

---

---

Instituto Tecnológico de Buenos Aires  
25 de octubre del 2013

Laboratorio 3  
Filtros Activos

---

# Teoría de Circuitos

---

Grupo 1

<i>Nombre</i>	<i>Mail</i>	<i>Legajo</i>
Agustín Rovero	agustinrovero@gmail.com	49279
Sergio Nicolás Deligiannis	sergio.n.deligiannis@gmail.com	53175
Gonzalo Gabriel Rizzo	rizzoriv@gmail.com	53339
Pablo Jesús Gardella	gardellapablo@gmail.com	53370
Mauro Adrián Padin	mauro.padin@gmail.com	53387

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>3</b>
<b>1. Filtro Low Pass Bessel &amp; Legendre</b>	<b>6</b>
1.1. Circuito Integrador . . . . .	7
1.1.1. Ecuaciones . . . . .	7
1.1.2. Ecuaciones de sensibilidad relativa . . . . .	7
1.1.3. Ventajas y desventajas . . . . .	8
1.2. Celda Sallen-Key pasa bajos . . . . .	8
1.2.1. Ecuaciones . . . . .	8
1.2.2. Ecuaciones de sensibilidad relativa . . . . .	9
1.2.3. Algunas particularidades de interés . . . . .	9
1.2.4. Ventajas y desventajas . . . . .	10
1.3. Diseño y síntesis . . . . .	11
1.3.1. Filtro Pasa Bajos de baja señal con aproximación de Legendre . . . . .	12
1.3.1.1. Contraste experimental, teórico y simulado . . . . .	14
1.3.1.2. Análisis estadístico del circuito y sus tolerancias . . . . .	16
1.3.1.3. Impedancias de entrada y salida . . . . .	17
1.3.1.4. Respuesta al escalón y al impulso . . . . .	18
1.3.2. Filtro Pasa Bajos de alta señal con aproximación de Bessel . . . . .	19
1.3.2.1. Contraste experimental, teórico y simulado . . . . .	21
1.3.2.2. Análisis estadístico del circuito y sus tolerancias . . . . .	22
1.3.2.3. Impedancias de entrada y salida . . . . .	23
1.4. Conclusiones . . . . .	24
<b>2. Filtro Band Pass Chebycheff</b>	<b>25</b>
2.1. Especificaciones . . . . .	25
2.2. Celda Rauch (Deliyannis-Friend) . . . . .	27
2.2.1. Función Transferencia . . . . .	28
2.2.2. Sensibilidades . . . . .	29
2.3. Diseño de las celdas . . . . .	29
2.3.1. Criterio de elección de componentes . . . . .	29
2.3.2. Rango dinámico . . . . .	30
2.3.3. Elección de los componentes . . . . .	30
2.3.4. Análisis de las sensibilidades . . . . .	31
2.3.5. Análisis de Montecarlo . . . . .	32
2.4. Mediciones . . . . .	32
2.5. Impedancia de entrada y salida . . . . .	34
2.5.1. Impedancia de entrada . . . . .	34
2.5.2. Impedancia de salida . . . . .	35
2.6. Conclusiones . . . . .	35

<b>3. Filtro High Pass Cauer</b>	<b>36</b>
3.1. Diseño teórico . . . . .	36
3.2. Separación en etapas . . . . .	39
3.3. Implementación de etapas en celdas . . . . .	41
3.3.1. Etapa 1 . . . . .	41
3.3.2. Etapa 2 . . . . .	42
3.3.2.1. Diseño . . . . .	43
3.3.3. Cálculo de componentes . . . . .	45
3.3.3.1. Derivador no inversor . . . . .	45
3.3.3.2. Sedra-Ghorab-Martin . . . . .	45
3.3.4. Implementación . . . . .	46
3.3.4.1. Impedancia de entrada y salida . . . . .	46
3.3.4.2. Simulación . . . . .	47
3.3.4.3. Mediciones . . . . .	47
3.4. Conclusiones . . . . .	51
<b>4. Filtro Band Reject Chebycheff Inverso</b>	<b>52</b>
4.1. Celda universal . . . . .	57
4.2. Definiciones . . . . .	57
4.3. Motivación . . . . .	58
4.4. Kerwin-Huelsman-Newcomb . . . . .	59
4.4.1. Circuito . . . . .	62
4.5. Tow-Thomas . . . . .	63
4.5.1. Circuito . . . . .	64
4.6. Ackerberg-Mossberg . . . . .	67
4.6.1. Circuito . . . . .	67
4.7. Tow-Fleischer . . . . .	69
4.7.1. Circuito . . . . .	69
4.8. Notch Depth . . . . .	71
4.9. Sensibilidades absolutas de los polos . . . . .	71
4.10. Implementación . . . . .	72
4.10.1. Impedancias de entrada y salida . . . . .	74
4.10.2. Gráficos . . . . .	74
4.11. Conclusiones . . . . .	75
<b>Anexo</b>	<b>76</b>

# Resumen

A continuación se presentan tablas sobre las principales características de cada una de las celdas que se desarrollaran a lo largo de este escrito.

El objetivo de las mismas es brindar una respuesta corta y concisa para quien recurra a ellas.

Celda	Aproximaciones implementadas
Sallen-Key	Bessel - Pasa bajos Legendre - Pasa bajos
Rauch (Deliyannis-Friend)	Chebbycheff - Pasa banda
Sedra-Ghorab-Martin	Cauer - Pasa altos
Tow-Fleischer	Chebbycheff Inverso - Rechaza banda

Cuadro 1: Tipos de filtros.

Celda	Desventajas
Sallen-Key	Con ganancia y Q altos mayor sensibilidad. Ganancia mayor a 1.
Rauch (Deliyannis-Friend)	Gran dependencia de la mayoría de los componentes en los parámetros. Sensibilidades altas para G y Q.
Sedra-Ghorab-Martin	Gran cantidad de componentes pasivos. Realimentación neta positiva. Restricción respecto a la máxima ganancia implementable.
Universales	Gran cantidad de componentes.
Kerwin-Huelsman-Newcomb	Limitaciones de SR. No apta para circuitos de alto Q.
Tow-Thomas	Pierde la salida HP. No apta para circuitos de alto Q.
Ackerberg-Mossberg	Pierde la salida HP. Op-Amp matcheados.
Tow-Fleischer	Pierde salidas LP-HP-BP. $Z_{in}$ , $Z_{out}$ dependen fuertemente de los componentes.

Cuadro 2: Desventajas de las celdas.

Celda	Ventajas
Sallen-Key	Sencilla implementación. Bajas sensibilidades. Sensibilidades pueden ser constantes e independiente de los componentes.
Rauch (Deliyannis-Friend)	Apta para filtros de alto Q Utiliza un solo amplificador operacional y pocos componentes Sensibilidad baja para la frecuencia central
Sedra-Ghorab-Martin	Bajas sensibilidades. Buena profundidad en el cero de transmisión. Utiliza un solo diferencial y puede lograr un Q alto.
Universales	Sencilla implementación.
Kerwin-Huelsman-Newcomb	Sensibilidades constantes e independientes de componentes. Ajustes de ganancia, frecuencias y Q independientes.
Tow-Thomas	Posee simultáneamente salidas LP, HP, BP y BS (opcional).
Ackerberg-Mossberg	No tiene limitaciones de SR. Apta para filtros de alto Q. No tiene limitaciones de SR.
Tow-Fleischer	Salida con ceros de transmisión con la menor cantidad de Op-Amps. Apta para filtros de alto Q. No requiere matcheo de Op-Amps.

Cuadro 3: Ventajas de las celdas.

Celda	Condiciones de diseño
Sallen-Key	Ganancia y Q bajos. $\omega_o$ preciso: $R_1, R_2 - C_1, C_2$ de distintos sesgos. $Q$ preciso: $C_1, C_2$ de mismo sesgo.
Rauch (Deliyannis-Friend)	Para obtener ganancias mayores a la unidad: $Q > \frac{\sqrt{2}}{2}$ Capacitores iguales independiza a Q y G parcialmente del valor de los mismos.
Sedra-Ghorab-Martin	Q bajo a alto, empeorando sensibilidades a mayor Q. Bajo G, limitada por el mismo.
Kerwin-Huelsman-Newcomb	$\omega_o$ preciso: $R_1, R_5 - C_1, C_2$ de distintos sesgos <sup>(1)</sup> . $Q$ preciso: $R_1, R_2, R_5, R_a, R_b$ de mismo sesgo.
Tow-Thomas	$\omega_o$ preciso: $R_3, R_4$ de mismo sesgo y $R_5, R_6 - C_1, C_2$ de sesgos opuestos. $Q$ : $R_3, R_4 - C_1, C_2$ de mismo sesgo y $R_5, R_6$ de sesgos iguales, opuestos al de $R_2$ . $G_{BP}$ preciso: $R_1, R_5 - R_3, R_4$ de mismo sesgo y $R_6, C_2$ de sesgos opuestos. $G_{HP}$ preciso: $R_1, R_5$ de mismo sesgo.
Ackerberg-Mossberg	$\omega_o$ preciso: $R_3, R_6$ de mismo sesgo y $R_4, R_5 - C_1, C_2$ de sesgos opuestos. $Q$ : $R_3, R_6 - C_1, C_2$ de mismo sesgo y $R_4, R_5$ de sesgos iguales, opuestos al de $R_2$ . $G_{BP}$ preciso: $R_1, R_5 - R_3, R_6$ de mismo sesgo y $R_4, C_2$ de sesgos opuestos. $G_{LP}$ preciso: $R_1, R_5$ de mismo sesgo.
Tow-Fleischer	$\omega_p$ preciso: $R_4 = R_5 - R_2 = R_3$ del mismo sesgo y $R_1, R_6 - C_1, C_2$ de sesgos opuestos. $\omega_z$ preciso: $R_4 = R_7 - R_2 = R_3$ del mismo sesgo y $R_1, R_8 - C_1, C_2$ de sesgos opuestos. $Q$ : $R_4 = R_5 - C_1 = C_2$ de mismo sesgo y $R_1, R_4$ de sesgos iguales, opuestos al de $R_2$ . $G_{BS}$ preciso: $R_6, R_8$ de mismo sesgo.

Cuadro 4: Condiciones de diseño de las celdas.

1

Celda	Sensibilidades
Sallen-Key	Pueden ser constantes e independientes de los componentes: $ S_R^{\omega_o}  = 0, 5,  S_C^{\omega_o}  = 0, 5$ Para $G = 1$ y $R_1 = R_2$ : $ S_R^Q  = 0,  S_C^Q  = 0, 5$
Rauch (Deliyannis-Friend)	Algunas son constantes independientes de los componentes: $ S_{R_2}^{\omega_o}  = -0, 5,  S_{C_1}^{\omega_o}  = -0, 5,  S_{C_2}^{\omega_o}  = -0, 5,  S_b^{\omega_o}  = 0$
Sedra-Ghorab-Martin	Dependiente de Q. Son bajas, menores que las obtenidas a través de una celda Sallen-Key o Rauch para las mismas especificaciones.
Kerwin-Huelsman-Newcomb	Son constantes independientes de los componentes: $ S_R^{\omega_o}  = 0, 5,  S_C^{\omega_o}  = 0, 5,  S_R^Q  \leq 1, 5,  S_C^Q  = 0, 5$
Tow-Thomas	Son constantes independientes de los componentes: $ S_R^{\omega_o}  = 0, 5,  S_C^{\omega_o}  = 0, 5,  S_R^Q  \leq 1,  S_C^Q  = 0, 5$ $ S_R^{G_{BP}}  = 1,  S_C^{G_{BP}}  = 1,  S_R^{G_{LP}}  = 1,  S_C^{G_{LP}}  = 0$
Ackerberg-Mossberg	Son constantes independientes de los componentes: $ S_R^{\omega_o}  = 0, 5,  S_C^{\omega_o}  = 0, 5,  S_R^Q  \leq 1,  S_C^Q  = 0, 5$ $ S_R^{G_{BP}}  = 1,  S_C^{G_{BP}}  = 1,  S_R^{G_{LP}}  = 1,  S_C^{G_{LP}}  = 0$
Tow-Fleischer	Son constantes independientes de los componentes: $ S_R^{\omega_p}  \leq 0, 5,  S_C^{\omega_p}  \leq 0, 5,  S_R^{\omega_z}  \leq 0, 5,  S_C^{\omega_z}  \leq 0, 5$ $ S_R^{G_{BS}}  = 1,  S_C^{G_{BS}}  = 0,  S_R^Q  \leq 1,  S_C^Q  \leq 0, 5$

Cuadro 5: Sensibilidades de las celdas.

<sup>1</sup>Sesgo: Diferencia entre el valor esperado de un estimador y el verdadero valor del parámetro.

# Capítulo 1

## Filtro Low Pass Bessel & Legendre

Un filtro pasa bajos es aquel que sólo admite el paso de las bajas frecuencias. Pero ¿A qué se refiere por bajas?, en realidad, se refiere a que a partir de una frecuencia determinada, el filtro comienza a atenuar. Debido a limitaciones físicas esta atenuación se produce gradualmente y no abruptamente como se desearía, idealmente.

Existen distintos tipos de filtros pasa bajos, los cuales pueden ser activos o pasivos, a su vez, una característica muy importante de los mismo es su orden, es decir, la rapidez con la cual comienzan a atenuar, en consecuencia su pendiente de atenuación.

Generalmente a los filtros se los caracterizan con plantillas, dadas en atenuación, en las cuales el mismo deberá pasar de una banda de paso, a una de atenuación, siendo el nexo la denominada banda de transición. Esta última banda, determina la selectividad del filtro y será la que fijará el orden del filtro requerido, según cuan ancha o estrecha sea y que tipo de aproximación se este utilizando.

Existen diversas aproximaciones con distintos sustentos matemáticos, los cuales poseen diversas características como la pendiente de atenuación y el ripple. Estas diferencias son ventajas y/o desventajas según la aplicación o características que se desean para cada filtro.

En este capítulo se desarrollará el diseño y síntesis de un filtro pasa bajos de tercer orden, mediante las aproximaciones de Bessel y Legendre, utilizando una celda Sallen Key. Pensado el primero para alta señal y el segundo para baja señal. Las características de los mismos serán las de la tabla 1.1.

<i>Parámetros</i>	<i>Valores</i>
<i>Orden</i>	3
$f_p$	1,4kHz
$A_p$	2dB
$G$	1V/V
$Z_{in}$	$\geq 47k\Omega$

Cuadro 1.1: Características de los filtros

Dado que la transferencia será un pasa bajos de orden tres, se la puede escribir sin pérdida de generalidad de la siguiente manera:

$$H(S) = \frac{G}{A.S^3 + B.S^2 + C.S + 1} \quad (1.1)$$

Separando la transferencia en dos etapas se obtiene la expresión 1.2:

$$H(S) = \frac{G_1}{L.S + 1} \cdot \frac{G_2}{M.S^2 + N.S + 1} \quad (1.2)$$

Por un lado, quedarán dos polos, que serán complejos conjugados y por el otro lado, un polo simple real y negativo (porque se encuentra en el semiplano izquierdo del plano complejo).

## 1.1. Circuito Integrador

El circuito integrador además de cumplir su función como tal, consiste de un filtro pasa bajos de orden 1, es decir que posee una sola singularidad en el denominador, es decir un polo real.

