

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO 3

GIC, Ecualizadores y Amplicadores de Instrumentación

Alumnos:

Nahuel AGUILAR 54607

J. Agustín BARRACHINA 53790

Gonzalo CASTELLI 55055

Martín PLASENCIA 50113

Augusto VIOTTI BOZZINI 55138

Profesores:

Daniel JACOBY

Kevin DEWALD

Javier PETRUCCI

September 17, 2015

Contents

1	Filtro con GIC	3
1.1	Introducción	3
1.2	GIC: General Impedance Converter	3
1.3	Implementación del GIC como Filtro	5
1.4	Implementación de Low Pass Notch con GIC	6
1.4.1	Análisis Teórico Función Transferencia del Circuito	7
1.4.2	Limitaciones del Circuito	9
1.4.3	Criterio de Diseño y Selección de Componentes	11
1.5	Análisis Teórico en Frecuencia . Contraste con Mediciones	12
1.5.1	Distribución de Polos y Ceros del Circuito	12
1.5.2	Respuesta en Frecuencia	13
1.5.3	Medición de la Selectividad de Polos: Q	15
1.5.4	Análisis de Sensibilidades	15
1.5.5	Impedancia de Entrada	16
1.5.6	Notch Depth	20
1.6	Conclusion	21
2	Gyrator	23
2.1	Análisis Teórico	23
2.2	Aplicaciones como Filtro	24
2.2.1	Pasa Bajos	24
2.3	Diseño del Filtro	25
2.3.1	Función Transferencia	26
2.3.2	Sensibilidades	27
2.3.3	Altium Designer Analisis	27
2.3.4	Rango de trabajo	28
2.4	Implementación del Gyrator	29
2.5	Comportamiento en la fase	31
2.6	Conclusion	31
3	Amplificadores de instrumentación	32
3.1	Introducción	32
3.2	Análisis Matemático	32
3.3	Transferencia en modos Diferencial y Común en frecuencia	36
3.4	Oscilaciones	37
3.5	Calibración y Saturación	38
3.6	Offset	40
3.7	Señal no referenciada	41
3.8	Puente de Wheatstone	41
3.8.1	Introducción teórica al puente de Wheatstone	42
3.8.2	Aplicación	42
4	Ecualizador de Fase	45
4.1	Función transferencia	45
4.2	Diagramas Paramétricos	48
4.3	Singularidades	50
4.4	Ecualizadord de fase	51
4.5	Ecualizador de tres bandas	52
4.5.1	Elección de bandas	52
4.5.2	Espectro audible	52
4.5.3	Conexión de las etapas	53
4.5.4	Figura de ruido	56

4.5.5	Just noticeable difference (JND)	57
4.6	Implementación en placa impresa	57
4.6.1	Mediciones	57
4.7	Conclusión	60

1 Filtro con GIC

1.1 Introducción

Se estudiará a continuación la implementación de un filtro de tipo Low Pass Notch mediante el uso de un GIC (General Impedance Converter). El circuito propuesto está dado por la figura 1 y se realizará un estudio completo del mismo con un análisis teórico del circuito; la expresión de la transferencia; la selección correcta de los componentes involucrados; la respuesta en frecuencia del circuito; su impedancia de entrada ; las limitaciones de implementación y uso y también el análisis de sensibilidad de los parámetros característicos del filtro.

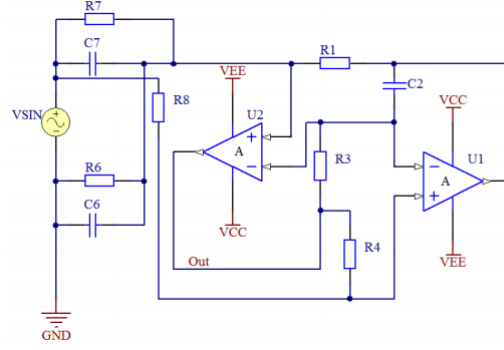


Figure 1: Configuración standard del General Impedance Converter.

1.2 GIC: General Impedance Converter

En el proceso de fabricación de filtros el tipo de impedancias que se utilizan son los que definen al circuito y por ende su función transferencia. La versatilidad de los resistores y capacitores (los cuales su comportamiento es constante y similar hasta del rango de frecuencias más elevadas como por ejemplo 1MHz, dependiendo específicamente de capacitores) permite que su uso en circuitos sea mas simple de implementar que otros elementos como inductores (donde para los mismos la principal diferencia con los resistores y capacitores son los precios, es decir, su funcionamiento puede ser igual de bueno o aún más constante que el de cualquier capacitor o resistor pero los valores en los cuales se los consigue en el mercado son mucho mayores que los de cualquier capacitor o resistencia medianamente bueno). Lo que se buscó realizar por ende es reemplazar cualquier tipo de impedancia, con la respuesta en frecuencia que se la desee, con un circuito análogo.

El conversor de impedancias es una red eléctrica activa de forma definida y está compuesto por resistencias, capacitores y operacionales. Dicha red es útil para simular distintas impedancias en un circuito que sean dependientes de la frecuencia que en la práctica son difíciles de implementar, ya sea para reemplazar inductores (figura 2, en la próxima sección se hará un análisis más específico para reemplazar a un inductor por un circuito análogo) o también para lograr componentes con un comportamiento en frecuencia que no pueda lograrse solo con una combinación de resistores o capacitores por razones constructivas. Este tipo de circuito activo permite, mediante la correcta utilización de amplificadores operacionales, la sintetización de un componente resistivo puro de signo negativo llamado FDNR (*Frequency Dependent Negative Resistor*) como se muestra en la figura 3.

A modo de ejemplo para este último caso mencionado se supone un circuito como el de la figura 3 en la que se desea reemplazar a un circuito RLC con la siguiente función transferencia:

$$H_1 = \frac{v_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

por uno que tenga una transferencia equivalente H_2 tal que:

$$H_2 = \frac{v_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{s^2C}}{\frac{R}{s} + L + \frac{1}{s^2C}}$$

Donde los componentes involucrados en el circuito son un capacitor de valor $C = \frac{1}{R}$, un resistor de valor $R = L$ y un componente resistivo puro de valor $Z = -\frac{1}{\omega^2 C}$ cuya implementación se puede llevar a cabo a través de una FDNR de parámetro $D=C$.

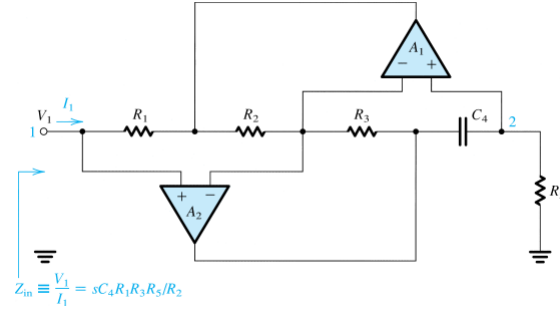


Figure 2: GIC como reemplazo de un inductor.

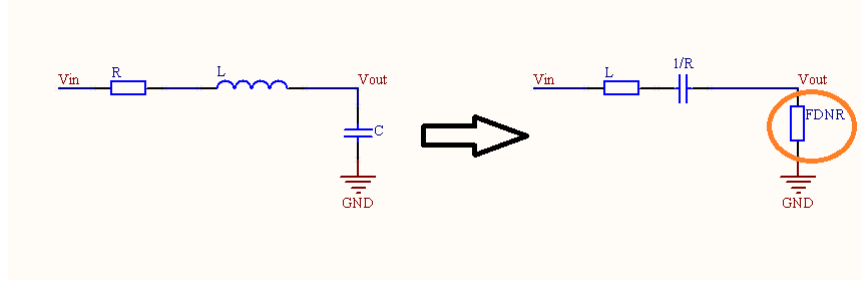


Figure 3: *Frequency Dependent Negative Resistor.*

Dentro de todas las configuraciones posibles, una de las más importantes es la de *General Impedance Converter (GIC)* que se muestra en la figura 4. En condiciones ideales ($A_{vol} \rightarrow \infty$ y asumiendo que la impedancia de entrada de los operacionales $Z_{OAin} \rightarrow \infty$) :

$$V_{in} = V_{out}$$

Para hallar la impedancia de entrada del circuito vista desde el nodo V_{in} , se utilizan las siguiente ecuaciones:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_1}$$

$$I_4 = \frac{V_{in}}{Z_5}$$

$$I_1 Z_1 = I_2 Z_2 \implies I_2 = \frac{I_1 Z_1}{Z_2}$$

$$I_2 Z_3 = I_4 Z_4 \implies I_2 = \frac{I_4 Z_4}{Z_3}$$

Por lo tanto igualando las expresiones para I_2 :

$$I_4 = I_1 \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

$$\frac{V_{in}}{Z_5} = I_1 \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

Por lo tanto la expresión para la impedancia de entrada del circuito es:

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \quad (1)$$

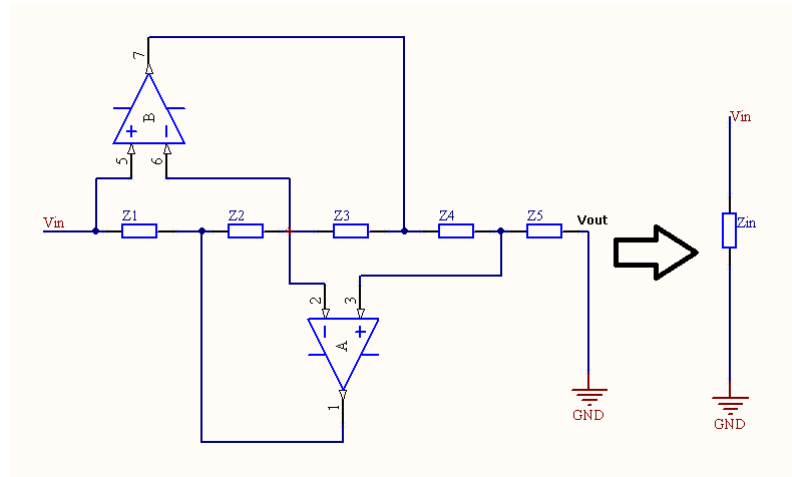


Figure 4: General Impedance Converter (GIC).

Para el caso de la figura 3 eligiendo apropiadamente Z_1 y Z_3 como capacitores, y las demás impedancias como resistencias que verifiquen la condición: $Z_5 = Z_2 Z_4$, se logra el comportamiento en frecuencia deseado para la implementación del circuito pasa bajos; también es posible regular el valor del parámetro D variando alguna de las resistencias antes mencionadas y por lo tanto la impedancia total lograda por el GIC conectado a tierra para este caso puede entenderse como un elemento del circuito que entrega una tensión proporcional a la integral la corriente dos veces, ya que una capacitancia produce una tensión proporcional a la integral de la corriente. En definitiva como muestra la ecuación 1, mediante la implementación de un GIC de manera adecuada se puede crear una impedancia equivalente con una respuesta en frecuencia como se desee. Más allá de la capacidad de esta configuración debe tenerse especial cuidado con las limitaciones que presenta el circuito ya que los componentes activos que se utilizan para crear dicha impedancia son amplificadores operacionales y como se conoce los mismos tienen distintos problemas bajo ciertos aspectos. Estos problemas limitan las elecciones de los componentes al realizar un filtro y se debe tener muchos aspectos en cuenta al elegir un amplificador operacional adecuado para la realización del filtro (el análisis de la elección de los distintos componentes y limitaciones se analizan en las secciones 1.4.2 y 1.4.3).

1.3 Implementación del GIC como Filtro

La implementación de un GIC como filtro posee un diseño robusto que lo hace poco sensible a las variaciones en los valores de los componentes, como se analizará en la sección 1.5.4).

A diferencia de los filtros pasivos, que son activados por la potencia de la señal de entrada, los filtros activos utilizan una fuente adicional de energía, dentro de límites definidos, además de la energía que proporciona la señal de entrada.

Estos circuitos se caracterizan por:

- Lazos realimentados a través de de operacionales haciendo uso de resistencias y capacitores.
- Logran un factor Q mayor que circuitos pasivos sin el uso de inductores.

Sin embargo, una de sus grandes desventajas es una limitación en frecuencia más reducida que la de los filtros pasivos.

Un filtro con GIC requiere de dos operacionales con un buen rendimiento en alta frecuencia (este tema se trata en la subsección 1.4.3)

De todos los filtros posibles que se pueden lograr con esta topología, el presente informe estudia el caso de la implementación del circuito GIC dentro del circuito de la figura 1 para lograr un filtro de tipo *low pass notch*.

1.4 Implementación de Low Pass Notch con GIC

La forma general para un filtro de este tipo se muestra en la figura 5. Se puede observar que el circuito presenta un par conjugado de ceros de transmisión que, idealmente, anulan la ganancia para cualquier señal que a la entrada tenga esa frecuencia y además la transferencia presenta la misma cantidad de polos que de ceros, por lo cual la pendiente de la respuesta en frecuencia cuando $f \rightarrow \infty$ es nula y se estabiliza en la *ganancia en alta frecuencia* : a_2 . De manera análoga se puede fijar la ganancia del circuito para señales de continua en la misma que la de alta frecuencia multiplicada por un factor dado por la relación entre los polos y los ceros conjugados, que en la sección 1.4.1 se nombra como k .

Dado que la transferencia debe ser una función real, se observa que este filtro de segundo orden verifica que tanto sus polos como sus ceros de transmisión deben ser complejos conjugados y los polos se encuentran en el semiplano izquierdo del plano s para asegurar la estabilidad del sistema para señales de cualquier frecuencia a la entrada. La estabilidad mencionada es la BIBO-estabilidad (Bounded Input Bounded Output, entrada acotada salida acotada) para la cual los polos de su respuesta en frecuencia de la forma $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ (es decir los ceros de $D(s)$) deben tener su parte real negativa, es decir, si s_1 cumple con ser un cero de $D(s)$ con $s_1 = \sigma_1 + j\omega_1$ entonces $\sigma_1 < 0$.

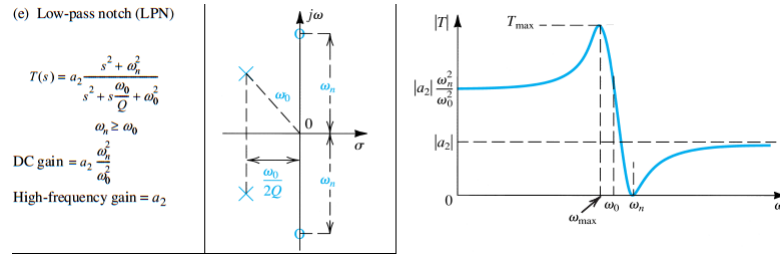


Figure 5: Expresión general de un filtro low pass notch de segundo orden.[2]

Para la realización del LP notch se setearon de manera previa los distintos valores:

ω_p	Q	ω_z
10.000 $\frac{rad}{s}$	2	$\sqrt{2} \cdot \omega_p \frac{rad}{s}$

Table 1: Requisitos del filtro Low Pass Notch.

Para la presente implementación se simularon en Altium, Matlab y LTSpice los cambios en los parámetros del filtro con GIC ideal y el no ideal. Los cálculos auxiliares fueron realizados en Maple.

En el análisis que prosigue se estudian:

- La transferencia del circuito y sus simplificaciones,
- El efecto de la tolerancia de los componentes que más afectan al circuito mediante un análisis de Montecarlo,
- La reducción del producto ganancia ancho de banda (GBP) en el empleo de los operacionales elegidos
- La sensibilidad de los valores característicos del filtro :
 1. ω_z : frecuencia de los ceros de transmisión.
 2. ω_p : frecuencia de los polos del circuito.
 3. Q : selectividad.
- La respuesta en frecuencia del filtro en la frecuencia de corte y en frecuencias donde los operacionales limitan la respuesta en frecuencia del filtro dado su comportamiento modelado con la aproximación de polo dominante,

- La impedancia de entrada del circuito,
- Profundidad del Notch.

1.4.1 Análisis Teórico Función Transferencia del Circuito

Se procederá en esta sección a obtener y analizar, de forma teórica, la función transferencia del circuito de la figura 1. De manera de obtenerla se plante el siguiente circuito:

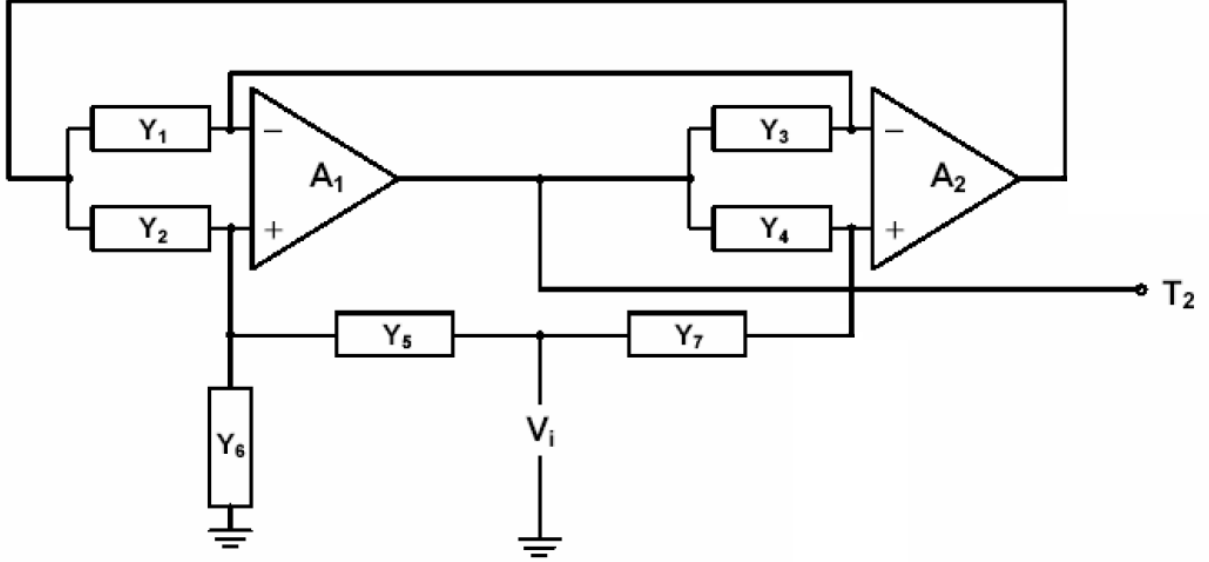


Figure 6: Circuito análogo para la obtención de la función transferencia [4]

Si se buscara la transferencia para el circuito propuesto la misma se obtiene de la siguiente manera [4]:

$$H(s) = \frac{Y_1 Y_4 Y_5 + Y_2 Y_3 Y_7 - Y_1 Y_6 Y_7}{Y_1 Y_4 (Y_5 + Y_6) + Y_2 Y_3 Y_7} \quad (2)$$

Para hallar la transferencia del circuito sólo resta identificar los componentes circuitales que existen en la transferencia de la figura 6 con respecto a los que se implementaron en el filtro GIC analizado en esta sección. Las relaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} Y_1 &= sC_2 \\ Y_2 &= \frac{1}{R_1} \\ Y_3 &= \frac{1}{R_3} \\ Y_4 &= \frac{1}{R_4} \\ Y_5 &= \frac{1}{Z_7} = sC_7 + \frac{1}{R_7} \\ Y_6 &= \frac{1}{Z_6} = sC_6 + \frac{1}{R_6} \\ Y_7 &= \frac{1}{R_8} \end{aligned}$$

Si se reemplazan todas estas relaciones en la ecuación 2 se obtiene la transferencia del GIC que se buscaba:

$$H(s) = \frac{s^2 R_1 R_3 C_2 [C_7 \frac{R_8}{R_4} - C_6] + s C R_1 R_3 [\frac{R_8}{R_4 R_7} - \frac{1}{R_6}] + 1}{s^2 \frac{R_1 R_8 R_3}{R_4} C_2 (C_7 + C_6) + s \frac{C_2 R_1 R_3 R_8}{R_4} (\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}) + 1} \quad (3)$$

La implementación del circuito que se utilizó para la implementación de un filtro con un GIC dió la ecuación recién obtenida pero para poder lograr que el filtro se comporte como un Low Pass Notch como se deseaba se deben tener ciertas consideraciones al elegir los componentes. Para dicha elección se debe tener en cuenta que la función transferencia para dicho filtro es la siguiente[5]:

$$H(s) = \frac{G(s^2 + r_z^2)}{s^2 + \left(\frac{r_p}{Q}\right)s + r_p^2}, r_z > r_p$$

Para poder llegar a una expresión de este tipo se deben tomar las siguientes relaciones para modificar la ecuación 3 al diseñar los valores del circuito:

- $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R$
- $R_7 = R_6 = 2QR$
- $C_2 = C$
- $C_7 = 0.5(1 - \frac{1}{k^2})C$
- $C_6 = 0.5(1 + \frac{1}{k^2})C$
- $k = (\frac{r_z}{r_p})^2 \geq 1$

Donde a su vez en la transferencia G toma el valor de $\frac{1}{k}$ y el caso de r_p , $\frac{1}{RC}$. Habiendo analizado el análisis teórico, se volverá a analizar la transferencia con los valores de los componentes adecuadamente elegidos.

Se puede observar que si Z_6 tiende a infinito (lo que equivale a decir que C_6 tiende a cero y R_6 tiende a infinito), los ceros conjugados tienden a los polos conjugados, con lo cual, la transferencia tiende a uno en todo el espectro de frecuencias. De esto se deduce que a mayor Z_6 , más selectivo se vuelve el filtro notch. Por el contrario, si Z_6 tiende a cero, ambos polos y ceros tienden a valores muy distantes entre sí, y el filtro notch comienza a filtrar mayor rango de frecuencias hasta que deja ya de comportarse como filtro. Además, las limitaciones que se calcularon no rigen para $Z_6 = 0$ con lo cual el circuito satura.

Otra impedancia de interés a analizar es R_8 . Si se hace tender R_8 a cero en la ecuación 3, se puede ver que se anula el denominador. Eso genera que el circuito nunca atenúe y sature constantemente por tensión. Por el otro lado, si R_8 tiende a infinito, se calcula el límite en la ecuación 3 y se obtiene un polo simple y un cero simple. Esto genera que el filtro notch no funcione como rechazabanda sino que simplemente atenúe su ganancia luego del polo hasta que se estabilice nuevamente con el cero.

Nota: El análisis de profundidad de notch y sus características se detallan en la subsección 1.5.6.

Con las consideraciones adecuadas se puede llegar a una simplificación de la función transferencia:

$$H(s) = \frac{\left(\frac{s \cdot R \cdot C}{k}\right)^2 + 1}{(s \cdot R \cdot C)^2 + \frac{s \cdot R \cdot C}{Q} + 1} \quad (4)$$

Cabe destacar que la condición mencionada anula el termino lineal del numerador de $H(s)$:

$$a_{n=1} = C_2 R_1 R_3 \left[\frac{R_8}{R_4 R_7} - \frac{1}{R_6} \right]$$

Por lo que a partir de la relación entre $\frac{R_8}{R_4 R_7}$ y $\frac{1}{R_6}$ implica que deben ser lo más exactas posibles, dado que cualquier diferencia entre ellos será amplificada por el valor de $C_2 R_1 R_3$ y por lo tanto la transferencia de la ecuación 4 se verá modificado su Notch Depth (esto se debe a que dicho valor

modifica el Q de los ceros de transmisión, el análisis en profundidad de dicho aspecto se encuentra en la sección 1.5.6)

Con el circuito de la figura 6 también puede obtenerse una fórmula para la función transferencia considerando A_{vol} con polo dominante de los operacionales [4]:

$$H(s) = \frac{s \frac{[Y_5(Y_1+Y_3)(Y_4+Y_7)]}{GBP_1} + [Y_1Y_4Y_5 + Y_2Y_3Y_7 - Y_1Y_6Y_7]}{s^2 \frac{((Y_1+Y_3)(Y_4+Y_7)(Y_2+Y_5+Y_6))}{GBP_1GBP_2} + s \frac{Y_1(Y_4+Y_7)(Y_2+Y_5+Y_6)}{GBP_1} + s \frac{Y_3(Y_4+Y_7)(Y_2+Y_5+Y_6)}{GBP_2} + [Y_1Y_4(Y_5 + Y_6) + Y_2Y_3Y_7]} \quad (5)$$

Donde GBP_1 y GBP_2 representan los Gain Bandwith Product de cada uno de los operacionales utilizados. La ecuación 5 es la respuesta en frecuencia del filtro en polo dominante, en futuras mediciones y simulaciones teóricas, se utiliza dicha ecuación con los valores de resistencias y capacitores que se utilizaron tanto como para el GBP del operacional utilizado (que su valor es $4MHz$ porque se utilizará el operacional TL082, como se explicará en la sección 1.4.3).

1.4.2 Limitaciones del Circuito

Limitación de Frecuencia

Esta limitación es propia de la fabricación de los amplificadores operacionales. Como los mismos a frecuencias del orden o mayores a $1MHz$ poseen muchas singularidades y también poseen distintos problemas para aplicaciones en las cuales la utilización del operacional se hace a ganancias unitarias o pequeñas, al fabricarlo se le establece un polo dominante el cual genera que el operacional funcione hasta cierto rango de frecuencias. El polo dominante que se pone es aquel para el cual se hace el análisis de A_{vol} con polo dominante (la frecuencia del polo es baja, por ejemplo a los 10 o 20 Hz) y esto limita el funcionamiento del operacional hasta cierta ganancia. Esta frecuencia se la conoce como GBP y viene como dato en las hojas de datos del fabricante del amplificador operacional. Debido a esto, la implementación de los GIC se limita hasta el orden del MHz como se observará posteriormente. Por todas estas consideraciones, el filtro se comportará como un LP-Notch para valores de frecuencias desde $0Hz$ hasta $1MHz$.

Limitación por Tensión

El amplificador operacional posee una tensión de saturación, a partir de la cual no puede entregar más tensión a la salida. Esa tensión es levemente inferior a la tensión de alimentación del integrado ($\pm 15V$). Para el siguiente análisis, se ignora el pequeño sobrepico generado poco después de 1 kHz, esta aproximación hará que el valor real de la tensión de entrada sea un poco menor a la deducción siguiente. Al ignorar el pequeño sobrepico, la señal de salida será como máximo igual a la tensión de entrada. Por lo que se espera que la máxima tensión con la que se puede alimentar el circuito sea $\pm 30V_{pp}$. Sin embargo, dado que la tensión de saturación es en realidad menor a la tensión de alimentación, y que no se consideró el pequeño sobrepico de ganancia que posee la función transferencia, se midió empíricamente el circuito a dicha frecuencia y se aumentó la tensión hasta que la misma saturara.

