs Medida

Figura 10:

Se puede observar que, en el caso del modo diferencial, los resultados analíticos y las simulaciones se ajustan a los datos medidos. Sin embargo, en el modo común, hay una gran diferencia entre los datos medidos y los datos simulados (y también, con los calculados, ya que la ganancia común teórica es 0). Estas diferencias se deben a las tolerancias de los componentes, según se puede apreciar en el Montecarlo realizado, ya que las mediciones siguen la forma de algunas de las curvas del Montecarlo.

Cabe notar que, según el Montecarlo realizado, se podría haber obtenido ganancias mayores de 0dB con los valores de resistencia utilizados, por lo que el ruido, en vez de ser amortiguado, sería amplificado. Este no fue el caso de esta implementación en particular.

También es importante mencionar que al medir el circuito sin entrada, la tensión de salida no resultó 0, sino una tensión de alrededor de 24mV. Esta desviación se adjudicó a las tensiones de offset de los operacionales. Notar que la tensión de offset típica es de 3mV, y teniendo varios amplificadores, estas tensiones pueden tener distinto signo en cada uno de estos, y la combinación dar como resultado esta diferencia de tensión a la salida. Para obtener las mediciones realizadas, se utilizó el preset implementado para montar la señal sobre un nivel de DC para calibrar el dispositivo.

Notar que, a altas frecuencias, los modelos matemáticos difieren de la simulación y de la medición (sin embargo, la medición sigue la tendencia de la simulación). Esto se debe a capacidades parásitas dentro de los OpAmps, que agregan polos en el sistema que no fueron considerados en el análisis matemático, así como también a las impedancias de entrada y salida, que fueron consideradas ideales en el desarrollo matemático.

Excitando el circuito con una sinusoidal de  $f = 10\text{Hz}$  de amplitud promedio de  $20\text{mV}_{PP}$ , se determinó que la salida resultó ser de  $2,59\text{V}_{PP}$ , lo que implica una ganancia en modo diferencial de 129,5 veces, es decir, un error de

aproximadamente 4 % (tener en cuenta que se trabajó con una precisión de 2 dígitos, y el resultado teórico es de  $2,60V_{PP}$ ). Habiendo determinado que la ganancia en modo común medida a bajas frecuencias es de 0,2426, se tiene que el  $CMRR_{Medido} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{129,5}{0,2426} \right) = 54,55dB$ .

Véase que ambos modelos matemáticos utilizados se ajustan adecuadamente a los datos medidos, y la diferencia entre ellos es mínima, por lo que se puede utilizar el Modelo 2, que tiene menos complejidad matemática, para analizar el circuito.

Nota: Según la transferencia obtenida, se puede observar que es más práctico utilizar el circuito invirtiendo las entradas, para que a bajas frecuencias se conserve la fase de la entrada. A pesar de esto, las mediciones fueron realizadas sin invertir las entradas, para ser coherente con el análisis matemático previamente realizado.

## 1.6. Generación de señales compuestas utilizando un Puente de Wheatstone

Un Puente de Wheatstone es un circuito resistivo que es empleado para medir el valor de una resistencia, con mucha precisión, y permitiendo realizar la medición del componente en las condiciones de trabajo. En este estudio, se analizará este Puente con el objetivo de obtener señales compuestas, es decir, un par de señales de la siguiente forma

$$\begin{cases} V_A = V_C + \frac{V_D}{2} \\ V_B = V_C - \frac{V_D}{2} \end{cases}$$

El circuito del puente de Wheatstone es mostrado en la Figura 1.6.

