

Parte I

Filtro con GIC

1. Introducción

Un circuito GIC (generalized impedance converter) es un circuito RC activo diseñado para simular componentes que varían su comportamiento dependiendo de la frecuencia para usar, por ejemplo, en el diseño de filtros activos como es el caso del presente trabajo. Se presentará a continuación el análisis y la implementación de un filtro pasa banda activo, implementado un GIC simulando una inductancia. Se detallarán los cálculos que nos permiten obtener su transferencia, así como también se desarrollará el criterio para elegir los componentes que lo conforman, en función de una serie de condiciones preestablecidas.

2. Transferencia del Circuito

2.1. Impedancia equivalente y transferencia del GIC

La impedancia equivalente que se presenta entre los terminales del circuito esta descrita, en función de las impedancias que lo compongan, por la expresion 1

$$Z = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \quad (1)$$

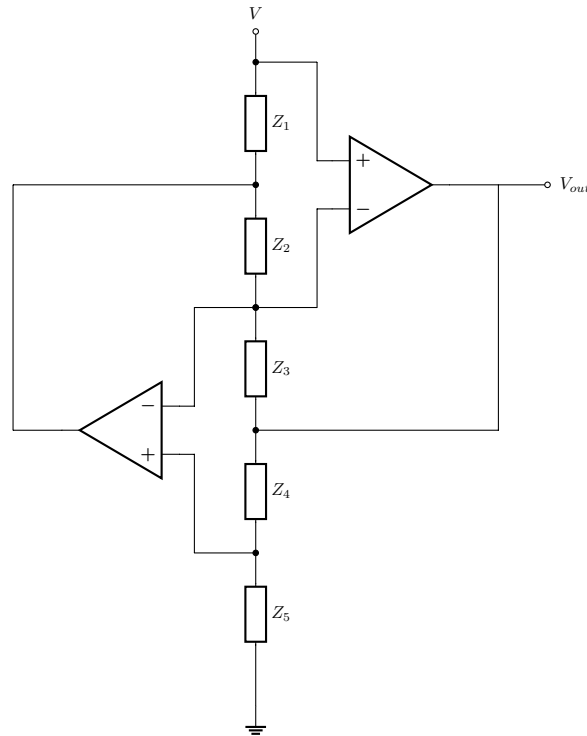


Figura 1: Circuito GIC genérico

La Figura 2 muestra el circuito GIC que se utilizó para simular una inductancia. Al evaluar los valores de los componentes del circuito de la Figura 2 en la Expresión 1, obtenemos la impedancia equivalente Z , y de esa forma podemos determinar el comportamiento del circuito.

$$Z = \frac{R_1 R_3 R_8}{R_4 \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_1 R_3 R_8 C_2 j\omega}{R_4}$$

Si llamamos

$$L_{GIC} = \frac{R_1 R_3 R_8 C_2}{R_4}$$

Podemos ver que la impedancia equivalente del circuito se comporta como una inductancia de valor L_{GIC} , y podemos definir

$$Z = L_{GIC} j\omega$$

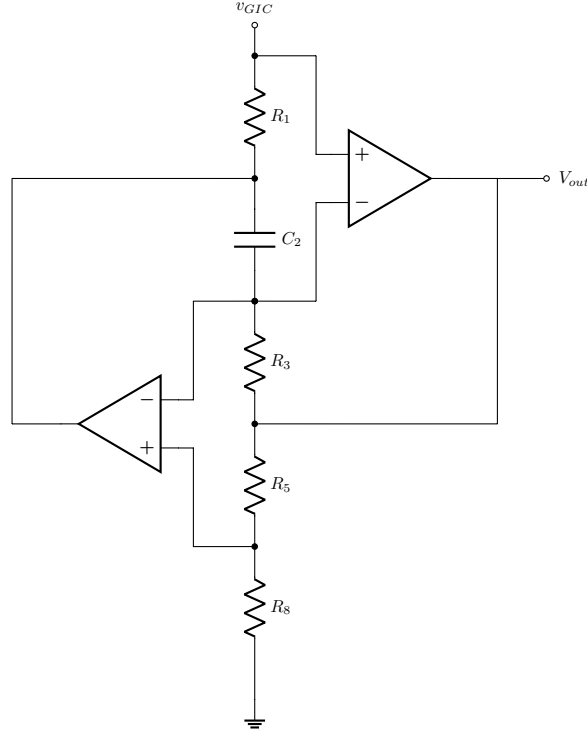


Figura 2: Circuito GIC utilizado

La transferencia del circuito de la Figura 2 está dada por la Expresión 2

$$\frac{V_{out}}{V_{GIC}} = \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \quad (2)$$

2.2. Transferencia del filtro

La Figura 3 muestra el filtro a implementar. Como se explicó anteriormente, el GIC se comporta como una inductancia de valor L_{GIC} . De esta forma, se puede hallar la transferencia desde v_{in} hacia el GIC (representado por el inductor en la Figura), y luego hallar la transferencia desde el GIC hacia V_{out}

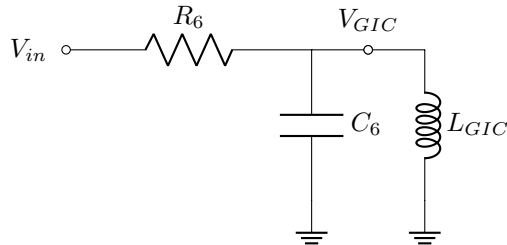


Figura 3: Filtro con inductancia equivalente

La transferencia de V_{in} a V_{GIC} esta dada por la Expresión 3.

$$\frac{V_{GIC}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_6 C_6} \$}{\$^2 + \frac{1}{R_6 C_6} \$ + \frac{1}{L_{GIC} C_6}} \quad (3)$$

Combinando las expresiones 2 y 3, se obtiene la Expresión , la cual expresa la tansferencia total del filtro.