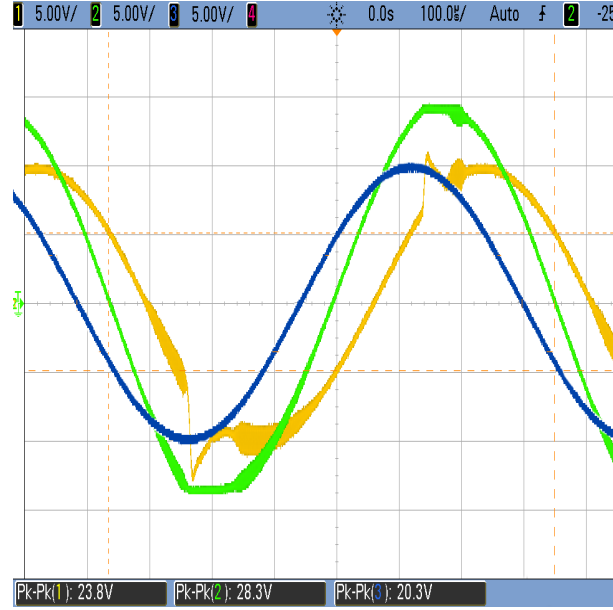


Figure 7: Limitación por Tensión.

En la imagen 7 se muestra la medición en cuestión, la gráfica azul representa la señal de entrada mientras que la gráfica amarilla presenta la señal de salida. Antes de que saturara el circuito, se empezó a observar unos picos anormales en la señal de salida. Se midió pues la salida del segundo operacional (gráfica verde) y se observó que ésta saturaba por tensión y eso afectaba la señal a la salida. De los resultados obtenidos se deduce que no se puede aplicar más de 10V en la entrada si no se desea que el circuito sature por tensión.

Limitación de Corriente Para la presente sección se analiza el circuito a partir de la utilización de operacionales TL082 (la justificación de dicha elección se realiza en la subsección 1.4.3).

Teniendo en cuenta que $I_3 = I_4$, la corriente que sale del amplificador operacional está dada por: $I_{out} = I_3 + I_4 = 2 \cdot I_4$

De la ecuación:

$$\frac{V_{out} - V_{in}}{R_4 + R_8} = I_4 = I_{out}/2$$

Teniendo en cuenta que $R_4 = R_8 = R$ y sabiendo que $V_{out} - V_{in} = \Delta V < 15V$ (se deduce de la Limitación por Tensión), se puede despejar la ecuación resultando en:

$$R > 2 \cdot \frac{\Delta V_{m\acute{a}x}}{I_{out}} \quad (6)$$

Donde $\Delta V_{m\acute{a}x} = 15V$. Esta ecuación fija un valor mínimo de R utilizable para asegurar que la corriente a la salida del operacional no sature. Obteniendo I_{out} de la hoja de datos y reemplazando los valores se llega a que $R > 3k\Omega$ por lo que se eligieron utilizar resistencias de $10k\Omega$.

Slew Rate Como bien se sabe, todo amplificador operacional posee lo que se denomina Slew Rate, definida como la máxima pendiente que puede tomar la señal a la salida del operacional. Según la hoja de datos del operacional utilizado, la misma es de $13V/\mu s$. Para comprobar el efecto del slew rate en el circuito se tomaron las siguientes mediciones:

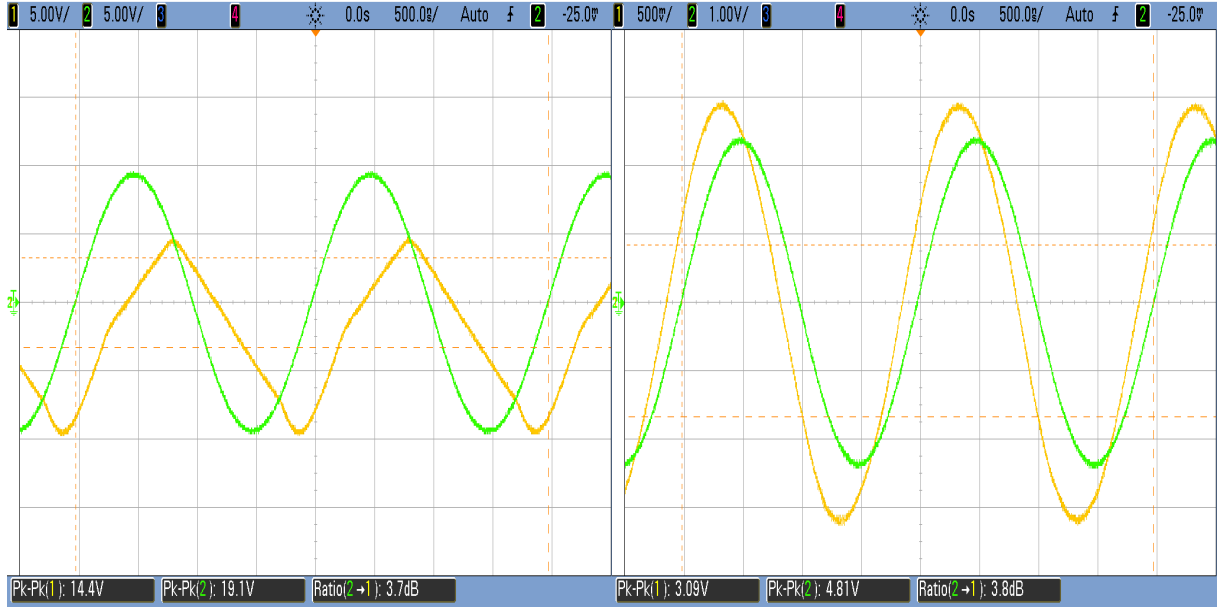


Figure 8: Limitación por Slew Rate.

Como se puede apreciar en la imagen 8. Se realizaron las mediciones a una frecuencia de 500 kHz. Para una tensión de salida de $3V_{pp}$, $\frac{4 \cdot V_{out}}{f} \approx 6V/\mu s < 13V/\mu s$ por lo cual no se presenta el Slew Rate. Sin embargo, a mayor tensión, su intervención en la salida del circuito se hace apreciable y se obtiene una pendiente máxima.

1.4.3 Criterio de Diseño y Selección de Componentes

A lo largo del trabajo se fueron restringiendo algunos valores. En la sección 1.4.1. Se redujo la transferencia del circuito a 4 variables: R, C, Q y k. De la tabla 1, se obtiene $Q=2$ y las igualdades:

$$\omega_p = 10000 \text{ rad/s} = \frac{1}{R \cdot C} \quad (7)$$

$$\omega_c = \sqrt{2} \cdot \omega_p = \frac{k}{R \cdot C} \quad (8)$$

Reemplazando 7 en 8, se llega a que $k = \sqrt{2}$.

Anteriormente se propuso $R = 10k\Omega$ para evitar la saturación por corriente (referirse a la sección 1.4.2 para la deducción). Planteando ese valor y despejando C de la ecuación 7 queda:

$$C = \frac{1}{R \cdot \omega_p} = 10nF$$

Ya despejados dichos valores, quedan definido todos los valores de los componentes a utilizar y ya se podría implementar el circuito en cuestión.

Por lo que la tabla 2 muestra todos los valores de los componentes del low pass notch de la figura 1.

Componente	Valor	Unidad
R1	10k	Ω
R3	10k	Ω
R4	10k	Ω
R6	40k	Ω
R7	40k	Ω
R8	10k	Ω
C2	10n	F
C6	2.5n	F
C7	7.5n	F

Table 2: Tabla de componentes para la implementación de filtro con GIC de la figura 1 para low pass notch.

Elección del Amplificador Operacional En general , el efecto de GBP finito es crear nuevos polos en el circuito como también modificar la posición de los polos existentes alterando la respuesta en frecuencia del filtro, lo cual no es un efecto deseado. En algunos casos los polos en alta frecuencia son proclives a ser corridos , de manera no intencional, al semiplano derecho de s generando inestabilidad en el circuito u oscilaciones.

Este circuito en particular no presenta especial cuidado a, por especificación, polos de alta frecuencia que cumplan una plantilla determinada , ni tampoco son de alta selectividad ($Q > 10$), por lo tanto no se estudiará la condición de estabilidad en el sentido de evitar un estado oscilatorio del sistema.

Los amplificadores operacionales están compensados internamente, tienen un sistema interno de múltiples polos que , a fines prácticos , se puede reducir a un sistema de un solo polo a lo largo de un amplio rango de frecuencias (por ejemplo los polos en alta frecuencia para la figura 11). Esta compensación disminuye notablemente la ganancia a lazo cerrado que el operacional puede lograr mediante un lazo de realimentación. Sin embargo para este tipo de filtro en particular, la señal de entrada ya está siendo atenuada desde frecuencias menores a la de estos polos, por lo cual carece de importancia para esta aplicación.

Una vez mencionado lo anterior, la conclusión es que para evitar corrimientos no deseados en los polos del circuito, el GBP debe ser lo suficientemente amplio para que pueda caber el ancho de banda del filtro diseñado.

Además, para el calculo de la transferencia se supuso que la impedancia de entrada del amplificador operacional es infinita, por lo que se debe buscar un amplificador operacional con una impedancia de entrada que valide dicha suposición.

Se eligió puse el TL082 ya que posee una impedancia de entrada de $10^{12}\Omega$ y además un GBP de 4MHz. Estas dos condiciones generan que el mismo sea óptimo para el circuito implementado.

Cabe destacar que dicho operacional posee una mínima corriente de Bias y Offset por lo cual no fueron necesarias considerarlas como limitaciones del circuito. También posee un alto valor de Slew Rate, lo cual permite mantener una tensión de entrada considerable a altas frecuencias.

1.5 Análisis Teórico en Frecuencia . Contraste con Mediciones

1.5.1 Distribución de Polos y Ceros del Circuito

En la figura 9 se muestran los polos y ceros del filtro low pass notch de forma ideal con los valores de la tabla 2 en la transferencia de la ecuación 4 en unidades convenientes.

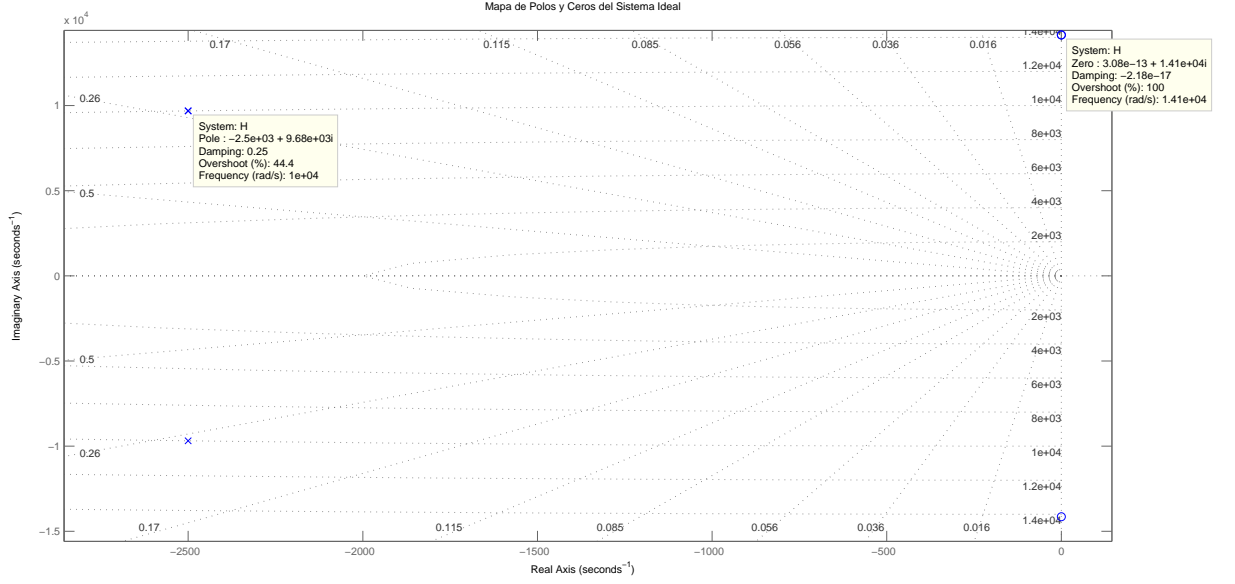


Figure 9: Mapa de polos y ceros de la transferencia de la fórmula 4.

Se puede ver que la frecuencia de los polos conjugados es :

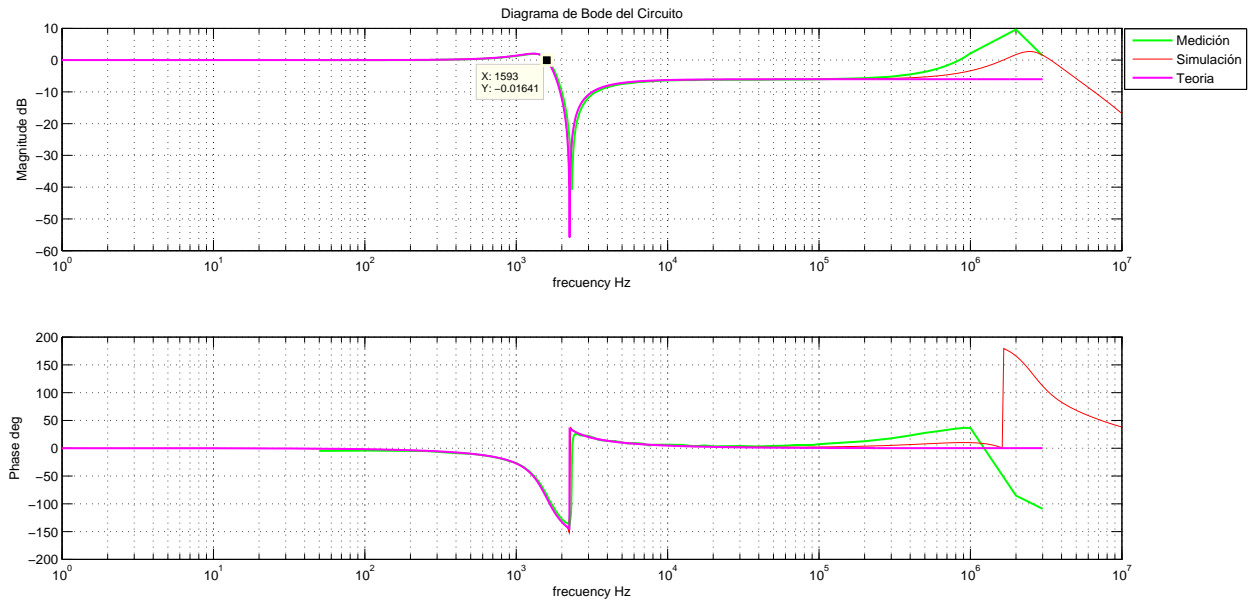
$$\omega_p = \sqrt{(2,5 \cdot 10^3)^2 + (9,68 \cdot 10^3)^2} = 10000 \text{ rad/s}$$

De la misma forma para el par conjugado de los ceros :

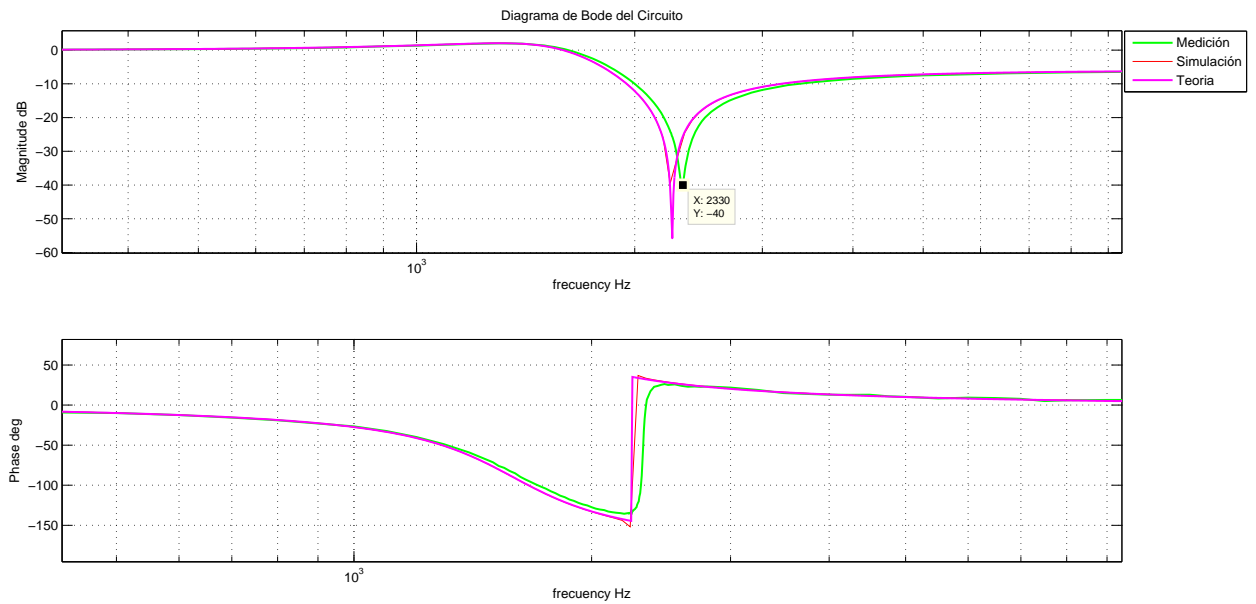
$$\omega_p = 2\pi \cdot 1,41 \cdot 10^4 = 14142 \text{ rad/s}$$

1.5.2 Respuesta en Frecuencia

En la figura 10 se puede ver la respuesta en frecuencia teórica obtenida en la sección 1.4.1 (se usó la transferencia sin polo dominante) contrastada con las mediciones realizadas en el PCB implementado y simulación del mismo en Altium en la cual se observa una correspondencia casi de forma total con la transferencia calculada en el rango de frecuencias que barren el espectro desde las señales de DC Hz hasta los 20 kHz. Este hecho confirma el diseño robusto del GIC que lo hace poco sensible a las variaciones en los valores de los componentes.



(a)



(b) Acercamiento del bode a la frecuencia de corte.

Figure 10: Diagrama de Bode del circuito.

En vista que el circuito real contiene operacionales reales como se mencionó en la sección 1.4.2, el comportamiento ideal calculado no contempla la ubicación del polo dominante de los operacionales en las cercanías de los 2 MHz, sin embargo el modelo real de los operacionales utilizados está incorporado en la simulación realizada en Altium y también se puede medir su presencia en el circuito real. Considerando que en las especificaciones del filtro no se especifica un criterio que determine el rango mínimo de frecuencias para el cual el filtro debe atenuar, más allá de la frecuencia de corte brindada y el cero de transmisión requerido, el filtro cumple con las especificaciones pedidas.

Para ver detalles y explicaciones sobre la interpretación de los polos en alta frecuencia que aparecen en el diagrama de bode de la figura 10 referirse a la sección 1.4.3.

Para poder ver el comportamiento del filtro en un ancho de banda mayor se obtuvo la fórmula de la transferencia con Avol finito (ecuación 5) de manera que se pone de manifiesto una de las limitaciones más importantes de un circuito activo que es la de su ancho de banda; limitado por la aproximación de

polo dominante de los operacionales. En este modelo no se contemplan capacidades parásitas internas del operacional a altas frecuencias sino solo la influencia de A_{vol} finito en ambos operacionales en la transferencia del circuito. Con este modelo se puede predecir el comportamiento exacto del circuito en el espectro a partir de 100 kHz hasta los 10 Mhz. La razón por las cuales no se contrastaron estos resultados con mediciones fue por limitaciones en el ancho de banda del osciloscopio que es del mismo orden y además el circuito está atenuando la señal dada su naturaleza para esas frecuencias en adelante. Más aún no se especifica que el filtro deba ser usado , o sea de importancia alguna para señales en este intervalo siendo una región que se encuentra a varias décadas de la banda de paso.

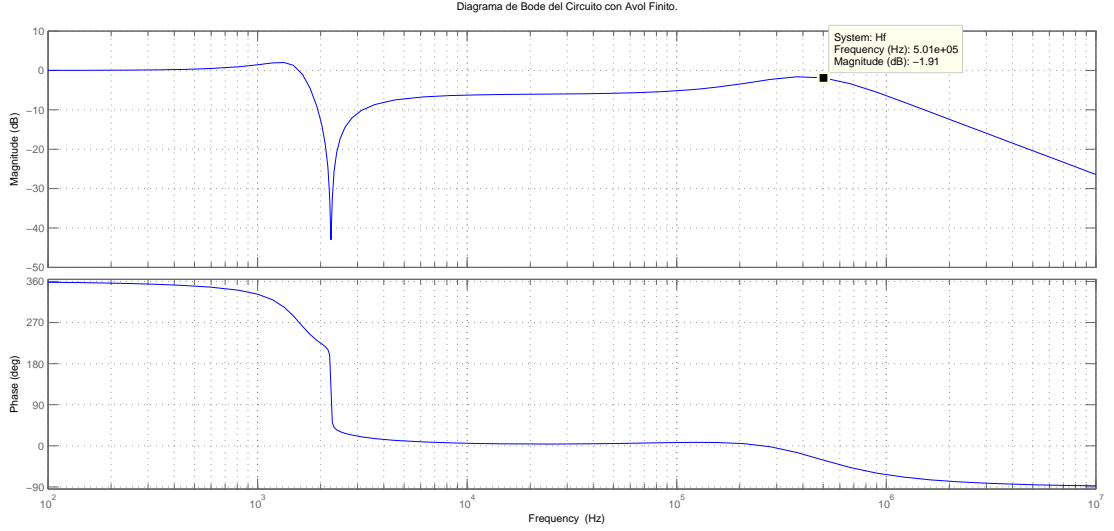


Figure 11: Diagrama de Bode del circuito con A_{vol} finito.

En la subsección 1.5.1 y subsección 1.5.4 se muestra el análisis de los componentes de los que dependen la ubicación de los polos y los ceros del circuito.

1.5.3 Medición de la Selectividad de Polos: Q

Con el objeto de comprobar que el Q de los polos es el adecuado y confirmar la condición especificada para el filtro en el cuadro 1 se tomó una medición de la ganancia a la frecuencia del polo y se obtuvo el valor empírico de Q a través del siguiente despeje:

$$|H(j\omega_p)| = \left| \frac{-\frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} + 1}{j\frac{1}{Q}} \right| \simeq \frac{200mV}{198mV} = 1,01$$

$$|H(j\omega_p)| = \left| -jQ\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \right| = 0.5Q$$

$$Q = 2|H(j\omega_p)| = 2.1,01 = 2,02$$

1.5.4 Análisis de Sensibilidades

En esta sección se consideraron las expresiones de los parámetros más destacados del filtro a partir de la expresión de la transferencia obtenida en la sección 1.4.1:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_3 C_2 \left(\frac{C_7 R_8}{R_4} - C_6 \right)}}$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{R_4}{R_1 R_8 R_3 C_2 (C_7 + C_6)}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_8 R_4 (C_6 + C_7)}}{\sqrt{C_2 R_1 R_3 R_8 (\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7})}}$$

En el siguiente cuadro se adjuntan las sensibilidades de los parámetros mencionados respecto de cada uno de los componentes. Esto indica, por ejemplo para el caso de los polos del circuito :

- La variación en resistencias R6 y R7 no afectan el corrimiento de los polos del circuito en absoluto.
- Cualquier cambio en el valor de los pares de componentes como pueden ser: R1 y R4 hacia un valor mayor que el esperado, compensan la variación que puedan causar en la ubicación del polo del circuito ya que las sensibilidades relativas tienen el mismo valor pero con signo contrario.
- Las variaciones de la misma forma para componentes R8 y C2 pueden provocar una disminución conjunta del valor de la frecuencia del polo a una frecuencia menor. Este tipo de factor es importante para el diseño del filtro ya que puede ocurrir que la variación de estos componentes presenten una desviación tal que haga que no se cumpla la plantilla pedida, en especial para la banda de paso. Por lo tanto este tipo de componentes requieren de especial atención para el diseñador a diferencia de las demás resistencias
- La sensibilidad de C6 y C7 dependen de si mismas , esto significa que el corrimiento relativo que harán en la frecuencia del polo depende del valor nominal del componente elegido, y dado que ambas sensibilidades tiene el mismo signo, es importante tener en cuenta que en lo posible uno compense la variación del otro de la manera más exacta posible.

S_x^y	ω_z	ω_p	Q
R1	-1/2	-1/2	-1/2
R3	-1/2	-1/2	-1/2
R4	$-\frac{1}{2} \frac{C_7 R_8}{C_6 R_4 - C_7 R_8}$	1/2	1/2
R6	0	0	$\frac{R_7}{R_7 + R_6}$
R7	0	0	$\frac{R_6}{R_7 + R_6}$
R8	$\frac{1}{2} \frac{C_7 R_8}{C_6 R_4 - C_7 R_8}$	-1/2	-1/2
C2	-1/2	-1/2	-1/2
C6	$-\frac{1}{2} \frac{C_6 R_4}{C_6 R_4 - C_7 R_8}$	$-\frac{1}{2} \frac{C_6}{C_7 + C_6}$	$\frac{1}{2} \frac{C_6}{C_7 + C_6}$
C7	$\frac{1}{2} \frac{C_7 R_8}{C_6 R_4 - C_7 R_8}$	$-\frac{1}{2} \frac{C_7}{C_7 + C_6}$	$\frac{1}{2} \frac{C_7}{C_7 + C_6}$

Table 3: Sensibilidades respecto de cada componente. (*Cálculos hechos en MAPLE*)

Para todo $y : \omega_z, \omega_p, Q$ se verifica que para todo $x : R1, R3, R4, R6, R7, R8, C2, C6, C7$ se cumple la siguiente relación:

especial cuidado

$$\sum S_R^y - \sum S_C^y = 0$$

1.5.5 Impedancia de Entrada

Previo al análisis de la medición de la impedancia de entrada se explicará la manera en la que se obtuvieron dichas mediciones. Para explicarlo se utiliza como apoyo la siguiente imagen:

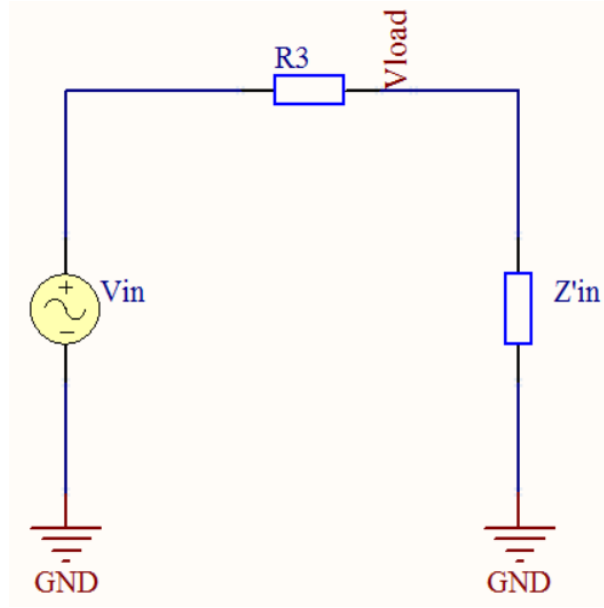


Figure 12: Medición Impedancia De Entrada

Del circuito pueden medirse el valor de la resistencia, la tensión en la entrada y la tensión luego de la resistencia R_3 (V_{load}). Debido a esto mediante una apropiada ecuación se puede obtener el valor de la impedancia de entrada del circuito. Como el filtro al cual se le quiere medir la impedancia de entrada contiene componentes activos, hay que tener especial cuidado con los valores que se obtienen y a su vez con la elección del valor de la resistencia R_3 . La ecuación por la cual se obtienen los valores de la impedancia de entrada es la siguiente:

$$Z = \frac{R_3}{\frac{V_{in}}{V_{load}} - 1} \quad (9)$$

No sólo se llevaron a cabo las mediciones de V_{in} , V_{load} y sus respectivas fases (para obtener el módulo y la fase de la impedancia de entrada) sino que también se midió la respuesta en frecuencia de la resistencia R_3 con el analizador de impedancias con un barrido desde $10Hz$ hasta $1MHz$, que son las frecuencias en las que se utilizó a dicha resistencia para medir la impedancia de entrada.