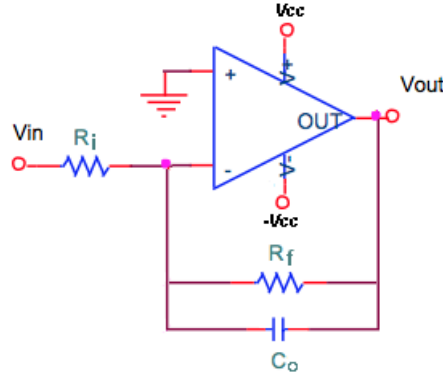


Figura 1.1: Circuito Integrador activo

### 1.1.1. Ecuaciones

Suponiendo al amplificador operacional como ideal:

$$H(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{S \cdot C_0 \cdot R_f + 1} \quad (1.3)$$

Donde la  $Z_{in} = R_i$

Dado que:

$$H(S) = -\frac{G}{\frac{S}{\omega_0} + 1} \quad (1.4)$$

Entonces:

$$G = \frac{R_f}{R_i} \quad (1.5)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C_0 \cdot R_f} \quad (1.6)$$

Para el amplificador operacional con ganancia de lazo abierto ( $A_{vol}$ ) finita:

$$H(S) = -\frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{S \cdot C_0 \cdot R_f + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{A_{vol}} \cdot \left( \frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{S \cdot C_0 \cdot R_f + 1} + 1 \right)} \quad (1.7)$$

### 1.1.2. Ecuaciones de sensibilidad relativa

	$S_X^G$	$S_X^{\omega_0}$
$R_i$	-1	0
$R_f$	1	-1
$C_0$	0	-1

Cuadro 1.2: Sensibilidades en el circuito integrador.



Se observa que el valor de las sensibilidades no dependen del valor de los componentes. Además, se observa que conforme  $R_i$  y  $R_f$  aumentan o disminuyen, en el mismo sentido, modifican a  $G$  pero en sentido contrario. Por otro lado el efecto que tienen  $R_f$  y  $C_0$  sobre  $\omega_0$ es en el mismo sentido.

### 1.1.3. Ventajas y desventajas

El circuito antes descrito posee una serie de características que dada la aplicación se las puede considerar favorables o no. Una de ellas es la inversión de fase; si se tratara con señales de video esto podría ser un aspecto negativo porque el ojo humano es más sensible a cambios en la fase que el oído si se tratara de una única señal senoidal esto solo se vería como un retardo y no sería determinante.

Por otro lado la impedancia de entrada permanece prácticamente constante, a distintas frecuencias, y se encuentra fijada por el valor de una resistencia, teniendo unas variaciones despreciables por ser  $A_{vol}$  finito.

Además el circuito integrador activo posee una baja y mejor impedancia de salida que la que se podría lograr con un circuito RC pasivo, debida a la salida del amplificador operacional.

## 1.2. Celda Sallen-Key pasa bajos

El circuito de la figura 1.2 se trata de un filtro pasa bajos de orden 2, es decir que posee dos polos.

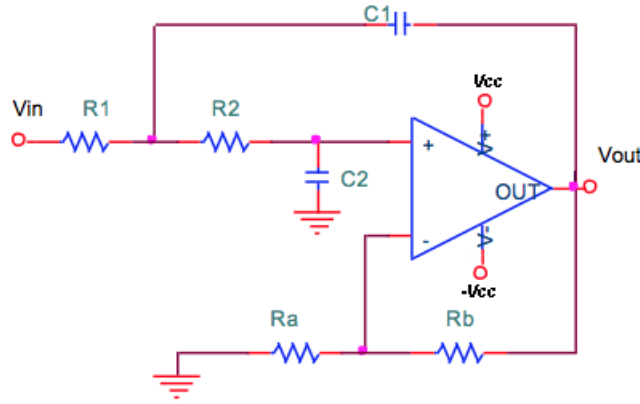


Figura 1.2: Celda Sallen-Key pasa bajos

### 1.2.1. Ecuaciones

Suponiendo al amplificador operacional como ideal, aplicando la ley de Kirchhoff en todos los nodos del circuito y resolviendo las ecuaciones se logra llegar a que:

$$H(S) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{K}{S^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 + S \cdot [C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K) + C_2 \cdot (R_2 + R_1)] + 1} \quad ; \quad K = 1 + \frac{R_b}{R_a} \quad (1.8)$$

Dado que:

$$H(S) = \frac{G}{\left(\frac{S}{\omega_0}\right)^2 + \frac{S}{\omega_0 \cdot Q} + 1} \quad (1.9)$$

Entonces:

$$G = K = 1 + \frac{R_b}{R_a} \quad (1.10)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}} \quad (1.11)$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}{C_1 \cdot R_1 \cdot (1 - K) + C_2 \cdot (R_2 + R_1)} = \frac{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}{C_2 \cdot (R_2 + R_1) - C_1 \cdot R_1 \cdot \varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{R_b}{R_a} \quad (1.12)$$

Considerando  $A_{vol}$  finito:

$$H(S) = \frac{K}{S^2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot R_1 \cdot R_2 + S \cdot [(1 - K) \cdot R_1 \cdot C_1 + C_2 \cdot (R_2 + R_1)] + 1 + \frac{K \cdot [S^2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot R_1 \cdot R_2 + S \cdot [R_1 \cdot C_1 + C_2 \cdot (R_2 + R_1)] + 1]}{A_{vol}}} \quad (1.13)$$

### 1.2.2. Ecuaciones de sensibilidad relativa

	$S_X^G$	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$
$R_a$	$-\frac{R_b}{R_a + R_b} = \frac{1-G}{G}$	0	$-\frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_b}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a}$
$R_b$	$\frac{R_b}{R_a + R_b} = \frac{G-1}{G}$	0	$\frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_b}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a}$
$R_1$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{C_2 \cdot R_2 \cdot R_a}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a} - \frac{1}{2}$
$R_2$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{C_2 \cdot R_2 \cdot R_a}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a}$
$C_1$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_b}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a} + \frac{1}{2}$
$C_2$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_b}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_a - C_1 \cdot R_1 \cdot R_b + C_2 \cdot R_2 \cdot R_a} - \frac{1}{2}$

Cuadro 1.3: Sensibilidades en el Sallen-Key pasa bajos

Se puede destacar que,  $R_a$  y  $R_b$  modifican a  $G$  en sentidos opuestos y con la misma relación; además se puede observar que la ganancia depende de ella misma y que cuanto mayor sea, mayor será, en módulo, la sensibilidad respecto de cada variable que la define. Por otro lado, para el caso  $\omega_0$ , las variables de las cual depende, afectan todas en un mismo sentido.

### 1.2.3. Algunas particularidades de interés

En el caso de buscar una ganancia unitaria:

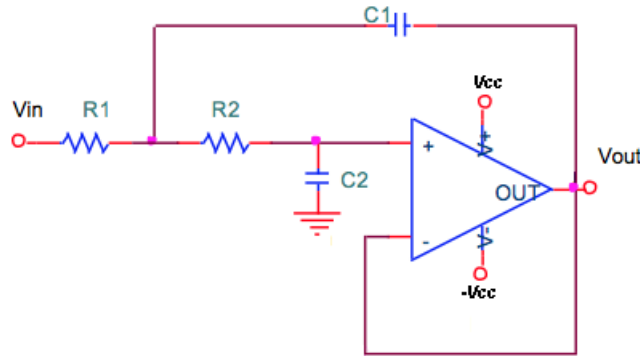


Figura 1.3: Celda Sallen-Key sin ganancia

$$K = 1 \quad (1.14)$$

$$H(S) = \frac{1}{S^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 + S \cdot [C_2 \cdot (R_2 + R_1)] + 1} \quad (1.15)$$

Si además reducimos los grados de libertad haciendo  $R_1 = R_2 = R$

$$H(S) = \frac{1}{S^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R^2 + S \cdot 2 \cdot C_2 \cdot R + 1} \quad (1.16)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2}} \quad (1.17)$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad (1.18)$$

Se puede observar, que de esta forma el  $Q$  no depende de ninguna  $R$ , y por lo tanto, si se mantiene esta relación, la sensibilidad de  $Q$  con respecto a las mismas será cero.

Con la ganancia unitaria y cumpliendo la relación  $R_1 = R_2 = R$ , el cuadro de sensibilidades se reduce al que se presenta en la tabla 1.4. En donde las mismas no dependen del valor de los componentes elegidos.

	$S_X^G$	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$
$R_1$	0	-0,5	0
$R_2$	0	-0,5	0
$C_1$	0	-0,5	0,5
$C_2$	0	-0,5	-0,5

Cuadro 1.4: Sensibilidades en el Sallen-Key para los valores dados

#### 1.2.4. Ventajas y desventajas

La celda Sallen Key pasa bajos posee una baja impedancia de salida, algo que es deseable para un filtro.

Además, la impedancia de entrada depende fuertemente de la frecuencia; a bajas, la impedancia de entrada es elevada, en el orden de los mega, y luego se estabiliza para altas frecuencias en el valor de la  $R_1$ . Esto se debe a que a a bajas frecuencias el capacitor  $C_2$  se comporta como una impedancia grande, o circuito abierto, y a altas frecuencias como un corto circuito.

En general el  $Q$  es bajo, por lo que el circuito es estable. Se debe tener en cuenta que la  $R_1$  no es necesariamente el valor de la impedancia, de entrada, mas pequeño en la frecuencia.

Por otro lado la celda como se la describió no es capaz de atenuar, debido a esto existen algunas reformas a la misma, mediante un divisor resistivo en la entrada, a fin de poder lograr una atenuación.

### 1.3. Diseño y síntesis

Para diseñar y sintetizar este filtro se seguirán una serie de pasos ordenados.

Primero se definirá la plantilla y el orden correspondiente. Luego a partir de esta y de la aproximación matemática deseada para el filtro se calcularán los polos y los ceros, que en este caso, para el Bessel y Legendre pasa bajos, no habrá. Una vez obtenidos los polos se calculará la transferencia, con los coeficientes numéricos, separando el polo real del par conjugado.

Después de obtener los coeficientes numéricos de la transferencia, se igualan a los coeficientes de la transferencia en función del valor de los componentes (nuestras variables); de esta forma se tendrán algunas ecuaciones a cumplir para las variables. Debido a que habrá mas variables incógnitas que ecuaciones, se debe proceder a elegir apropiadamente el valor de diversos componentes, teniendo en cuenta que las sensibilidades, para luego, en base a las ecuaciones que resultan calcular las variables restantes.

Una vez calculados los valores de los componentes, deberán ser llevados a valores comerciales y debido a que probablemente no se conseguirán valores exactos se deberán analizar las sensibilidades nuevamente y simulaciones correspondientes, a fin de determinar si el desvío obtenido es significativo. En caso de serlo se deberá volver y buscar otros valores para las variables fijadas, o cambiar de variables.

Las sensibilidades se deben buscar lo mas bajas posibles, de modo tal que las dispersiones en el valor nominal de las resistencias y capacitores no afecten significativamente al diseño.

Para el ordenamiento de las etapas se deberá tener en cuenta el rango dinámico y si se trata de alta o baja señal. Por lo que idealmente, se desea que ambas etapas no tengan ganancia o atenuación alguna en la banda de paso, para mejorar el rango dinámico. Por otro lado, si alguna de las dos etapas amplificara y la otra atenuara, para el caso de baja señal, la que amplifica debe ir primero, mientras que para alta señal deberá ir última.

Para el ejemplo utilizaremos un circuito integrador y una celda Sallen Key en cascada para lograr el filtro de orden tres. Si además buscamos una ganancia unitaria en cada etapa, para tratar de maximizar el rango dinámico en la banda de paso, y respetamos la relación  $R_1 = R_2 = R$ , para el caso de la Sallen Key, la transferencia en función de los componentes queda de la forma:

$$H(S) = -\frac{1}{S.C_0.R_f + 1} \cdot \frac{1}{S^2.C_1.C_2.R^2 + S.2.C_2.R + 1} \quad ; \quad R_i = R_f \quad ; \quad R_1 = R_2 = R \quad (1.19)$$

Ahora en función de la expresiones obtenidas con los polos de las distintas aproximaciones, los componentes tomarán diversos valores.

Además las sensibilidades quedarán determinadas como se menciono anteriormente, independientemente del valor de los componentes.

### 1.3.1. Filtro Pasa Bajos de baja señal con aproximación de Legendre

En la figura 1.4 se presenta la plantilla que debe cumplir el filtro para las características dadas. Es decir, un pasa bajos, de Legendre, con orden tres y con una atenuación máxima de 2dB a los 1,4kHz, sin ganancia.

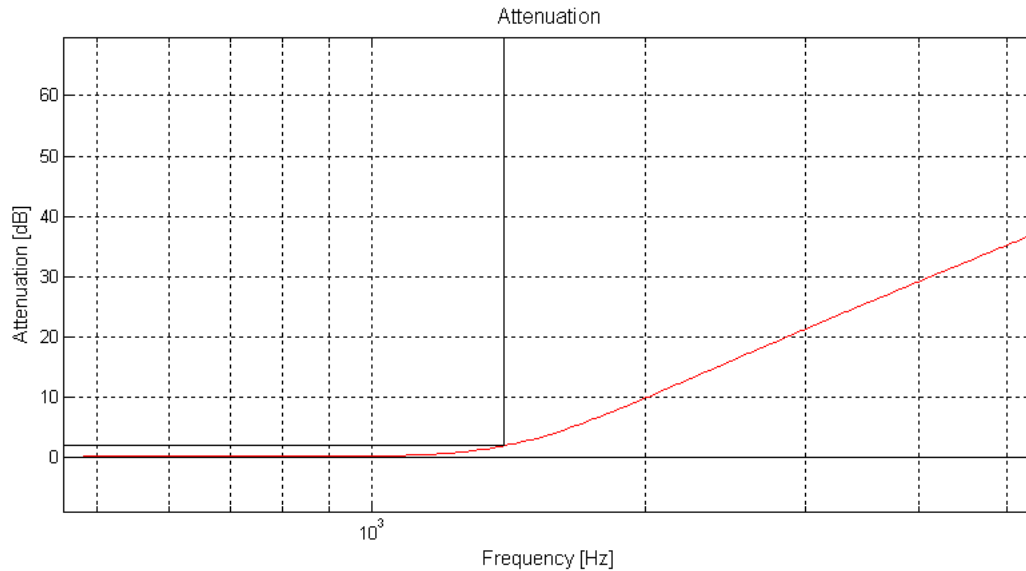


Figura 1.4: Plantilla del FPB con aprox.de Legendre

A partir de las aproximaciones de Legendre se obtienen los polos que se muestran en la figura 1.5 y a partir de los mismos se forman las ecuaciones de las etapas de primer y segundo orden mostradas en la tabla 1.5.

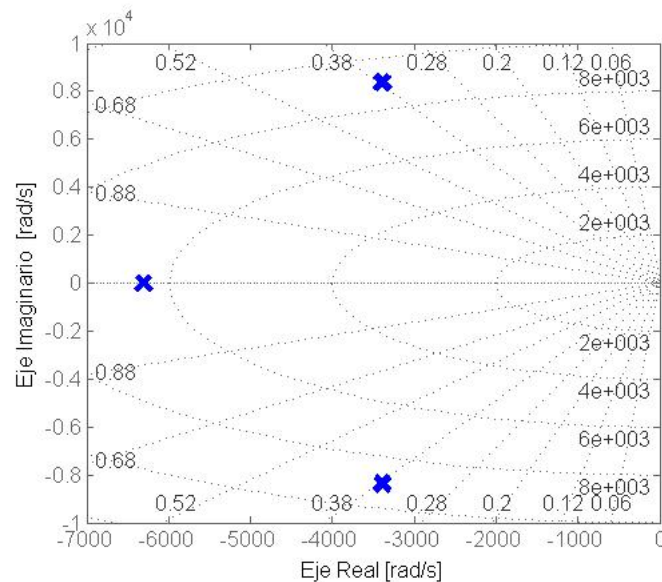


Figura 1.5: Diagrama de polos y ceros

Etapa	$G$	$f_0[kHz]$	$Q$	$H(S)$
1ºorden	1	1,004	-	$H(S) = -\frac{G}{\frac{s}{\omega_0} + 1}$
2ºorden	1	1,432	1,35	$H(S) = \frac{G}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0 \cdot Q} + 1}$

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$

Cuadro 1.5: Etapas del FPB Legendre

En la figura 1.6 se observa la respuesta de cada etapa por separado y la del filtro, es decir, la de las dos etapas en cascada.