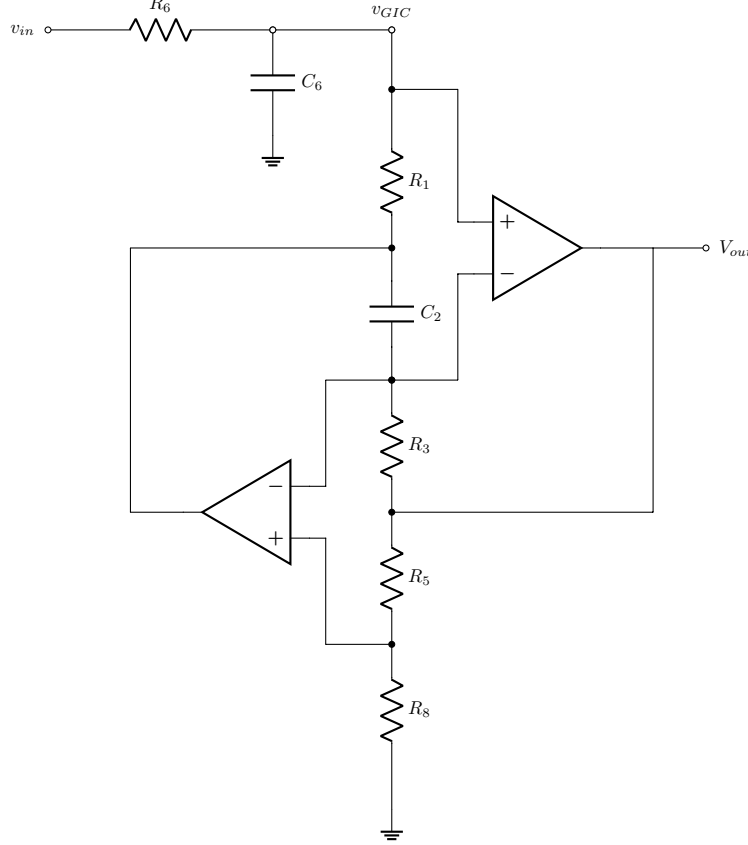


Figura 4: Circuito implementado completo

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \frac{\frac{1}{R_6 C_6} \$}{\$^2 + \frac{1}{R_6 C_6} \$ + \frac{1}{L_{GIC} C_6}} \quad (4)$$

La transferencia hallada se corresponde con la transferencia de un filtro pasa banda de segundo orden, cuya expresión general está dada por la Expresión 5. De esta forma, comparando las expresiones podemos determinar las magnitudes relevantes de la misma.

$$H(\$) = K \frac{\frac{\omega_0}{Q} \$}{\$^2 + \frac{\omega_0}{Q} \$ + \omega_0^2} \quad (5)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_{GIC} C_6}}$$

$$Q = R_6 \sqrt{\frac{C_6}{L_{GIC}}}$$

Se establecen las siguientes relaciones entre los componentes del circuito, de forma que se pueda expresar la transferencia del filtro en función de los componentes que lo conforman, a la que llamaremos a partir de ahora $H(\$)$

$$R_1 = R_3 = R_4 = R_8 = R$$

$$R_6 = QR$$

$$C_2 = C_6 = C$$

$$H(\$) = 2 \frac{\frac{1}{R_6 C} \$}{\$^2 + \frac{1}{R_6 C} \$ + \frac{1}{(RC)^2}}$$

2.2.1. Función de R_8

PREGUNTAR Y COMPLETAR

Cuando R_8 tiende a infinito, el circuito GIC queda flotante, es decir sin conexión a tierra, y de esta forma la impedancia es infinita, y se comporta como un circuito abierto. De esta forma, la transferencia total del filtro se reduce a la siguiente expresión

$$H(\$) = \frac{1}{1 + \frac{\$}{\omega_c}}$$

La cuál caracteriza un filtro pasa bajos con frecuencia de corte $\omega_c = \frac{1}{R_6 C_6}$

VER QUE ONDA CUANDO TIENDE A 0

2.3. Comportamiento de R_6

Si establecemos las siguientes relaciones entre los componentes del circuito, podemos analizar el comportamiento del mismo en función de la relación entre los valores de tres parámetros, R , C y Q

$$R_1 = R_3 = R_4 = R_8 = R$$

$$R_6 = QR$$

$$C_2 = C_6 = C$$

Al desarrollar la expresión de la transferencia reemplazando por los valores indicados, se obtiene la siguiente expresión, expresada en función de la frecuencia central del filtro $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$H(\$) = 2 \frac{\frac{\omega_0}{Q} \$}{\$^2 + \frac{\omega_0}{Q} \$ + \omega_0^2}$$

Y de esta forma se puede establecer una caracterización de los polos de la función transferencia en función de la relación entre R_6 y R , establecida por Q . Sean $\$_{1,2}$ los polos del sistema

$$\$_{1,2} = \frac{\omega_0}{2Q} \left(-1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2} \right) \quad (6)$$

De la Expresión 6 se determinan los tres casos particulares: dos polos reales distintos, dos polos complejos conjugados, un polo doble real. Las condiciones son, respectivamente:

$Q < 1/2,$	$R_6 < \frac{1}{2}R,$	2 polos reales
$Q > 1/2,$	$R_6 > \frac{1}{2}R,$	2 polos complejos conjugados
$Q = 1/2,$	$R_6 = \frac{1}{2}R,$	1 polo real doble

Las figuras 5, 6 y 7 muestran la distribución de los polos del circuito para los tres casos mencionados.