Previo al análisis de los resultados se exhibirán los resultados de la simulación los cuales fueron realizados con el software LTspice. Para el mismo se implementó el circuito con los mismos valores de resistencias y capacitores, pero para hacer más exacta la medición se tomaron en cuenta las capacitancias de la punta de medición, la impedancia de salida del generador de funciones y a su vez, la impedancia de entrada del osciloscopio de medición. El circuito equivalente al de la medición es el siguiente:

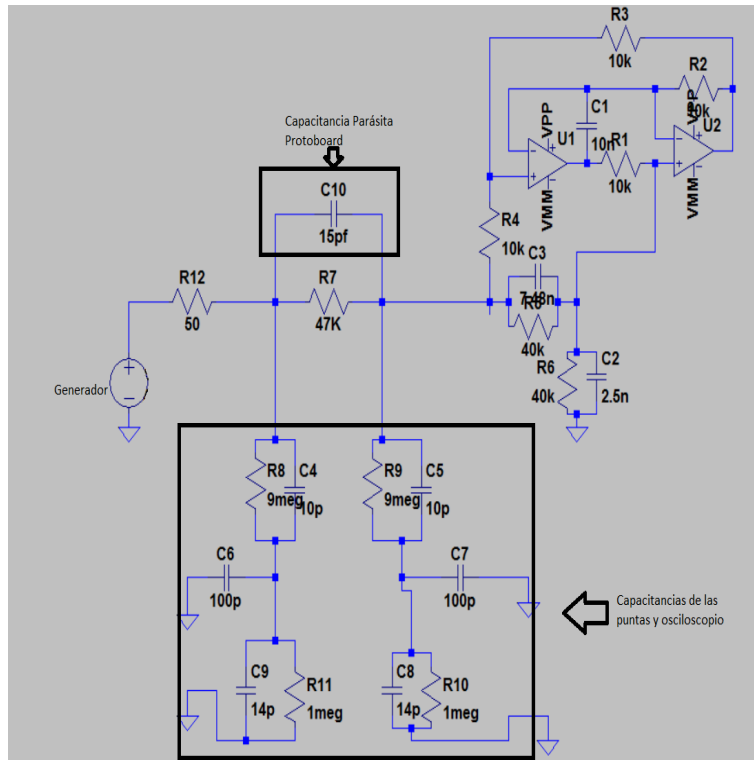


Figure 13: Circuito de medición de impedancia de entrada con Spice

La razón de intentar realizar la simulación con la mayor precisión posible surge de que al momento de medirla se obtuvieron resultados que no se esperaban y que luego serán explicados. En definitiva los resultados de la medición son los siguientes:

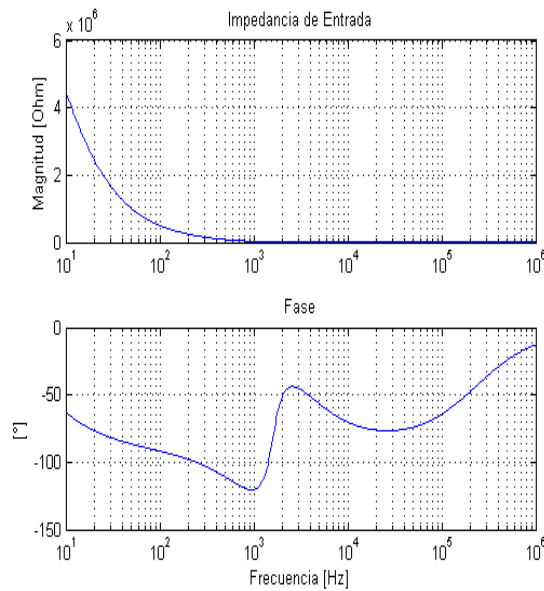


Figure 14: Simulación impedancia de entrada

Como puede observarse de la magnitud de la impedancia de entrada, la misma para frecuencias bajas es del orden de los $5 \sim 2M\Omega$. Este valor de impedancia de entrada resulta extraño desde un principio debido a la composición interna del circuito. La figura 1 muestra que como impedancia de entrada se tiene una configuración como la que sigue:

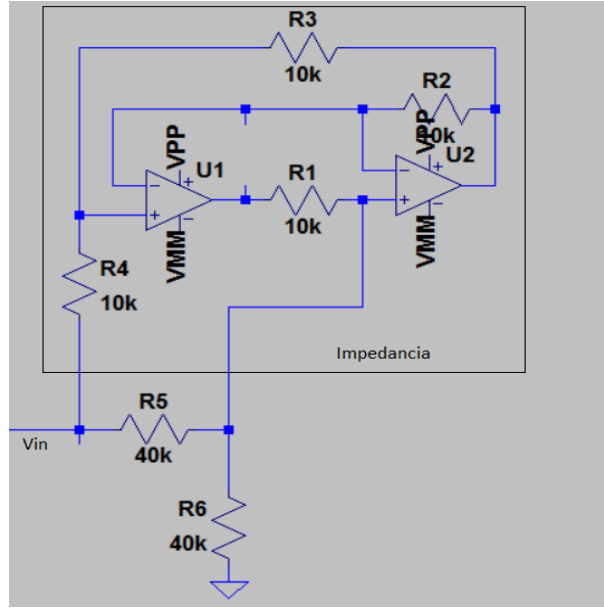


Figure 15: Contraste simulado con la disposición circuital con tensión continua (0Hz).

El circuito que se exhibe en la anterior figura es el filtro LP-Notch implementado con los capacitores cortocircuitados al estar en continua, el funcionamiento de los operacionales en continua también es lo suficientemente bueno como para considerarlo ideal. Como se ve en la figura se separó claramente el circuito en tres partes. Una resistencia R_5 en paralelo con R_3 , todo en serie con la resistencia R_6 . Debido a esto, se podría considerar que la impedancia de entrada en continua debe ser:

$$Z_{in} = R_5 // Z_{eq} + R_6 \quad (10)$$

Como R_6 tiene un valor de $40k\Omega$, la impedancia de entrada no puede ser menor a este valor. En el caso del paralelo de las resistencias, se sabe que el valor del paralelo es siempre menor al menor valor resistivo que se tiene entre R_5 y Z_{eq} , por ende el valor de la impedancia parásita tiene como mínimo aproximado un 0 (si Z_{eq} es lo suficientemente pequeño) o un valor de $40k\Omega$. Todo esto sugiere que el valor mínimo que se puede tener de Z_{in} es de $40k\Omega$ y el valor máximo es de $80k\Omega$. Esta contradicción del modelo teórico y real son las que se mencionaron previamente. En definitiva, con la disposición que se muestra en la figura 12 y mediante la utilización de la ecuación 9 se obtuvo la siguiente impedancia de entrada:

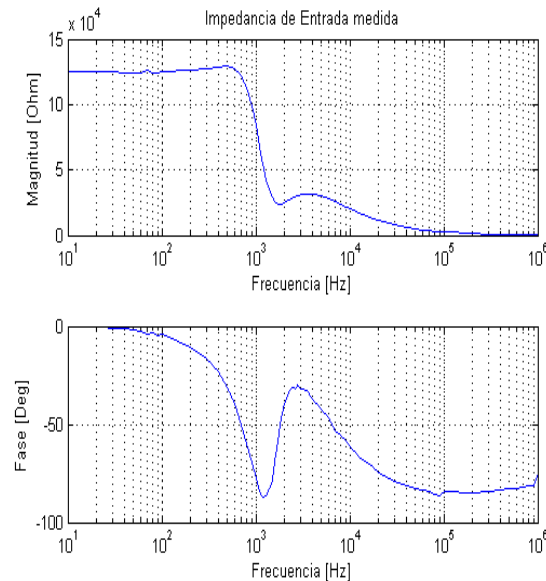


Figure 16: Impedancia de entrada medida

Las mediciones que se exhiben fueron realizadas repetidas veces y puede observarse la forma en que difiere de la simulada. La principal diferencia es la magnitud de la resistencia que se tiene previo a la aparición del cero y los polos, siendo la medida significativamente menor a la simulada. Esto se debe a la resistencia utilizada para medir la impedancia de entrada, que fue R_3 . La misma se eligió de un valor de $47k\Omega$ (la que se utilizó para realizar la medición que se exhibe en la figura 16) y por ende si los valores resistivos que se tienen del Z_{in} son del orden de los megaohms, la caída que se mediría en la resistencia R_3 son demasiado pequeños como para realizarse una medición precisa. Para realizar una medición por el estilo se pensó en utilizar un amplificador diferencial (en específico utilizar el que será analizado en la sección 3) pero tampoco hubiese sido precisa debido a que los valores resistivos que se medirían son muy comparables con los valores que se tienen de los aparatos de medición, por ende a frecuencias bajas serían muy imprecisos.

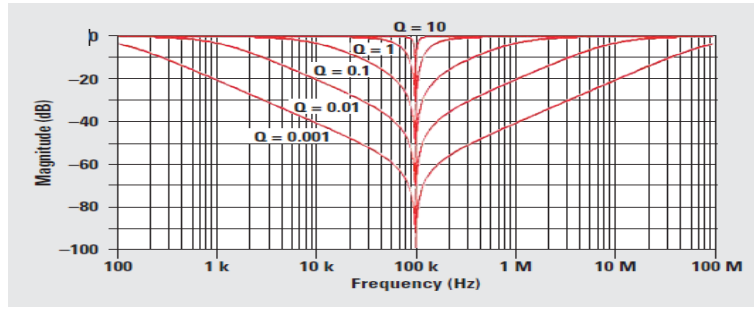
Otro aspecto a caracterizar sobre el circuito que surgió del análisis de la impedancia de entrada es que al medir la caída en la resistencia la tensión en vez de ser positiva era negativa, en otras palabras, existía una corriente que entregaba el filtro generado que en vez de caer la tensión en la resistencia R_3 , aumentaba. Esto se debe a que el filtro está realizado con componentes activos. La impedancia de entrada es representada por la ecuación $Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}}$ y como el filtro es capaz de entregar corriente en su entrada (es decir al generador de funciones) se alteraría por completo el análisis que llevó a los valores máximos y mínimos analizados resultantes de la ecuación 10. En el caso específico de las mediciones realizadas, los valores de frecuencia para los cuales ocurría que el filtro con GIC generaba que ingrese una corriente son de $300Hz - 1000Hz$ (dentro de ese rango ocurría para las resistencias utilizadas dentro de cualquiera de los valores utilizados).

1.5.6 Notch Depth

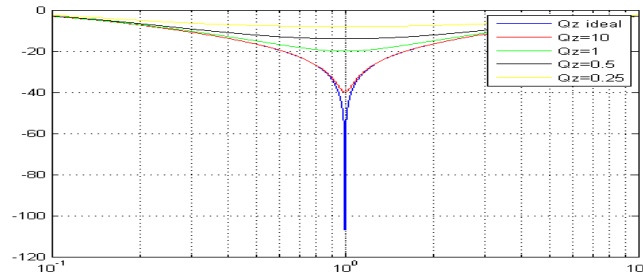
En esta sección se explicará con más profundidad que es el Notch-Depth para el caso de un filtro notch (o rechaza banda). Es característico de dichos filtros dejar pasar todas las frecuencias (es decir no atenuarlas) excepto en un rango de valores donde se desea atenuar la señal. El valor máximo de atenuación al que se llega se lo denomina Notch-Depth o profundidad del Notch. Para una denominación más teórica, se remite a la definición:

$$N_{depth} = \frac{1}{Q_z} \quad (11)$$

El valor del notch depth (el cual idealmente es infinito (∞)) tiene una relación directa con Q_z que representa el factor de calidad de los ceros de la función transferencia. Los mismos, que se también se denominan ceros de transmisión, son los que modifican la profundidad a la que se atenuará. El valor del factor de calidad de los ceros es el que modifica el valor de profundidad del notch pero a su vez, el Q_p (factor de calidad de los polos) controla el rango de frecuencias para los cuales se provoca una atenuación, en otras palabras, modifica el ancho de banda para el cual se atenúa la señal. Esto sugiere que el preciso manejo del valor de los factores de calidad es indispensable en la creación del filtro donde por ejemplo en aplicaciones donde la señal que se quiere rechazar puede desviarse dentro de cierto rango con respecto a la frecuencia principal de atenuación conviene utilizar un valor mas pequeño de Q_p .



(a) Variación del factor de calidad del polo



(b) Variación del factor de calidad del cero

Figure 17: Variacion del notch modificando los factores de calidad

Continuando con el análisis del filtro, el circuito realizado es un LP-Notch (Low pass notch) y se le midió la respuesta en frecuencia. En el proceso de la medición se tomaron ciertas medidas para poder medir con mayor precisión la franja de valores de mayor atenuación de manera de obtener la frecuencia para la cual se tenía la mayor atenuación (y obtener dicho valor máximo). El valor de la máxima atenuación se dio para la frecuencia de 2325Hz con una atenuación de la señal de entrada de 40.7dB .

La forma en la que se obtuvieron los datos para todo el rango de frecuencias para el cual se realizó la respuesta en frecuencia no fue la misma. Las amplitudes elegidas fueron las que variaron de manera de analizar con mayor precisión el Notch-Depth. Como fue explicado previamente, al implementar el circuito se escogieron los componentes de manera que no se introduzcan problemas por culpa de las restricciones de los Op-Amps por ende la amplitud que se eligió para frecuencias que no pertenecen a la franja de atenuación del notch fue de $0.5 \sim 1V_{pp}$. Dentro del rango de frecuencias de atenuación del filtro rechaza banda, se optó por que la amplitud de la senoidal utilizada para la medición fuese significativamente mayor. Para hablar con mayor precisión, dicha amplitud fue de $20V_{pp}$ que es la máxima amplitud permitida por el generador de funciones. Al no tener problemas de saturación por parte de los Op-Amps y ningun offset que pudiese provocar algún problema similar, se decidió que como la señal de entrada iba a ser lo suficientemente atenuada a la salida (con un valor de atenuación mayor a 30dB) es más conveniente que sea de una amplitud mayor. A su vez una salida demasiado pequeña sería muy susceptible al ruido y por ende afectaría la precisión en la que se medirían los valores de mayor importancia (los que dan el valor de mayor atenuación que genera el filtro para la banda de rechazo).

Por ende, con la suficiente amplitud de la senoidal de entrada (para que la salida sea lo menos susceptible posible al ruido) y sabiendo que no habría problemas con los operacionales utilizados se procedió a obtener el valor de mayor atenuación del filtro que se dió a conocer.

1.6 Conclusion

Para concluir esta sección se resume que implementar un filtro con GIC tiene muchas ventajas por sobre un circuito pasivo ya que se logran selectividades más elevadas y el diseño es robusto en cuanto a variación en los valores de los componentes. Como contra partida, la utilización de dos operacionales encarece el diseño y al mismo tiempo introduce mayor cantidad de limitaciones que aquellas que puedan ocurrir en el mismo tipo de filtro implementado en una celda con un solo operacional. Por lo que para

validar que este tipo de implementación es la adecuada para el uso previsto se debe tener una relación de compromiso entre ventajas y limitaciones.

2 Gyrator

El gyrator fue diseñado en 1948 por Bernard D. H. Tellegen como un hipotético elemento lineal tal como la resistencia, el capacitor, el inductor o un transformador ideal. Un gyrator puede ser utilizado para simular un inductor conectado a tierra tal como se puede ver en la figura 18.

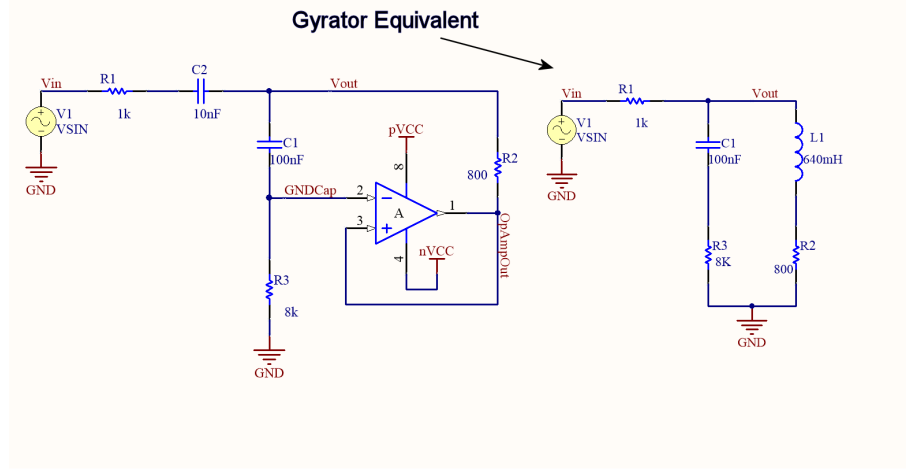


Figure 18: Circuito Equivalente

En esta sección del informe se buscó analizar dicho circuito para verificar su comportamiento como una bobina. A modo de estudiar el comportamiento del mismo, se propuso diseñar un filtro pasa bajos que cumpla las siguientes condiciones:

- Filtro de Segundo Orden
- Atenuación de Paso de entre 0 y 3 dB. Con frecuencia de paso de 1kHz.
- Atenuación de Amplitud mayor a 10 dB. Con frecuencia de amplitud de 3.5kHz.

2.1 Análisis Teórico

Aplicando el método de nodos para la resolución de circuitos sobre el nodo V_{out} del gyrator, se obtiene la siguiente ecuación:

$$I_{in} = V_{out} \left[\frac{1}{R_3 + X_C} + \frac{1}{R_2} - \frac{X_C}{R_2} \cdot \frac{1}{R_3 + X_C} \right]$$

$$I_{in} = V_{out} \left[\frac{s \cdot C \cdot R_3 - 1}{s \cdot C \cdot R_2} \cdot \frac{s \cdot C}{1 + s \cdot C \cdot R_3} + \frac{1}{R_2} \right]$$

Finalmente, se despeja V_{out}/I_{in} para obtener la impedancia equivalente del circuito resultando en la siguiente ecuación:

$$Z_G = \frac{s \cdot C \cdot R_2 \cdot R_3 + R_2}{s \cdot C \cdot R_2 + s \cdot C \cdot R_3} \quad (12)$$

Se puede observar que el numerador, equivale a una bobina con $L = C \cdot R_2 \cdot R_3$ y una resistencia parásita igual a R_2 .

Observando ahora el circuito equivalente teórico que muestra la imagen 18. Se calcula la impedancia de entrada del circuito como el paralelo entre el capacitor y la bobina con sus respectivas resistencias. Se obtiene entonces la siguiente expresión:

$$Z_L = \frac{(C \cdot R_3 \cdot s + 1) \cdot (R_2 + L \cdot s)}{s^2 \cdot L \cdot C + s \cdot C \cdot [R_2 + R_3] + 1}$$

Si se reemplaza $L = C \cdot R_2 \cdot R_3$ se obtiene la ecuación definitiva:

$$Z_L = \frac{s \cdot C \cdot R_2 \cdot R_3 + R_2}{s \cdot R_2 \cdot C + 1} \quad (13)$$

Si se comparan las ecuaciones 12 y 13, se puede ver que el gyrator se comporta como una bobina siempre y cuando se cumpla que

$$R_3 \cdot C \cdot s \approx 1 \quad (14)$$

Cuanto más se aleje dicho valor de la unidad, más impreciso será el circuito y comenzará a comportarse de manera indeseada.

2.2 Aplicaciones como Filtro

Un gyrator puede ser utilizado para generar distintos tipos de filtro de segundo orden. Ya que el mismo funciona como un inductor, se pueden crear diferentes circuitos RLC para crear el filtro deseado.

Como se mostró en la figura 18. El circuito estudiado es equivalente a un circuito RL, trabajando a una frecuencia en donde se pueda despreciar la capacitancia en paralelo. Por lo que, si se agregase un capacitor entre la resistencia y el gyrator, se crearía un circuito RCL, el cual actúa como un pasa altos de segundo orden.

Utilizando el mismo principio, se pueden conectar capacitores correctamente para crear tanto un filtro pasa banda como un rechaza banda. Tales circuitos se los simuló con el Altium Designer, cuyos resultados se representan en la imagen 19.

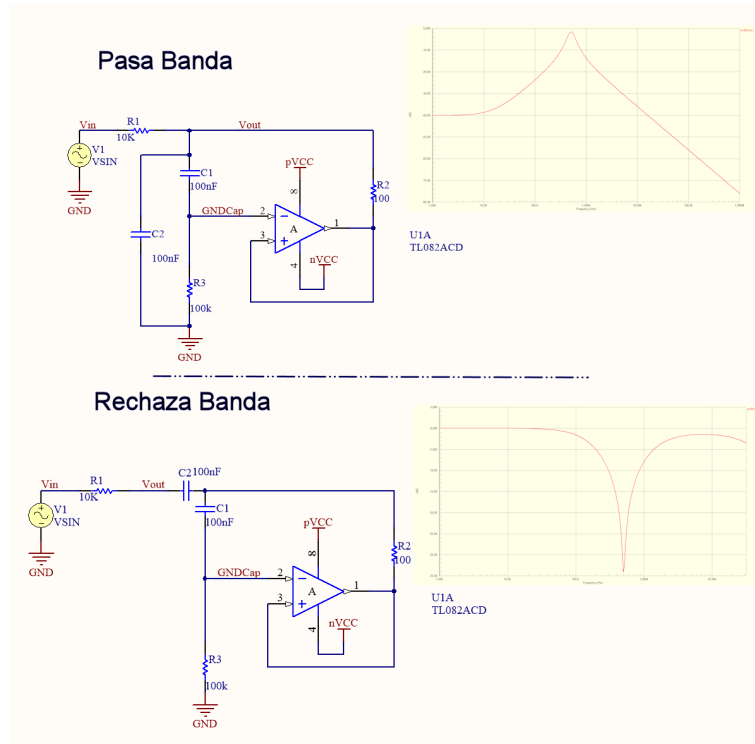


Figure 19: Pasa Banda y Rechaza Banda utilizando un Gyrator

2.2.1 Pasa Bajos

Sin embargo, como se planteó anteriormente, se desea, para este informe, aplicar un filtro pasa bajos. Para generar un pasabajos se debería crear un circuito RLC, sin embargo, el gyrator simula un inductor que debe estar *obligatoriamente conectado a tierra*, por lo que su utilización para un pasabajos no es trivial.

Se podría modificar el circuito para que el mismo simule una bobina sin la necesidad que la misma esté conectada a tierra, pero ese circuito dejaría ya de ser definido como un gyrator y pasaría a ser un lo que se conoce como un GIC, similar al circuito analizado en la sección anterior. Ya que el objetivo

de esta sección es analizar el comportamiento de un gyrator, se descartó esta opción, y se buscó otras alternativas para la creación de un filtro utilizando un Gyrator.

Como se especificó a comienzos de la sección, el gyrator solo se comporta como bobina para valores de componentes que cumplan la ecuación 14. Si se aleja de esta idealidad, por ejemplo, se elige una resistencia R_3 del orden de los megaohm, puede obtenerse una función transferencia de la forma de un pasa bajos. Se realizó la simulación en Altium para verificar que así fuera y se obtuvo la siguiente respuesta:

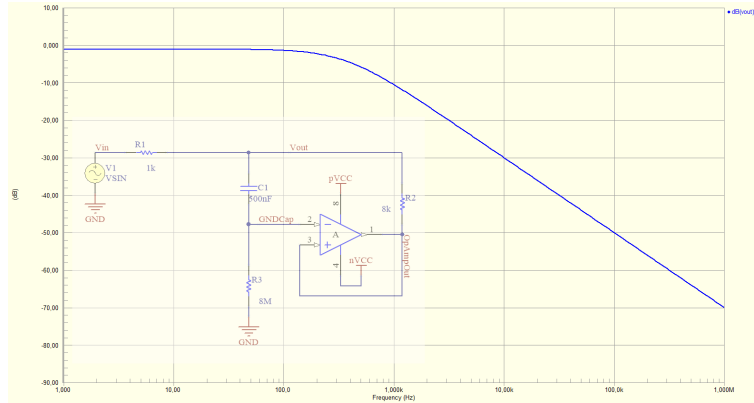


Figure 20: Pasa Bajos

Esta implementación, si bien válida, no usaría al gyrator en su zona de trabajo, si bien puede ser un tema de trabajo, el objetivo de esta sección es investigar sobre el uso del gyrator como bobina, por lo que se descartó esta opción para la creación del filtro pasa bajos.

Se investigó entonces otra opción. Si se midiese la salida del circuito en el capacitor se obtendría una transferencia como indica la figura 21.

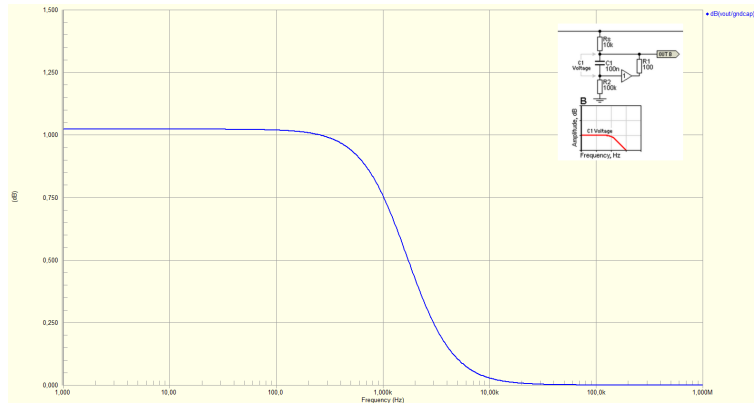


Figure 21: Salida sobre el Capacitor

Sin embargo, este análisis posee dos defectos. El primero, es que, al igual que el método anterior, el circuito es un filtro de primer orden, y se desea crear uno de segundo orden. El otro defecto, es que la transferencia depende mucho de las resistencias parásitas del capacitor, esto hace que tenga mucha sensibilidad y sea muy difícil generar una plantilla muy estricta.

2.3 Diseño del Filtro

Por todos los inconvenientes plantados en la subsección 2.2.1, se decidió implementar un circuito pasa altos en lugar del filtro planteado originalmente. La plantilla queda de una forma equivalente, en la cual atenúe más de 10 dB a 1 kHz y tenga una banda de paso de entre 0 y 3 dB a partir de los 3.5 kHz.

El circuito a implementar es el que se representa en la figura 22, pero primero, para poder diseñar el circuito, se debe conocer la función transferencia con el objetivo de analizar los valores de sus

componentes y verificar que el mismo cumpla con la plantilla propuesta.