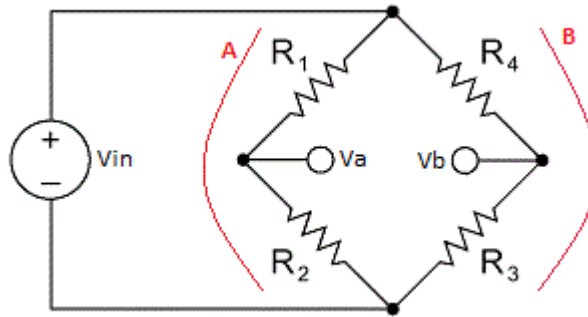


Figura 11: Puente de Wheatstone

Para obtener las tensiones  $V_A$  y  $V_B$ , se aplica divisor resistivo para las ramas A y B respectivamente

$$V_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{in} \quad (35)$$

$$V_B = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot V_{in} \quad (36)$$

Planteando entonces  $V_D = \frac{V_A - V_B}{2}$  se llega a lo siguiente

$$V_D = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \cdot \frac{V_{in}}{2} = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_3}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \cdot V_{in} \quad (37)$$

Para obtener  $V_C$ , se puede plantear que  $V_C = \frac{V_A + V_B}{2}$

$$V_C = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \cdot \frac{V_{in}}{2} = \frac{R_1 \cdot R_3 + 2 \cdot R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \cdot V_{in} \quad (38)$$

Entonces, se puede definir una transferencia o ganancia a la parte común o diferencial de la siguiente manera

$$H_D = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_3}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (39)$$

$$H_C = \frac{R_1 \cdot R_3 + 2 \cdot R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (40)$$

Fijando dos resistencias y variando otras dos, se puede variar la tensión común y diferencial del puente.

### 1.6.1. Análisis de sensibilidad

Se procede a calcular la sensibilidad del puente a los distintos valores de  $R$

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
$\widehat{S}_R^{H_D}$	$\frac{R_1 \cdot R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)^2}$	$-\frac{R_1 \cdot R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)^2}$	$\frac{R_3 \cdot R_4}{2 \cdot (R_3 + R_4)^2}$	$-\frac{R_3 \cdot R_4}{2 \cdot (R_3 + R_4)^2}$
$\widehat{S}_R^{H_C}$	$-\frac{R_1 \cdot R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)^2}$	$\frac{R_1 \cdot R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)^2}$	$\frac{R_3 \cdot R_4}{2 \cdot (R_3 + R_4)^2}$	$-\frac{R_3 \cdot R_4}{2 \cdot (R_3 + R_4)^2}$

Cuadro 3: Sensibilidades asociadas a los componentes

Según las sensibilidades calculadas, se puede observar que la sensibilidades absolutas de las resistencias de una rama a cualquiera de los parámetros obtenidos son iguales en modulo. Notar que la sensibilidad relativa de  $H_D$  (la sensibilidad absoluta dividido el valor del parámetro en estudio) se hace infinita en el punto de equilibrio del puente, esto es,  $R_2 \cdot R_4 = R_1 \cdot R_3$ . Esto es, la sensibilidad de  $H_D$  cuando se busca que no haya tensión diferencial.

### 1.7. Ejemplo de aplicación

Suponiendo que se busca que, dada una señal de entrada, el 0.5 sea transferida a la tensión común y el 0.2 a la tensión diferencial, se tiene entonces que

$$0,2 = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_3}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

$$0,5 = \frac{R_1 \cdot R_3 + 2 \cdot R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

Considerando que  $R_1$  y  $R_4$  son resistores fijos de  $1K\Omega$  y  $R_2$  y  $R_3$  presets de  $25K\Omega$ , se calculará cual es la resistencia que deberían tener los presets para cumplir las especificaciones. el sistema entonces quedará de la siguiente forma

$$0,5 = \frac{R_2 - R_3}{2 \cdot (1K\Omega + R_2) \cdot (1K\Omega + R_3)} \cdot 1K\Omega$$

$$0,2 = \frac{1K\Omega \cdot R_3 + 2 \cdot R_2 \cdot R_3 + 1K\Omega \cdot R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

Resolviendo el sistema y descartando los resultados sin significado físico se llega a que

$$\begin{cases} R_2 = 2,33K\Omega \\ R_3 = 428\Omega \end{cases}$$

Se realizó una simulación para ilustrar el funcionamiento del circuito (Figura 1.7).