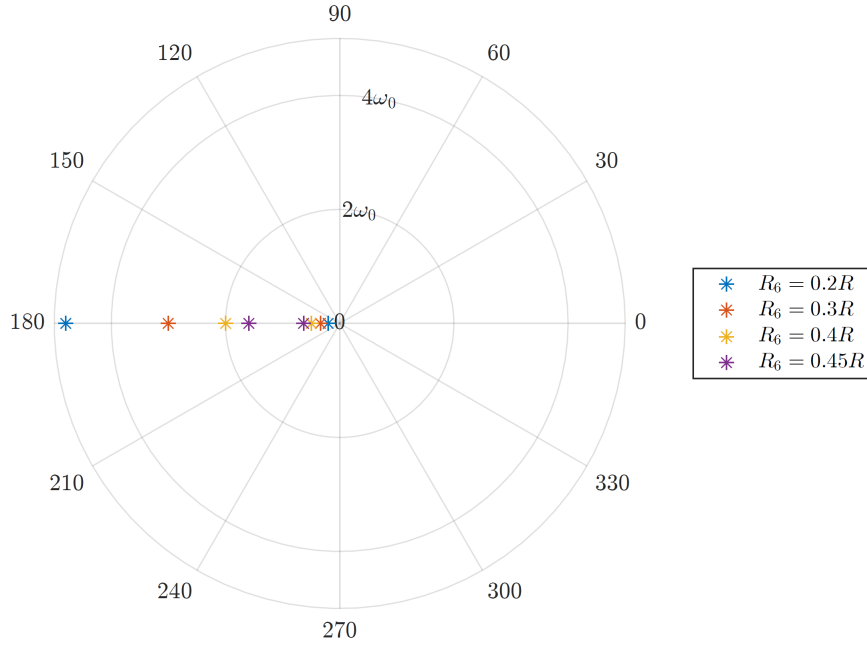


Figura 5: Distribución de polos. Dos polos reales

2.3.1. Singularidades $R_6 \rightarrow \infty$, $R_6 \rightarrow 0$

A partir de la Expresión 6, se tomó límite para los casos $R_6 \rightarrow \infty$, lo que implica $Q \rightarrow \infty$ y $R_6 \rightarrow 0$, que implica $Q \rightarrow 0$, por la relación $R_6 = QR$, dado que se asume R un valor fijo finito.

El caso singular $R_6 \rightarrow \infty$ genera una distribución de polos complejos conjugados ubicados sobre el eje imaginario y de magnitud ω_0 . $s_{1,2} = \pm j\omega_0$. Esta tendencia puede observarse en la Figura 6.

Por otro lado, al R_6 aproximarse a 0, la distribución de polos de la transferencia esta caracterizada por un par de polos ubicados en la semirecta real negativa, de forma que tienden a alejarse a medida que R_6 se hace mas pequeño, la tendencia se manifiesta en la Figura 5.

2.4. Análisis de sensibilidades

Se realizó un análisis de sensibilidades para determinar la variación de los distintos parámetros relevantes del circuito respecto a variaciones en los distintos componentes. El estudio de sensibilidades del circuito permite seleccionar los componentes de forma tal que las variaciones de estos tengan la mínima repercusión posible sobre los parámetros del circuito. Se realizaron análisis de sensibilidades de la frecuencia central dle filtro(ω_0), el factor de calidad(Q), y la transferencia en magnitud evaluada en la frecuencia central $\omega_0(H(j\omega_0))$. Se define la sensibilidad de y respecto de x como S_x^y , y se calcula como

$$S_x^y = \frac{\partial y}{\partial x} \frac{x}{y}$$

2.4.1. Sensibilidad de ω_0

La expresión de la frecuencia central ω_0 en función de los componentes del circuito se determinó en la Sección 2.2, y esta depende de los componentes R_1 , R_3 , R_4 , R_8 , C_6 y C_2 . Aplicando el cálculo de la sensibilidad, se obtuvo:

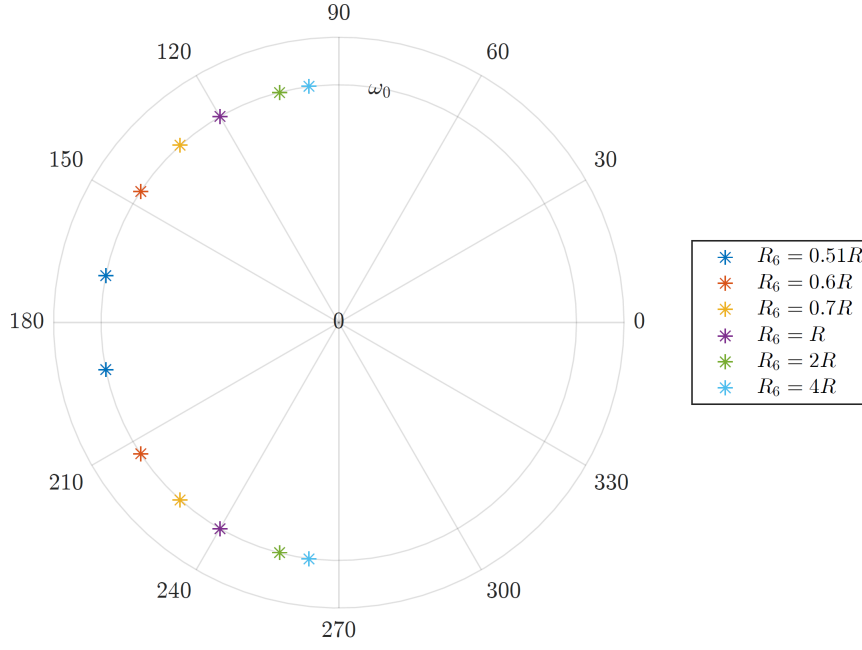


Figura 6: Distribución de polos. Polos complejos conjugados

$S_{R_1}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_1
$S_{R_3}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_3
$S_{R_4}^{\omega_0} = 1/2,$	Sensibilidad respecto de R_4
$S_{R_8}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_8
$S_{R_6}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_6
$S_{C_2}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de C_2
$S_{C_6}^{\omega_0} = -1/2,$	Sensibilidad respecto de C_6

2.4.2. Sensibilidad de Q

En la Sección 2.2 se determinó la expresión del factor de calidad Q del sistema, y a continuación se muestran los valores arrojados por el análisis de sensibilidades realizado sobre el mismo.

$S_{R_1}^Q = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_1
$S_{R_3}^Q = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_3
$S_{R_4}^Q = 1/2,$	Sensibilidad respecto de R_4
$S_{R_8}^Q = -1/2,$	Sensibilidad respecto de R_8
$S_{R_6}^Q = 1,$	Sensibilidad respecto de R_6
$S_{C_2}^Q = 1/2,$	Sensibilidad respecto de C_2
$S_{C_6}^Q = 1/2,$	Sensibilidad respecto de C_6

2.4.3. Sensibilidad de $|H(j\omega_0)|$

Al evaluar la Expresión 4 en $\omega = j\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_{GIC}C_6}}$, se obtiene:

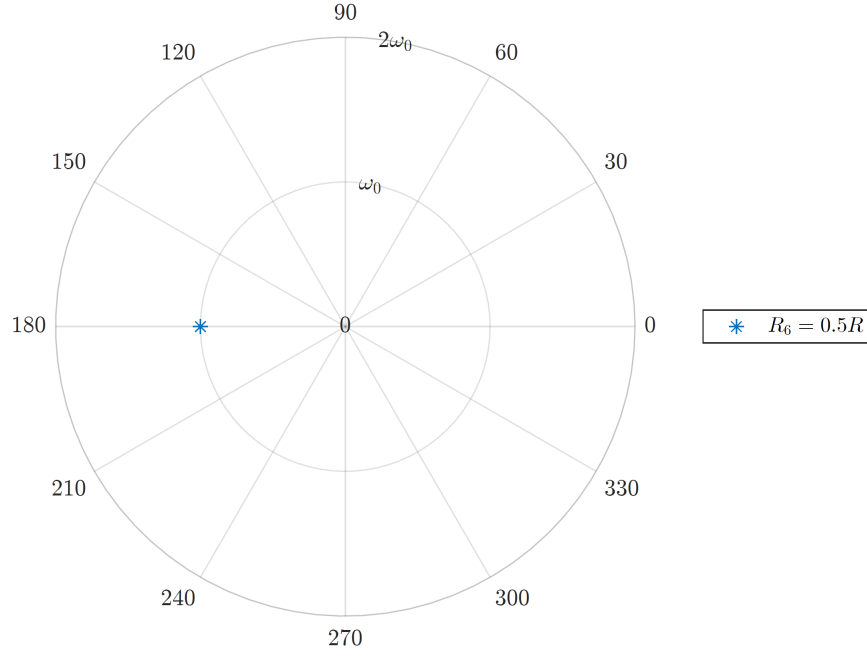


Figura 7: Distribución de polos. Polo real doble

$$|H(j\omega_0)| = \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right)$$

Al calcular las sensibilidades respecto de R_4 y R_8 , se obtuvo

$$S_{R_4}^{|H(j\omega_0)|} = \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right)$$

$$S_{R_8}^{|H(j\omega_0)|} = -\left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right)$$

Al imponer $R_4 = R_8 = R$, se simplifica y se obtiene

$$S_{R_4}^{|H(j\omega_0)|} = 2$$

$$S_{R_8}^{|H(j\omega_0)|} = -2$$

2.5. Selección de componentes

A partir del análisis de sensibilidades realizado en la sección anterior, es posible establecer un criterio para la elección de componentes. Si se observan los valores obtenidos para las sensibilidades de ω_0 , se puede determinar que todos los componentes afectan al parámetro en cuestión prácticamente en la misma proporción, por lo cual no es posible detectar un componente crítico a partir de estos resultados.

Al observar los resultados obtenidos para las sensibilidades del factor de calidad Q , se observa que variaciones en R_6 afectan en mayor proporción a Q que variaciones en los restantes componentes. De esta forma, idealmente, se debería seleccionar un componente para R_6 con la menor desviación posible del valor teórico calculado para obtener los resultados deseados. Sin embargo, esta dinámica implicaría implementar las resistencias R_1 , R_3 , R_4 y R_8 mediante una combinación de resistores de valores comerciales, lo cual aumentaría las desviaciones que estas aportan. Es por esto que se decidió implementar la resistencia más crítica (respecto al análisis de sensibilidades) mediante una combinación de resistores comerciales, y las resistencias que componen el GIC mediante un resistor comercial.

Se comienza por elegir un valor de R que corresponda a un valor comercial de resistores de tolerancia de 5 %, de forma que no requiera una combinación serie o paralelo implementarla. A partir del valor de R establecido, se determina el valor de R_6 . Luego, a partir del valor de la frecuencia central $\omega_0 = 13,000 \text{ rad/seg}$ se determina el valor de C .

En los casos en que el valor calculado no coincide con un valor comercial para el componente en cuestión, se decidió utilizar como máximo 2 componentes combinados en serie o paralelo para lograr el valor mas próximo posible al calculado posible.

Componente	Valor Calculado	Valor Utilizado
R_1	$3,3k\Omega$	$3k\Omega$
R_3	$3,3k\Omega$	$3k\Omega$
R_4	$3,3k\Omega$	$3k\Omega$
R_8	$3,3k\Omega$	$3k\Omega$
R_6	$13,2k\Omega$	$13,2k\Omega$
C_2	$23,31nF$	$23,48nF$
C_6	$23,31nF$	$23,48nF$

Cuadro 1: Valores de componentes calculados y utilizados

Los valores de componentes seleccionados producen un filtro pasa banda con frecuencia central $\omega_0 = 12906rad/seg$. Este valor representa un error porcentual del 7,24 % respecto de la frecuencia central buscada inicialmente.

2.6. Distribución de las singularidades

El análisis de sensibilidades determina que tanto varía el parámetro Q respecto a variaciones en los distintos componentes del sistema. Como muestra la Expresión 6 el tipo y la ubicación de los polos del sistema están ligados al valor de Q . De esta forma, conociendo la sensibilidad del parámetro en cuestión, y el valor de Q y del componente que impone la mayor sensibilidad, se puede determinar los valores máximos y mínimos de Q , y así determinar la ubicación de los polos en los casos extremos de mayor desviación del valor central.

$$Q_{max} = 4,4$$

$$Q_{min} = 3,6$$

La Figura 8 muestra la distribución de las singularidades de la transferencia respecto a las variaciones que pueda sufrir el parámetro Q , considerando un valor de $R_6 = 13,2k\Omega$ y un valor de $Q_{central} = 4$.