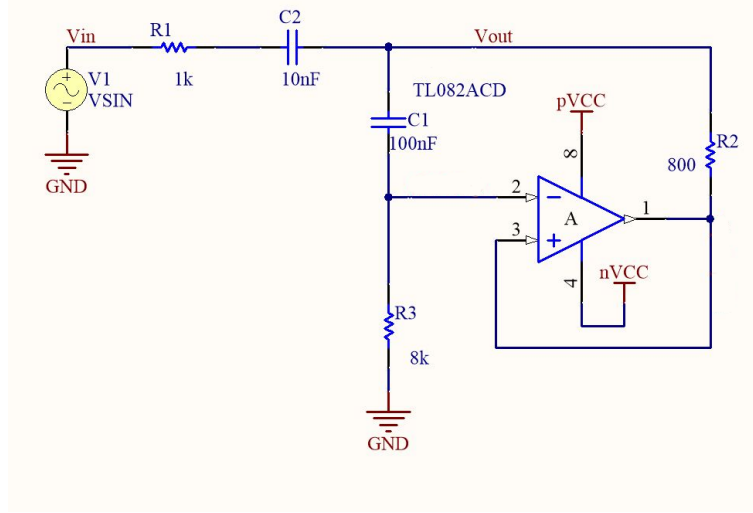


Figure 22: Circuito Pasa Alto Implementado

2.3.1 Función Transferencia

Analizando el circuito equivalente con la bobina L de la figura 18, se puede obtener la siguiente ecuación ya que el circuito es simplemente un divisor resistivo:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z}{Z + R_1} \quad (15)$$

Donde Z es la impedancia equivalente de $R_2 + X_L$ en paralelo con $R_3 + X_C$. Teniendo en cuenta que la impedancia $L = R_1 \cdot R_2 \cdot C$, la impedancia Z queda:

$$Z = \frac{R_2 \cdot (C \cdot R_3 \cdot s + 1)}{(C \cdot R_2 \cdot s + 1)} \quad (16)$$

Finalmente, templazando 16 en 15, se obtiene la transferencia del circuito:

$$H(s) = \frac{C_2 \cdot R_2 \cdot s \cdot (C_1 \cdot R_3 \cdot s + 1)}{s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot R + s \cdot [C_2 \cdot R + C_1 \cdot R_2] + 1} \quad (17)$$

Donde $R = R_1 + R_3$. Se puede ver que si se evalúa la función en cero, la misma devuelve justamente, cero. Y si se tiende la frecuencia a infinito, la transferencia es $H(s) = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$, por lo que el circuito se comporta como un pasa altos. Ahora solo se debe buscar colocar los polos y ceros de forma adecuada para obtener el comportamiento deseado que cumpla con la plantilla propuesta.

Si se elije:

$$1/\omega_p = C_2 \cdot R = C_1 \cdot R_2 \quad (18)$$

Se llega a que el polo tiene la siguiente forma: $\left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2 + 2 \cdot \frac{s}{\omega_p} + 1$. Esto es deseable ya que de esta forma, la función no presenta sobrepicos y se puede asegurar que la transferencia nunca supere los 0 dB.

Ambos ceros deben darse antes que los polos complejos conjugados, eso me genera la condición $R_2 < R_3$. La transferencia en el infinito puede aprovecharse para que si por errores de los componentes tengo un sobrepico, el mismo no haga que supere los 0 dB en ese punto. Sin embargo, se debe tener en cuenta que: $-3 < 20 \cdot \log\left(\frac{R_3}{R_3 + R_1}\right) < 0$. De las dos condiciones anteriores ya se puede asegurar que R_3 será la mayor resistencia utilizada.

Utilizando la ecuación 18 para $1kHz < f_p < 3.5kHz$, la ecuación 14 obtenida al comienzo de esta sección para asegurar el comportamiento del gyrator como una bobina entre frecuencias de 1 a 5 kHz y con las dos condiciones anteriores impuestas sobre la relación de las resistencias se diseñó el circuito.

Se empleó la herramienta MATLAB para realizar reiteraciones de combinaciones de numeros que cumplieran dichas restricciones con el objetivo de conseguir una función transferencia que se adecuara con lo requerido. Dicha grafica se encuentra representada en la imagen 23.

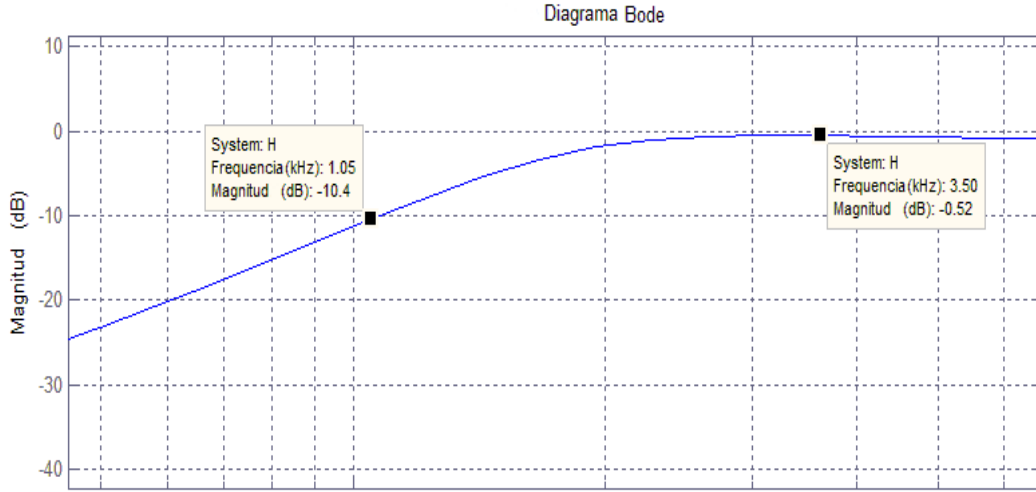


Figure 23: Simulación en Matlab

Como se puede observar, la simulación cumple perfectamente la plantilla propuesta ya que atenúa más de 10 dB a 1 kHz y en 3.5 kHz pasa a atenuar solo -0.52 dB.

2.3.2 Sensibilidades

A continuación se muestra el análisis de sensibilidad para la frecuencia de los polos conjugados del sistema. Dada la expresión de dicha frecuencia que se obtiene a partir de la ecuación 17.

$$\omega_p = \frac{1}{C_1 C_2 R_2 \cdot (R_1 + R_2)}$$

Se calcula con el siguiente análisis, la variación relativa en la posición de los polos respecto del error relativo en cada uno de los componentes involucrados.

S_x^y	ω_p
R_1	$-\frac{R_1}{R_1+R_2}$
R_2	-1
R_3	$-\frac{R_1}{R_1+R_2}$
C_1	-1
C_2	-1

Table 4: Sensibilidad de la frecuencia del polo respecto de los componentes involucrados

Como se puede observar en la tabla 4, todas las sensibilidades son de signo negativo lo cual podría generar un conflicto en cuanto a la ubicación del polo ya que todos los errores modifican el polo de una forma similar. Sin embargo, dichos valores parecen no ser muy significativos ya que son todos en módulo menores o iguales a uno. Esto es algo positivo ya la sensibilidad del circuito es baja para cualquier componente.

2.3.3 Altium Designer Analysis

Debido a la complejidad del circuito se simuló el circuito previamente en Altium Designer para asegurarse que el circuito implementado cumpla con la transferencia calculada analíticamente. Tras verificar que la misma cumplía, se realizó un análisis de Monte Carlo con todos los componentes con

una distribución gaussiana de tolerancia 10%. El resultado del mismo se representa a continuación en la imagen 24.

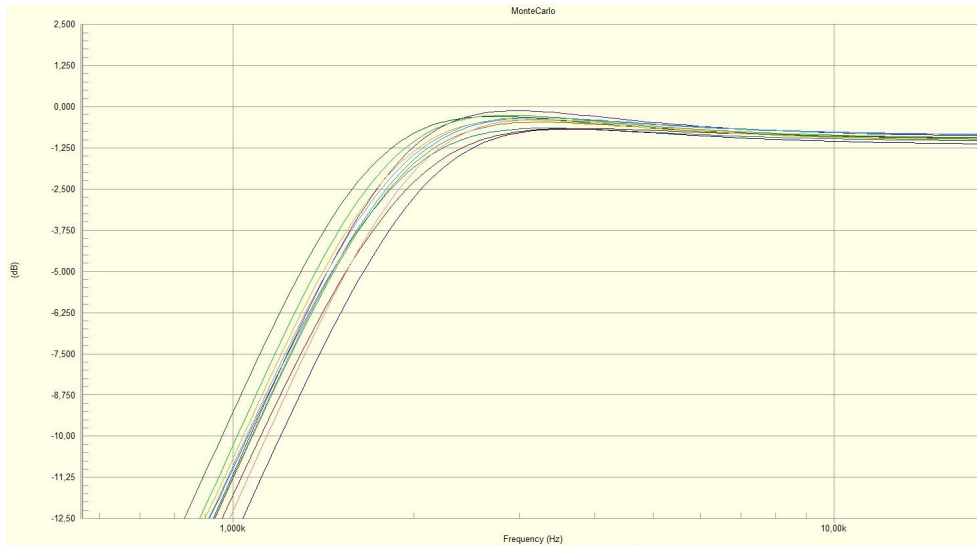


Figure 24: Analisis de Monte Carlo

Como se puede apreciar en la imagen 24. Todos los resultados exceptuando uno cumplieron con la plantilla deseada, esto concuerda con el análisis de sensibilidades estudiado en la sección anterior. Considerando que la simulación se hizo para una tolerancia del 10% y los componentes usados son del 5%, no se consideró necesario tomar mayores medidas para el control de la sensibilidad del circuito. Se espera por lo tanto que el mismo cumpla adecuadamente con la transferencia deseada sin mucho error y consiga cumplir la plantilla.

2.3.4 Rango de trabajo

Si se observa la ecuación 13, la misma posee un polo y un cero, por lo que la misma se comportará como inductor entre esos valores y será constante fuera de los mismos, teniendo un valor igual a R_2 para frecuencias antes del cero, y R_3 para frecuencias mayores a la ubicación del polo. Sin embargo, a frecuencias muy altas, se dejará de cumplir la condición propuesta de que $R_3 \cdot C \cdot s \approx 1$ (condición 18). Como se discutió, cuando ese factor comience a tomar importancia en la impedancia del circuito, el mismo se dejará de comportar como fue predicho y comenzará a atenuarse, provocando un comportamiento indeseado en la implementación y función del gyrator. Se simuló pues la impedancia de entrada del mismo tanto en altium como en matlab para verificar dicho comportamiento llegando a resultados similares (imagen 25).

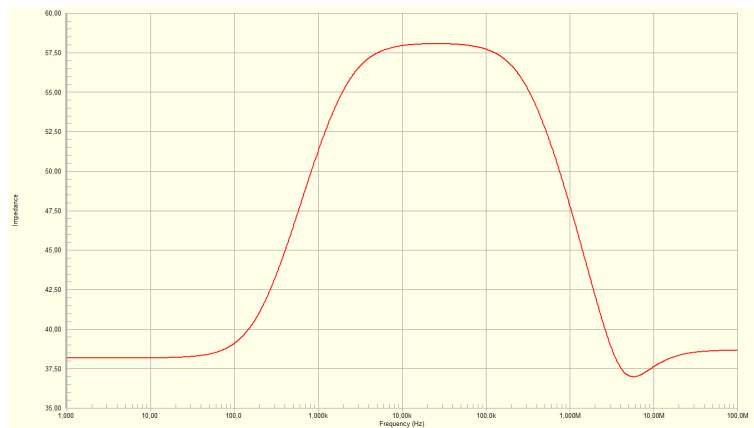


Figure 25: Impedancia del Gyrator

Como se puede observar, la impedancia del gyrator comienza a descender alrededor de los 100 kHz abandonando así el modelo de bobina equivalente propuesto para el circuito. Por este motivo, se puede esperar que a partir de los 100 kHz, el pasa altos comience a atenuar nuevamente la señal. Por este motivo, el rango de trabajo del circuito se encuentra por debajo de los 100 kHz.

Este fenómeno, es justamente el aprovechado para crear el circuito pasabanda que se mostró anteriormente en la imagen 19. Si se observa la misma, el circuito es equivalente al que se piensa implementar para crear el filtro pasa alto, solo que se modifican los valores adecuadamente para obtener dicho filtro.

2.4 Implementación del Gyrator

Se implementó el circuito diseñado en la sección 2.3 en PCB. Se utilizó Altium Designer como herramienta de diseño del PCB. Se muestra en la figura 26, los resultados obtenidos en la medición donde la señal amarilla es la entrada y la salida se encuentra de color verde. Se midió el Ratio de forma que midiera atenuación y no transferencia para poder graficar los resultados comparandolos con la plantilla.

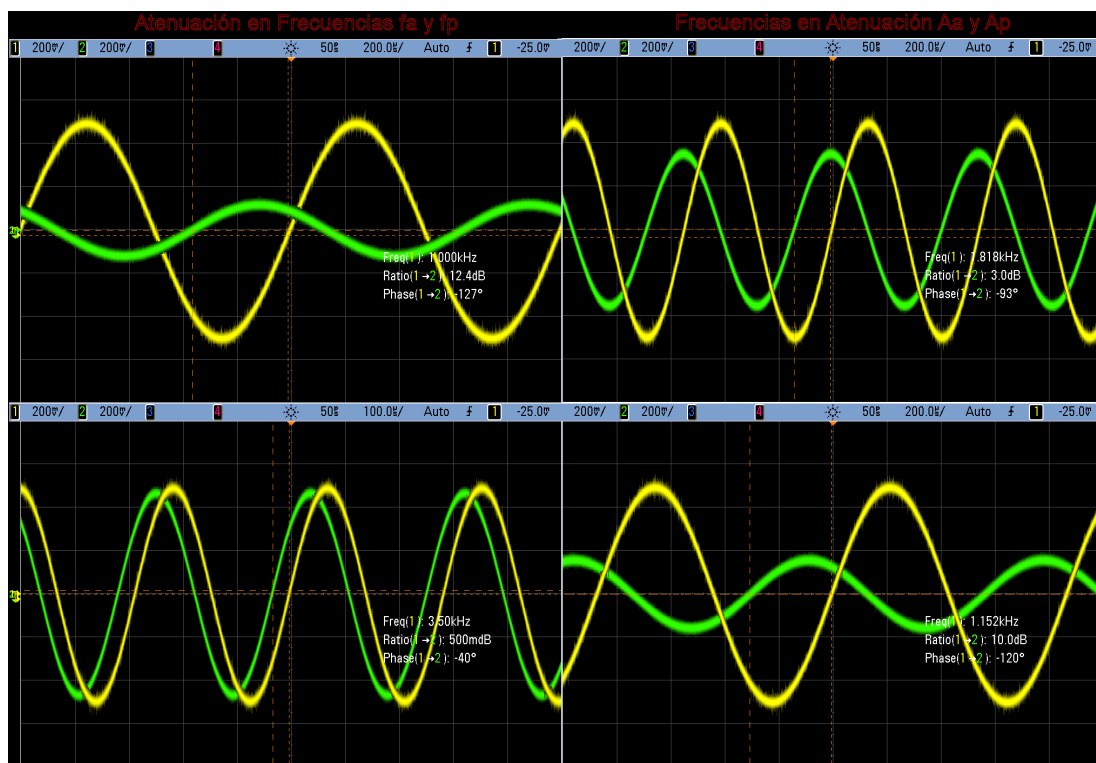


Figure 26: Resultados Obtenidos

Como se puede observar en la figura 26, se verificó que a 1 kHz, la señal atenúe más de 10dB y que a 3.5 kHz ya se encontrara dentro de la zona de paso (entre 0 y 3 dB), lo cual se puede verificar en la columna izquierda. Luego, se quiso ver la banda de transición real entre la cual paso de 10dB a 3dB, lo cual se puede observar en la columna derecha. Se puede apreciar que el circuito consigue los 3 dB de atenuación a los 1.8 kHz, mucho antes de lo necesario. Quizás hubiera sido mejor correr el polo un poco antes para alejar un poco más la frecuencia de atenuación de los 10 dB, ya que la misma se cumple a los 1.150 kHz.

Tras verificar que cumplía con esos puntos de interés, se prosiguió a graficar la atenuación y verificar que cumpla con la plantilla como se observa en la imagen 27.

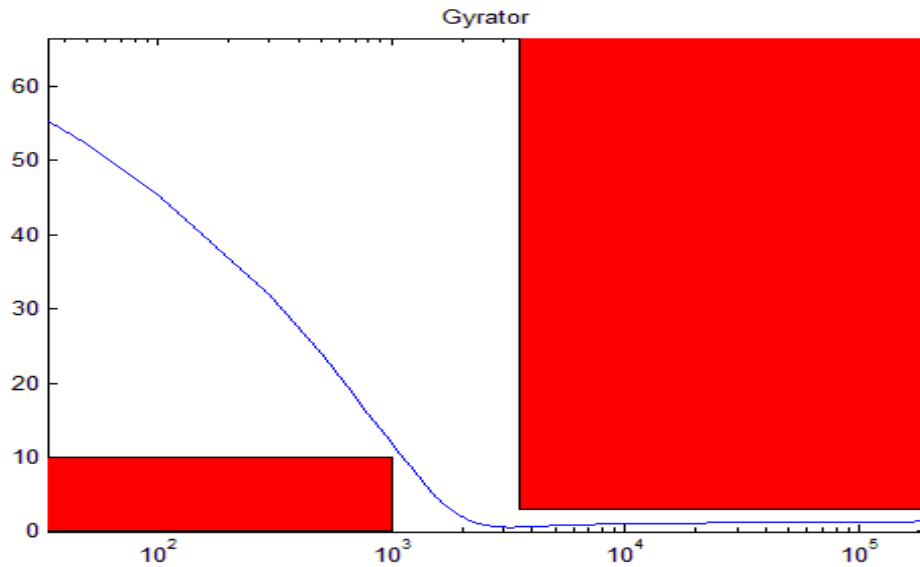


Figure 27: Plantilla del Circuito

Se puede observar que el circuito cumple con la plantilla propuesta de una forma acertada hasta los 100 kHz, frecuencia a la cual se dijo que el circuito se comportaría de forma lineal y por lo tanto, frecuencia máxima en la cual debería funcionar el circuito.

Se graficaron los resultados obtenidos con la simulación de matlab junto con las mediciones obtenidas (figura 28). Además, se hicieron más mediciones para ver como se comporta el circuito fuera de la zona lineal para ver que ocurre a altas frecuencias.

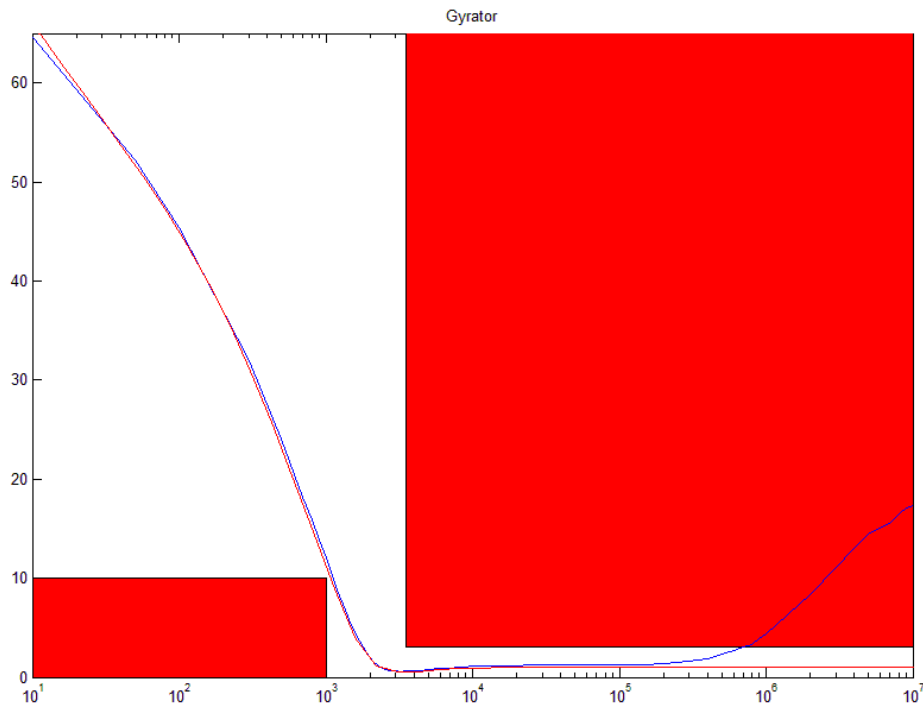


Figure 28: Comparación Simulación/Mediciones

Como se puede apreciar en la imagen, las mediciones coinciden muy bien con la simulación teórica del circuito. Esto se debe a la buena sensibilidad del circuito estudiado, calculada en la sección 2.3.2. A los 200 kHz, se puede observar que, como se predijo, el gyrator comienza a decrementar su impedancia,

resultando en una atenuación en la tensión de salida. Por dicho motivo se observa que a partir de esa frecuencia, el circuito comienza a atenuar nuevamente para, a los 700 kHz, la dejar de cumplir con la plantilla, es decir, superar los 3 dB de atenuación.

2.5 Comportamiento en la fase

A lo largo de todo el informe, se intentó diseñar un filtro que atenuara correctamente el módulo de la señal de entrada. Pero nunca se discutió ni observó que sucedía con la fase. Dicho comportamiento se puede apreciar en la figura 29, donde se muestra la fase medida en azul y la fase simulada en rojo.

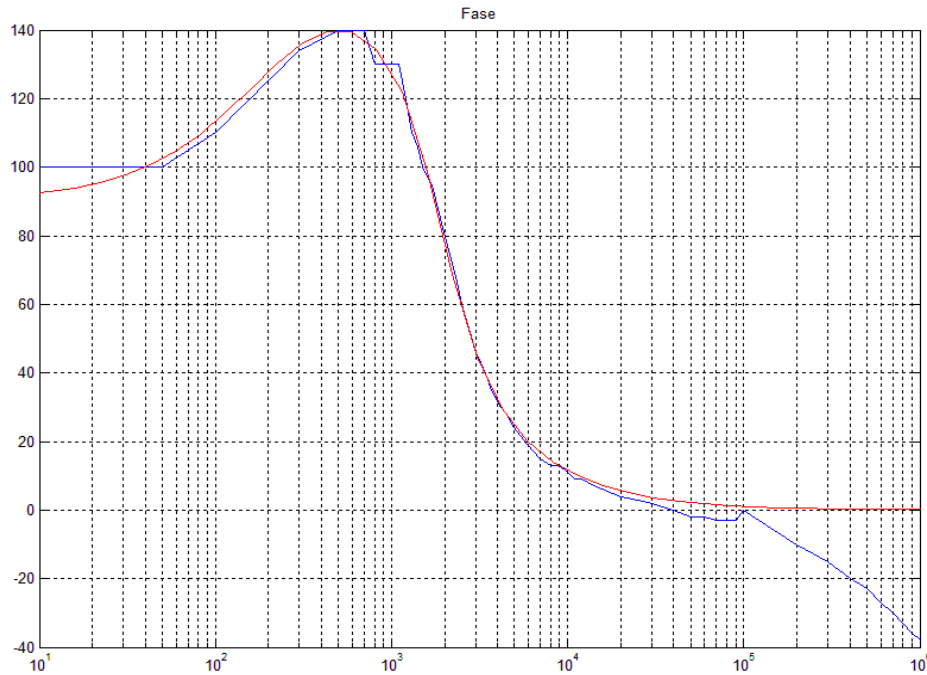


Figure 29: Diagrama de Fase

Este diagrama de fase no es muy deseable en ningún circuito. Se puede observar que el mismo presenta demasiadas variaciones en todas las frecuencias. El mismo comienza en 90° por su cero en continua, el cual comienza a aumentar por su otro cero, pero desciende antes de alcanzar los 180 grados debido al polo conjugado de la transferencia. Finalmente, ya que el grado del numerador en la ecuación 17 es igual al grado del denominador, el desfase se anula. En el modelo simulado, la fase se mantiene constante una vez alcanzado el valor cero. Sin embargo, en los resultados medidos, la misma desciende nuevamente debido a que se comienza a alejar de la zona de trabajo y se introduce un nuevo polo al circuito.

2.6 Conclusion

En esta sección se estudió un circuito que se puede usar para simular una bobina denominado Gyrator. Se analizó las ecuaciones y la zona de validez del mismo.

Luego se analizó su aplicación para la creación de distintos filtros, incluyendo métodos no convencionales para poder crear un filtro pasa bajos. Se aplicó particularmente para un filtro pasa altos con una plantilla determinada. Se hizo notar en el mismo, la dificultad que significa cumplir con una plantilla de esas características aplicando un filtro RLC ya que se tuvo que analizar numerosos casos y simular con distintos valores hasta conseguir la combinación de componentes necesaria.

Finalmente, se analizó la fase en el circuito y se verificó que si bien se comporta como es deseado en módulo, la transferencia se comporta de forma indeseada en la fase, mostrando como es de particular dificultad lograr cumplir una plantilla manteniendo la fase constante.

3 Amplificadores de instrumentación

3.1 Introducción

Los amplificadores de instrumentación son dispositivos que permiten medir una diferencia de tensión entre sus entradas y generan a su salida una tensión proporcional a esa diferencia relativa entre sus terminales de entrada (modo diferencial). Su principal ventaja frente a circuitos que simplemente amplifican una señal referenciada a masa (modo común) es su gran inmunidad frente al ruido, lo cual los hace aptos para medir señales de muy baja amplitud, que de ser medidas de otra forma no podrían ser distinguidas del piso de ruido. Se buscará por lo tanto estudiar su comportamiento para determinar las principales características y limitaciones que este tipo de circuitos presentan, tomando como punto de partida aquel presentado en la figura

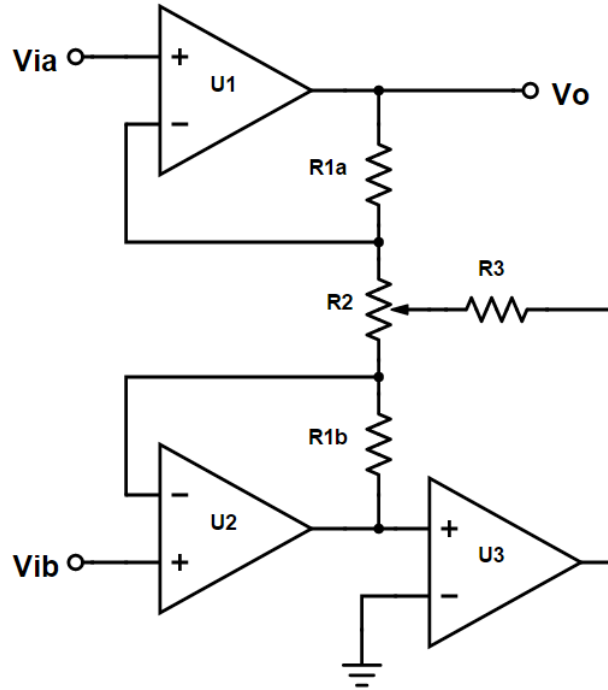


Figure 30: Amplificador de Instrumentación.