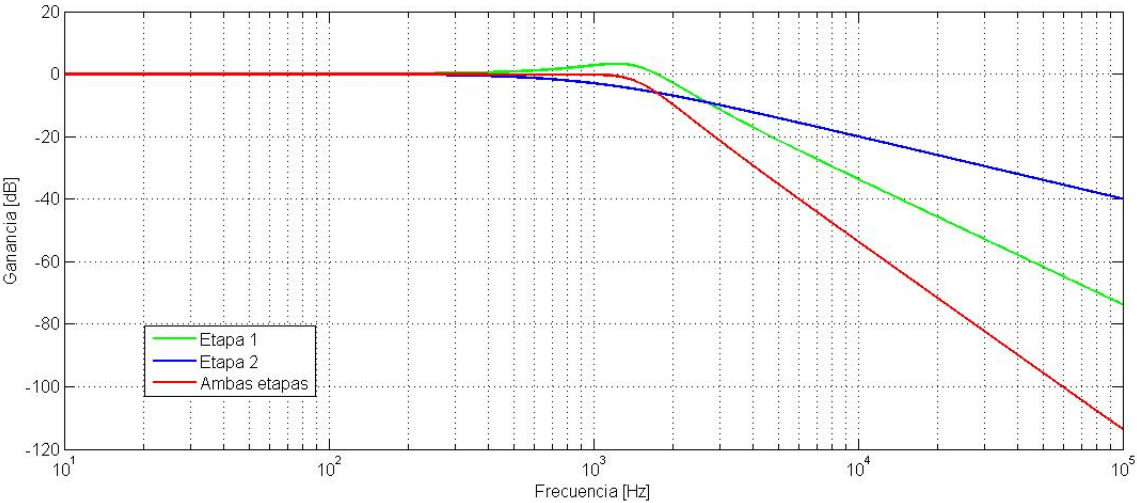


Figura 1.6: Respuesta en frecuencia de las etapas del filtro

Como se trata de un filtro para baja señal, si alguna de las etapas amplifica y la otra atenúa, la que amplifica debe ir primero. Por lo que en este caso, la etapa de orden dos, es decir la del Sallen Key, debe ir primero debido al sobre pico que tiene dado el  $Q$  obtenido.

Debido al sobre pico de 3,25dB se pierde lo mismo en el rango dinámico, limitado por la tensión de saturación. En la figura 1.7 se observa el circuito a implementar.

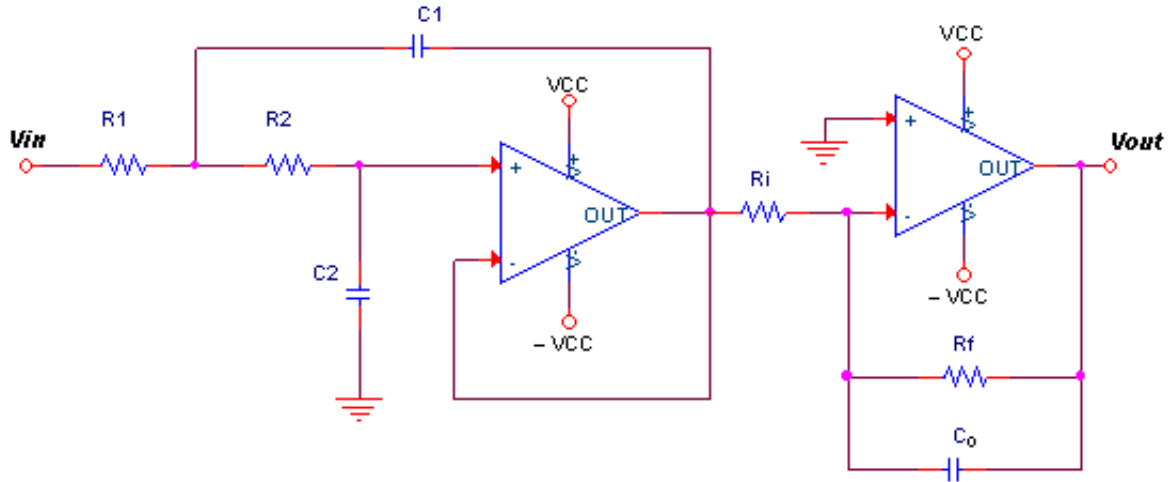


Figura 1.7: Filtro pasa bajos, de baja señal, de tercer orden

Parámetro	Valor
$R_i$	$48k\Omega$
$R_f$	$48k\Omega$
$C$	$3,3nF$
$R_1$	$100k\Omega$
$R_2$	$100k\Omega$
$C_1$	$3nF$
$C_2$	$0,4114nF$

Cuadro 1.6: Valores de los componentes para la aprox.de Legendre

	$S_X^G$	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$	$S_X^{S^+} [rad/s]$	$S_X^{S^-} [rad/s]$
$R_1$	0	-0,5	0	$1,63 - j,60,69$	$1,63 + j,4,15$
$R_2$	0	-0,5	0	$1,63 - j,60,69$	$1,63 + j,4,15$
$C_1$	0	-0,5	0,5	$-3,33 - j,4,84$	$3,33 + j,4,84$
$C_2$	0	-0,5	-0,5	$-j,3,51$	$j,3,51$

Cuadro 1.7: Sensibilidades de la Sallen Key.

### 1.3.1.1. Contraste experimental, teórico y simulado

En las siguientes figuras se observa el contraste entre las respuestas obtenidas a partir de los cálculos teóricos, la simulación y las mediciones.

El circuito se implemento utilizando un TL082, dos amplificadores operacionales internamente, y una tensión de saturación en  $\pm 15V$ .

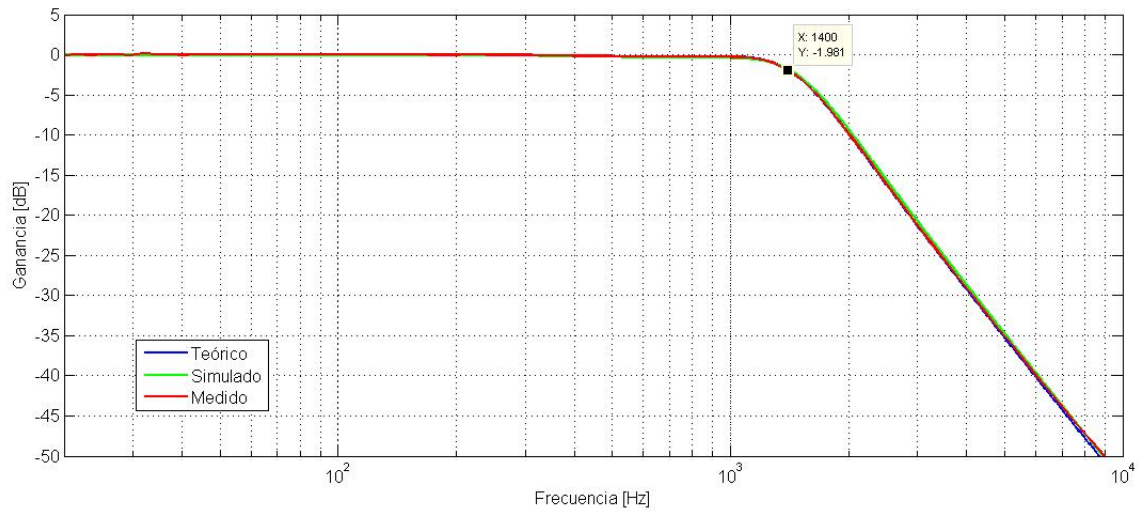


Figura 1.8: Ganancia del FPB

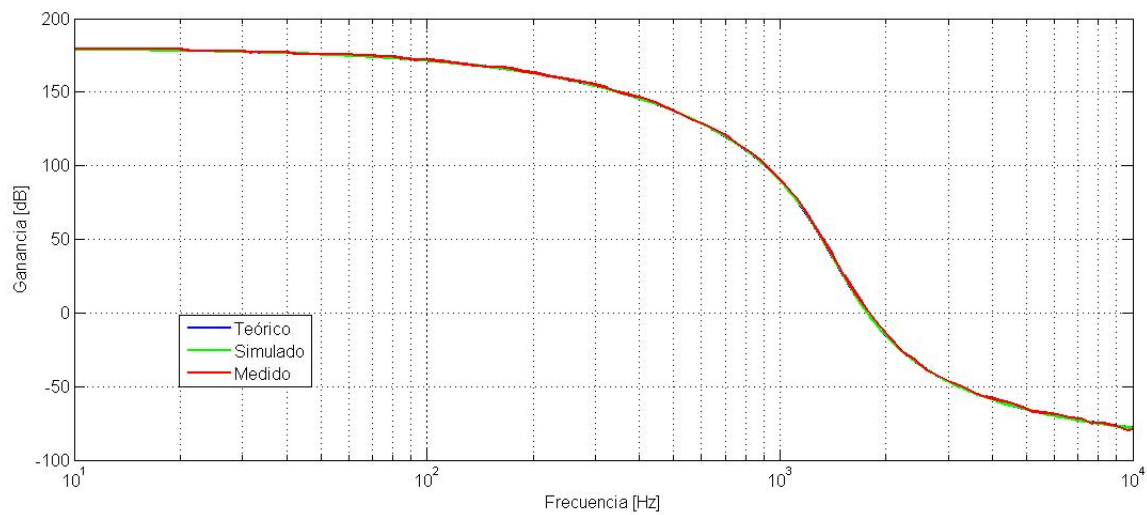


Figura 1.9: Fase del FPB

Se puede notar una gran correspondencia entre el modelo calculado, el simulado y el medido. La medición se realizó hasta los 10 kHz debido a que a partir de esta frecuencia el piso de ruido no permite que la señal se distinga del ruido en el osciloscopio. Esto se debe a la atenuación provista por el filtro y al nivel de señal provista en la entrada, que en las mediciones fue de  $4V_{pp}$ .



**1.3.1.2. Análisis estadístico del circuito y sus tolerancias**

A continuación se muestra el Montecarlo del circuito, tomando una tolerancia en los componentes del 5 %.

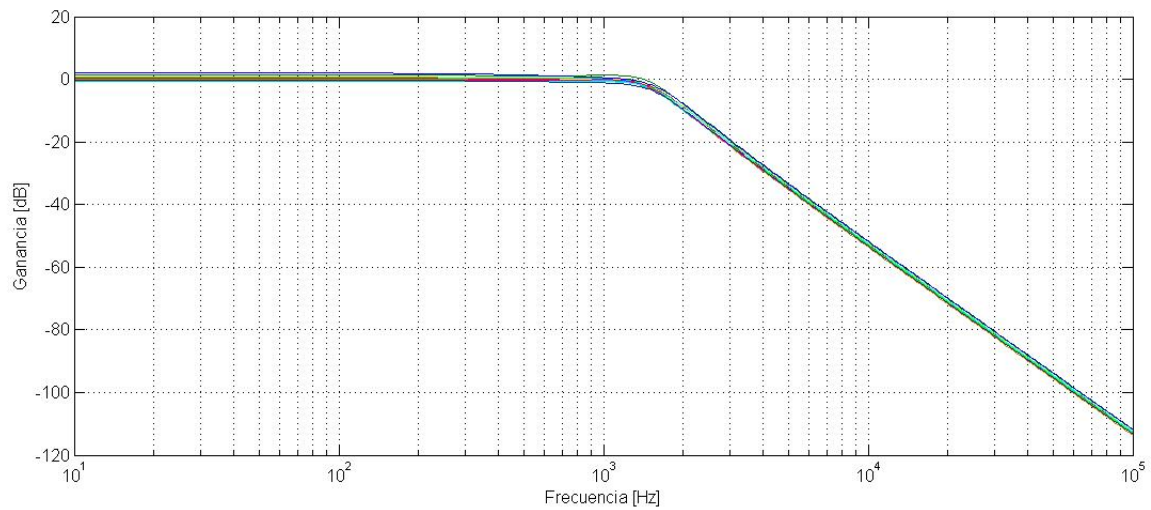


Figura 1.10: Montecarlo de la ganancia

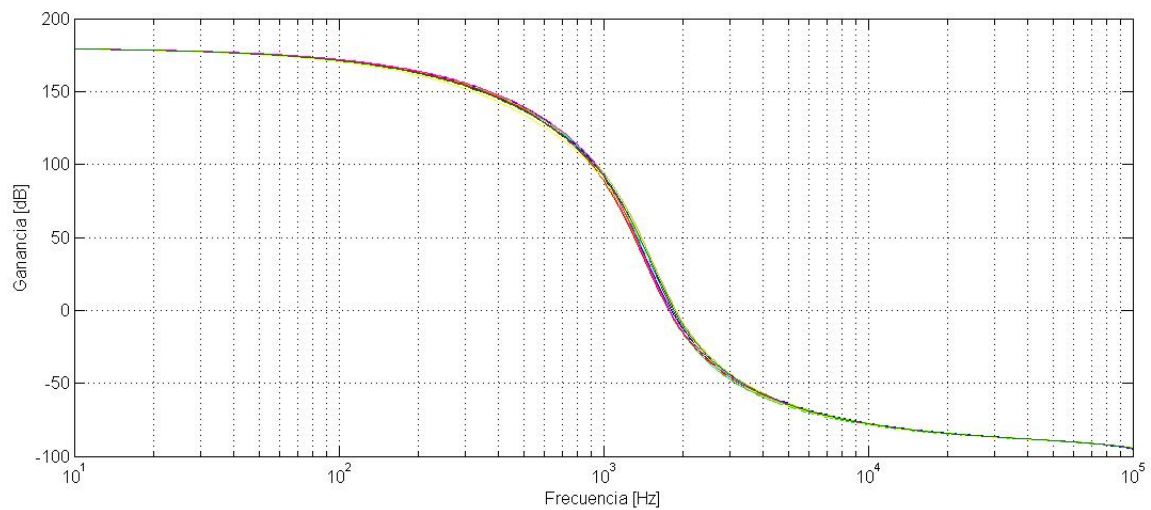


Figura 1.11: Montecarlo de la fase

Dado que la respuesta en frecuencia del circuito, tanto en magnitud y como en fase, no presenta grandes alteraciones, la realización del filtro resulta viable.

### 1.3.1.3. Impedancias de entrada y salida

En las siguientes figuras se observan las impedancias de entrada y de salida del filtro:

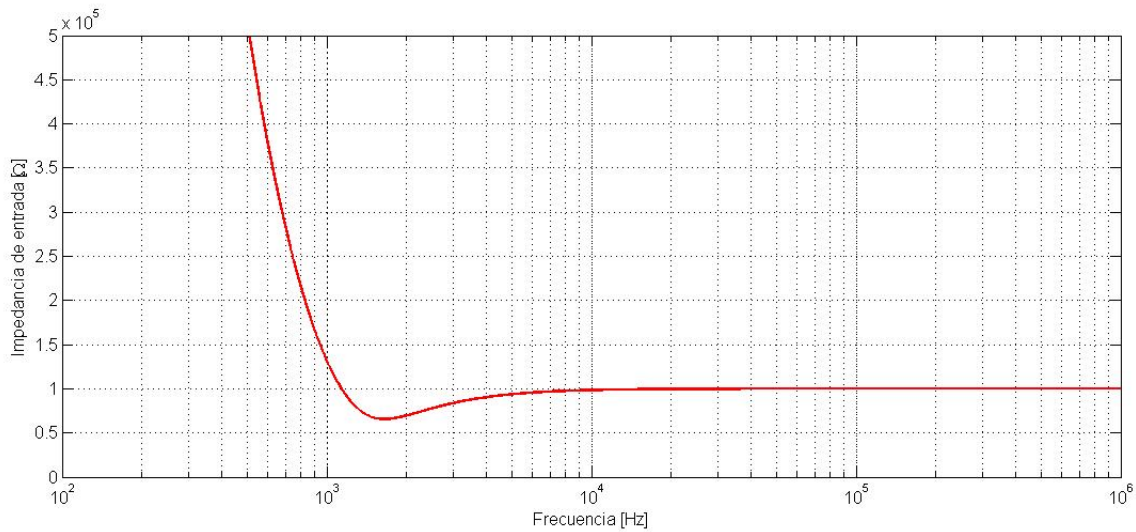


Figura 1.12: Impedancia de entrada del filtro

Nótese como aumenta la impedancia de entrada conforme disminuye la frecuencia y como se establece en el valor de  $R_1$  ( $100k\Omega$ ) en altas frecuencias. Además hay que destacar el mínimo, en el cual el circuito en serie con  $R_1$  se comporta como una resistencia negativa, obteniendo como resultado una impedancia de módulo menor a  $R_1$ . Para el diseño del filtro se debió tener en cuenta este mínimo para que la impedancia de entrada siempre se encuentre por encima de los  $47k\Omega$ .