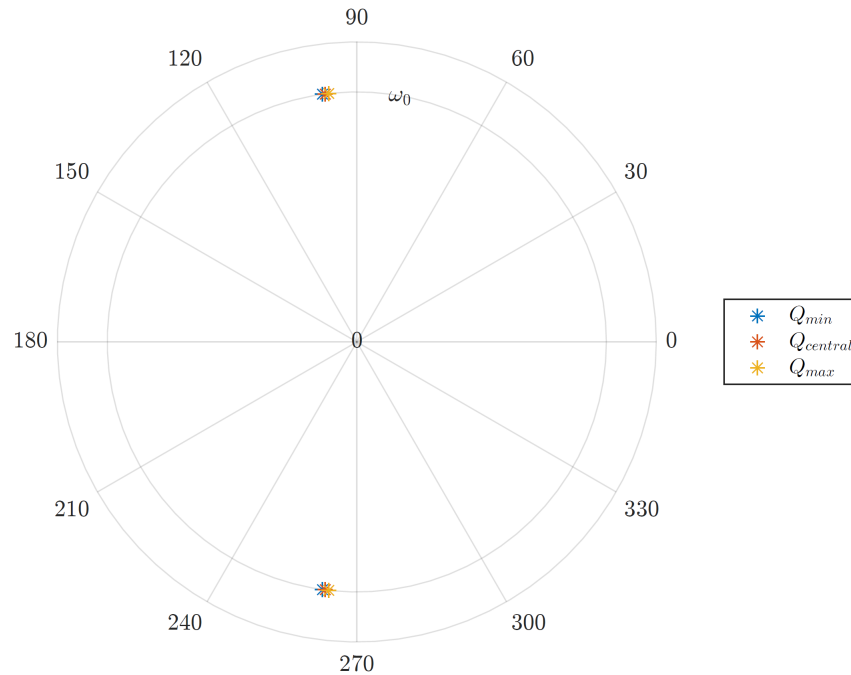


Figura 8: Dispersión de polos frente a variaciones de Q

2.7. Amplificadores operacionales compatibles

El proceso de selección de amplificadores operacionales adecuados contempla determinar tres ítem a destacar:

1. Alta impedancia de entrada
2. Evitar Slew Rate
3. Evitar saturación

Entre la amplia variedad de amplificadores operacionales disponibles en el mercado, se acotó el abanico de posibilidades a 3 integrados con características diferentes. Se realizó una preselección que incluyó los siguientes integrados: *LM741*, *TL082* y *LM833*.

Para cada uno de los amplificadores operacionales se confeccionó un gráfico con las curvas de tensión de entrada máximo en función de la frecuencia debido a la tensión de saturación (tomando como tensión de alimentación $\pm 15V$ para los 3 integrados) y debido al slew rate.

Las limitaciones que estos dos fenómenos pudieran imponer sobre el restante operacional que forma parte del GIC no fueron consideradas, ya que la salida de este tiene una transferencia dada por la Expresión 10. La transferencia en magnitud de este operacional se muestra en la Figura, y se puede observar que su ganancia máxima no supera los 0dB, por lo tanto el operacional que, a lo sumo, se verá limitado por los fenómenos mencionados, es aquel del cual se toma la salida del filtro.

$$\frac{v_{opamp2}}{v_{in}}(\omega) = \frac{-\omega}{R_6 R C^2 \omega^3 + R_6 C \omega^2 + \frac{R_6}{R} \omega} \quad (10)$$

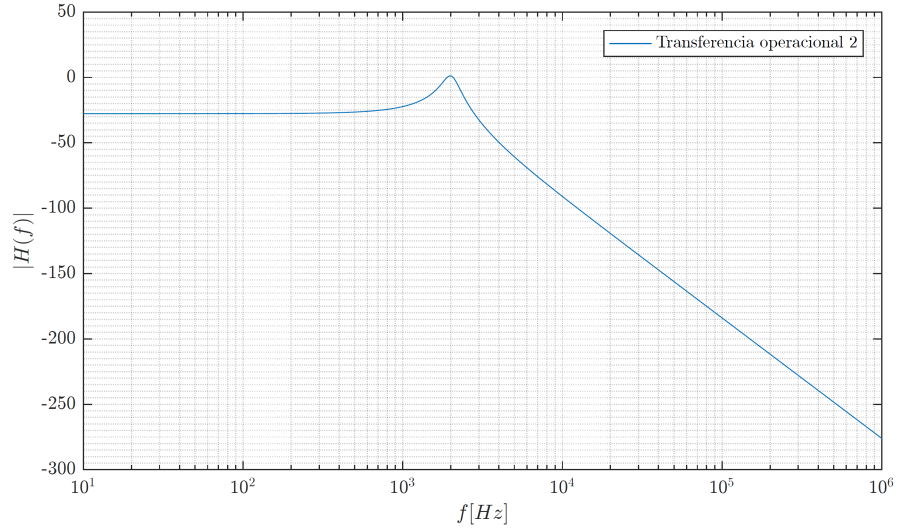


Figura 9: Transferencia en magnitud a la salida del segundo operacional del GIC

Las figuras muestran las curvas mencionadas para los operacionales TL082, LM833 y LM741 respectivamente.

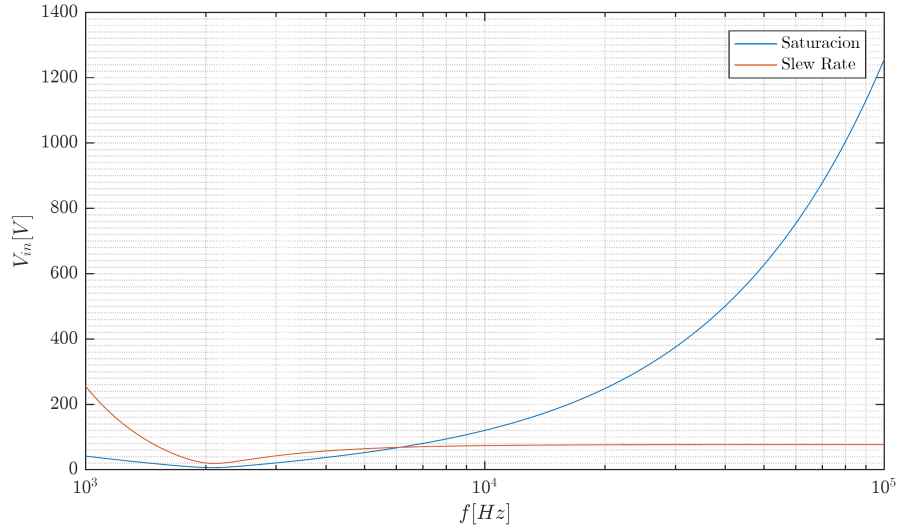


Figura 10: Maxima tensi3n de entrada por saturaci3n y slew rate para LM741

Se puede observar que en el caso del LM741, el slew rate impone un limite a la tensi3n de entrada inferior al limite por saturaci3n del operacional en un rango de frecuencias en el cual, si bien la atenuaci3n es muy grande, todavfa se encuentra relativamente no tan alejado de la frecuencia central. Por este motivo se decidi3 descartar en primer lugar al operacional LM741.