3.2 Análisis Matemático

Comenzando el estudio teórico del circuito, en primer lugar se reemplaza el resistor variable por dos resistencias de valores $R_2 \cdot k$ y $R_2 \cdot (1 - k)$, con $k \in [0, 1]$. De esta forma, la resistencia total en lo que eran los extremos del resistor variable continua siendo R_2 . También se identifica un nuevo nodo entre estos resistores, unidos a R_3 . Habiendo hecho esto y numerando los nodos se obtiene la configuración mostrada en la figura 31

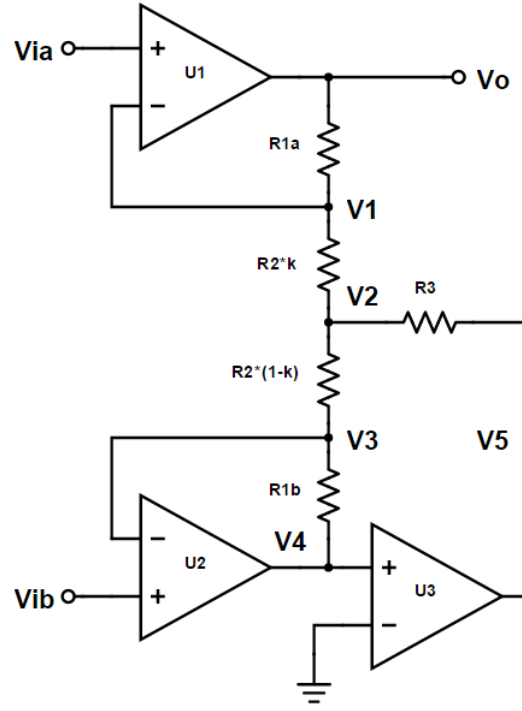


Figure 31: Aplicación típica del LM35.

Planteando las ecuaciones de cada amplificador operacional y aplicando el teorema de nodos, el sistema de ecuaciones que define al sistema es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = A_{vol1} \cdot (v_{ia} - v_2) \\ v_4 = A_{vol2} \cdot (v_{ib} - v_3) \\ v_5 = A_{vol3} \cdot (v_4) \\ (v_0 - v_1)/R_{1a} + (v_2 - v_1)/(R_2 \cdot k) = 0 \\ (v_1 - v_2)/(R_2 \cdot k) + (v_3 - v_2)/[R_2 \cdot (1 - k)] + (v_5 - v_2)/R_3 = 0 \\ (v_4 - v_3)/R_{1b} + (v_2 - v_3)/[R_2 \cdot (1 - k)] = 0 \end{array} \right.$$

Asumiendo únicamente que los valores de A_{vol} son iguales, finitos y constantes en frecuencia, mediante el uso de un software de cálculo (MuPAD) se llegó a la siguiente expresión para la salida del circuito:

$$\begin{aligned} v_0 = & [(R_{1a} R_{1b} v_{ia} - R_2 R_{1a} v_{ib} - R_{1a} R_{1b} v_{ib} + R_2 R_{1a} k v_{ib} + R_2 R_{1b} k v_{ia}) A_{vol}^3 + \\ & + (R_2 R_3 v_{ia} - R_2^2 k^2 v_{ia} + R_2 R_{1a} v_{ia} + R_3 R_{1a} v_{ia} - R_3 R_{1a} v_{ib} + R_2^2 k v_{ia} - R_2 R_{1a} k v_{ia}) A_{vol}^2 + \\ & + v_{ia} (R_2 R_3 + R_2 R_{1a} + R_3 R_{1a} + R_3 R_{1b} + R_{1a} R_{1b} + R_2^2 k - R_2^2 k^2 - R_2 R_{1a} k + R_2 R_{1b} k) A_{vol}] / \\ & / [(R_2 R_{1b} k) A_{vol}^3 + \\ & + (-R_2^2 k^2 + R_2^2 k + R_{1b} R_2 k + R_3 R_2 + R_{1a} R_{1b}) A_{vol}^2 + \\ & + (2 R_2 R_3 + R_2 R_{1a} + R_3 R_{1a} + R_3 R_{1b} + 2 R_2^2 k - 2 R_2^2 k^2 - R_2 R_{1a} k + R_2 R_{1b} k) A_{vol} + \\ & + R_2 R_3 + R_2 R_{1a} + R_3 R_{1a} + R_3 R_{1b} + R_{1a} R_{1b} + R_2^2 k - R_2^2 k^2 - R_2 R_{1a} k + R_2 R_{1b} k] \end{aligned}$$

Se pospondrá el análisis del sistema bajo el modelo de polo dominante hasta una vez asignados los valores de los componentes. Esto es debido a la complejidad de la ecuación y a la falta de claridad que tendría un análisis simbólico de la misma. Se puede ver que la expresión es una fracción polinómica en función de A_{vol} con numerador y denominador de orden 3. Estudiando el orden de los coeficientes de los polinomios, y suponiendo que los valores de las resistencias son *similares* entre si, y no difieren en más de dos ordenes de magnitud, se puede notar lo siguiente: Cada coeficiente es una suma de

productos, donde cada producto involucra dos valores de resistencias, una de las dos tensiones de entrada v_{ia} o v_{ib} , y en algunos casos la constante $k \in [0, 1]$. Se espera así, que los productos sean de orden *similar*, y así también su suma. Asumase por ahora que estos coeficientes no difieren en más de 3 órdenes de magnitud, y una vez asignados los valores de las constantes se verificará esta condición. Ahora notese que el valor de A_{vol} es del orden de 10^5 , por lo que A_{vol} y A_{vol}^2 diferirán en 5 ordenes. Asumidos los valores de los coeficientes similares, se puede despreciar el término de A_{vol}^2 frente al término de A_{vol}^3 . Bajo el mismo razonamiento será aún más despreciable el término de A_{vol} , y en el caso del denominador también lo será el término independiente de A_{vol} . Repitiendo las consideraciones realizadas y realizando las aproximaciones mencionadas se llega a la siguiente expresión:

$$\text{Asumiendo } 10^{-2} < \frac{R_{1a}}{R_{1b}}, \frac{R_{1a}}{R_2}, \frac{R_{1a}}{R_3}, \frac{R_{1b}}{R_2}, \frac{R_{1b}}{R_3}, \frac{R_2}{R_3} < 10^2 \quad (19)$$

$$A_{vol}^3 \gg A_{vol}^2 \gg A_{vol}$$

$$v_0 \approx \frac{R_{1a} R_{1b} v_{ia} - R_2 R_{1a} v_{ib} - R_{1a} R_{1b} v_{ib} + R_2 R_{1a} k v_{ib} + R_2 R_{1b} k v_{ia}}{R_2 R_{1b} k} \cdot \frac{\cancel{A_{vol}^3}}{\cancel{A_{vol}^3}}$$

Notese que con las aproximaciones realizadas, el valor de la tensión de salida es independiente del valor de la resistencia R_3 . Ahora, analizando la tensión a la salida con entrada en modo común ($v_{ib} = 0$), y en modo diferencial ($v_{ia} = v_{ib}$) :

$$v_{Com} = \frac{v_{ia} (R_{1a} k - R_{1a} + R_{1b} k)}{R_{1b} k} \quad v_{Dif} = \frac{v_{ia} (R_{1a} + R_2 k)}{R_2 k}$$

y sea $R_{1b} = u \cdot R_{1a}$

$$v_{Com} = \frac{v_{ia} (k + k u - 1)}{k u} \quad v_{Dif} = \frac{v_{ia} (R_{1a} + R_2 k)}{R_2 k} \quad (20)$$

Suponiendo valores de R_{1a} y R_{1b} iguales, ($u = 1$) y calibrando la posición del resistor variable al centro, ($k = 0.5$) se puede ver que:

$$v_{Com} = 0 \quad v_{Dif} = \frac{v_{ia} (R_2 + 2 R_{1a})}{R_2}$$

Por lo que la entrada en modo común es totalmente atenuada, y la entrada en modo diferencial es amplificada según la relación entre R_{1a} y R_2 .

Supóngase que se desea obtener una ganancia en modo diferencial de al menos *65 veces*. Para esto, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se deberán elegir los valores de los resistores tal que:

$$R_{1a} = R_{1b}$$

$$\frac{R_2 + 2 R_{1a}}{R_2} = 1 + 2 \frac{R_{1a}}{R_2} \geq 65$$

$$R_{1a} \geq \frac{65 - 1}{2} R_2 = 32 R_2$$

Asignando valores a los resistores, y tomando un margen adecuado para garantizar la ganancia deseada, se elijen los siguientes valores:

$$R_2 = 1k\Omega \quad R_{1a} = R_{1b} = 39k\Omega$$

Hasta ahora, con el modelo y las aproximaciones consideradas, se tiene que:

$$v_{Com} = 0 \quad v_{Dif} = \frac{v_{ia} (1K\Omega + 2 \cdot 39K\Omega)}{1K\Omega} = 79 v_{ia}$$

Comenzando a llevar el modelo utilizado a un plano más cercano a la realidad de un circuito implementable, se estudiará como afecta una diferencia por tolerancias entre los valores de R_{1a} y R_{2a} . Supóngase que se utilizan dos resistores con tolerancias del 5%. Recordando la ecuación 20, se puede ver que la transferencia en modo común depende de $u = R_{1a}/R_{1b}$. Considerando la tolerancia mencionada:

$$u \in \left[\frac{0.95}{1.05}; \frac{1.05}{0.95} \right] \subset [0.9; 1.11]$$

$$v_{Com} = \frac{v_{ia} (k + k u - 1)}{k u}$$

$$v_{Com}|_{u_{Min}} = \frac{v_{ia} (1.9 k - 1)}{0.9 k} \quad v_{Com}|_{u_{Max}} = \frac{v_{ia} (2.11 k - 1)}{1.11 k}$$

Afortunadamente, aún se tiene control de la variable k , y se puede ajustar la misma para llevar el valor de tensión de salida en modo común nuevamente a cero. Debe tenerse en cuenta que los ajustes realizados sobre k también afectarán la transferencia en modo diferencial. Para el rango de valores de u mencionado anteriormente, y sea $v_{ia} \neq 0$:

$$v_{Com}|_{u_{Min}} = 0 \iff (1.9 k - 1) = 0 \iff k = 1/1.9$$

$$v_{Com}|_{u_{Max}} = 0 \iff (2.11 k - 1) = 0 \iff k = 1/2.11$$

$$k \in \left[\frac{1}{2.11}; \frac{1}{1.9} \right] \subset [0.47; 0.53]$$

Finalmente, con estas leves variaciones en k , la transferencia en modo diferencial variará entre:

$$\frac{v_{Dif}}{v_{ia}} \in [74.58; 83.98]$$

Se denota que ligeras modificaciones en el valor de k afectan de forma significativa tanto a la transferencia en modo común como en modo diferencial. Sin embargo, calibrando el valor de k es posible contraarrestar el efecto de la tolerancia en los resistores R_{1a} y R_{1b} , y dado al sobredimensionamiento de la ganancia, las variaciones en el valor de la misma no dejan de cumplir la condición de una ganancia mayor a 65 veces. Dicho esto se utilizará para R_2 un preset de 25 vueltas para obtener una buena precisión al momento de la calibración.

Concentrando la atención ahora en R_3 , se vió que bajo las aproximaciones realizadas este resistor no influye en la transferencia del circuito. Sin embargo, cumple una función de gran relevancia para el correcto funcionamiento del mismo. Volviendo a hechar un vistazo al esquema en la imagen 31, se puede pensar al amplificador operacional $U3$ como un inyector de corriente, que regula así las ganancias en los Opamps $U1$ y $U2$. R_3 se encuentra a la salida de $U1$ para regular la corriente de salida y la ganancia en dicho amplificador. Si R_3 fuese de muy baja impedancia, bajo determinadas condiciones de alimentación, se le exigirá a $U3$ que entregue más corriente de la que puede entregar ($20mA$), el amplificador saturará por corriente y afectará al normal funcionamiento del circuito. De la misma forma, si R_3 es muy grande ($> 100k\Omega$), la ganancia en $U3$ será alta y saturará por tensión antes que $U1$ y $U2$, bajo señales en modo diferencial de muy baja amplitud ($50mVpp$). Dicho esto, se utilizará para R_3 un preset de $50k\Omega$.

Habiendo asignado los valores de todos los resistores, se procede a verificar lo asumido en 19:

$$10^{-2} < \frac{39k\Omega}{39k\Omega}, \frac{39k\Omega}{1k\Omega}, \frac{39k\Omega}{50k\Omega}, \frac{39k\Omega}{1k\Omega}, \frac{39k\Omega}{50k\Omega}, \frac{1k\Omega}{50k\Omega} < 10^2$$

3.3 Transferencia en modos Diferencial y Común en frecuencia

Pasando a estudiar la respuesta en frecuencia del sistema, a partir del modelo de polo dominante se llega al siguiente sistema:

$$A_{vol} = \frac{A_0}{\frac{s}{\omega_p} + 1}$$

Se utilizará como Amplificador Operacional el TL082 debido a su amplio ancho de banda. Para este modelo:

$$A_0 \approx 10^5 \quad \omega_p = 32 \text{ rad/s}$$

Dicho esto, operando bajo este modelo se llega a estas transferencias:

$$H_{Dif} = \frac{(s + 75.360)(s + 75.360)(s + 1381213 + 3737591i)(s + 1381213 + (-3737591i))}{8(s + 95467)(s + 2714656 + 2916879i)(s + 75.36 + 0.00040512i)(s + 75.36 - 0.000405129i)(s + 2714656 - 2916879i)}$$

$$H_{Com} = \frac{(s + 72.1223)(s + 95467)(s + 76.981 + 2.842i)(s + 76.981 + (-2.8416i))}{8(s + 95467)(s + 2714656 + 2916879i)(s + 75.36 + 0.00040512i)(s + 75.36 - 0.000405129i)(s + 2714656 - 2916879i)}$$

Se implementó el circuito y se midió la transferencia del mismo. A continuación se comparan los datos predichos por el modelo matemático, los resultados de la simulación y los valores medidos:

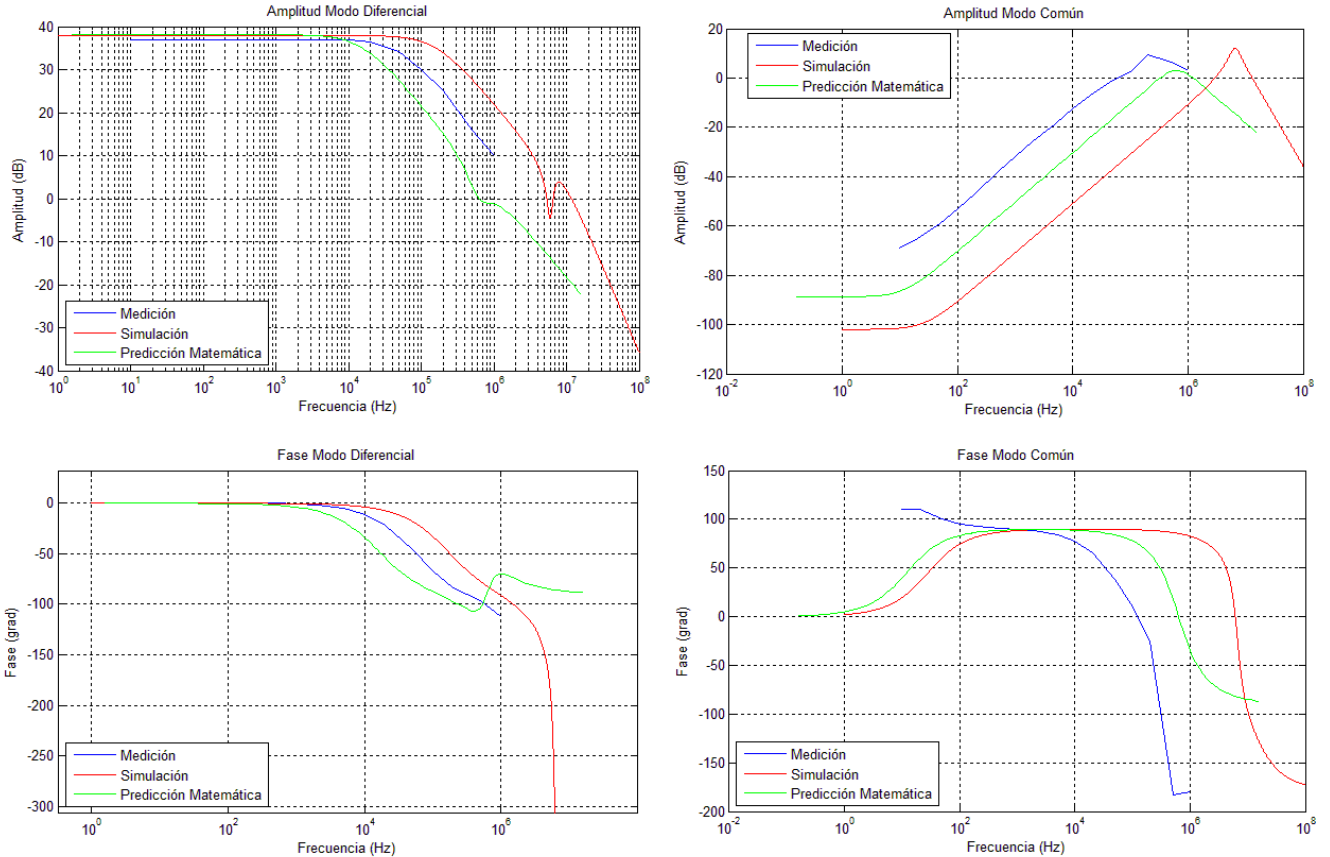


Figure 32: Diagramas de Bode - Mediciones, Simulaciones, y Predicción Matemática

De estos gráficos se pueden destacar los siguientes puntos: La transferencia en modo común es muy baja a bajas frecuencias, pero a una frecuencia cercana a los 20Hz , esta empieza a aumentar a un ratio de 20dB/década . La amplificación en modo diferencial es de $\sim 37\text{dB} \equiv 71 \text{ veces}$ y se mantiene constante hasta alcanzar una frecuencia del orden de $\sim 2\text{kHz}$. Luego comienza a decrecer a un ritmo de 20dB/década . Dicho esto se establece que la región de trabajo será de 0 a 1kHz si se desea una ganancia en modo común constante, o hasta aproximadamente 20kHz El valor de CMRR es la diferencia entre las transferencias de modo diferencial y modo común.

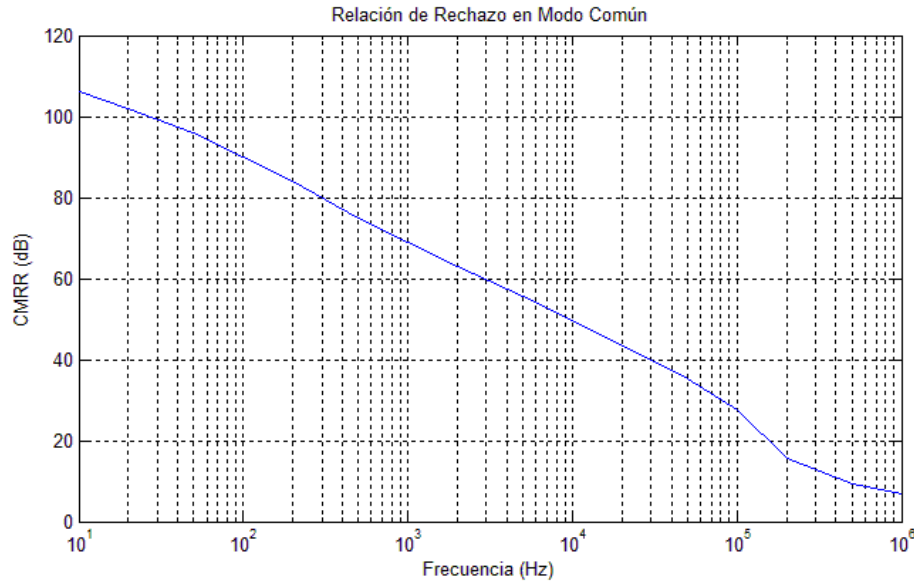


Figure 33: Relación de Rechazo en modo común en función de la frecuencia.

3.4 Oscilaciones

Cuando el circuito fue implementado, se vió midiendo con el osciloscopio una oscilación montada sobre la señal de salida. Las oscilaciones son un fenómeno común en los circuitos de amplificación y suelen ser un comportamiento indeseado. En la imagen a continuación se muestra la oscilación montada sobre una señal senoidal a baja y a alta frecuencia.



Figure 34: Oscilación del circuito montada sobre la señal de salida a baja y a alta frecuencia. Amarillo: Input, Verde: Output

Haciendo zoom con el osciloscopio se puede medir la frecuencia y la amplitud de la misma

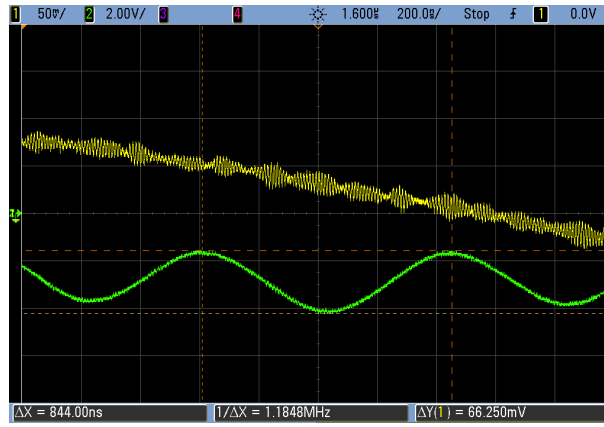


Figure 35: Medición de amplitud y frecuencia de la oscilación.

Se puede ver que:

$$f_{Osc} = 1.18 \text{ MHz} \quad v_{ppOsc} = 66.25 \text{ mV}$$

Esta oscilación, al igual que la señal de entrada es amplificada por el circuito, y esto afecta significativamente a la señal de salida. La oscilación es amplificada en el lazo del OmAmp $U3$, que es el lazo con mayor ganancia. Para evitar su amplificación se procedió a incorporar al circuito un capacitor de 100pF en paralelo al resistor R_{1b} . Este capacitor es una alta impedancia frente a R_{1b} al rango de frecuencias de trabajo, por lo que no modifica la transferencia. Por el contrario, a la frecuencia de la oscilación, el capacitor pasa a ser una baja impedancia respecto a R_{1b} y pasa de amplificar la oscilación a dejarla por debajo del piso de ruido.

A continuación se ven nuevamente las dos señales de salida a baja y alta frecuencia una vez incorporado el capacitor:



Figure 36: Señal de salida sin oscilación visible.

3.5 Calibración y Saturación

Se calibró el circuito variando la posición del preset R_2 al punto de minimizar la ganancia en modo común. Se recuerda que En las imágenes a continuación se aprecia que cuando el circuito está descalibrado, la atenuación en modo común es muy baja, y cuando es calibrado, la señal en modo común a la salida es del orden del error de medición del osciloscopio.

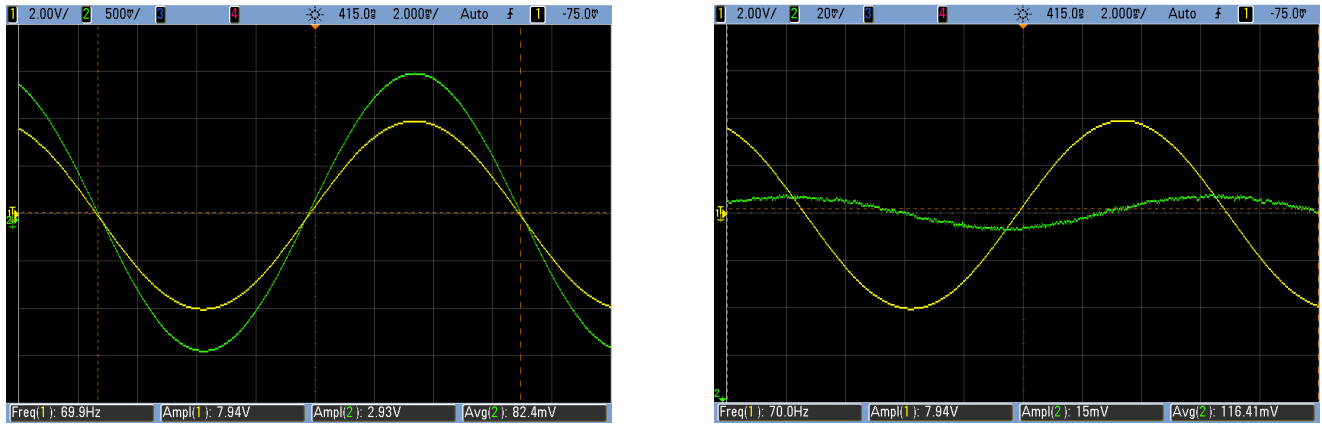


Figure 37: Señales de entrada y de salida antes y después de la calibración.

Obsérvese que la atenuación a 70 Hz con el circuito descalibrado es de $7.94\text{V}/2.93\text{V} = 2.7\text{ veces}$. Una vez calibrado, la atenuación es mayor a 530 veces , lo que exige llevar la precisión del osciloscopio al máximo, y deja a la señal por debajo de un valor de medición confiable (20mV). Sin duda se puede considerar que los 7.94V de tensión en modo común fueron totalmente rechazados.

Nótese a continuación lo que sucede cuando la tensión de alimentación se aumenta en 1.5V respecto de la medición mostrada en la figura anterior:

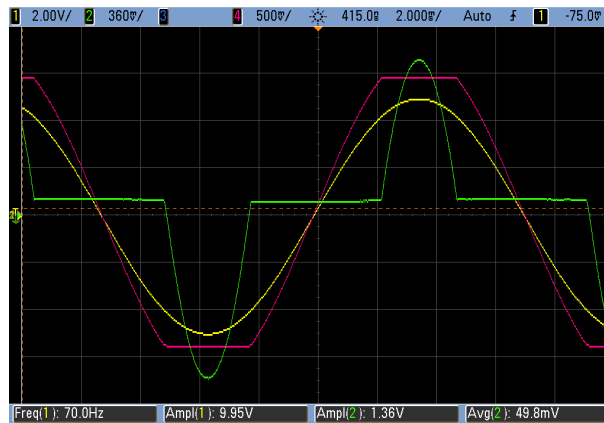


Figure 38: Saturación por tensión.