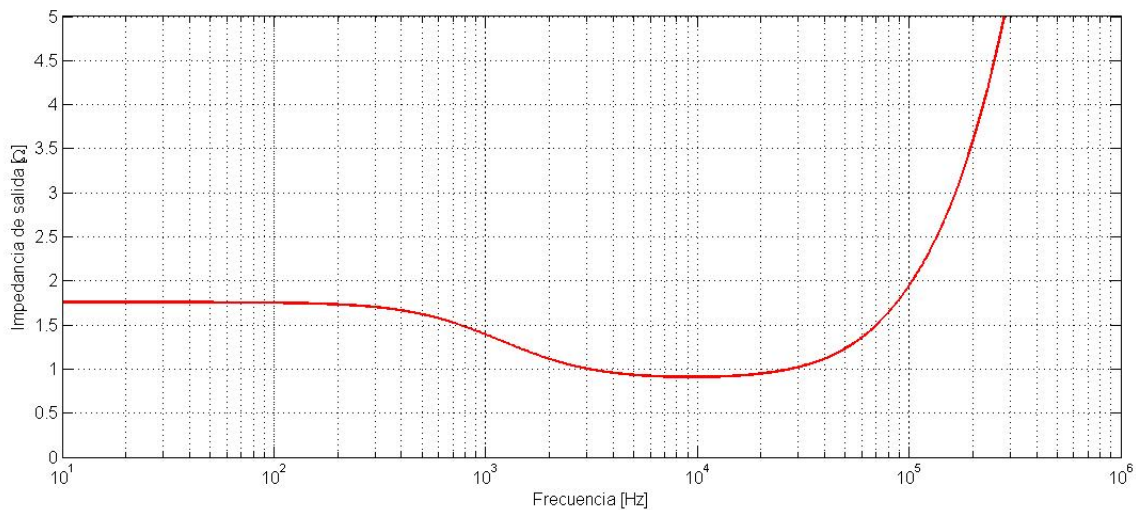


Figura 1.13: Impedancia de salida del filtro

Se puede observar la pequeña impedancia de salida debida al amplificador operacional, y como se ve afectada por el Avol y las alinealidades del operacional, a medida que aumenta la frecuencia.

## 1.3.1.4. Respuesta al escalón y al impulso

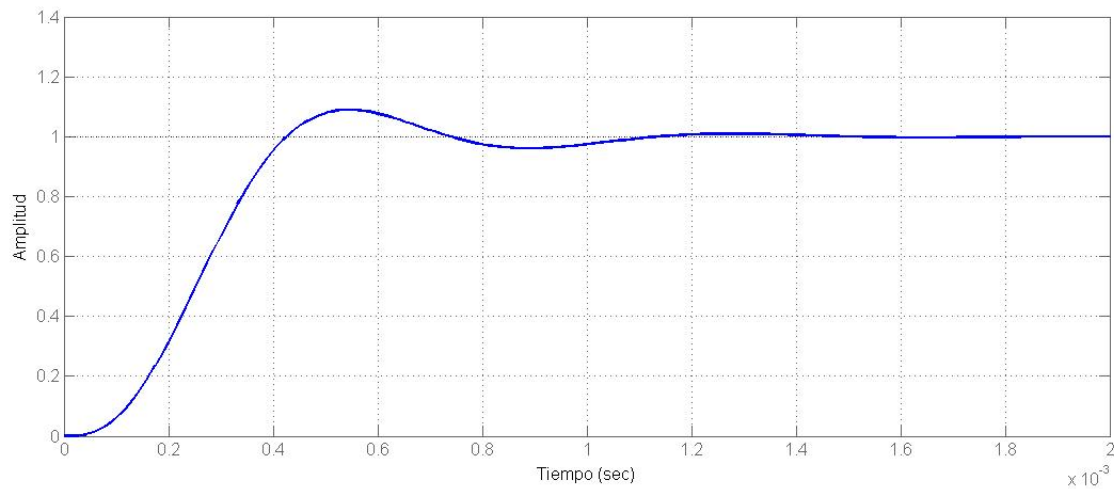


Figura 1.14: Respuesta al escalón del filtro

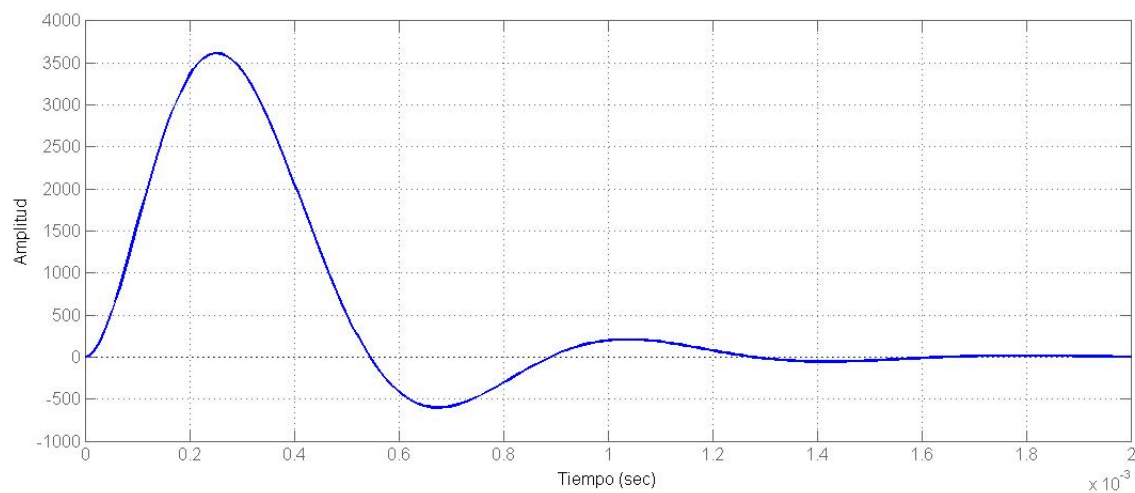


Figura 1.15: Respuesta al impulso del filtro

El transitorio corresponde al de un sistema subamortiguado y esto se debe a que el  $Q$  es 1,35, es decir, mayor a  $\frac{1}{2}$  (valor en el cual el sistema será críticamente amortiguado).

Además es posible observar los tiempos de establecimiento del filtro, que resultaron de 1,4ms.

### 1.3.2. Filtro Pasa Bajos de alta señal con aproximación de Bessel

En la figura 1.16 se presenta la plantilla que debe cumplir el filtro para las características dadas. Es decir, un pasa bajos, de Bessel, con orden tres y con una atenuación máxima de 2dB a los 1,4kHz, sin ganancia.

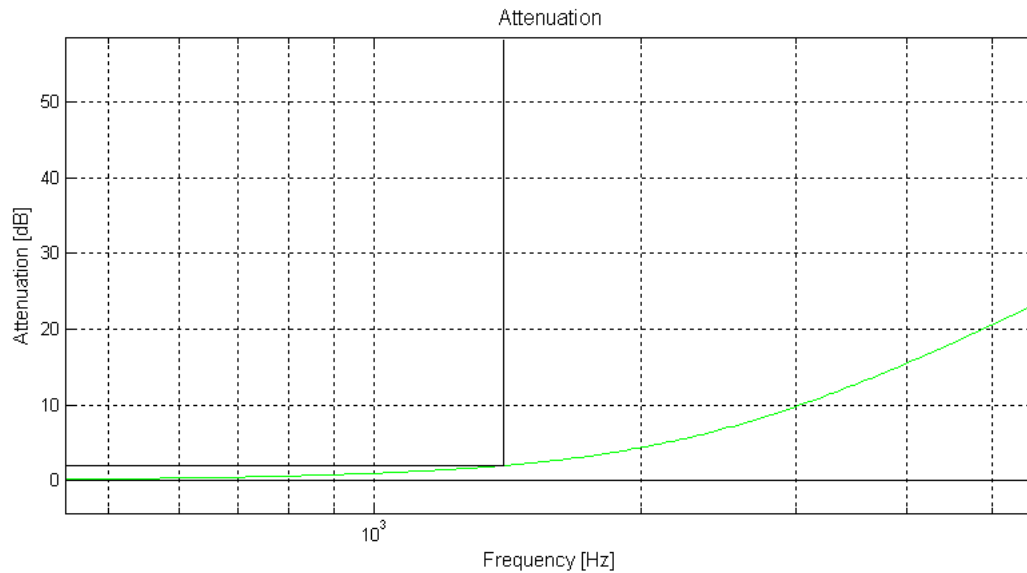


Figura 1.16: Plantilla del FPB con aprox.de Bessel

A partir de las aproximaciones de Legendre se obtienen los polos que se muestran en la figura 1.17 y a partir de los mismos se forman las ecuaciones de las etapas de primer y segundo orden mostradas en la tabla 1.8.

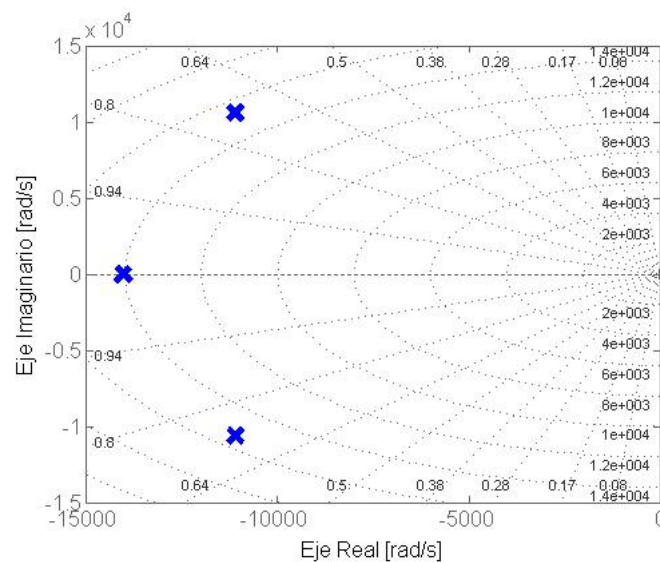


Figura 1.17: Diagrama de polos y ceros

Etapa	$G$	$f_0[kHz]$	$Q$	$H(S)$
1ºorden	1	2,234	-	$H(S) = -\frac{G}{\frac{s}{\omega_0} + 1}$
2ºorden	1	2,397	0,706	$H(S) = \frac{G}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0 \cdot Q} + 1}$

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$

Cuadro 1.8: Etapas del Filtro Pasa Bajos Bessel.

En siguiente figura se observa la respuesta de cada etapa por separado y la del filtro, es decir, la de las dos etapas en cascada.

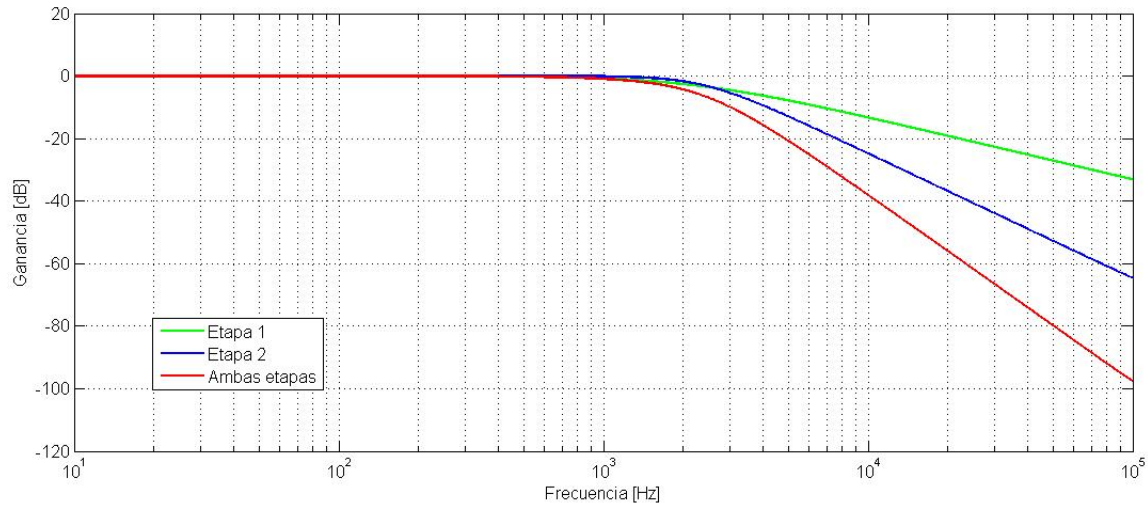


Figura 1.18: Respuesta en frecuencia de las etapas del filtro

Como se trata de un filtro para alta señal, la etapa que atenúa debe ir primero. Pero, dado el  $Q$  obtenido en la etapa de segundo orden, ambas etapas atenúan, sin amplificar en ningún momento, y por lo tanto a fin de evitar una fuerte dependencia de la impedancia de entrada con respecto a la frecuencia, es conveniente optar por el circuito integrador como primera etapa de entrada.

En la figura 1.19 se observa el circuito a implementar.

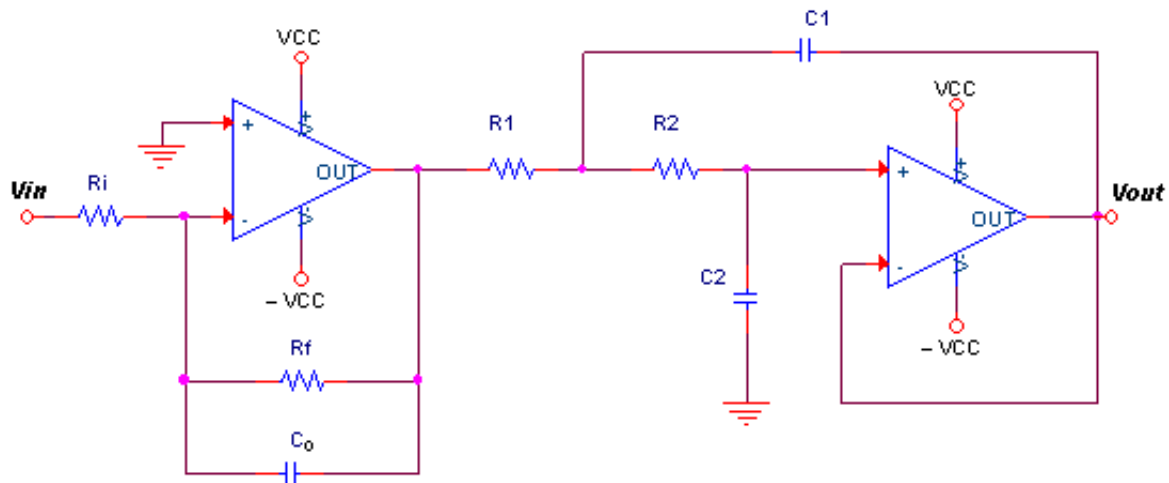


Figura 1.19: Filtro pasa bajos, de alta señal, de tercer orden

Parámetro	Valor
$R_i$	$48k\Omega$
$R_f$	$48k\Omega$
$C$	$1,5nF$
$R_1$	$10k\Omega$
$R_2$	$10k\Omega$
$C_1$	$9,4nF$
$C_2$	$4,7nF$

Cuadro 1.9: Valores de los componentes para la aprox.de Bessel

	$S_X^G$	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$	$S_X^{S^+}$	$S_X^{S^-}$
$R_1$	0	-0,5	0	$5,33 - j,5,32$	$5,33 + j,5,32$
$R_2$	0	-0,5	0	$5,33 - j,5,32$	$5,33 + j,5,32$
$C_1$	0	-0,5	0,5	$10,66 - j,10,66$	$10,66 - j,0,03$
$C_2$	0	-0,5	-0,5	$j,0,03$	$j,10,66$

Cuadro 1.10: Sensibilidades de la Sallen Key

### 1.3.2.1. Contraste experimental, teórico y simulado

En las siguientes figuras se observa el contraste entre las respuestas obtenidas a partir de los cálculos teóricos, la simulación y las mediciones.