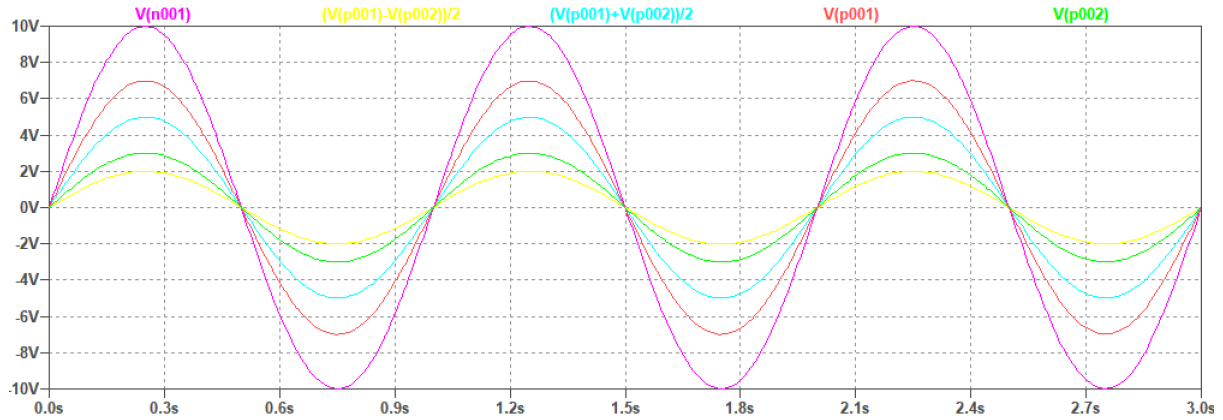


Figura 12: Simulación del Puente de Wheatstone, donde se pueden observar los valores de  $V_{in}$ ,  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y  $V_D$

### 1.8. Caso de señales no referidas a tierra

Si el circuito es excitado con una señal no referida a tierra, debido a que la tensión de la señal está flotando con respecto a la referencia del circuito, y que existe una diferencia de tensión entre el circuito y la señal de excitación, esta diferencia podrá tomar valores grandes, por lo que el circuito saturará en modo común (notar que, a pesar de que el valor teórico de la ganancia en modo común es 0, al implementar este circuito no se llega a conseguir esta condición ideal, por lo que habrá una cierta ganancia en modo común y esto, sumado al gran valor de la tensión común entre las entradas, provocará la saturación del dispositivo).

### 1.9. Efectos de no-idealidades y diferencias entre OpAmps

Basta ver ejemplos de dispositivos como el AD624, un Amplificador Instrumental Comercial, para notar que en la práctica es importante que las características de los OpAmps utilizados sean lo mas similares posibles, en particular los OpAmps utilizados en las entradas. Citando del Datasheet del AD624: "Monolithic construction and laser-wafer-trimming allow the tight matching and tracking of circuit components and the high level of performance that this circuit architecture is capable of.". De existir diferencias entre los Operacionales, el rechazo en modo común se ve seriamente afectado. También, las no idealidades afectan en el desempeño de este circuito. En la Figura 1.5, se puede observar que la simulación realizada con los valores calculados, utilizando un modelo del TL084, a pesar de haber sido realizado con los valores exactos necesarios para conseguir una ganancia común teórica nula, tiene una ganancia del orden de los  $-100dB$ . Este modelo considera algunas de las no-idealidades de los OpAmps, y es una clara muestra de como estas pueden afectar al circuito. Esta necesidad de que las no idealidades del circuito tengan el menor efecto negativo posible sobre el circuito, que las resistencias sean lo más precisas posibles y que los operacionales resulten ser lo más idénticos posibles se traducen en el costo relativamente alto de estos circuitos comerciales.