Se ve que sobre la señal de salida aparece un sobrepico de 680 mV . Esto sucede debido a que el Amplificador $U3$ está saturando por tensión, lo que se puede ver en la señal violeta. Se realizó un análisis de tensión de saturación en frecuencia para alimentación en modo común y en modo diferencial:

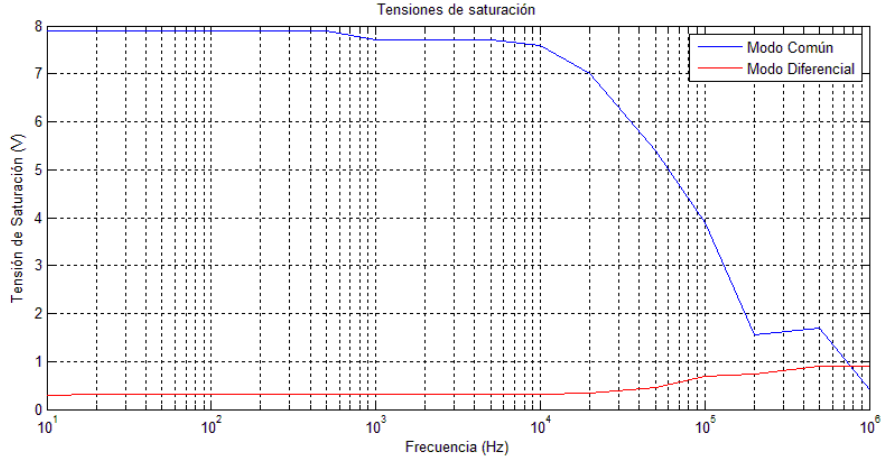


Figure 39: Saturación por tensión en frecuencia.

Cabe aclarar que se deben desestimar las mediciones a frecuencias superiores a 20 kHz , ya que entran en juego los efectos del Slew Rate. Se aprecia que relativamente a la transferencia en el diagrama de Bode visto en la sección 3.3, la tensión de saturación en modo diferencial aumenta a medida que su amplificación decrece, y equivalentemente la tensión de saturación en modo diferencial cae a medida que la atenuación de la señal baja.

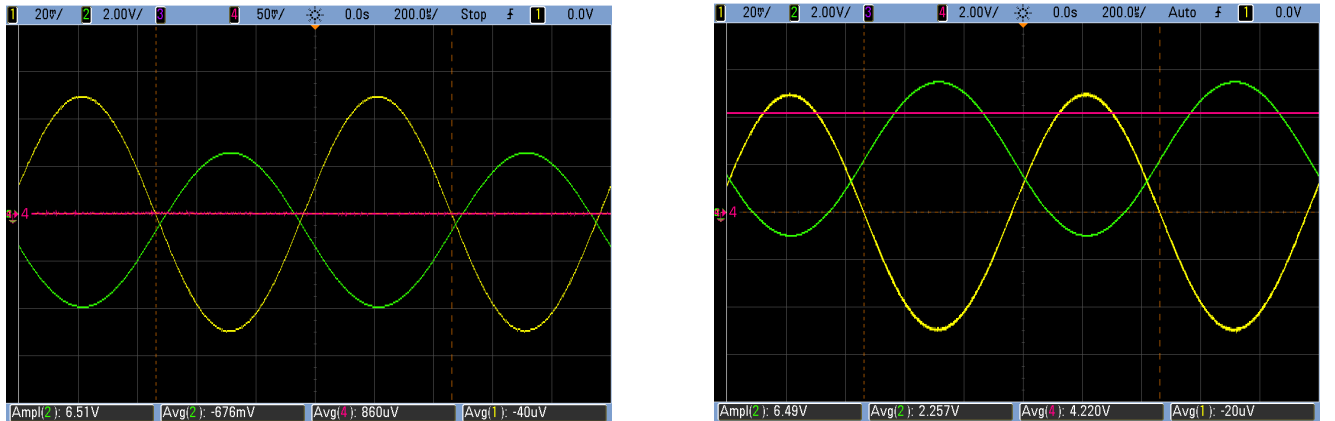
3.6 Offset

Supóngase que se desea montar la señal de salida sobre una tensión de continua controlada. Se puede ver en el esquema de la imagen 31 que la única referencia a tierra del circuito es la entrada no inversora del Amplificador $U3$. Modificando la tensión en este nodo, llamémosla v_m , es probable que se pueda controlar la referencia a tierra de la salida del circuito. Repitiendo el estudio con el modelo de A_{vol} infinito teniendo en cuenta esta nueva tensión, se llega a los siguientes resultados:

$$v_{Com} = v_m \quad v_{Dif} = v_{ia} \frac{R_2 + 2.0 R_{1a}}{R_2} + v_m$$

Se ve que la tensión de en modo común y modo diferencial son las mismas, sumadas al valor de v_m . Aumentando la tensión en este punto, se espera que la salida se vea montada sobre ese mismo valor de tensión.

Se realizó la simulación con una señal de alimentación de $v_{pp} = 100\text{ mV}$ y $f = 1\text{ kHz}$ y una tensión $v_m = 1.5\text{ V}$, y también predice este mismo comportamiento. Al realizar la medición se ve lo siguiente:

Figure 40: Señal de salida con y sin tensión v_m .

En primer lugar nótese que en la imagen izquierda, cuando $v_m = 0$, la señal de salida ya se encuentra montada sobre una tensión de -676 mV . Esto se debe a la tensión de offset y las corrientes de bias de

los amplificadores utilizados. Al tener una gran ganancia (> 50) los efectos de las tensiones de offset y las corrientes de bias se vuelven significativamente notables y modifican la salida del circuito. Para evitar este comportamiento es posible utilizar la tensión en v_m para nivelar el nivel de offset. En la imagen de la derecha vemos que al aumentar la tensión v_m en 4.22 V , la tensión continua a la salida aumenta en tan solo 2.93 V , lo que es un 70% de la tensión v_m , a diferencia del 100% que predijo el modelo matemático y la simulación.

3.7 Señal no referenciada

Es necesario para garantizar el correcto funcionamiento del circuito que la masa de la señal esté referenciada a la masa del circuito. Como se estudió en la sección 3.5, existe un límite de amplitud para la tensión en modo común. Si la señal no está referenciada a la tierra del circuito, la tensión de en modo común no está definida por un valor controlado, y el comportamiento del circuito es impredecible. En la imagen a continuación se realizó una medición con la tierra de la señal desreferenciada:

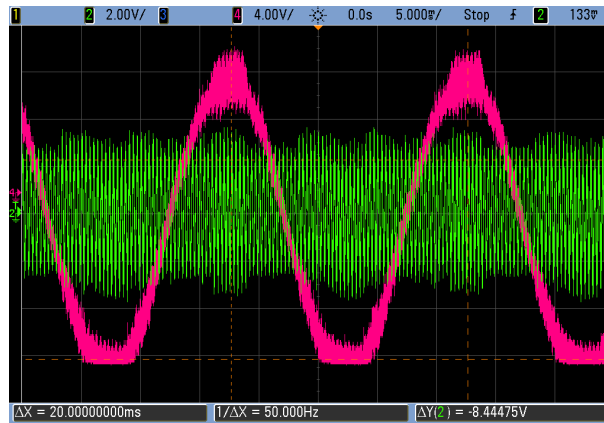


Figure 41: Señal medida sin referencia de masa.

Se puede ver que la tensión a la salida del amplificador $U3$, está oscilando a 50 Hz , debido al ruido generado por la tensión de línea. Esta oscilación es una entrada en modo común, y es lo suficientemente grande como para hacer saturar al circuito. Ocurrido esto, la señal de salida se ve modificada y deja de ser la señal deseada.

3.8 Puente de Wheatstone

El circuito implementado en esta sección puede utilizarse para calibrar un puente de Wheatstone. A modo de ampliar el análisis sobre las aplicaciones de este circuito, se buscó realizar el experimento.

3.8.1 Introducción teórica al puente de Wheatstone

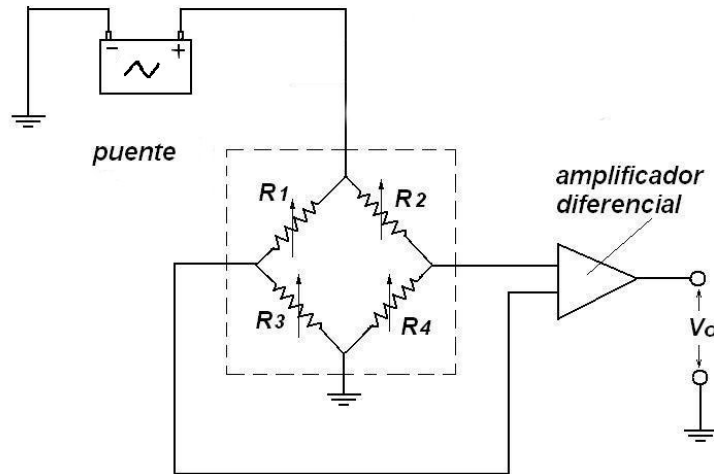


Figure 42: Puente de Wheatstone

Considerando la figura 42, conociendo 3 resistencias de las 4, se puede obtener el valor de la cuarta resistencia. En teoría, en el momento en que se cumpla que:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_3}$$

Se puede decir que el puente está equilibrado, en dicho momento, la corriente entre el nodo A y el nodo B será nula. En dicho momento, la tensión diferencial del amplificador será nula. Para poder medir esa diferencia de tensión es para lo cual se utilizará el circuito implementado. El mismo, amplificará esta pequeña diferencia de tensión y buscará mejorar la precisión de la medición.

3.8.2 Aplicación

Se calibró el puente con una señal de baja frecuencia para aprovechar al máximo el CMRR. Primero se conectaron dos puntas del osciloscopio al mismo nodo y se midió lo mostrado en la imagen 43. Se utilizó la función math del osciloscopio y se verificó que ambas medían una diferencia de 18.8mV. Esto nos genera una cota de error mínima para la medición en cuestión.

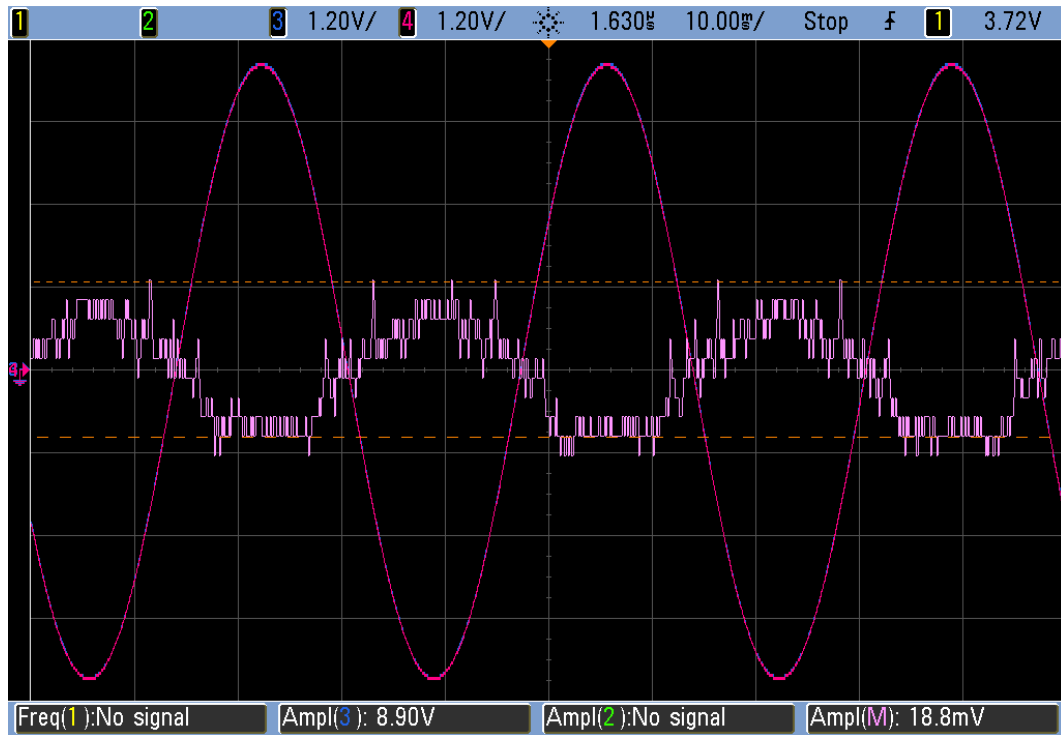


Figure 43: Error de las Puntas del Osciloscopio

Luego se prosiguió a precalibrar el puente. Se midió los nodos A y B (figura 42) con un osciloscopio, la cual se ve representada en la imagen 44 como la señal “M” y se midió la salida del Amplificador Diferencial (señal 2 en la imagen 44). Como se puede ver, cuando la señal entre A y B ya se vuelve del orden de los mV mientras que en la salida del amplificador aún se tiene 3V por lo que permite seguir calibrando el puente.

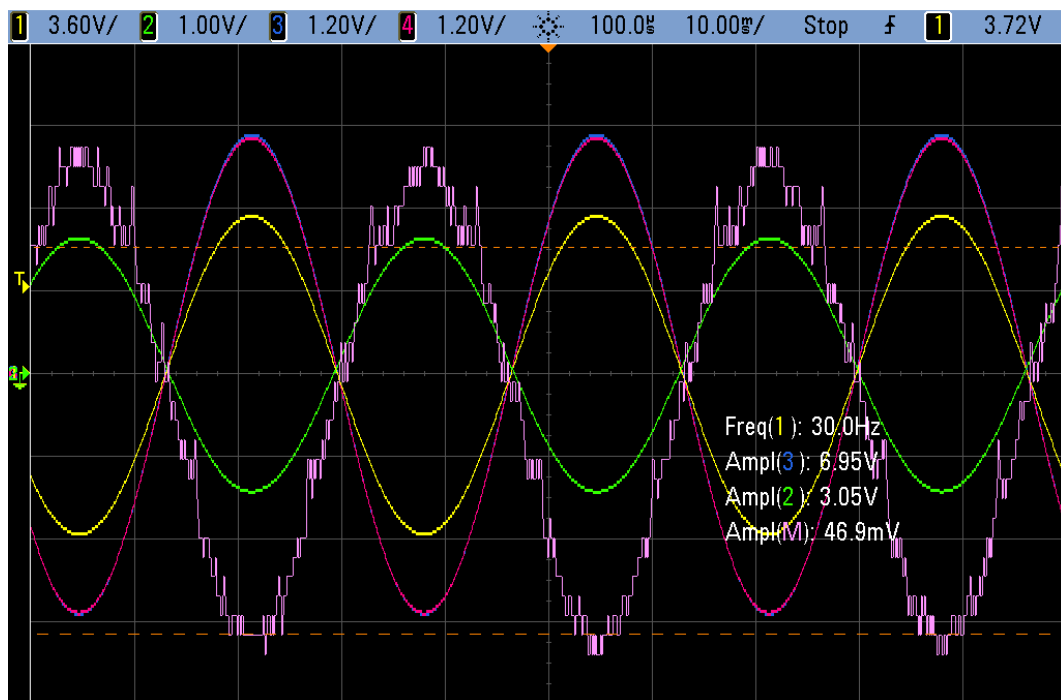


Figure 44: Mediciones del Puente Precalibrado

Finalmente, utilizando el amplificador diferencial, se consiguió calibrar el puente hasta que la señal de salida del amplificador alcanzó los 16mV, como se muestra en la imagen 45. Esto representa una calibración ~ 20 veces más precisa que la que habría sido posible utilizando únicamente la medición

del osciloscopio.

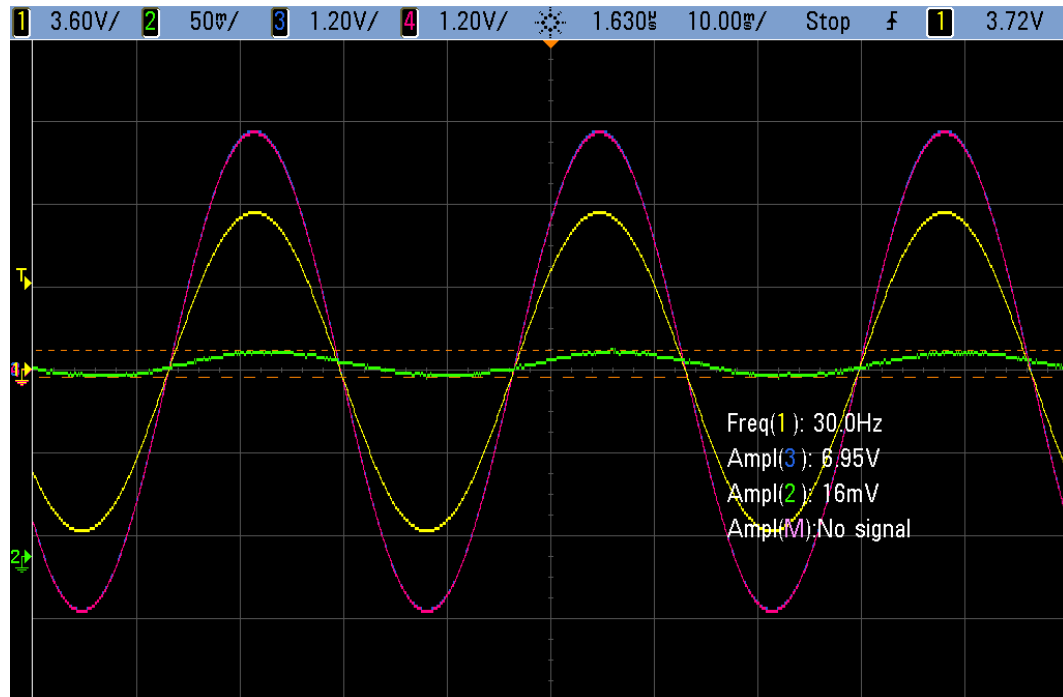


Figure 45: Mediciones del Puente Calibrado

4 Ecualizador de Fase

Se llama ecualizador a aquel dispositivo que haga modificaciones a una señal en su espectro de frecuencia. Permite controlar la ganancia a distintos valores de frecuencias de la señal que procesa. En la siguiente sección se desarrolla un circuito de control de tonos. Una aplicación común de ecualizador de audio es el ecualizador de shelving (del inglés: estantería), que se caracteriza por tener una respuesta en frecuencia cuyo gráfico es una distribución en estantes de frecuencias bajas y altas. Este tipo de ecualizador es ampliamente utilizado en sistemas de audio, posibilitando el control de bajas frecuencias (“graves”) y de las altas frecuencias (“agudos”) de manera independiente. Dichos sistemas se diseñan para trabajar dentro del rango de frecuencias audibles, que está comprendido entre los 20 Hz y los 20 kHz. Combinando dos circuitos ecualizadores de shelving, para bajas y altas frecuencias, se podrá lograr que amplifique o atenúe una banda de frecuencias específica. El circuito que realiza esta última función se presenta en la figura 46.

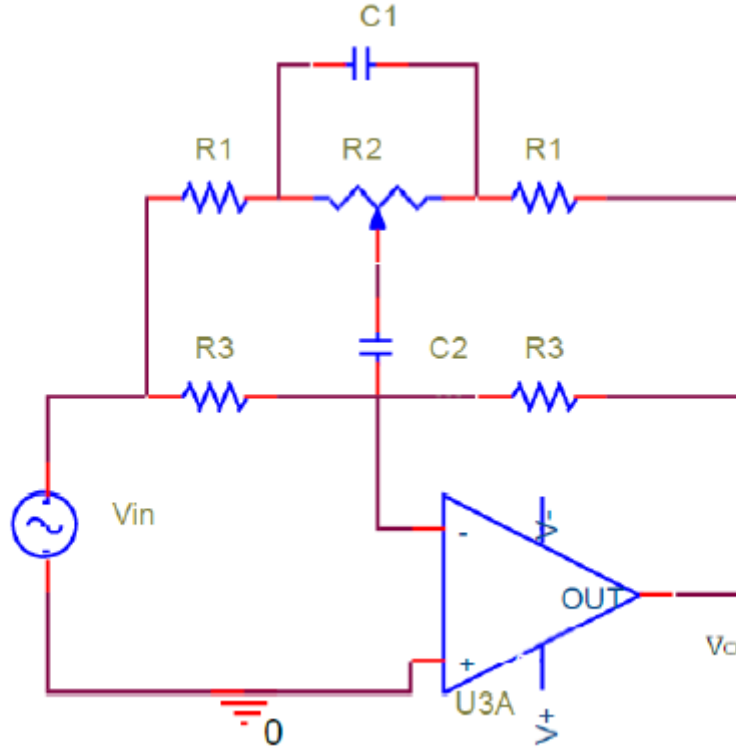


Figure 46: Control de tonos

4.1 Función transferencia

Para calcular su función transferencia $H(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ se procedió a aplicar el método de resolución de circuitos por nodos. El potenciómetro fue reemplazado por dos resistencias dependientes de un parámetro k , variable entre 0 y 1, siendo su comportamiento análogo al del potenciómetro pero facilitando la comprensión del circuito. Cuando k vale 0,5 significa que ambas resistencias son iguales. Las ecuaciones planteadas fueron las siguientes:

$$\begin{aligned} (Vb - Vd) sC2 &= -\frac{Vb - Vin}{R3} - \frac{Vb - Vo}{R3} \\ \frac{Vd - Ve}{kR2} &= -(Vd - Vb) sC2 - \frac{Vd - Vc}{(1-k)R2} \\ (Vc - Ve) sC1 + \frac{Vc - Vd}{(1-k)R2} &= -\frac{Vc - Vo}{R1} \end{aligned}$$

$$\frac{V_e - V_{in}}{R1} = - (V_e - V_c) s C1 - \frac{V_e - V_d}{k R2}$$

$$V_b = 0$$

Con la ayuda de un software matemático (Maple y MATLAB), se llegó a que la relación $\frac{V_o}{V_{in}}$, es decir su función transferencia, estaba definida por la siguiente ecuación:

$$-\frac{-2 C1 C2 R1 R2^2 k^2 s^2 + 2 C1 C2 R1 R2^2 k s^2 + C1 C2 R1^2 R2 s^2 + C1 C2 R1 R2 R3 s^2 - C2 R2^2 k^2 s + C2 R2^2 k s}{-2 C1 C2 R1 R2^2 k^2 s^2 + 2 C1 C2 R1 R2^2 k s^2 + C1 C2 R1^2 R2 s^2 + C1 C2 R1 R2 R3 s^2 - C2 R2^2 k^2 s + C2 R2^2 k s}$$

Dicha expresión consiste en un numerador y un denominador de segundo orden, que se pueden representar en la forma de la ecuación 21, que determina un filtro de tipo pasa-banda, donde ω_0 es la frecuencia central de la banda, Q_z y Q_p los factores de calidad correspondientes.

$$\frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{s}{Q_z \omega_0}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{s}{Q_p \omega_0}\right) + 1} \quad (21)$$

Por consideraciones de diseño, se realizaron las simplificaciones que siguen a continuación:

1. $R_3 \gg R_1$
2. $R_3 = 10 \cdot R_2$
3. $C_1 = 10 \cdot C_2$

Con ello en cuenta, se puede reducir la función transferencia a lo que se muestra en la ecuación 22.

$$-\frac{-20 C2^2 R1 R2^2 k^2 s^2 + 20 C2^2 R1 R2^2 k s^2 + 10 C2^2 R1^2 R2 s^2 + 100 C2^2 R1 R2^2 s^2 - C2 R2^2 k^2 s - 9 C2 R2^2 k s}{-20 C2^2 R1 R2^2 k^2 s^2 + 20 C2^2 R1 R2^2 k s^2 + 10 C2^2 R1^2 R2 s^2 + 100 C2^2 R1 R2^2 s^2 - C2 R2^2 k^2 s + 11 C2 R2^2 k s} \quad (22)$$

Despreciando algunos términos, se llega a:

$$-\frac{100 C2^2 R1 R2^2 s^2 - C2 R2^2 k^2 s - 9 C2 R2^2 k s + C2 R1^2 s + 31 C2 R1 R2 s + 10 C2 R2^2 s + 2 R1 + R2}{100 C2^2 R1 R2^2 s^2 - C2 R2^2 k^2 s + 11 C2 R2^2 k s + C2 R1^2 s + 31 C2 R1 R2 s + 2 R1 + R2} \quad (23)$$

Observando la forma de la ecuación 21, se procede a encontrar las expresiones de ω_0 , Q_z y Q_p . Normalizando la ecuación 23, el coeficiente del término cuadrático A_2 tanto del numerador como del denominador resulta:

$$A_2 = \frac{100 \cdot C2^2 \cdot R1 \cdot R2^2}{2R1 + R2} = \frac{1}{\frac{2R1+R2}{100C2^2 R1 R2^2}}$$

De esa forma, y considerando $\omega_0 = 2\pi f_0$, se ve que

$$\omega_0^2 = \frac{2R1 + R2}{100C2^2 R1 R2^2}$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R2}{R1}}}{20\pi R2 C2}$$

Para estudiar la amplitud en la frecuencia central de la banda (A_0), se efectúa el reemplazo $s = j \cdot \omega_0$ en la ecuación 21, con j expresando la unidad imaginaria.

$$A_0 = \frac{\left(\frac{j\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{j\omega_0}{Q_z\omega_0}\right) + 1}{\left(\frac{j\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{j\omega_0}{Q_p\omega_0}\right) + 1} = \frac{-1 + \frac{j}{Q_z} + 1}{-1 + \frac{j}{Q_p} + 1} = \frac{\frac{j}{Q_z}}{\frac{j}{Q_p}} = \frac{Q_p}{Q_z} \quad (24)$$

A raíz del resultado de la expresión 24, es de interés encontrar una expresión para Q_z y Q_p , ya que su cociente determina la amplitud (en veces) de la función transferencia de la etapa del ecualizador. Nuevamente, analizando las ecuaciones 21 y 23, se pueden identificar sus expresiones.

Q_p dependiente de k :

$$Q_p = 10 (2 R1 + R2) R2 \frac{1}{\sqrt{\frac{2 R1 + R2}{R1}}} \frac{1}{(-R2^2 k^2 + 11 R2^2 k + R1^2 + 31 R1 R2)}$$

Para $k=0$

$$Q_p = 10 (2 R1 + R2) R2 \frac{1}{\sqrt{\frac{2 R1 + R2}{R1}}} (R1^2 + 31 R1 R2)^{-1}$$

Q_z dependiente de k

$$Q_z = 10 (2 R1 + R2) R2 \frac{1}{\sqrt{\frac{2 R1 + R2}{R1}}} (-R2^2 k^2 - 9 R2^2 k + R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2)^{-1}$$

Para $k=0$

$$Q_z = 10 (2 R1 + R2) R2 \frac{1}{\sqrt{\frac{2 R1 + R2}{R1}}} (R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2)^{-1}$$

Finalmente, como $A_0 = \frac{Q_p}{Q_z}$, se alcanza una expresión para la amplitud de la función transferencia evaluada en la frecuencia central de la banda de atenuación/realce.

$$A_0 = \frac{-R2^2 k^2 - 9 R2^2 k + R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2}{-R2^2 k^2 + 11 R2^2 k + R1^2 + 31 R1 R2} \quad (25)$$

La expresión 25 muestra que la amplitud en la frecuencia central de la banda depende de el factor k , es decir que depende del potenciómetro $R2$. Justamente entonces, la función del mismo será controlar cuánto deseamos amplificar o atenuar la señal (en nuestro caso de audio) en el centro de la banda.