El circuito se implemento utilizando un TL082, dos amplificadores operacionales internamente, y una tensión de saturación en  $\pm 15V$ .

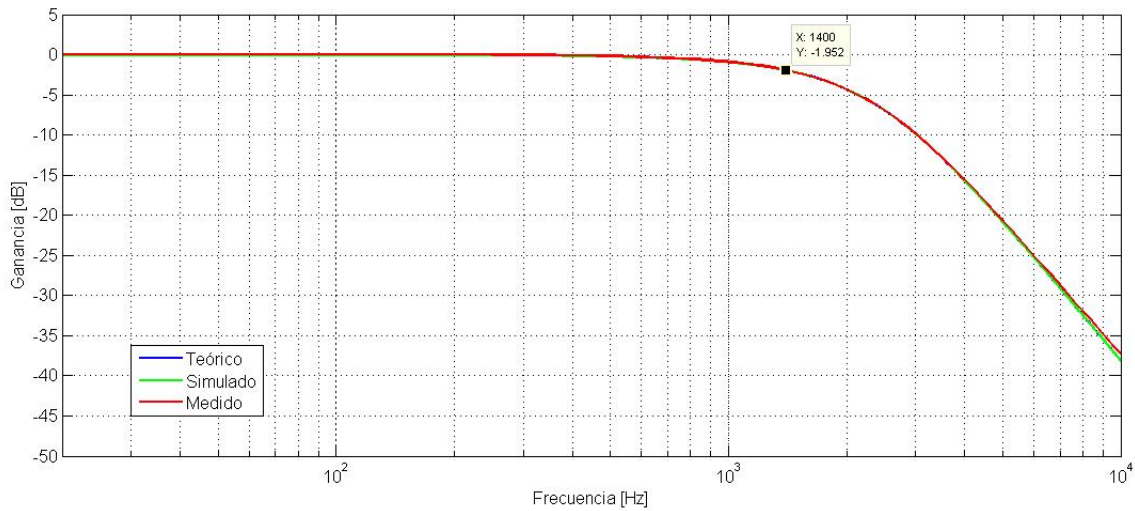


Figura 1.20: Ganancia del FPB

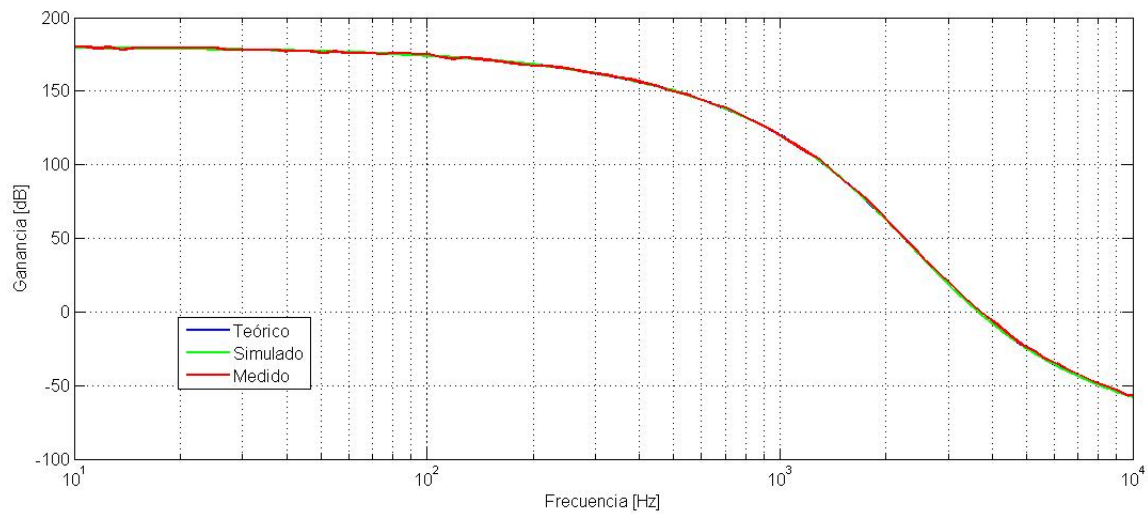


Figura 1.21: Fase del FPB

Al igual que con el filtro con aproximación de Legendre, se destaca una gran similitud entre lo calculado, simulado y medido. La medición se realizó hasta los 10kHz debido a que a partir de esta frecuencia el ruido de fondo no permite que la señal se distinga del ruido en el osciloscopio. Esto se debe a la atenuación provista por el filtro y al nivel de señal provista en la entrada ( $4V_{pp}$ ).

### 1.3.2.2. Análisis estadístico del circuito y sus tolerancias

A continuación se muestra el Montecarlo del circuito, tomando una tolerancia en los componentes del 5 %.

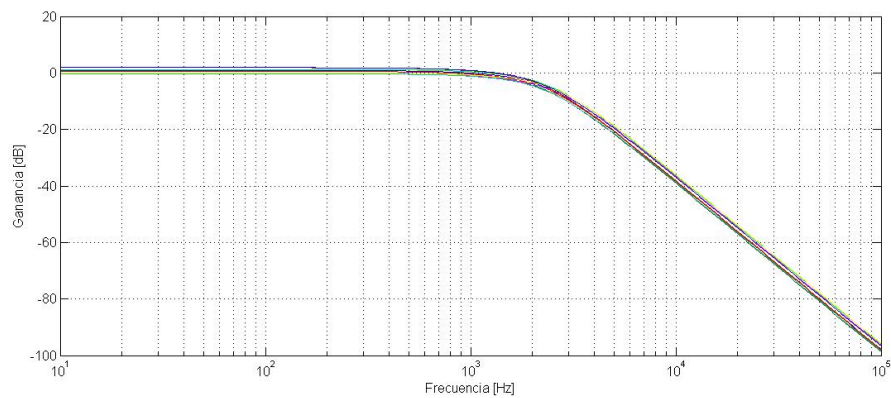


Figura 1.22: Montecarlo de la ganancia



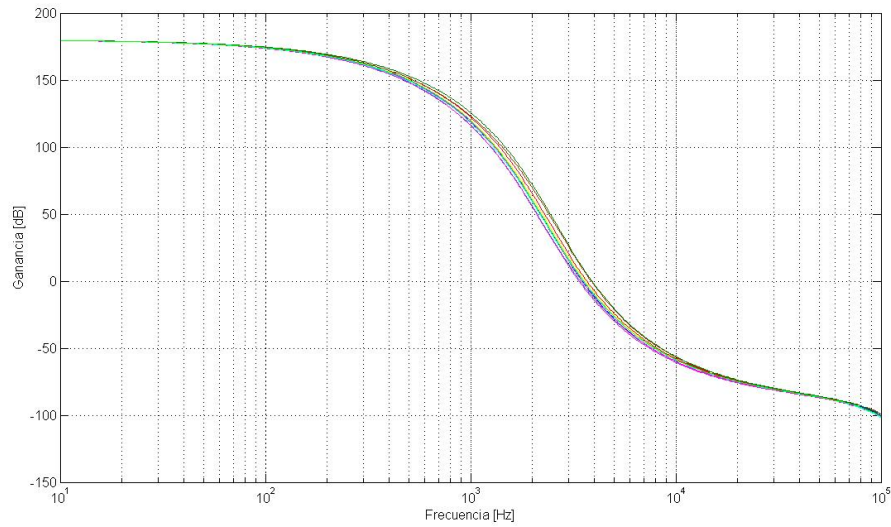


Figura 1.23: Montecarlo de la fase

Se observa que la respuesta en frecuencia, de la magnitud y fase, no presenta grandes alteraciones en el cumplimiento la plantilla, por lo que la realización del filtro resulta viable.

### 1.3.2.3. Impedancias de entrada y salida

En las siguientes figuras se observan las impedancias de entrada y de salida del filtro:

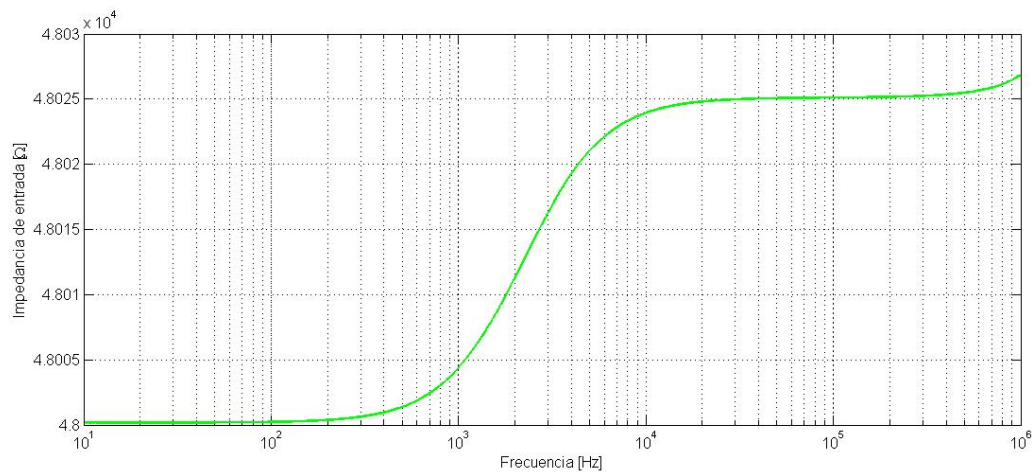


Figura 1.24: Impedancia de entrada del filtro.

Observando las escalas, se puede notar como la impedancia de entrada permanece prácticamente constante. Esto se debe a la impedancia de entrada del circuito integrador ya que es la primera etapa presente.



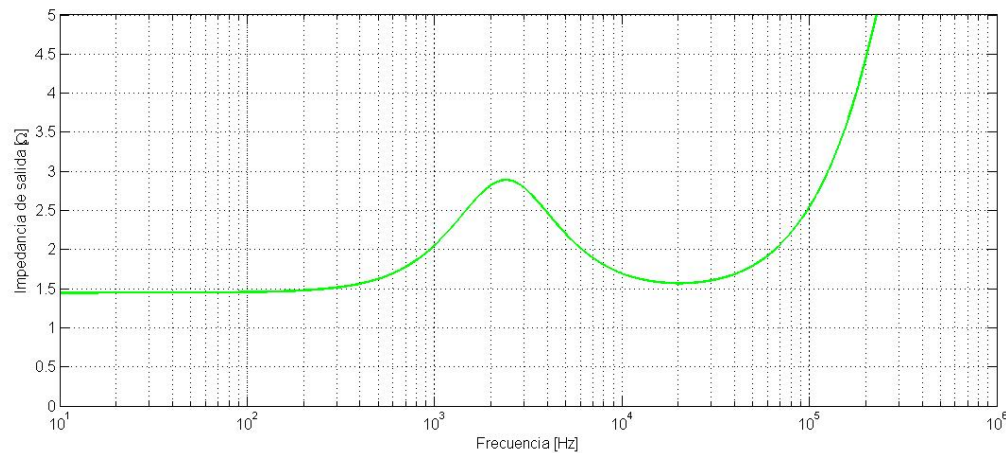


Figura 1.25: Impedancia de salida del filtro.

Como se observa en el gráfico, la impedancia de salida es pequeña debido al amplificador operacional a la salida. Además se puede destacar el pico máximo próximo a la frecuencia de corte.

## 1.4. Conclusiones

La celda Sallen Key resulta efectiva para la implementación de circuitos con un  $Q$  bajo. Posee un diseño sencillo y una fácil implementación; lográndose resultados satisfactorios.

Además, es posible lograr que las sensibilidades de la ganancia, el  $Q$  y  $\omega_0$ , sean independientes del valor de los componentes, dadas ciertas condiciones (como ganancia unitaria y  $R_1 = R_2 = R$ ).

Una desventaja consiste en que la celda por defecto no es capaz de atenuar, aunque aplicando un divisor resistivo en la entrada se puede lograr lo que antes no era posible (Sallen Key mejorada). Este divisor resistivo se puede desdoblar de la resistencia  $R_1$  a partir de ver a la misma como una  $R$  de Thevenin, resultante de un divisor resistivo con la relación de atenuación deseada.

Por otro lado, en el caso de poseer una ganancia, la misma debe ser preferentemente unitaria, no sólo por el rango dinámico, sino porque de lo contrario aumentan las sensibilidades.

## Capítulo 2

# Filtro Band Pass Chebycheff

### 2.1. Especificaciones

Implementando la aproximación de Chebycheff I, se desarrollará a continuación un filtro pasa banda con las características de diseño:

<i>Aproximación</i>	<i>Cheby I – BP</i>
<i>Pendiente</i>	$-40\text{ dB/dec}$
$f_0$	$7,5\text{ kHz}$
$B$	$1/11$
$A_P$	$2\text{ dB}$
$G$	$2\frac{V}{V}$
$Z_{in}$	$\geq 47\text{ k}\Omega$
Nivel de señal	Alto

Cuadro 2.1: Especificaciones del filtro pasa banda.

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$B = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} \quad (2.1)$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = f_0^2 \quad (2.2)$$

Se obtienen los siguientes valores numéricos:

$f_p^+ = 7849\text{ Hz}$ ,  $f_p^- = 7167\text{ Hz}$ ,  $\Delta f = 682\text{ Hz}$ ,  $f_0$  la frecuencia central de la banda de paso.

El filtro debe cumplir una pendiente de  $-40\text{ dB/dec}$  por lo que se implementa para ello dos filtros pasa banda de orden 1 (orden del pasa bajos normalizado) en cascada, los cuáles tienen  $-20\text{ dB/dec}$  de pendiente cada uno. Por lo que el filtro completo resultante es de orden  $n = 2$ .

Haciendo uso de los datos calculados se procede a ingresarlos en el software de diseño de filtros analógicos (implementación en Matlab) para el cálculo de la distribución de los ceros, polos y el factor de calidad  $Q$  de cada etapa de los filtros pasa banda de orden 1. Se utiliza un ripple de atenuación en banda de paso  $A_p = 2\text{ dB}$  des normalizando en  $f_p$  y sin tener en cuenta la ganancia especificada. Se obtienen los siguientes resultados:

	$\omega_0\text{ [rad/s]}$	$Q$	$p_1\text{ [rad/s]}$	$p_2\text{ [rad/s]}$	$Z\text{ [rad/s]}$
Etapas 1	45170	27,5	$-828 + j \cdot 45410$	$-828 - j \cdot 45410$	0
Etapas 2	48898	27,5	$-892 + j \cdot 48890$	$-892 - j \cdot 48890$	0

Cuadro 2.2: Primer cálculo de singularidades.