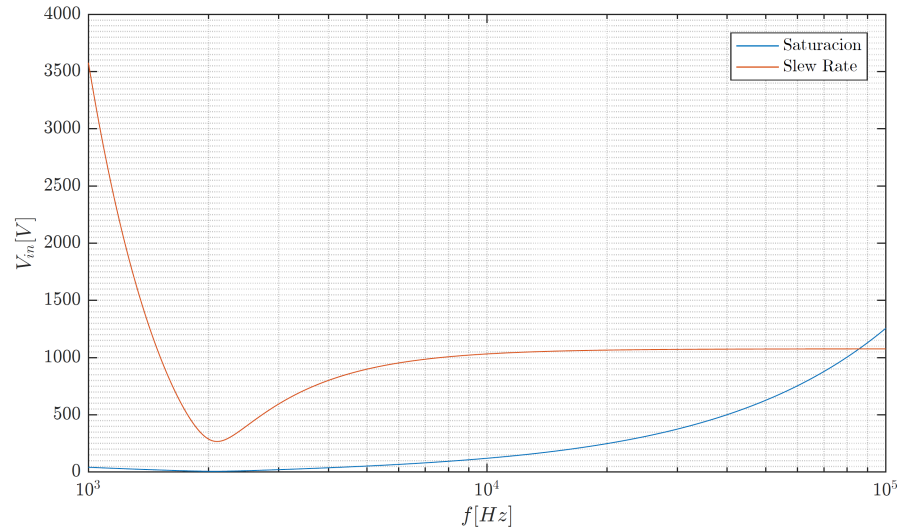


Figura 11: Maxima tensi3n de entrada por saturaci3n y slew rate para LM833

Respecto al operacional LM833, la distorsi3n por slew rate impone un limite para la tensi3n de entrada inferior al limite por saturaci3n reci3n en frecuencias pr3ximas a los 100kHz . Si bien no se trata de una frecuencia excesivamente alta, el filtro atenúa aproximadamente unos -85dB o el equivalente de aproximadamente 6×10^{-5} veces, con lo cual, diffcilmente se trate de una frecuencia dentro del rango de trabajo. Por este motivo es que se decidi3 no descartar el operacional TL082.

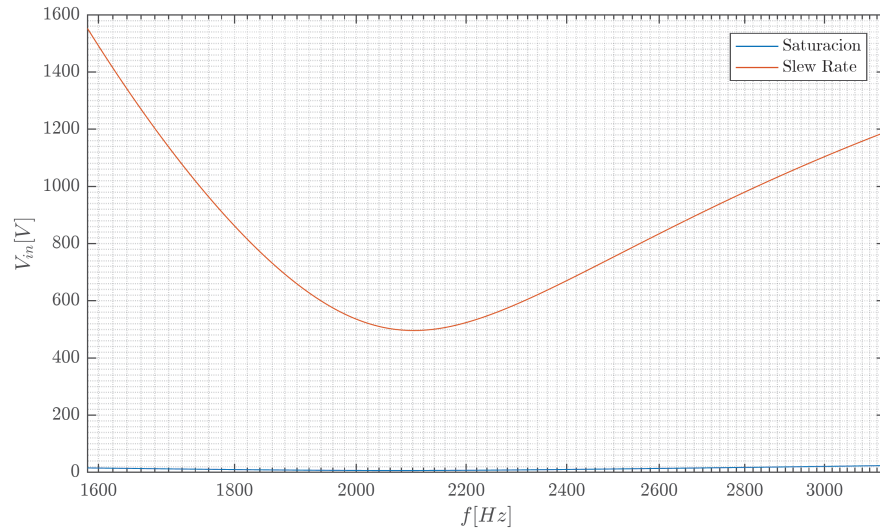


Figura 12: Maxima tensión de entrada por saturación y slew rate para TL082

En el caso del TL082, se observa que la salida nunca podrá alcanzar un valor tal que su salida se vea distorsionada por slew rate sin antes verse afectada severamente por la saturación de alimentación.

Si bien ambos operacionales, el LM833 y el TL082, son apropiados respecto a sus limitaciones por saturación y slew rate para implementar el filtro en cuestión, se decidió elegir el operacional LM833 debido a que este presenta una menor tensión de offset a la entrada y una menor distorsión armónica total (THD).

3. Implementación

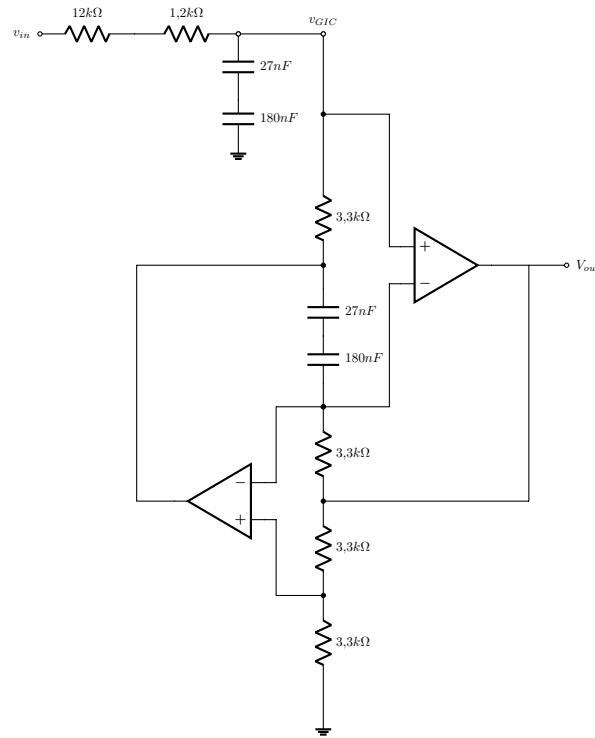


Figura 13: Circuito implementado

Se implementó el circuito de la Figura 13 en PCB, para medir sus parámetros característicos y ser contrastados con

aquellos calculados. La Figura 14 muestra el diseño final de la implementación.