Evaluando la expresión de la amplitud según la posición del potenciómetro $R2$, para $k=0$ se obtiene:

$$A_0 = \frac{R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2}{R1^2 + 31 R1 R2}$$

Teniendo en cuenta que $R2$ es más grande que $R1$, se pueden realizar las siguientes aproximaciones:

$$A_0 = \frac{R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2}{R1^2 + 31 R1 R2} = \frac{R1 (R1 + 31 R2) + 10 R2^2}{R1 (R1 + 31 \cdot R2)} \approx \frac{31 R2 R1 + 10 R2^2}{31 R2 R1} \approx \frac{3 \cdot R1 + R2}{3 \cdot R1}$$

Para $k=1$:

$$A_0 = \frac{R1^2 + 31 R1 R2}{R1^2 + 31 R1 R2 + 10 R2^2} = \frac{R1 (R1 + 31 R2)}{R1 (R1 + 31 R2) + 10 R2^2} \approx \frac{31 R2 R1}{31 R2 R1 + 10 R2^2} \approx \frac{3 \cdot R1}{3 \cdot R1 + R2}$$

Entonces,

$$\frac{3 \cdot R1}{3 \cdot R1 + R2} \leq A_0 \leq \frac{3 \cdot R1 + R2}{3 \cdot R1}$$

En conclusión, fue posible sacar los valores máximos y mínimos, en veces, de la amplitud en la frecuencia central de la banda. Además, se pudo analizar la dependencia de A_0 con k , cuyo gráfico se explorará en la siguiente sección.

4.2 Diagramas Paramétricos

Para describir el comportamiento del circuito, es valioso analizar cómo éste se ve afectado por los valores de sus componentes y sus variaciones. Se realizaron estos análisis para un circuito con las características presentes en la tabla 5, valores útiles para futuras consideraciones.

Componente	Valor	Unidad
R1	3300	Ohms
R2	10000	Ohms
R3	100000	Ohms
C1	560	nF
C2	56	nF

Table 5: Componentes utilizados

Debido a que el circuito depende de un potenciómetro, que fue modelado por resistencias dependientes de un factor k , es de interés conocer el impacto que dicho factor tiene sobre el circuito, es decir, cómo los potenciómetros afectan al circuito. En primer lugar, se analiza a la amplitud. Como ya se mostró previamente, la amplitud depende del cociente entre los factores de calidad de los polos y los ceros, que a su vez dependen de k . Esto se ve en la figura 47. En rojo: A_0 , en verde Q_p y en azul Q_z .

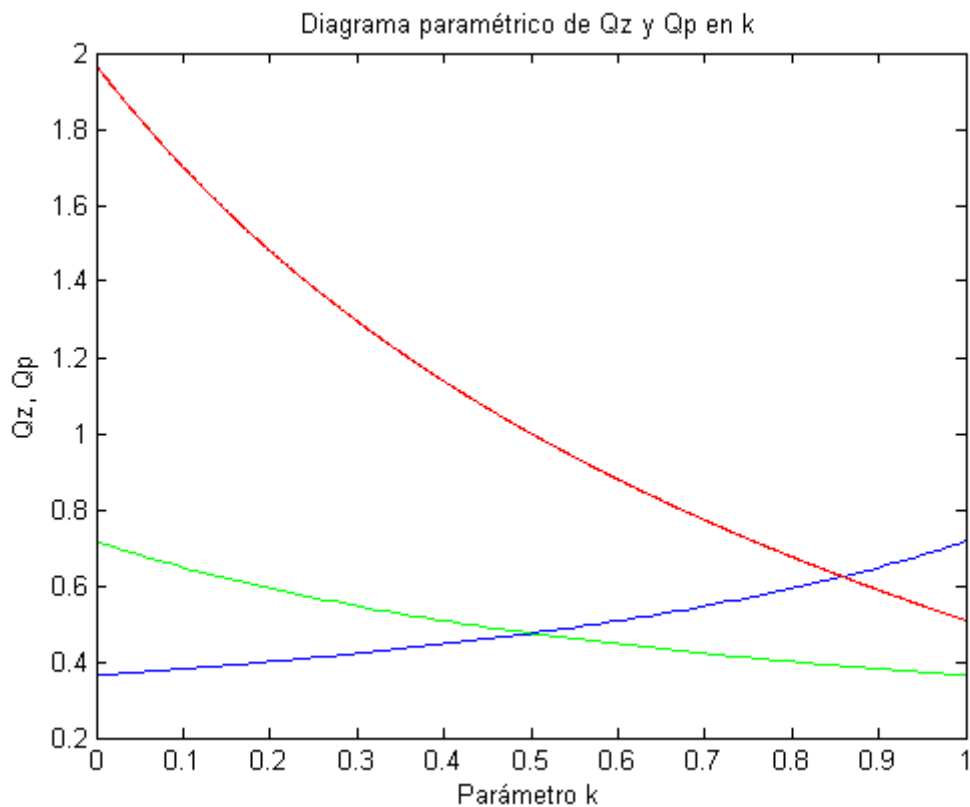


Figure 47: Factor de calidad y amplitud

Se muestra a continuación, en la figura 48, un gráfico de las variaciones de los polos y ceros y su dependencia con k . Un análisis más profundo de esto se hará en la siguiente sección.

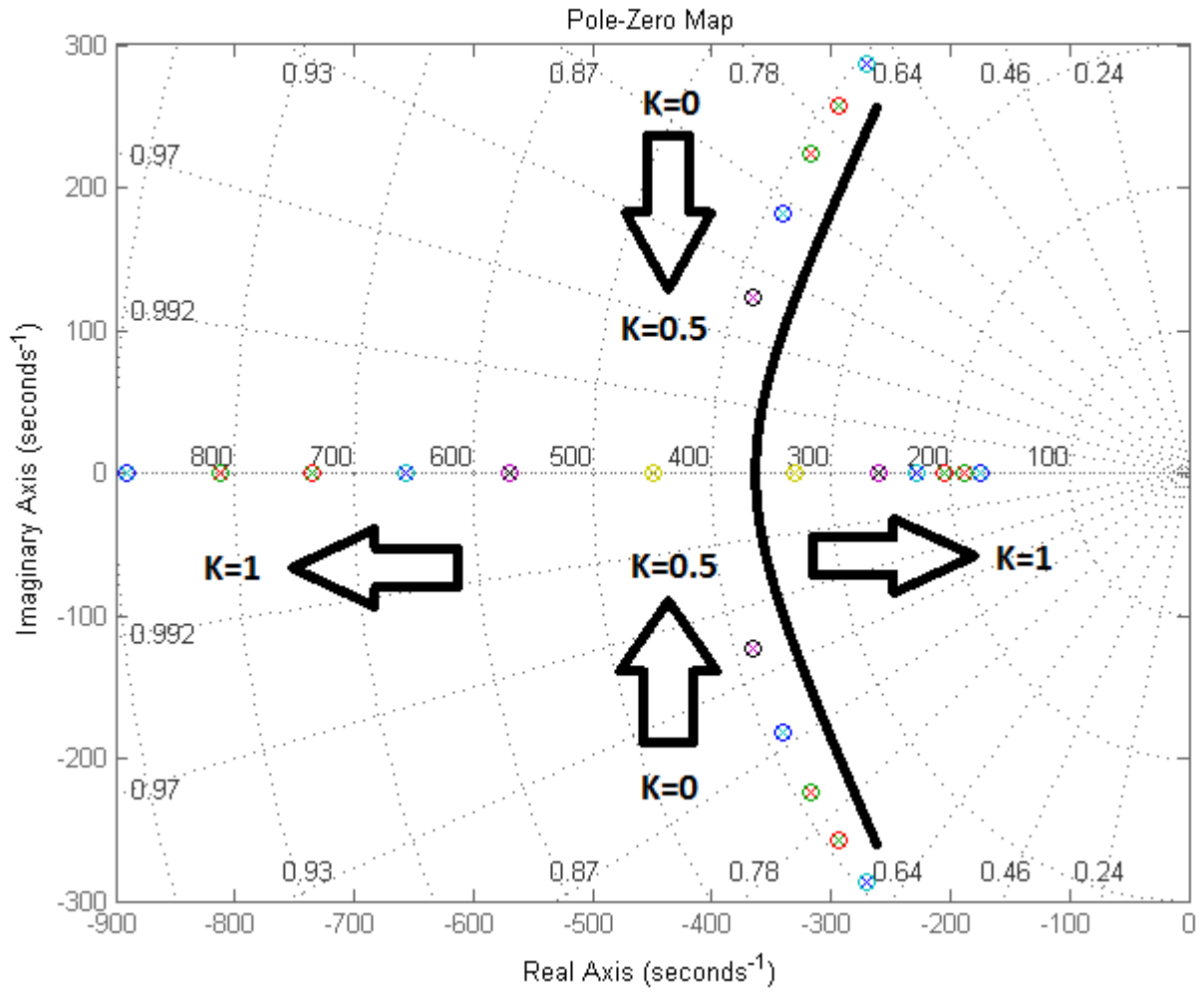


Figure 48: Diagrama paramétrico de polos y ceros

Se realiza a continuación un análisis cualitativo del circuito que complementa, además, a los gráficos paramétricos mostrados.

Si se suprimiesen los capacitores y las resistencias, excepto R_3 , se puede ver fácilmente que el circuito es una simple etapa inversora con ganancia unitaria (su transferencia sería $\frac{-R_3}{R_3} = -1$). Esto apoya el hecho de que la transferencia esté precedida por un signo negativo. Por otro lado, dado el caso que se anule el capacitor C_1 , cuando el potenciómetro R_2 se encuentre en su posición media ($k = 0,5$), no existirá ninguna tensión en C_2 ya que el circuito queda como un puente equilibrado, por lo que no habrá flujo de corriente. Cuando se gira R_2 hacia la izquierda ($0 < k < 0,5$), la corriente entrante se incrementará ya que la impedancia $R_1 + XC_2$ se ve reducida. Análogamente, cuando se gira el potenciómetro hacia la derecha ($0,5 < k < 1$), la impedancia de realimentación del operacional se ve reducida en $R_1 - XC_2$.

Si ahora se elimina el capacitor C_2 , el potenciómetro tendrá el mismo efecto: variar la impedancia de entrada y la impedancia de realimentación del circuito. A frecuencias altas, el potenciómetro pierde efecto ya que se encuentra cortocircuitado por el capacitor. De esta forma se tiene un ecualizador de frecuencias bajas.

Combinando ambos comportamientos, incluyendo los capacitores C_1 y C_2 a la vez, se puede tener un filtro pasa banda, con sus componentes realizando tareas similares a los descritos para cada caso en particular.

4.3 Singularidades

Se hará un estudio de las singularidades de la etapa partiendo de aquellas de la ecuación 21, que refleja la forma de la función de transferencia completa. Los polos se calculan para aquellos puntos donde el denominador se haga cero y la transferencia tienda a infinito. Q_p y ω_p representan el factor de calidad del polo y su frecuencia angular. Entonces:

$$\left(\frac{S}{\omega_p}\right)^2 + \left(\frac{S}{Q_p\omega_p}\right) + 1 = 0$$

Aplicando la fórmula resolvente para polinomios de segundo orden, resulta:

$$S_{polos_{1,2}} = -\frac{1}{2} \frac{\left(1 \pm \sqrt{-4 \cdot Q_p^2 + 1}\right) \cdot \omega_p}{Q_p}$$

Se puede observar que los polos siempre se encontrarán en el plano negativo, del lado izquierdo del eje $j\omega$. Para evaluar si serán complejos conjugados, reales y coincidentes o un par de reales negativos debemos analizar la raíz cuadrada.

$$-4 \cdot Q_{p(k)}^2 + 1 < 0$$

$$Q_{p(k)} > \frac{1}{2}$$

Para el caso de los ceros, la ecuación es similar y respeta la forma del numerador de la expresión 21.

$$S_{ceros_{1,2}} = -\frac{1}{2} \frac{\left(1 \pm \sqrt{-4 \cdot Q_z^2 + 1}\right) \cdot \omega_z}{Q_z}$$

Los polos serán complejos conjugados si el factor de calidad es mayor a $\frac{1}{2}$. Al depender de k , y observando el gráfico de la figura 47, se aprecia que esto sucede para $0 < k < \frac{1}{2}$ aproximadamente. Si el radicando se hace cero, entonces se tendrán dos polos reales negativos coincidentes. Para el rango de valores $\frac{1}{2} < k < 1$ (aproximadamente) se tendrán dos polos reales negativos equiespaciados. Esto es consistente con la anterior figura de polos y ceros y también acorde al hecho de que el circuito es estable (para que sea estable sus polos deben estar en el semiplano negativo).

Los ceros también se encuentran en el semiplano negativo, a la izquierda del eje $j\omega$. Esto indica que el circuito se trata de uno de fase mínima. Ocurre también que esta expresión siempre arrojará ceros en el semiplano negativo, sin importar los valores de sus componentes elegidos, que modifican al factor de calidad y a ω_z .

Se muestra a continuación en la figura 49 un gráfico de bode del circuito analizado, para los valores de la tabla 5 y para $k=1$, es decir, en el caso de máxima atenuación.

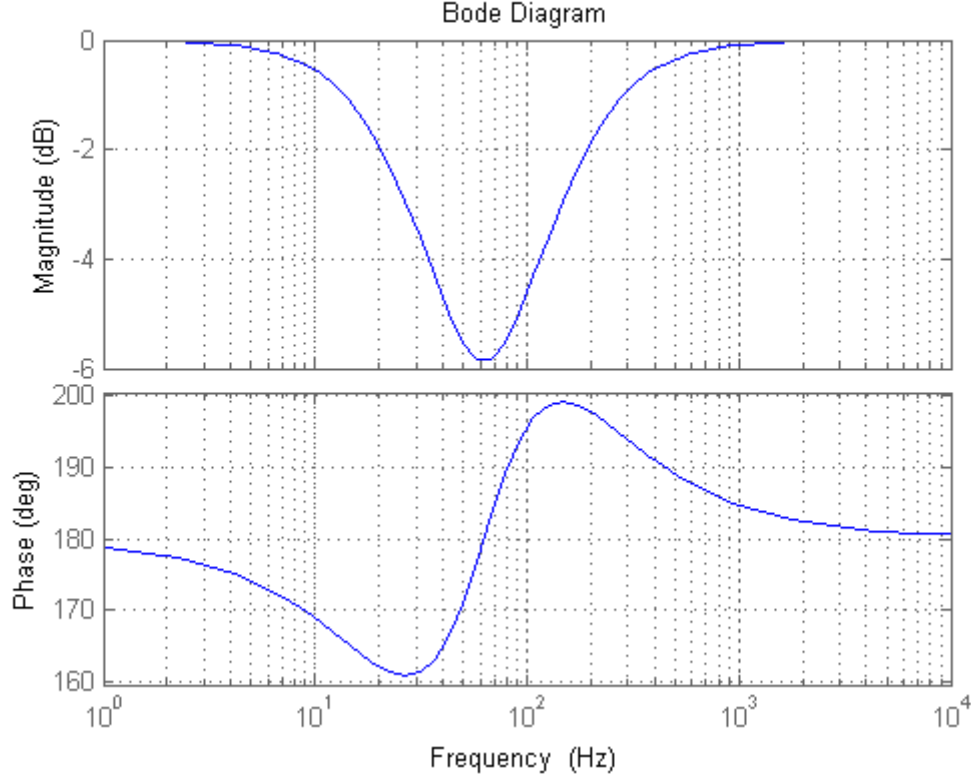


Figure 49: Bode del control de tonos analizado

4.4 Ecualizadord de fase

Los ecualizadores de fase son aquellos que introducen variaciones en la fase, sin cambiar la amplitud de la señal. Permitirán, entonces, hacer de un circuito que es de fase mínima a uno de fase no mínima. Ya se analizó que los ceros de dicha función transferencia no se podían llevar al semiplano derecho cambiando sus componentes. El ecualizador de fase de segundo orden tendrá ganancia unitaria y posee dos ceros en el semiplano derecho y dos polos en el semiplano izquierdo, espejados entre sí con respecto al eje $j\omega$. La ganancia es unitaria debido a que tanto los polos como los ceros son equidistantes con respecto al origen. Un cero en el plano derecho se comporta, con respecto a su fase, de la misma manera que un polo. En el caso del segundo orden, y a altas frecuencias, los ceros introducirán una caída en la fase de 180 grados, al igual que los polos. Su función transferencia se rige por la siguiente ecuación, que sale de la expresión 21, a la que se le suma y se le resta $\frac{2S\omega_0}{Q}$.

$$H(S) = 1 - \frac{2S\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)}{S^2 + S\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

que puede llevarse a

$$\frac{H(S)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{S\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)}{S^2 + S\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (26)$$

El segundo término puede implementarse de la siguiente manera, ya que $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, con $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$ y, finalmente $Q = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot R$. Eso significa que puede ajustarse el factor de calidad mediante la resistencia.

$$\frac{V_0}{V_{In}} = \frac{S\frac{1}{RC}}{S^2 + S\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

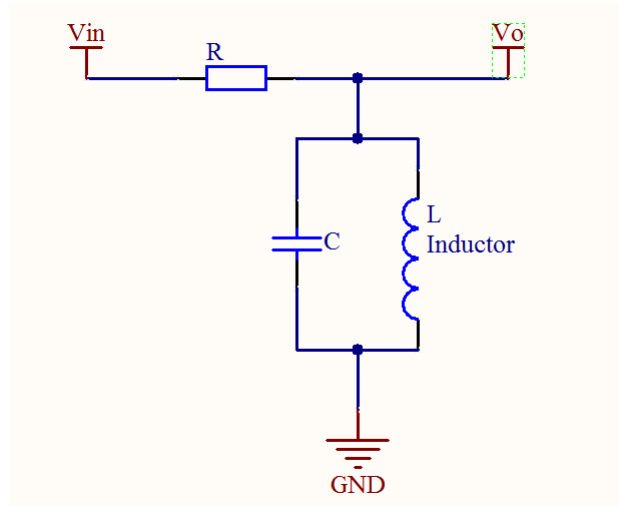


Figure 50: Implementación del término del ecualizador de fase

La función transferencia final es el producto entre la ecuación 23 y la expresión 26 ya que se conecta el ecualizador de fase a la salida del control de tonos.

4.5 Ecualizador de tres bandas

Se implementó un ecualizador combinando tres etapas de la estudiada en la figura 46. Como ya se analizó, su comportamiento es el de un filtro pasa-banda o rechaza-banda, según sea el valor de su resistencia variable R_2 . El objetivo es realizar la combinación teniendo el cuidado de cubrir eficientemente el espectro de audio, de poder controlar independientemente los bajos, medios y altos, sin afectar a las demás bandas, de minimizar los efectos de ruido y otras consideraciones que se desarrollarán más adelante.

4.5.1 Elección de bandas

A la hora de elegir las frecuencias centrales de cada una de las tres etapas, de modo de cubrir eficientemente el espectro de audio, se recurrió a distintos estudios acerca de la percepción humana del sonido.

Se decidió que las tres bandas se encuentren equiespaciadas logarítmicamente entre sí, de manera de tener una cobertura simétrica y equilibrada en escala logarítmica.

4.5.2 Espectro audible

Se llama espectro audible al conjunto de audiofrecuencias, es decir a todo el rango de frecuencias que son perceptibles para el oído humano. Dicho espectro se encuentra entre los 20 Hz y 20 kHz. Esto equivale, aproximadamente, a diez octavas completas. Para un mejor estudio, el espectro audible se divide según los tonos:

1. Tonos graves: frecuencias bajas, que corresponden a las cuatro primeras octavas (de 16 a 256 Hz). Las dos primeras corresponden al rango 16 y 64 Hz, donde no todas las personas son capaces de percibirlos, ya que entran en juego factores como la sensibilidad de cada persona o la presbiacusia (disminución de la audición por la edad).
2. Tonos medios: frecuencias medias, que corresponden a la quinta, sexta y séptima octava y que pertenecen al rango de 256 Hz a 2 kHz.
3. Tonos agudos: frecuencias altas, asociadas a la octava, novena y décima octava. Cubren el rango entre los 2 kHz y los 16 kHz. La undécima octava cubre el resto del espectro audible, de los 16 kHz a los 20 kHz. En este rango entran en consideración los efectos de sensibilidad y de presbiacusia mencionados anteriormente.

Se busca tener una ganancia y una atenuación máxima de 6 dB, condición que se busca satisfacer en las frecuencias centrales de las bandas, cuando los potenciómetros se encuentran en sus límites, donde $k=0$ y $k=1$. Dicho valor de 6 dB representa un estándar en ecualizadores analógicos comerciales y equivale a un realce o una atenuación de dos veces la señal original.

Para ello, y teniendo en cuenta los cálculos realizados:

$$\frac{3 \cdot R_1}{3 \cdot R_1 + R_2} = 0,5$$

$$\frac{3 \cdot R_1 + R_2}{3 \cdot R_1} = 2$$

De las cuales se llega a que $3R_1 = R_2$

Esto se puede ver fácilmente en el gráfico 24. Según la tabla 5, se cumple la relación de resistencias encontrada, ya que el potenciómetro R_2 es el triple de R_1 . La curva roja, que representa la amplitud en la frecuencia central de la banda, crece dos veces para pequeños valores de k y se reduce a la mitad cuando se acerca a la unidad.

Con la ecuación de la frecuencia central de cada banda es posible encontrar una relación entre C_2 y R_1 como sigue a continuación:

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_2} = \frac{\sqrt{5}}{20 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_1 \cdot C_2}$$

$$C_2 = \frac{\sqrt{5}}{20 \cdot 3 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot R_1}$$

Nuevamente, esta relación se cumple para los valores mostrados en el primer análisis monoetapa de la tabla 5.

Teniendo en cuenta estos cálculos, y también considerando la clasificación del espectro de audio en graves, medios y agudos, se eligió que las frecuencias centrales de las bandas se encuentren en $f_{01} = 64Hz$, $f_{02} = 636Hz$ y $f_{03} = 6325Hz$.

Teniendo en cuenta las relaciones detalladas, las consideraciones de diseño marcadas en la subsección 4.1 y las frecuencias centrales propuestas, se procedió a calcular los componentes para las tres etapas con el fin de lograr el ecualizador de tres bandas. Por lo calculado, se tiene un grado de libertad en la elección de los componentes ya que uno debe ser fijado con anterioridad. Se intentó en un primer momento hacer los cálculos para potenciómetros de 5K, pero los mismos no se encontraban a nuestra disposición. Se planearon entonces los valores de todos los componentes en base a potenciómetros de 10K ($R_2=10K$) ya que era lo que se tenía disponible. Otra ventaja importante de fijar R_2 es que se lo hace en función de valores comerciales del componente, evitando así el caso de que el usuario pueda hacerlo variar en rangos que excedan a los calculados y que lleven al circuito a comportarse de manera inesperada. Los valores finales quedan como se muestra en la tabla 6.

Etapas	Frecuencia Central [Hz]	R1 [Ω]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	C1 [nF]	C2 [nF]
1	64	3300	10000	100000	560	56
2	636	3300	10000	100000	56	5.6
3	6325	3300	10000	100000	5.6	0.560

Table 6: Componentes calculados para las distintas etapas

Queda por resolver la forma en que se conectarán las etapas para poder combinar los tres efectos de filtro, es decir, obtener tres bandas similares a las de la figura 49.

4.5.3 Conexión de las etapas

Queda por investigar la forma en la que se combinarán tres etapas individuales, cada una con su frecuencia central de banda en los valores ya vistos. Se busca cubrir eficientemente el espectro de

audio, de reducir los efectos de caída entre las bandas y de analizar la configuración óptima en cuanto a la figura de ruido.

El sistema puede conectarse de dos maneras: en cascada o en paralelo. Dado el caso de conectarse en cascada, la función transferencia final sería de la forma:

$$H(S)_{total} = H(S)_{etapa\ 1} \cdot H(S)_{etapa\ 2} \cdot H(S)_{etapa\ 3}$$

La figura 51 muestra este tipo de conexión.

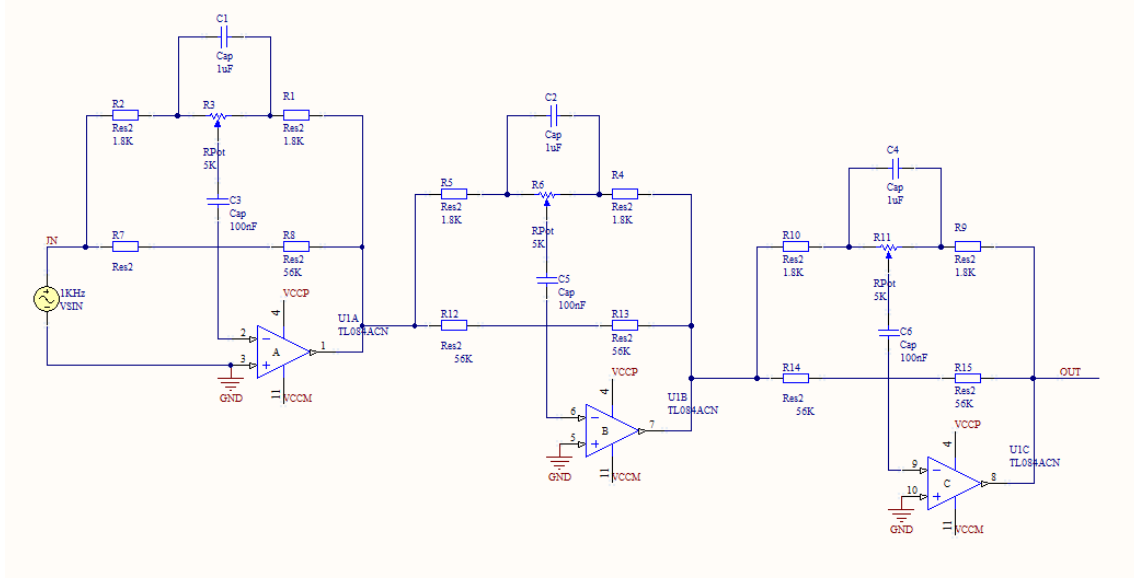


Figure 51: Conexión cascada

En el caso de la conexión paralelo, hay que tener en cuenta que las tres bandas del ecualizador deben sumarse para lograr el efecto deseado del ecualizador de tres bandas. Esto se lograría incorporando un sumador al final, el cual debe estar compensado para lograr que tenga una ganancia unitaria con el fin de que no modifique la amplitud deseada del circuito. Se debe agregar una resistencia entre el amplificador operacional sumador y la alimentación para que no se generen efectos indeseados en la suma. De no ponerla, se sumarían tres veces los resultados de las etapas.