Realizar la implementación de una única celda con factor de calidad superior alto (en este caso se obtuvo 27,5) es complicado desde el punto de vista experimental ya que una pequeña variación de los componentes respecto su valor nominal puede producir una variación importante en el comportamiento del circuito, en este caso del  $Q$  y por ende de la selectividad del filtro pasa banda. que los valores de  $Q$  para cada etapa son elevados para ser implementados fácilmente en una celda, ya que esto implica que se encuentran muy cerca del eje imaginario  $j\omega$  y ante una variación de los componentes pueden pasar al semiplano derecho y tornar inestable al sistema.

Este problema puede ser solucionado parcialmente disminuyendo el ripple de atenuación en banda de paso  $A_P^*$  y la diferencia de las frecuencias de paso  $\Delta f^*$ , de tal manera que haya una atenuación de  $2dB$  en  $f_p^+ = 7849Hz$ ,  $f_p^- = 7167Hz$ . Esto se debe a que las oscilaciones de una aproximación Chebycheff se deben a los sobrepicos de sus etapas, entonces conforme se reduzca el factor de calidad de ellas se tendrá menos ripple siempre y cuando la disminución de estas oscilaciones en banda pasante no demanden un aumento del orden.

Experimentalmente con  $f_p^{+*} = 7618Hz$ ,  $f_p^{-*} = 7384Hz$ ,  $A_P^* = 0,01dB$  se obtienen los siguientes resultados:

	$\omega_0$ [rad/s]	$Q$	$p_1$ [rad/s]	$p_2$ [rad/s]	$Z$ [rad/s]
Etapla 1	45433	14,4	$-1454 + j \cdot 45410$	$-1454 - j \cdot 45410$	0
Etapla 2	48879	14,4	$-1697 + j \cdot 48850$	$-1697 + j \cdot 48850$	0

Cuadro 2.3: Cálculo final de singularidades.

De esta manera el  $Q$  en cada etapa logra reducirse casi en un 50 % respecto del original (de 27,5 se pasó a 14,4). La contraparte de este método para reducir el  $Q$  es la pérdida de selectividad en  $\Delta f_a$ .

A continuación se muestran los gráficos de atenuación y distribución de singularidades.

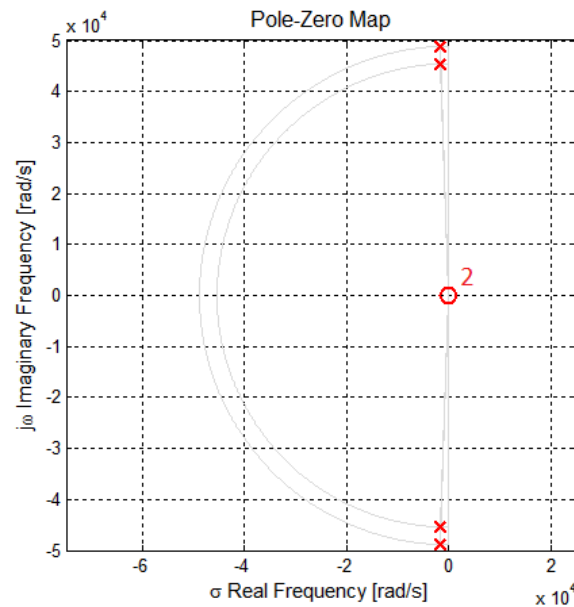
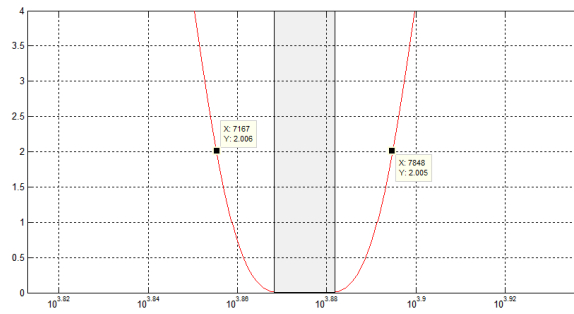
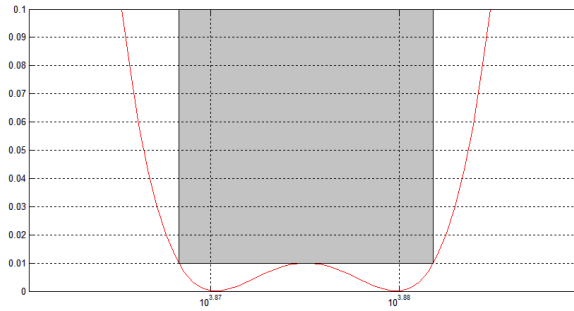


Figura 2.1: Diagrama de polos y ceros.



(a) Vista del ancho de banda.



(b) Vista del ripple de atenuación en banda de paso.

Figura 2.2: Diagramas de atenuación.

## 2.2. Celda Rauch (Deliyannis-Friend)

Para la implementación de los filtros pasa banda de orden 1 se utiliza una celda Rauch (también denominada Deliyannis-Friend) en cada etapa. La celda a utilizar contiene una realimentación positiva por medio de un divisor resistivo a la salida, y con ello se logra mayores valores del factor de calidad  $Q$ .

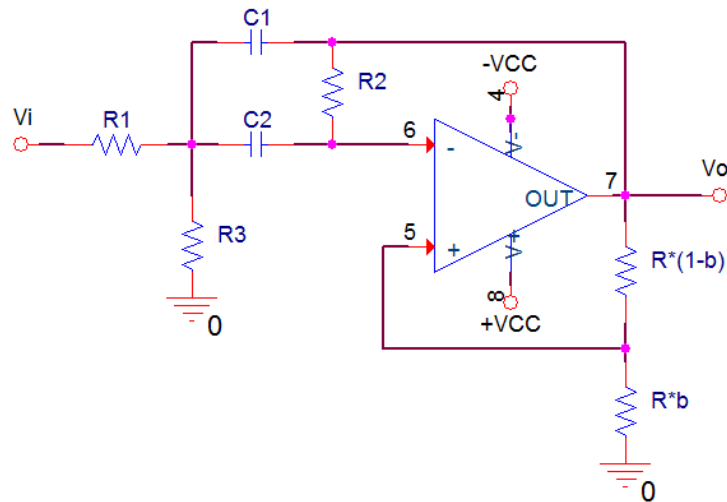


Figura 2.3: Celda Rauch.

### 2.2.1. Función Transferencia

Dado que en un filtro pasa banda la función transferencia es:

$$H(S) = G \cdot \frac{\frac{S}{\omega_0 \cdot Q}}{\left(\frac{S}{\omega_0}\right)^2 + \frac{S}{\omega_0 \cdot Q} + 1} \quad (2.3)$$

Se realiza el cálculo de la función transferencia teniendo en cuenta  $A_{VOL}$  finito y se extraen de ella las siguientes expresiones características:

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_3}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}} \\ Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{R_1 \cdot (R_1 + R_3)}{R_2 \cdot R_3}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{A_{VOL}} - b\right)}{\left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) \cdot \left(b - \frac{1}{A_{VOL}}\right) - \frac{R_1}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{A_{VOL}} - b\right)} \\ G = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) \cdot \left(b - \frac{1}{A_{VOL}}\right) - \frac{R_1}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{A_{VOL}} - b\right)} \end{cases} \quad (2.4)$$

Se observa una débil dependencia de  $A_{VOL}$  en los parámetros de la función transferencia, ya que presenta valores del orden de  $10^4$  o superiores. Más aún,  $\omega_0$  no es afectada por la no idealidad del amplificador operacional. A partir de ahora para el resto del análisis se considerará  $A_{VOL}$  infinito para simplificar cálculos.

Realizando  $A_{VOL} \rightarrow \infty$  y agrupando a  $R_1$  y  $R_3$  en su equivalente en paralelo, las expresiones quedan:

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot R_{13}}} \\ Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} \cdot R_2 \cdot R_{13}} \cdot \frac{1}{R_{13} \cdot \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{b}{(1-b)} \cdot R_2} \\ G = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_2} \cdot (1-b) - \frac{R_1}{R_{13}}} \\ R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \end{cases} \quad (2.5)$$

Si se igualan los valores de los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  los parámetros Q y G se independizan de ellos parcialmente. No se independizan completamente ya que igualar sus valores nominales no implica que sean iguales, se deben tener en cuenta el desvío de los mismos.

### 2.2.2. Sensibilidades

Se calculan las ecuaciones de las sensibilidades relativas de  $\omega$ ,  $Q$  y  $G$  con respecto a los distintos componentes del circuito de la celda. El parámetro  $b$  denota la posición del potenciómetro ubicado en la realimentación positiva de la celda.

$Comp.$	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$	$S_X^G$
$R_1$	$-\frac{R_3}{2 \cdot (R_1 + R_3)}$	$\frac{R_1^2 \cdot R_3^2 \cdot (1-b) \cdot (C_1 + C_2) + C_2 \cdot R_2 \cdot R_3^2 \cdot b \cdot (1 + R_1^2)}{R_1 \cdot (R_1 + R_3) \cdot 2 \cdot [R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2) + C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)]}$	$\frac{C_2 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot b}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$
$R_2$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$	$1 - \frac{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$
$R_3$	$-\frac{R_1}{2 \cdot (R_1 + R_3)}$	$\frac{R_3^2 \cdot (R_1^3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2) + C_2 \cdot R_2 \cdot R_3^2 \cdot b) + C_2 \cdot R_2 \cdot R_1^3 \cdot b}{R_1 \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_3) \cdot 2 \cdot [R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2) + C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)]}$	$\frac{C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot b}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)} - 1$
$C_1$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1)}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$	$\frac{C_1 \cdot R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1)}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$
$C_2$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{R_1 \cdot R_3 \cdot (C_1 - C_2) \cdot (1+b) + R_3 \cdot C_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_2)}{2 \cdot [R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2) + R_2 \cdot C_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)]}$	$1 - \frac{C_2 \cdot [R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1)]}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)}$
$b$	0	$\frac{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3)}{(b-1) \cdot (C_1 \cdot R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) + C_2 \cdot R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) + C_2 \cdot R_3 \cdot b \cdot (R_1 + R_2))}$	$\frac{-R_1 \cdot R_3 \cdot (C_1 + C_2)}{C_2 \cdot R_2 \cdot b \cdot (R_1 + R_3) + R_1 \cdot R_3 \cdot (b-1) \cdot (C_1 + C_2)} - 1$

Cuadro 2.4: Sensibilidades del filtro Rauch pasa banda.

Se observa de las sensibilidades que a excepción de  $\omega_0$  que no depende de la posición del factor  $b$  de la realimentación positiva, todos los parámetros característicos de la transferencia del sistema dependen de todos los componentes del circuito, lo que deriva en la imposibilidad de conseguir ajustes independientes. El parámetro  $b$  en esta configuración está diseñado para ajustar el valor de  $Q$ , pero se puede observar que también modificará considerablemente la ganancia de la celda.

Las sensibilidades de  $\omega_0$  resultan relativamente sencillas frente a las demás, por lo que puede elegirse la magnitud de los componentes que intervienen de manera tal que esta elección no condicione las demás sensibilidades. En particular las sensibilidades relativas con respecto a  $R_2$ ,  $C_1$  y  $C_2$  resultan constantes.

## 2.3. Diseño de las celdas

### 2.3.1. Criterio de elección de componentes

Como puede apreciarse en las ecuaciones de la transferencia de la celda, se tienen mas variables que parámetros a fijar. Inclusive fijando el mismo valor a los capacitores  $C = C_1 = C_2$  quedan 5 variables a fijar para establecer el valor de 3 parámetros. Para reducir el problema se pueden agregar las siguientes relaciones extraídas de un estudio de sensibilidades para circuitos multiplemente realimentados[3]. Estas condiciones son:

$$R_1 = \frac{R'}{a} \quad (2.6)$$

$$R_3 = \frac{R'}{(1-a)}, \quad 0 < a < 1 \quad (2.7)$$

Obteniendo una mejor respuesta frente a las sensibilidades si:

$$R_2 \approx 9 \cdot R_3 \quad (2.8)$$

Se puede establecer constante el valor de los capacitores y luego en base a las ecuaciones de los parámetros de la función transferencia despejar los demás componentes para cada celda.

El circuito integrado integrado con los amplificadores operacionales debe ser doble, ya que cada celda utiliza solamente uno. Se elige al TL082 por disponibilidad y por tener una tecnología JFET, con lo que se poseerán bajas corrientes de offset y teniendo en cuenta que el polo dominante de los amplificadores operacionales no afectarán a la transferencia del sistema debido a que las celdas son pasa banda y de baja ganancia.

### 2.3.2. Rango dinámico

Debido a que el filtro completo a realizar esta diseñado con una aproximación de Chebycheff I, la frecuencia de los polos de cada celdas pasa banda se encuentran separados en frecuencia. La ganancia en la frecuencia de los polos de cada celda será máxima, pero como ambas se encuentran en cascada y contienen alto  $Q$ , en dicha frecuencia la otra celda se encuentra atenuando a la señal. La ganancia del filtro total a implementar debe tener una ganancia de  $6dB$  ( $2 V/V$ ), y por lo mencionado no se puede establecer que  $G_{Total}(dB) = G_1(dB) + G_2(dB)$ . Este caso solo podría establecerse si ambas celdas poseen la misma frecuencia central.

Una restricción que tiene el filtro a implementar es que el nivel de señal esta establecido como alto, por lo tanto las celdas no pueden tener la misma ganancia y deben estar ordenadas de tal manera que la primera etapa tenga menos ganancia que la segunda. De esta manera se logra evitar que la ganancia que le provoca la primera etapa a la señal no lleve a que al pasar a la segunda etapa la misma sature en tensión.

Aunque el nivel de señal sea alto puede establecerse una ganancia en la primera etapa mayor a la unitaria, ya que sino por la separación de las frecuencias centrales y el valor alto de  $Q$ , la atenuación dentro de la banda de interés puede provocar que se pierda rango dinámico para señales bajas. Teniendo en cuenta lo mencionado se establecieron las siguientes ganancias:

$$G_1 = -1,86 V/V \text{ y } G_2 = 2,3 V/V$$

Se estableció como nivel mínimo de señal debido al ruido en  $20mVpp$ . En base a este valor y analizando la ganancia en los puntos laterales de la banda de paso, la cuál se encuentra en la frecuencia  $f_p^-$  en la banda de interés, se establece como nivel mínimo de tensión a la entrada del filtro en  $V_{Min} = 28mVpp$ .

Para la máxima tensión a de entrada primero se debe tener en cuenta la tensión de saturación del amplificador. Si se establece como tensión de alimentación  $\pm 15V$ , la tensión de saturación típica según las hojas de datos se encuentra en  $V_{SAT} = \pm 13,5V$  [4]. En segundo lugar se analizan los puntos críticos, los cuales se encuentran en las frecuencias centrales de cada celda pasa banda, es decir, los puntos de máxima ganancia. Al analizar dichos puntos se llega a la conclusión que la señal de tensión máxima se logra ingresando una señal simétrica de la mitad de la tensión de saturación, por lo tanto  $V_{Max} = \frac{V_{SAT}}{2} = \pm 6,75V = 13,5Vpp$ . Cabe destacar que si la señal no presenta un nivel de tensión con valor medio nulo, dicha tensión máxima disminuiría.

Por lo tanto con los extremos establecidos se llega a que:

$$RD(dB) = 20 \cdot \log \left( \frac{V_{Max}}{V_{Min}} \right) = 53,6 dB \quad (2.9)$$

### 2.3.3. Elección de los componentes

Teniendo en cuenta los criterios de cálculo de los componentes se establecieron los siguientes valores:

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$C_1$	$C_1$	$b$
Etapla 1	$47k\Omega$	$66,42k\Omega$	$550\Omega$	$3,63nF$	$3,63nF$	0.01
Etapla 2	$47k\Omega$	$81,85k\Omega$	$680\Omega$	$2,7nF$	$2,7nF$	0.01

Cuadro 2.5: Valores calculados de componentes.