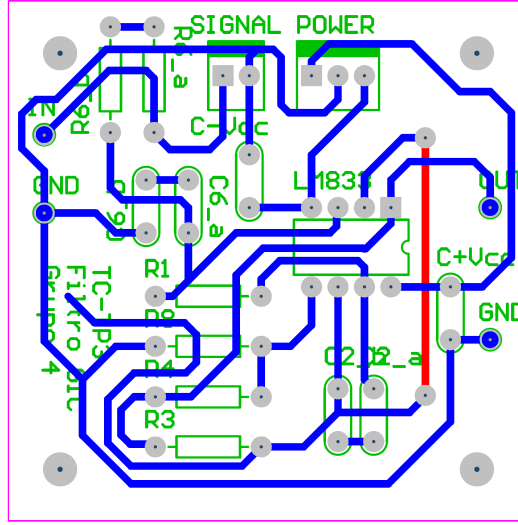


Figura 14: Diseño final del circuito impreso

4. Mediciones

Se midieron las transferencias y la impedancia de entrada del circuito implementado, los resultados obtenidos se muestran a continuación, contrastados con los valores calculados y simulados.

4.0.1. Transferencia

La Figura 15 muestra las tres transferencias: calculada, simulada y medida. Se observa que el circuito implementado tiene una transferencia que se ajusta muy bien a la curva de transferencia deseada.

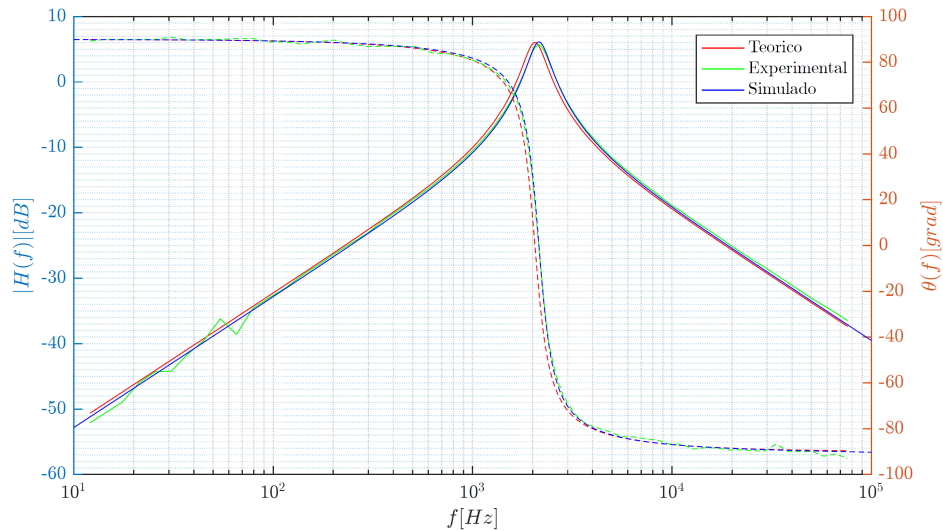


Figura 15: Diseño final del circuito impreso

4.0.2. Impedancia de entrada

Las figuras muestran la magnitud y la fase de la impedancia de entrada medida sobre el circuito implementado contra las calculadas. La impedancia de entrada calculada se muestra en la Expresión

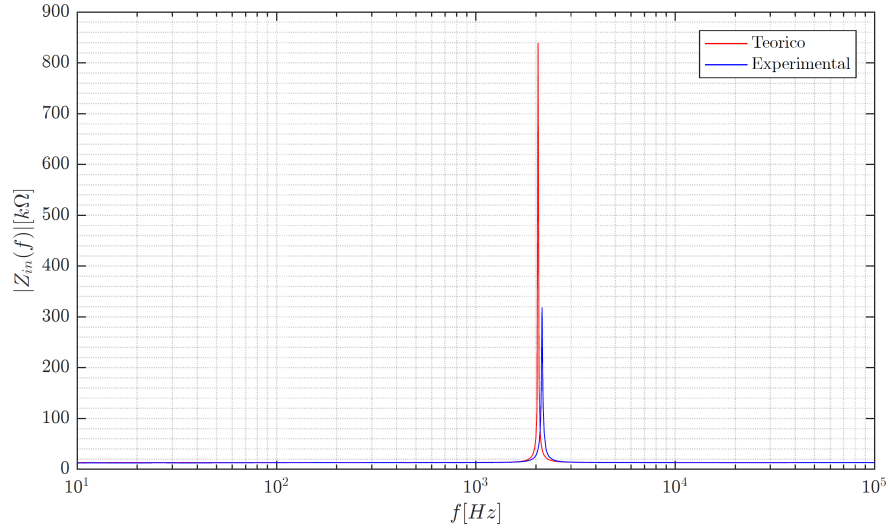


Figura 16: Magnitud de impedancia de entrada medida vs. calculada

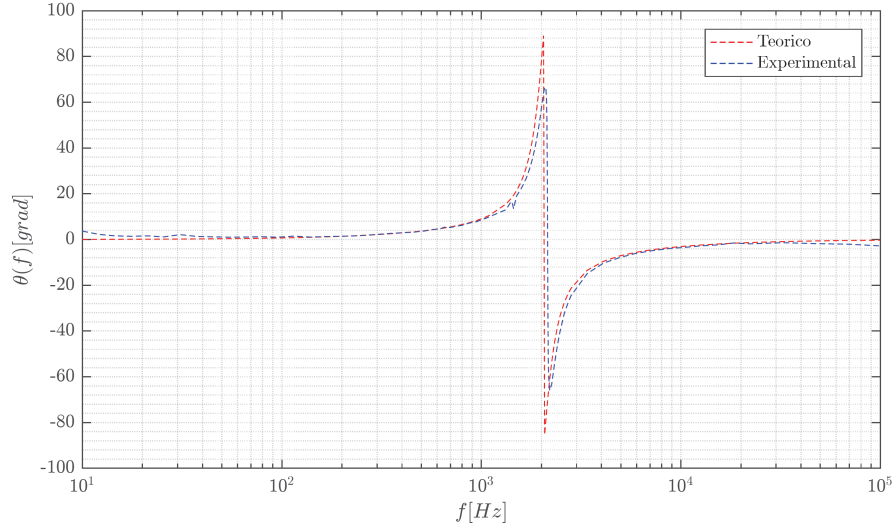


Figura 17: Fase de impedancia de entrada medida vs. calculada

$$Z_{in}(s) = \frac{R_6 R^2 C^2 s^2 + R^2 C s + R_6}{R^2 C^2 s^2 + 1} \quad (11)$$

4.0.3. Error

Las figuras 18 y 19 muestran los resultados obtenidos del análisis de Montecarlo realizado mediante la herramienta de simulación LTSpice. Para lograr observar las dispersiones se recortó el rango de frecuencias graficado entre 1kHz y 10kHz.