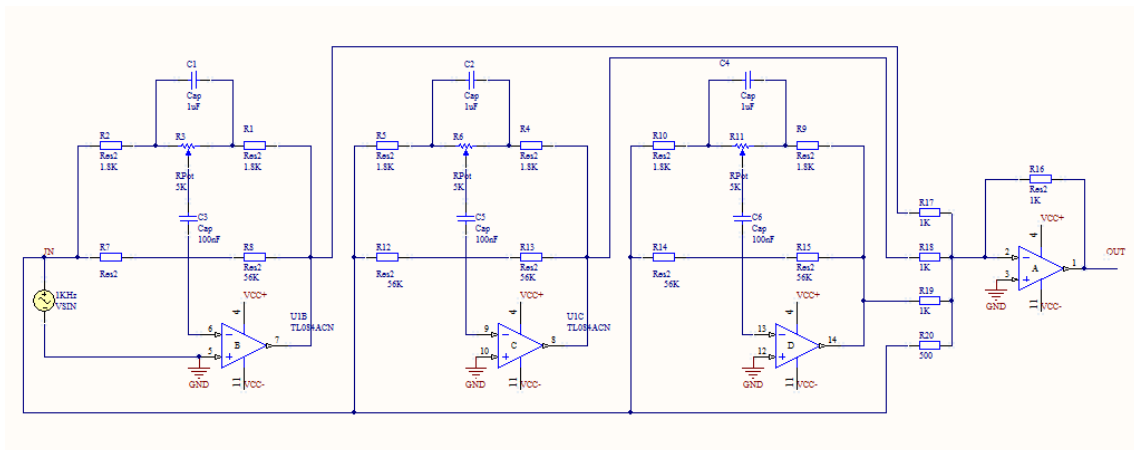


Figure 52: Conexión en paralelo

Se realizaron las simulaciones correspondientes a cada etapa y se descubrió que la configuración en cascada tenía menos oscilación (caída entre las bandas) que en paralelo para el caso de realce máximo, pero que, a su vez, la configuración paralelo oscilaba menos que la topología en cascada para el caso de atenuación máxima. Esto se ve en las figuras 53, 54 y 55.

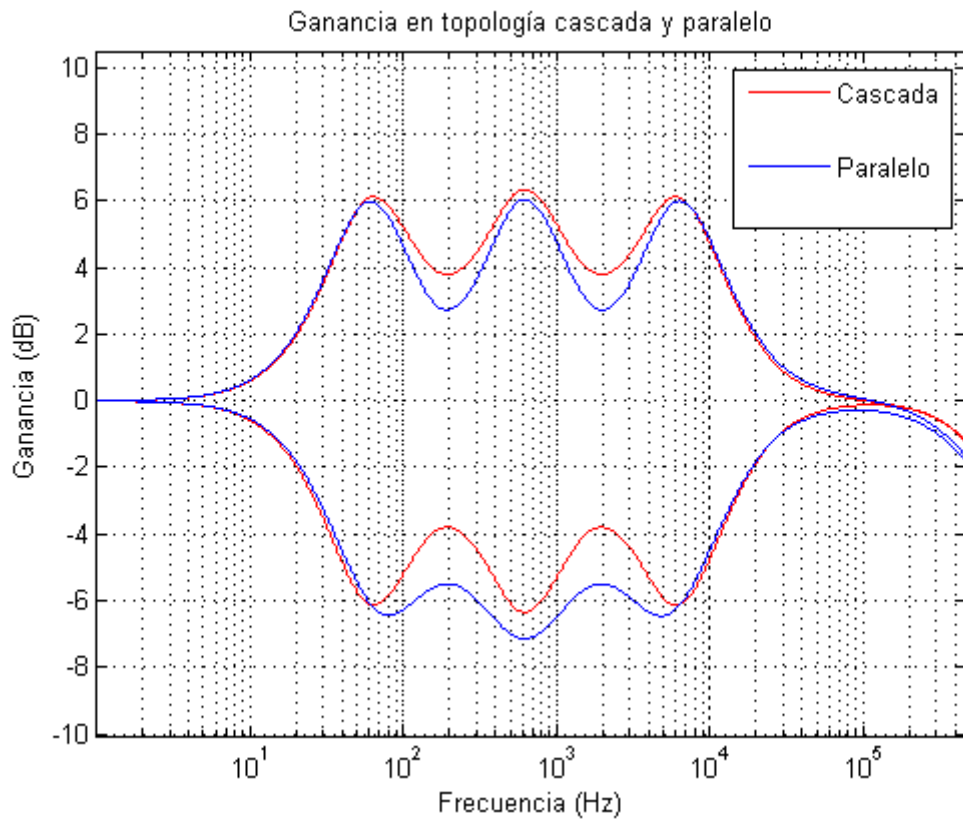


Figure 53: Ganancia en Cascada y Paralelo

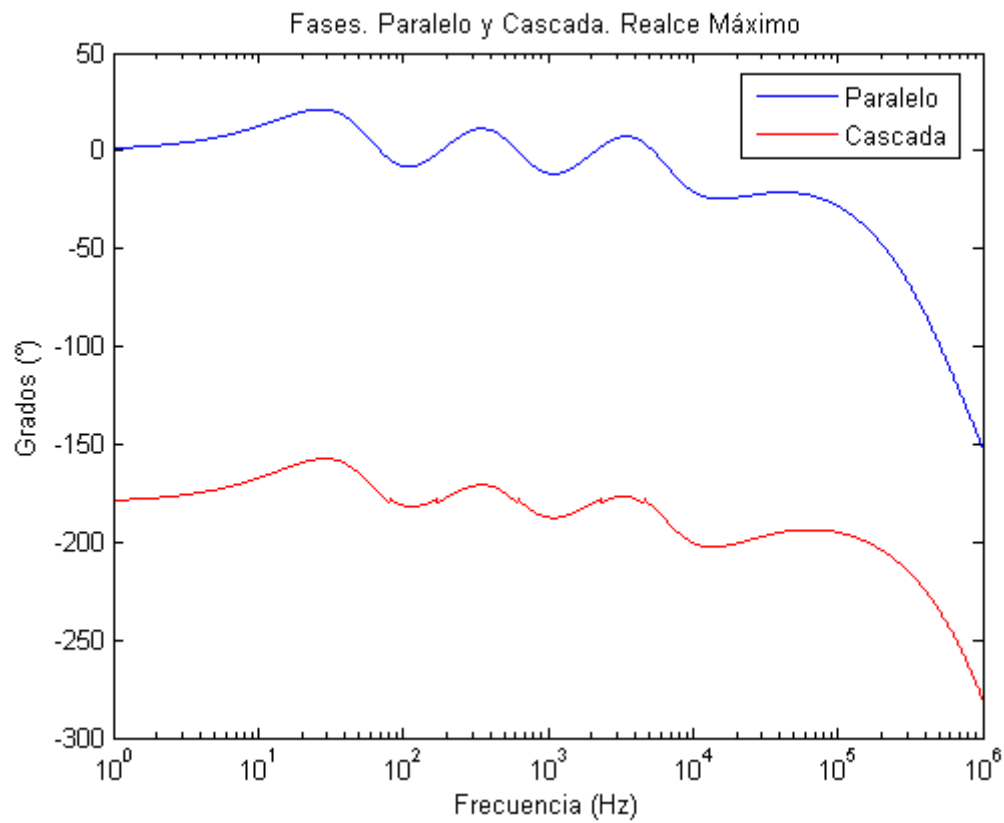


Figure 54: Fase en cascada y paralelo para realce máximo

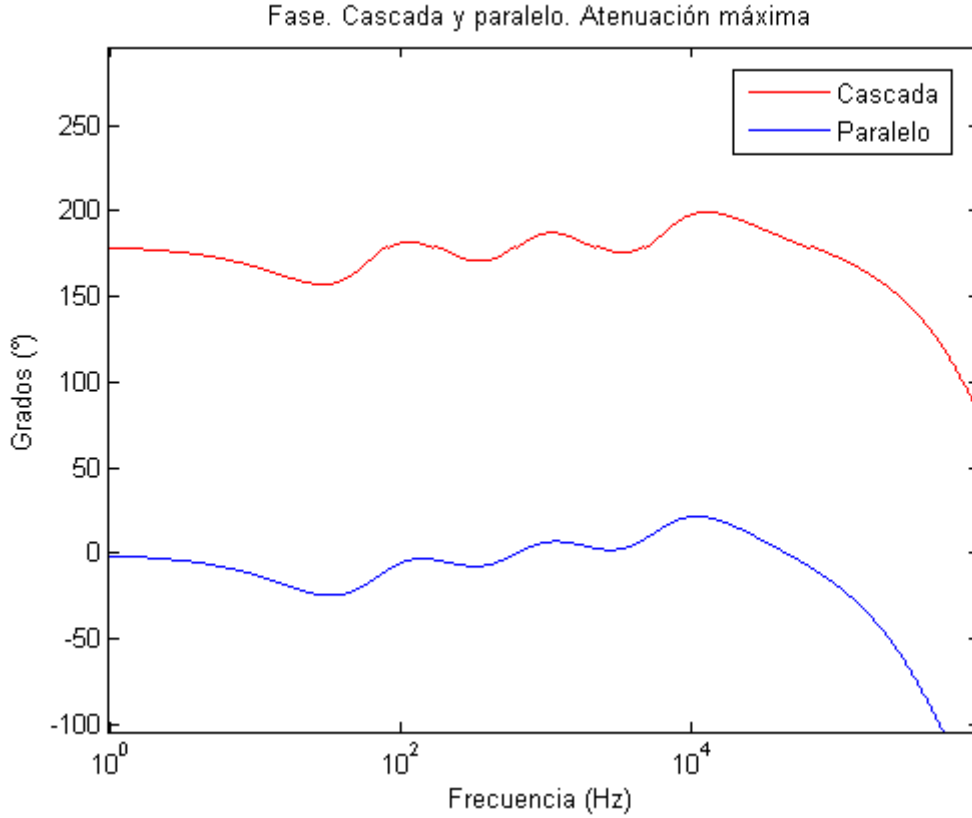


Figure 55: Fase en cascada y paralelo en atenuación máxima

4.5.4 Figura de ruido

Se llama ruido a toda aquella señal indeseable que se está midiendo. Se desea estudiar los aspectos de ruido que están ligados a las dos topologías propuestas. La figura de ruido es la magnitud de ruido generado por un dispositivo electrónico o un sistema. La relación señal/ruido de la señal es el cociente entre la potencia de la misma y la potencia del ruido que la afecta. Esto se conoce como SNR (signal to noise ratio, en inglés).

$$SNR = \frac{\text{Potencia de la señal}}{\text{Potencia del ruido}}$$

$$\text{Factor de ruido} = F = \frac{SNR_{In}}{SNR_{Out}}$$

Idealmente, se busca un factor de ruido igual a la unidad, donde el componente o el circuito no introduce ruido.

$$\text{Figura de ruido} = NF = 10 \cdot \log_{10}(F)$$

La fórmula de Friis se utiliza para calcular el factor de ruido total de etapas en cascada. Dados F_n y G_n , factor de ruido y ganancia en potencia de la etapa enésima, respectivamente:

$$F_{total} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad (27)$$

Observando la ecuación 27 y fijado el objetivo de reducir el ruido del sistema, se puede concluir que es importante que la primer etapa tenga poco ruido, ya que es el único sumando que no se encuentra dividido por alguna ganancia. La configuración en cascada tendrá más ruido ya que, al interconectar la salida de una etapa a la entrada de otra, se puede estar amplificando un ruido presente en la primera. Los amplificadores operacionales, al igual que los componentes pasivos del circuito, introducen también ruido y éste se va amplificando etapa a etapa. En la topología en paralelo este efecto es menor por

las consideraciones de esta configuración. Como el ecualizador propuesto consta de tres bandas, las diferencias de ruido entre ambos casos no son significativas. Sí podría serlo, sin embargo, en la situación de contar con ecualizadores más complejos.

4.5.5 Just noticeable difference (JND)

En el campo de psicología experimental, se denomina como “Just Noticeable Difference” (JND - diferencia apenas apreciable, en español) a la magnitud en la que algo debe cambiar para que su diferencia sea detectable y perceptible. En el caso de la música, un cambio en alguna propiedad del sonido que esté por debajo del JND no podrá ser percibido por el oído. En amplitud, el JND para los humanos se encuentra cerca de 1 dB para tonos puros, variando para distintas frecuencias. La intención de esta consideración fue la de evitar que la caída entre las bandas de atenuación o realce en sus estados máximos no supere el valor de 1 dB, para que dicha diferencia no pueda ser escuchada por el usuario y se perciba que la ecualización es pareja y uniforme en todas las frecuencias del rango audible.

Como se vio en los gráficos anteriores, cuando se analizó la topología del circuito más conveniente, se vio que tanto la conexión en paralelo como en cascada presentaban deformaciones entre las bandas, pero que en realce máximo, la interbanda era menor para el caso en cascada, mientras que en atenuación máxima, lo era para el paralelo. Con la ayuda de software matemático hubiera sido posible calcular el caso de menor ripple entre bandas para ambas topologías. Se comprobó mediante algunas simulaciones que la variación de los componentes no generaba grandes cambios en las caídas, por lo que no se implementó finalmente un diseño que respete el máximo de 1 dB y cumplir con la teoría de la psicoacústica.

Finalmente, debido a que las variaciones de fase en la señal no son perceptibles en el audio, el desplazamiento de la fase entre la configuración en cascada y paralelo no genera problemas. A la hora de implementar una topología u otra, el caso paralelo no solo supone utilizar una mayor cantidad de componentes (cinco resistencias extra y un amplificador operacional adicional) sino que también entra en juego el asunto de la compensación del amplificador operacional a la salida, que debe tener ganancia unitaria para no afectar a las tres etapas anteriores. En ese escenario, entrarían en juego también las tolerancias de los componentes. Considerando que había diferencias significativas en la ganancia ni en la caída entre las bandas en una topología u otra y por lo comentado anteriormente, se decidió utilizar la conexión en cascada.

4.6 Implementación en placa impresa

Se implementó el circuito en configuración en cascada con los componentes detallados anteriormente en una placa impresa. Se incluyó en la misma la posibilidad de conectar a un generador de señales o bien de hacerlo con una interfaz de audio standard mediante un jack estéreo de 3.5 mm. Como el circuito no fue preparado para manejar señales estéreo, sólo se toma como entrada a un solo canal de audio, por lo que el circuito está preparado para señales mono. A la salida existe otro jack de audio, con la señal de audio ecualizada por el usuario. Este jack tiene una salida “estéreo”, duplicando la señal mono a ambos canales. La placa debe ser alimentada con una tensión menor a la que haga saturar al operacional, en nuestro caso 15V, considerando un margen de seguridad. La impedancia de entrada del circuito no será comparable a la impedancia de salida del generador, que es de 50 ohms. La impedancia de salida es baja debido a la baja impedancia de salida del amplificador operacional. Se eligió utilizar el modelo TL084 ya que tiene buenas características a nivel general y de ruido.

4.6.1 Mediciones

El objetivo es el de comprobar que el circuito se comporte como se esperaba: que las bandas se encuentren centradas en las frecuencias estudiadas y que las amplitudes máximas de realce o atenuación sean efectivamente de 6 dB según se propuso.

Se muestra a continuación (figura 56) un gráfico con tres casos distintos de ganancia. El primer caso es con $k=0$ (potenciómetros en su extremo derecho) donde hay mayor realce de bajos, medios y

altos. El segundo es con $k=0.5$ (potenciómetros en su centro) donde no se afecta a la señal en cuanto a su amplitud. El último es aquel con $k=1$ (potenciómetros girados hacia su extremo izquierdo), caso en el que hay mayor atenuación. En color rojo se muestran los datos medidos, mientras que en azul los datos de la simulación.

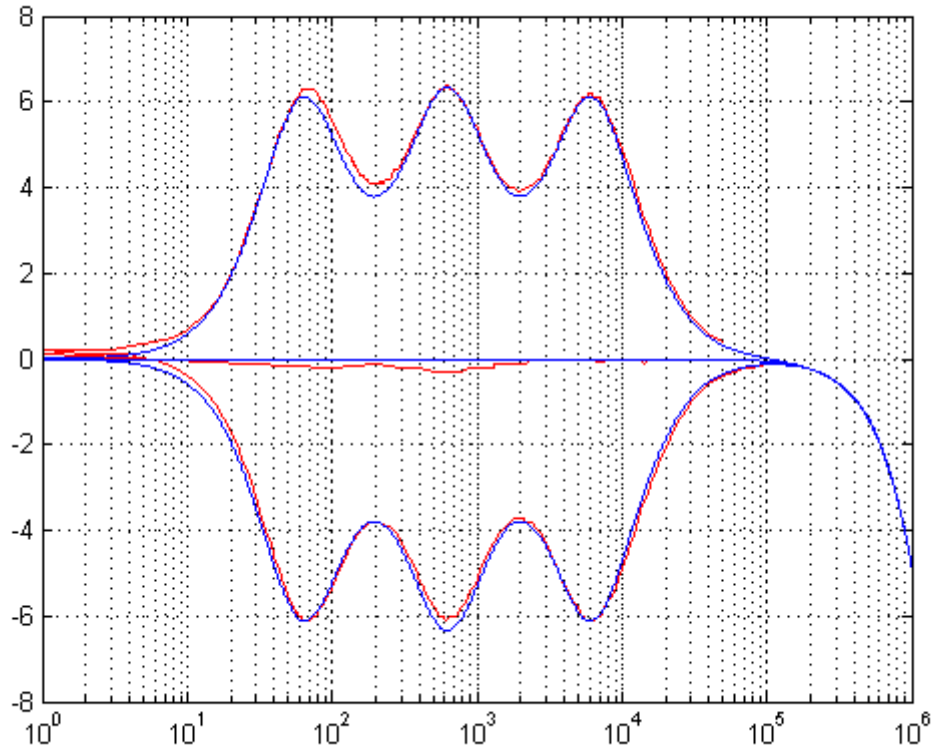


Figure 56: Ganancia para los casos de máxima atenuación, máximo realce y centro

Se midió también su fase. Las mismas se muestran en los graficos 57, 58 y 59.

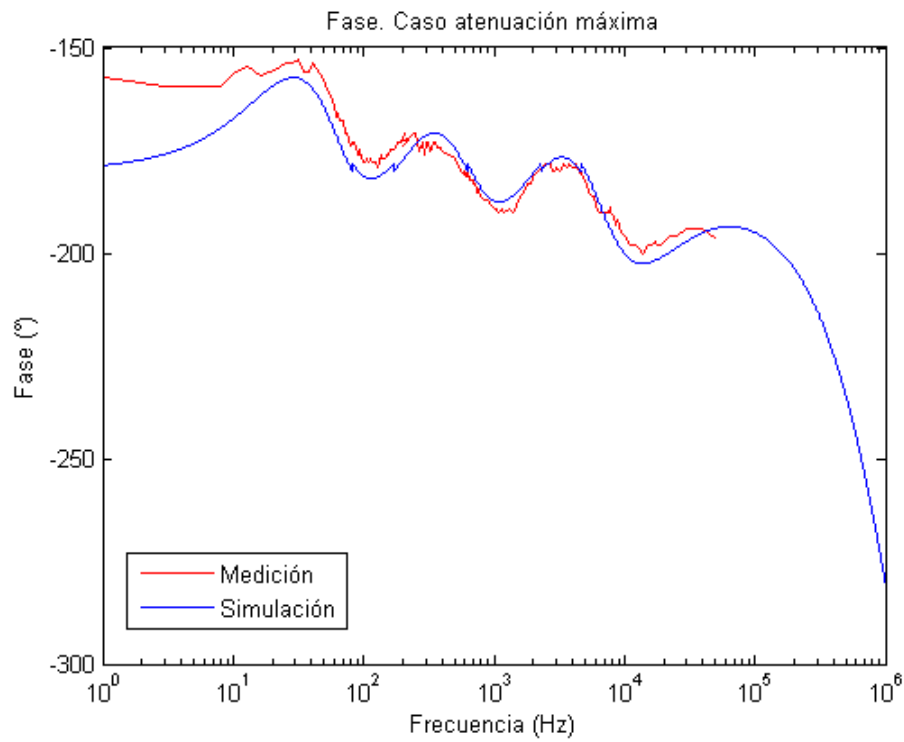


Figure 57: Fase. Caso atenuación máxima

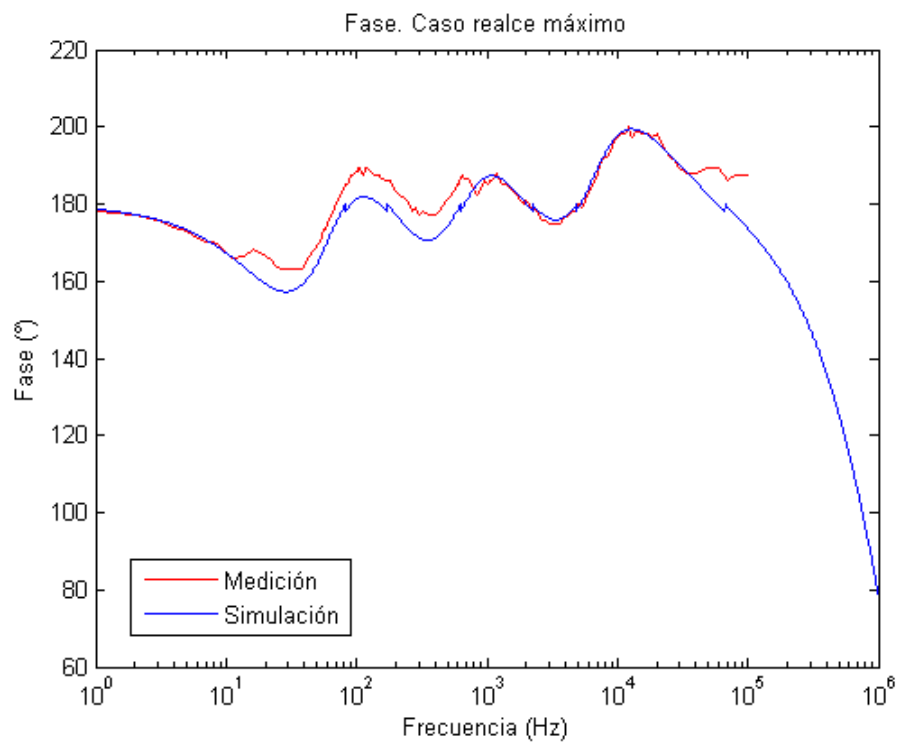


Figure 58: Fase. Caso realce máximo

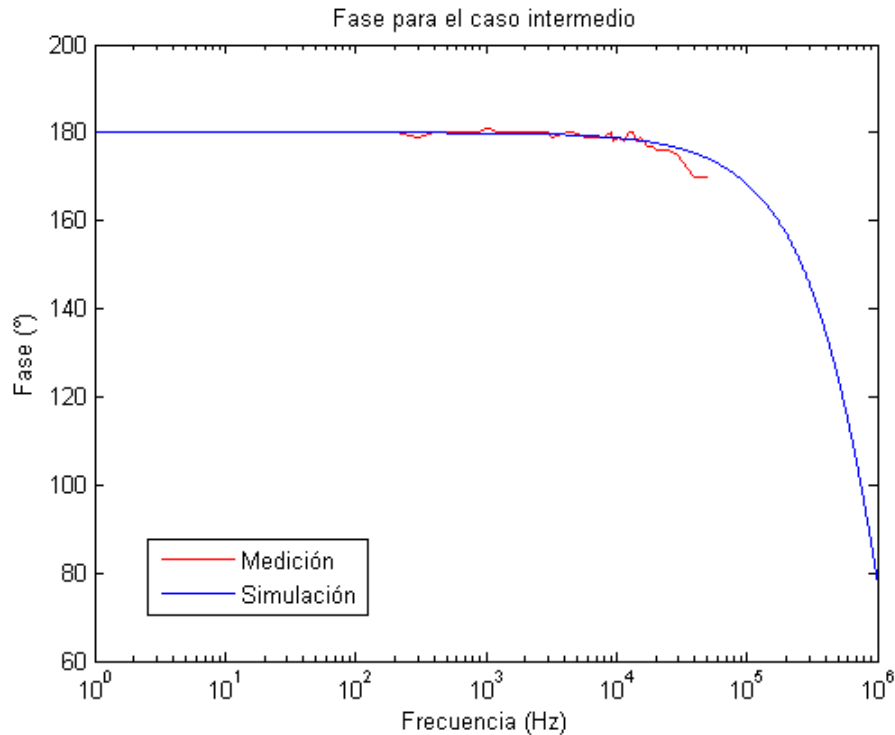


Figure 59: Fase. Caso intermedio

En cuanto al comportamiento del circuito, fue el esperado. Notamos que, a altas frecuencias dentro del espectro de audio, el circuito se volvía sensible a su entorno. Si tocábamos las perillas de los potenciómetros con la mano para ajustar los agudos, se introducía ruido en la salida. Esto quizás se deba a que los potenciómetros son metálicos y no están bien aislados. Se solucionaría colocándole una perilla de plástico, similares a las que existen para los equipos de audio.

4.7 Conclusión

Se calculó e implementó un ecualizador de tres bandas que modifica la ganancia según distintos valores de frecuencia que se encuentran en el rango audible, con la intención de amplificar o atenuar los bajos, medios o altos de una señal. Se estudió al ecualizador de fase, y cómo este modifica la fase de una señal sin variar su amplitud. Existen también consideraciones psicoacústicas como la mínima diferencia que se puede apreciar en amplitud por el oído humano que se analizaron para diseñar el ecualizador y que ayudaron a determinar condiciones sobre el diseño final, que efectivamente funcionó como se esperaba.

Anexo

Sección 4: Hoja de Datos

Destacados

1. Ecualizador de tres bandas independientes de bajos, medios y agudos
2. Alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida, apta para la conexión a sistemas de audio standard de baja potencia
3. Entrada con conexión a generador de señales o a interfaz de audio standard por medio de un jumper
4. Pines comunes rectos a la entrada y a la salida para una cómoda conexión a osciloscopio

Características eléctricas ($VCC = \pm 15V$)

Las características eléctricas están determinadas por la tensión máxima del amplificador operacional de la placa, del modelo TL084. Todos los capacitores están preparados para trabajar a la tensión máxima que soporta el amplificador operacional.

Parámetro	Valor	Unidad
Tensión máxima de alimentación	18	V
Tensión mínima de alimentación	-18	V

Table 7: Características eléctricas

El circuito presenta una alta impedancia de entrada, lo suficiente como para considerar despreciables los 50 ohms de salida del generador de funciones o de una fuente de audio standard. La impedancia de salida del sistema es baja debido a la baja impedancia de salida del amplificador operacional

Características de audio

El circuito permite como entrada una fuente de audio standard, mediante un conector jack de 3.5 mm.

Entrada	Mono
Salida	Stéreo (dos Mono)

Table 8: Entrada y salida

Parámetro	Valor	Unidad
Frecuencia central de bajos	64	Hz
Frecuencia central de medios	636	Hz
Frecuencia central de altos	6325	Hz

Table 9: Características de audio

References

- [1] Microelectronic Circuits - 6th edition. Autores: Sedra y Smith

-
- [2] Optimum Configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters. Autor: Adel S. Sedra- Mohamed A. Ghorab y Ken Martin.
 - [3] High-Speed Notch Filters. Autor: Bruce Carter
 - [4] General Impedance Converter (GIC) Filter Utilizing Composite Amplifier (Thesis). Autor: Heng Wan Cheong
 - [5] Analog Filters Using Matlab. Autor: Lars Wanhammar.