Los capacitores fueron fijados de tal manera que al variar levemente los parámetros  $Q$  y  $G$  se pueda ajustar con ellos el valor de  $\omega_0$ , ya que no dependen de ellos si son idealmente iguales.

El valor de  $b$  fue fijado bajo, ya que realizando esto se pueden establecer valores elevados de  $Q$ .

Una de las restricciones del filtro es que se utilice como máximo un preset por celda, por lo que para la elección de la ubicación del mismo se tuvo en cuenta que el valor  $deb$  es crítico para el ajuste del alto  $Q$  que presenta cada celda. También se analizó que el preset podría encontrarse en  $R_2$ , ya que como se analizará posteriormente, posee sensibilidades relativas altas frente a los parámetros de la función transferencia del filtro. Al no haber capacitores variables dentro del circuito el valor de  $\omega_0$  puede desplazarse a otros valores dependiendo de las tolerancias de los capacitores utilizados y el desplazamiento de la frecuencia central de cada celda podría ocasionar que el ancho de banda relativo  $B$  se desplace considerablemente, aunque también este valor depende fuertemente del valor  $Q$  de cada celda. Idealmente sería conveniente utilizar dos presets por celda para balancear estos parámetros, pero se decidió finalmente establecer como variable a  $R_2$ , colocando el preset en serie con una resistencia para representar a dicho componente.

En cuanto al parámetro  $b$  se decidió colocar una resistencia resistencia de  $100k\Omega$  y  $1k\Omega$ .  
El circuito completo implementado es el siguiente:

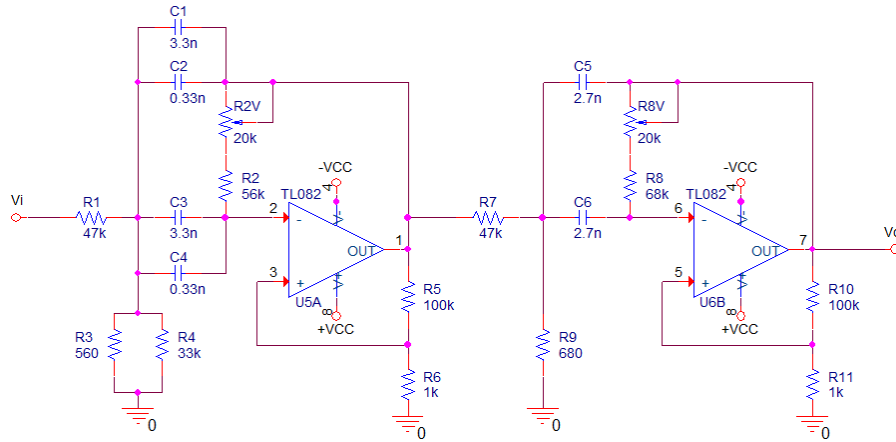


Figura 2.4: Circuito completo.

### 2.3.4. Análisis de las sensibilidades

En la siguiente tabla se muestran las sensibilidades relativas calculada para cada etapa de los distintos componentes

Comp	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$	$S_X^G$	$\hat{S}_X^{s+}[\text{rad/s}]$	$\hat{S}_X^{s-}[\text{rad/s}]$
$R_1$	-0,0058	-1,0186	0,1316	-1,6k - j200	-1,6k + j200
$R_2$	-0,5	2,6113	-0,3372	4,9k - j22,9k	4,9k + j22,9k
$R_3$	-0,4942	-1,5927	-0,2057	-1,7k - j22,4k	-1,7k + j22,4k
$C_1$	-0,5	-1,3057	0,1686	-1,3k - j22,6k	-1,3k + j22,6k
$C_2$	-0,5	1,3057	-0,1686	2,8k - j22,8k	2,8k + j22,8k
$b$	0	1,6377	-0,2115	2,6k - j90	2,6k + j90

Cuadro 2.6: Sensibilidades etapa 1.

Comp	$S_X^{\omega_0}$	$S_X^Q$	$S_X^G$	$\hat{S}_X^{s+}[\text{rad/s}]$	$\hat{S}_X^{s-}[\text{rad/s}]$
$R_1$	-0,0071	-1,0229	0,1628	-1,7k - j290	-1,7k + j290
$R_2$	-0,5	2,6090	-0,4153	5,3k - j24,6k	5,3k + j24,6k
$R_3$	-0,4929	-1,5861	-0,2525	-1,9k - j24k	-1,9k + j24k
$C_1$	-0,5	-1,3045	0,2077	-1,4k - j24,3k	-1,4k + j24,3k
$C_2$	-0,5	1,3045	-0,2077	3,1k - j24,5k	3,1k + j24,5k
$b$	0	1,6354	-0,2603	2,8k - j96	2,8k + j96

Cuadro 2.7: Sensibilidades etapa 2.

Como se dijo anteriormente las sensibilidades relativas de los capacitores se anulan idealmente uno al otro frente al valor de  $Q$  y  $G$ . Esto no se produce de manera exacta debido a que distintos capacitores con igual valor nominal, pueden poseer distintos valores de capacidad ya que estos poseen un desvío, el cual depende de la tolerancia de los mismo. Por disponibilidad fueron implementado componentes al 5 % de tolerancia.

Los valores más grandes de sensibilidades relativas se encuentran en el parámetro  $Q$ , siendo la máxima provocada por la resistencia  $R_2$ , la cuál es la variable de ajuste de cada celda. Aunque esta variable también afecta a los demás parámetros del sistema.



### 2.3.5. Análisis de Montecarlo

A continuación se muestra una simulación de Montecarlo sobre el filtro implementado utilizando componentes del 5 %.

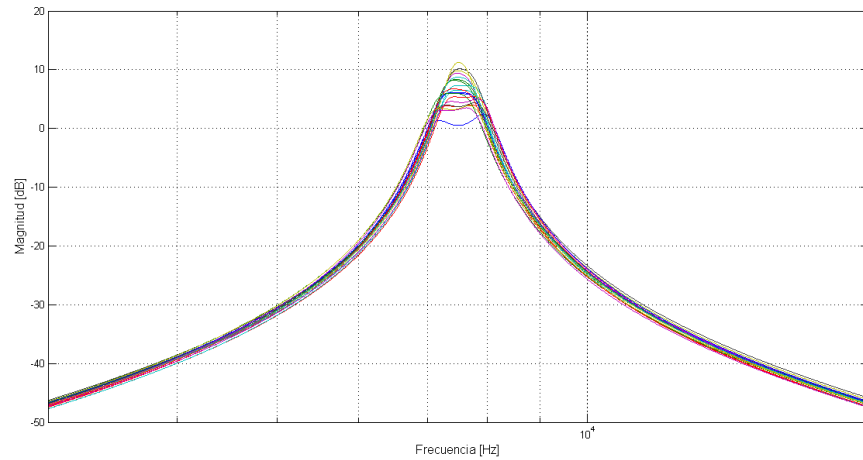


Figura 2.5: Simulación de sensibilidades estilo Montecarlo.

Como era de esperarse, las mayores variaciones de cada etapa se presentan con respecto a  $Q$  y  $G$ . Cabe destacar que la simulación se realizó sin modificar las variables de ajuste a fin de dejar en evidencia lo sensible que son los distintos parámetros en función de dichos componentes.

Se logra observar una variación significativamente grande, llegando incluso hasta una ganancia total del sistema  $G_{Total} = 11dB$ .

## 2.4. Mediciones

A continuación se muestran las transferencias de cada etapa y del filtro completo. No se incluyen mediciones de fase de cada etapa porque no aportan información signifiante, solo se incluye medición de la fase del circuito completo.

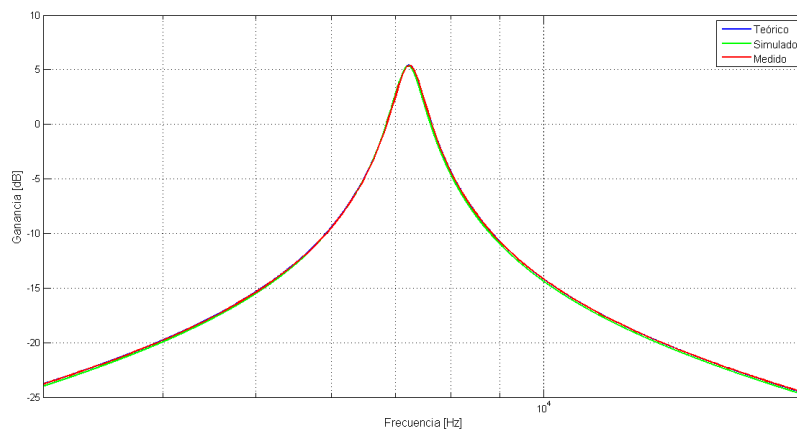


Figura 2.6: Transferencia etapa 1.

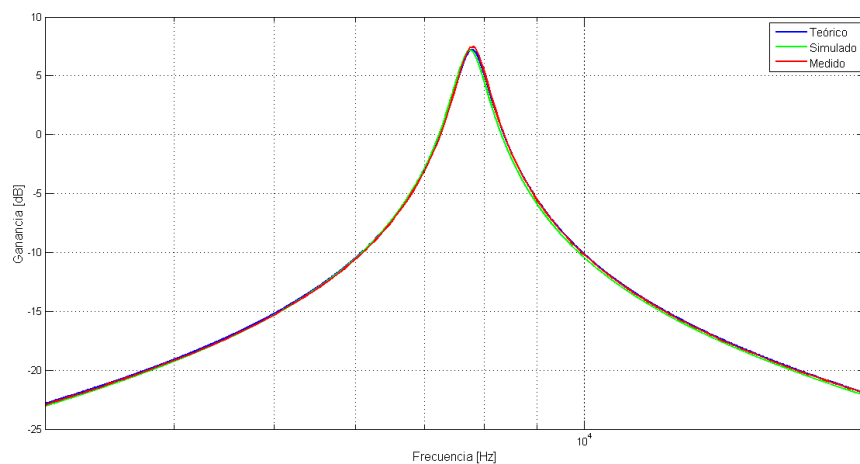


Figura 2.7: Transferencia etapa 2.

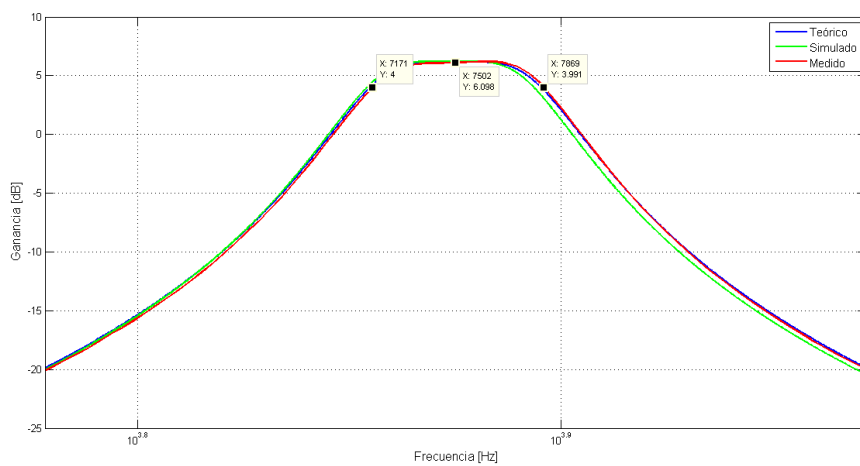


Figura 2.8: Transferencia filtro completo (ampliada).

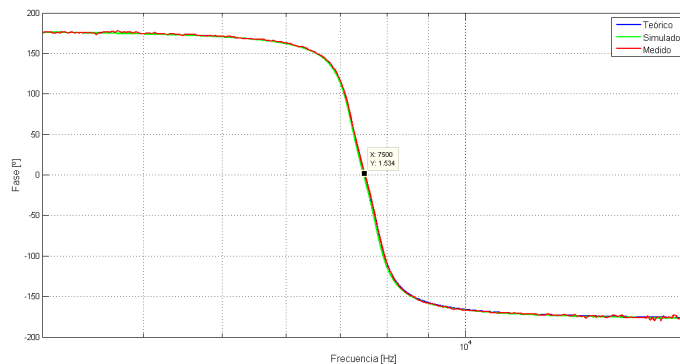


Figura 2.9: Fase filtro completa (ampliada).

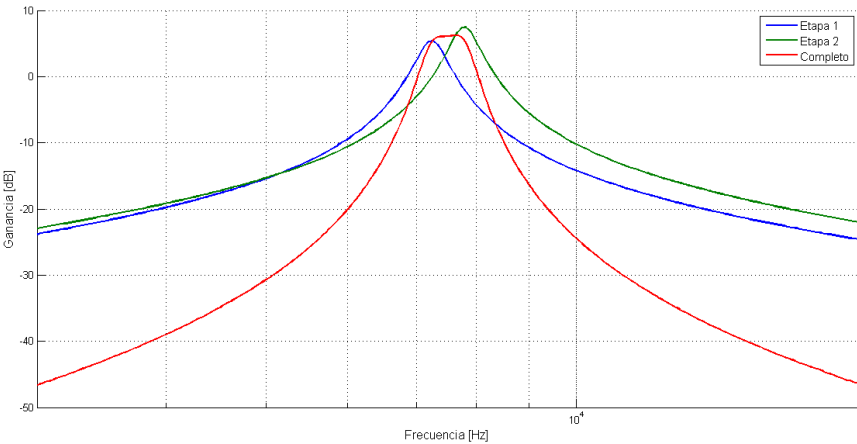


Figura 2.10: Transferencias superpuestas.

En base a lo observado en las mediciones realizadas, se logra apreciar que el filtro realizado superó las expectativas esperadas obteniendo errores relativos menores al 5 %.

La siguiente tabla muestra los resultados del filtro completo contrastadas con las especificaciones establecidas inicialmente.

<i>Filtro completo</i>	$f_0$		$B$		$G$	
<i>Parámetro</i>	<i>Magnitud [Hz]</i>	<i>E %</i>	<i>Magnitud [–]</i>	<i>E %</i>	<i>Magnitud [dB]</i>	<i>E %</i>
<i>Valor</i>	7505	0.07	0.093	2.37	6.2	3.33

Cuadro 2.8: Resultados de las mediciones.

En los errores de la tabla no fueron incluidos los errores por medición

## 2.5. Impedancia de entrada y salida

### 2.5.1. Impedancia de entrada

En el siguiente gráfico se observa la impedancia de entrada del filtro completo a la entrada de la etapa 1, en el mismo se incluye valores teóricos, simulado y experimental.

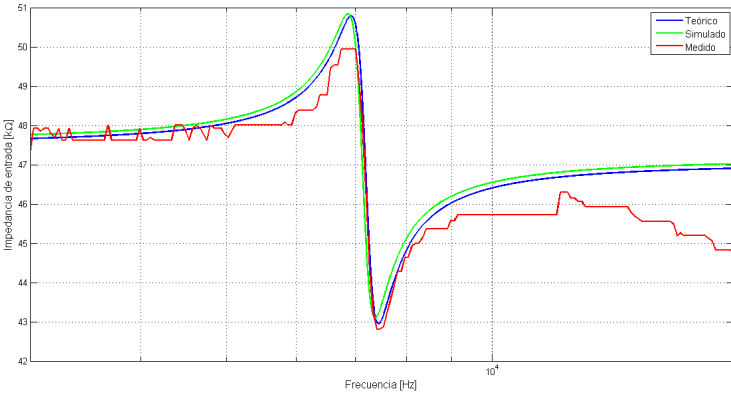


Figura 2.11: Impedancia de entrada.