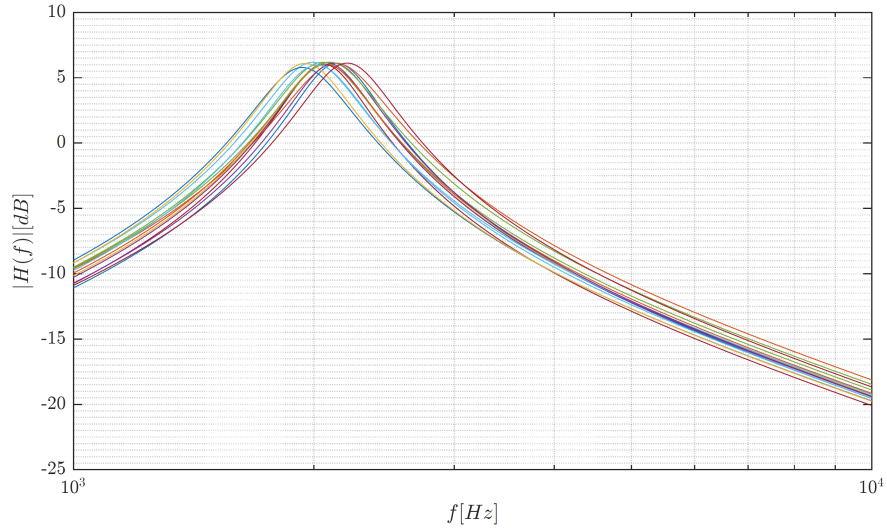


Figura 18: Análisis de Montecarlo. Transferencia en magnitud del circuito

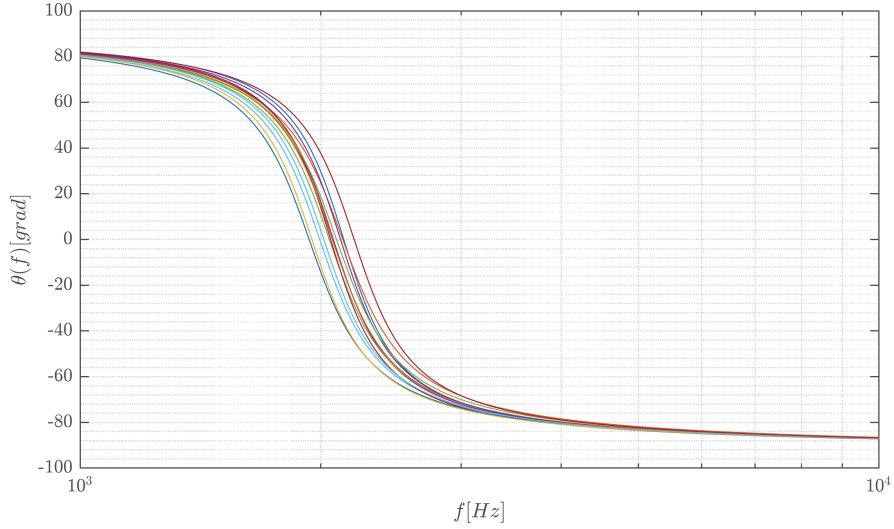


Figura 19: Análisis de Montecarlo. Transferencia de fase del circuito

El análisis se realizó imponiendo una tolerancia para los resistores del 5 % y del 10 % para los capacitores. En base a los datos arrojados por la simulación se realizó un cálculo de errores sobre la frecuencia central f_0 . El máximo error absoluto calculado fue de $148,86\text{Hz}$, que representa un error porcentual del 7,25 %

5. Respuesta al escalón

Se midió la respuesta al escalón del sistema, obteniéndose los resultados mostrados en la Figura 20. Las curvas correspondientes a la respuesta simulada y la respuesta teórica calculada se encuentran superpuestas, de forma tal que se dificulta observar la ínfima diferencia entre las curvas. Por otro lado, la curva de la respuesta al escalón medida, presenta una leve diferencia respecto a la respuesta teórica, aunque la misma se ajusta a la respuesta esperada.

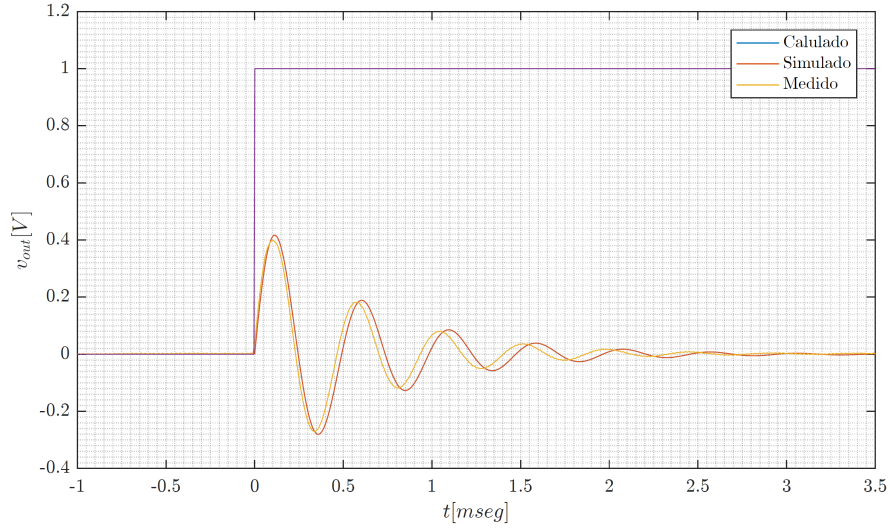


Figura 20: Respuesta al escalón calculada, simulada y medida

La respuesta observada evidencia un sistema sub-amortiguado. Esto ya había quedado en evidencia en la caracterización de los polos de la transferencia del circuito, en la sección 2.3

6. Conclusiones

Del análisis realizado sobre el circuito presentado en el desarrollo del informe, se pueden concluir dos ítem destacables. En primer lugar se destaca la precisión con la que los datos experimentales se ajustan a los cálculos realizados. Por otro lado, y como principal objeto del informe, se debe destacar la buena aproximación a una inductancia 'real' que proporciona el circuito GIC.