La impedancia de entrada a la primera celda posee una resistencia  $R_1 = 47k\Omega$ , por lo que habría de esperarse que esta fuese la impedancia mínima del sistema. La impedancia de entrada se mantiene constante  $R_1$  a frecuencias inferiores a la frecuencia central de la celda, pero sin embargo al pasar por la frecuencia de corte, el sistema presenta una resistencia negativa luego de dicha resistencia que reduce la impedancia de entrada por debajo de esta magnitud.

Al diseñar el circuito con la resistencia a la entrada de dicho valor, se cometió el error de haber supuesto lo que no se esperaba. La impedancia mínima presentada a la entrada  $Z_{in-Min} = 42k\Omega$ , por debajo de las especificaciones requeridas para el filtro.

A frecuencias más altas la impedancia de entrada tiende al valor de la resistencia de entrada.

### 2.5.2. Impedancia de salida

En el siguiente gráfico se muestra la impedancia de salida simulada del filtro completo a la salida de la etapa 2.

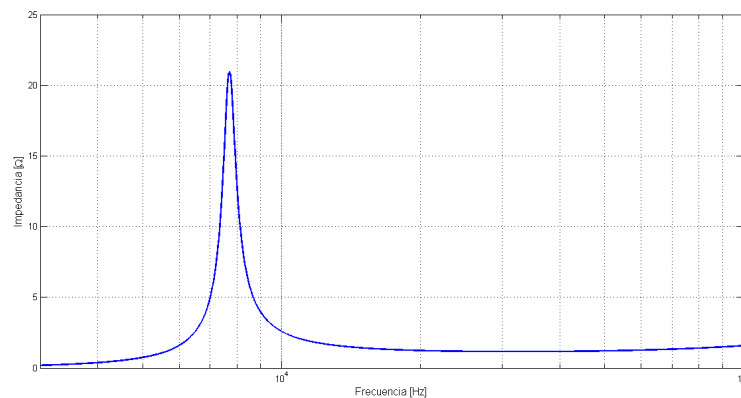


Figura 2.12: Impedancia de salida.

Como era de esperarse, la impedancia de entrada posee una impedancia de salida baja, ya que la salida del circuito se encuentra sobre la salida de un amplificador operacional y este factor es incrementado debido a la realimentación. En el rango de la frecuencia central del filtro pasa banda de la etapa 2 se encuentra el valor máximo dentro de la zona de interés del filtro, alcanzando un valor máximo cercano a  $15\Omega$ , el cuál es relativamente bajo. Luego a frecuencias más altas la impedancia de salida crece paulatinamente.

## 2.6. Conclusiones

La celda Rauch resulta en líneas generales una buena celda para implementar circuitos pasa banda de Q altos, debido a la realimentación positiva.

El circuito completo toma valores de impedancia de entrada mínima cercanas a la resistencia de entrada de la primera celda. En el circuito de entrada se obtuvo valores mínimos al especificado, pero se podría aplicar transformación de impedancias para aumentar el valor de las resistencias multiplicando por una constante y dividiendo por la misma para los capacitores.

Sensibilidades bajas para la frecuencia de corte del sistema, pero alta para el factor de calidad y la ganancia.

El circuito resulta muy sensible frente a los cambios de  $R_2$  y  $R_3$  pero poco sensible frente a los de  $R_1$ .

Colocando capacitores del mismo valor ayuda a reducir la dependencia del factor de calidad y la ganancia del valor de los mismo.

El ajuste del factor de calidad afecta a la ganancia de la celda, por lo cuál se debe llegar a una solución de compromiso entre ellas estableciendo prioridad a alguna.

## Capítulo 3

# Filtro High Pass Cauer

En esta sección se estudiara el diseño de un filtro High Pass. El filtro a estudiar posee las especificaciones dadas por el cuadro 3.1. Se destaca la ganancia de 0.5. Además al ser una plantilla holgada y utilizar una aproximación Cauer es de esperarse que el orden del filtro sea bajo.

Aproximación	Cauer
$f_p$	8500 Hz
$f_a$	3777 Hz
$A_p$	2 dB
$A_a$	40 dB
G	1 V/V
$Z_{in}$	$\geq 47 \Omega$

Cuadro 3.1: Especificaciones plantilla High Pass Cauer

### 3.1. Diseño teórico

Utilizando un programa realizado en Matlab se calculó los polos, ceros y la ganancia que debe tener el circuito para cumplir la plantilla. Para dicho calculo se utilizaron las especificaciones provistas por el cuadro 3.2 y se observa la atenuación con la plantilla con la cual se calculo en la figura 3.1. Estos no son idénticos a los originales ya que se decidió alterarlos para obtener un cierto margen de error. Se eligieron los valores de  $A_a$  y  $A_p$ , y luego se modificaron las frecuencias de paso y atenuación para que la transferencia obtenidas con dichas especificaciones cumplan la plantilla original con cierto margen de error.

Aproximación	Cauer
$f_p$	8562 Hz
$f_a$	3724 Hz
$A_p$	1,7 dB
$A_a$	41 dB
G	1 V/V
$Z_{in}$	$\geq 47 \Omega$

Cuadro 3.2: Especificaciones elegidas filtro High Pass Cauer

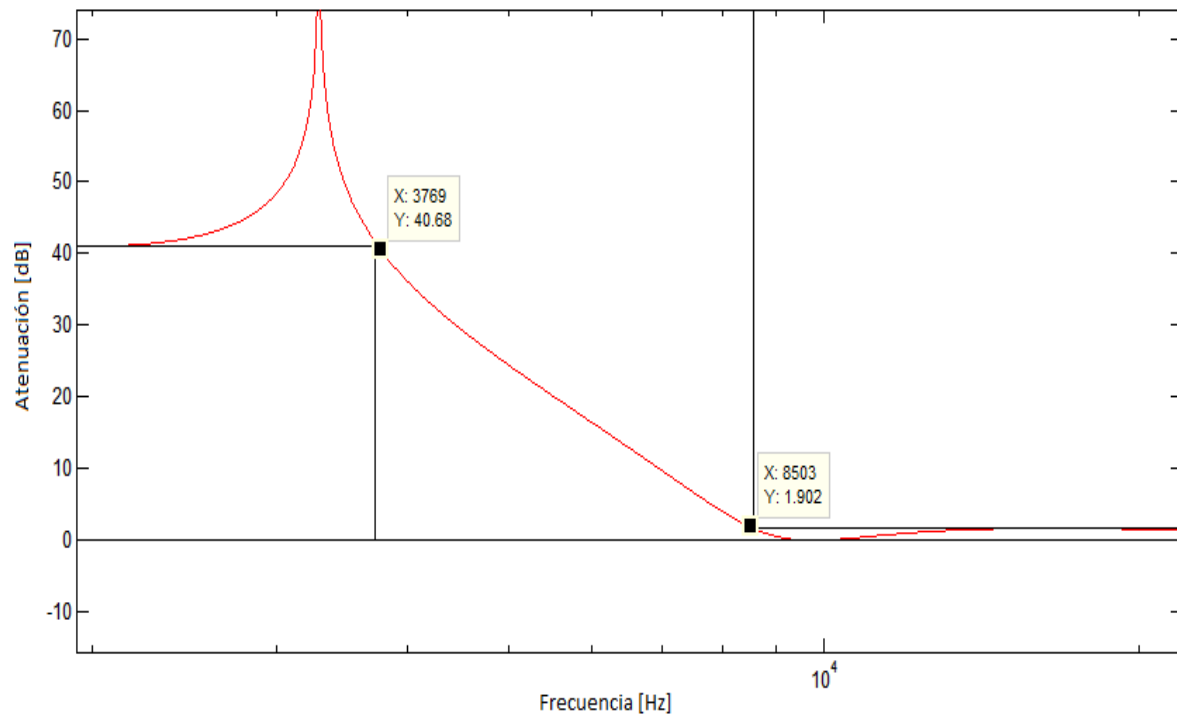


Figura 3.1: Atenuación

De esta forma se obtuvo la siguiente transferencia

$$H(s) = \frac{s^3 + 4,28 \cdot 10^8 s^2}{s^3 + 1,48 \cdot 10^5 s^2 + 5,84 \cdot s + 3,987 \cdot 10^{14}} \quad (3.1)$$

En las figuras 3.2, 3.3 y 3.4 se muestran los gráficos de la transferencia, fase y diagrama de polos y ceros obtenidos.

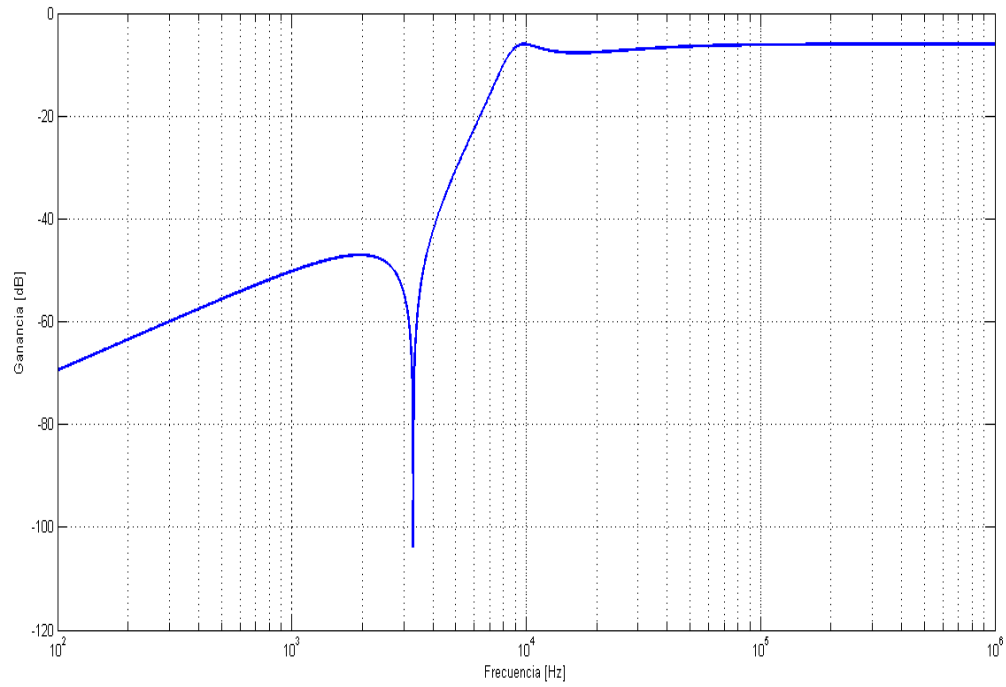


Figura 3.2: Ganancia

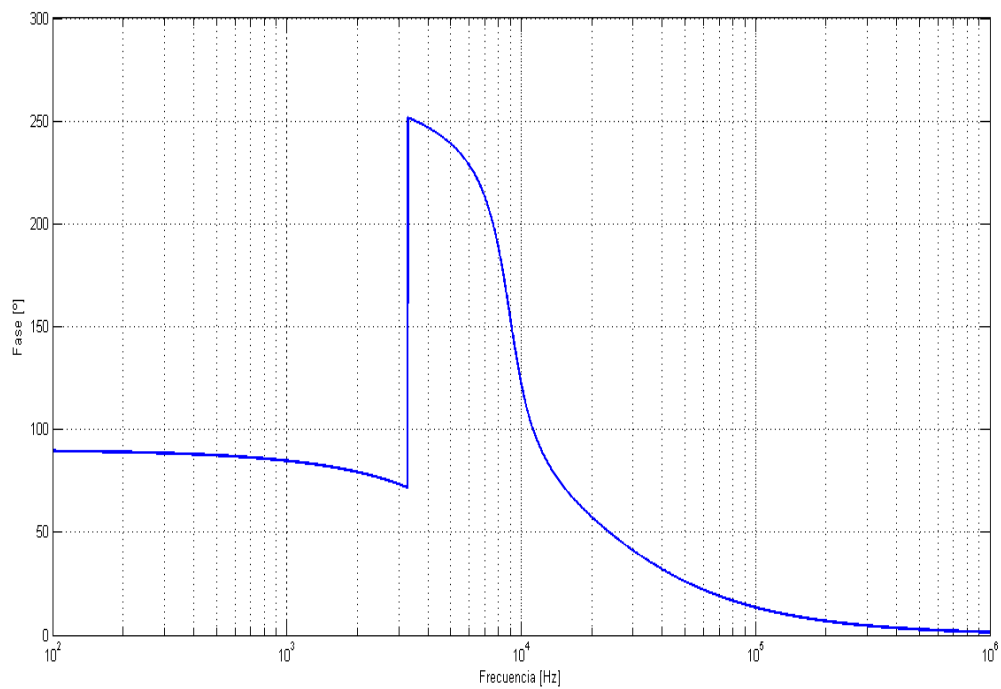


Figura 3.3: Fase

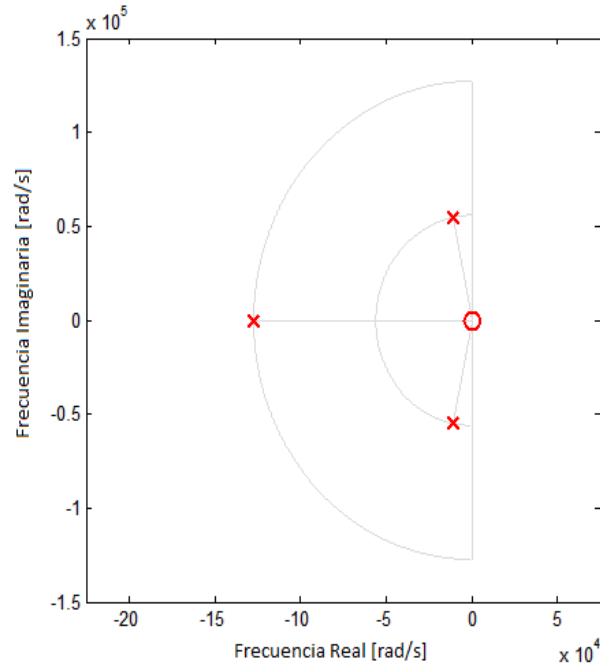


Figura 3.4: Diagrama de polos y ceros

### 3.2. Separación en etapas

Para la implementación del filtro en un circuito se separa la transferencia en distintas etapas de orden 2 como máximo. Donde en cada etapa el orden del polo debe ser mayor o igual al orden del cero de dicha etapa. Para la separación en etapas se realizó el cálculo para ganancia unitaria y baja señal, y luego a la segunda etapa se la disminuyó en 0,5. A pesar de tener un mayor rango dinámico si se distribuía la atenuación, como el filtro es para bajas señales se prefirió perder rango dinámico en señales altas, y garantizar la no atenuación en la salida de la primera etapa. Con estos requisitos se obtuvieron las siguientes transferencias para cada etapa.

La transferencia de la primera etapa está dada por la ecuación 3.2.

$$H1(s) = K \frac{s}{\frac{s}{\omega_p} + 1} \quad (3.2)$$

K	$1,45 * 10^{-5}$
Wp	$127250 \frac{rad}{s}$

Cuadro 3.3: Valores de la transferencia etapa 1 High Pass Caer

La transferencia de la segunda etapa está dada por la ecuación 3.2.

$$H2(s) = K \frac{\left(\frac{s}{\omega_z}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_p}\right)^2 + \frac{s}{Q\omega_p} + 1} \quad (3.3)$$



K	0,037
$W_z$	$20700 \frac{rad}{s}$
$W_p$	$55980 \frac{rad}{s}$
Q	2,63

Cuadro 3.4: Valores de la transferencia etapa 2 High Pass Cauer

Cuyas transferencias se observan en la figura 3.5 y se puede observar lo mencionado anteriormente respecto al rango dinámico. El cual se pierden aproximadamente 5 dB en señales altas, y los 8dB por debajo producidos por la atenuación de la etapa.

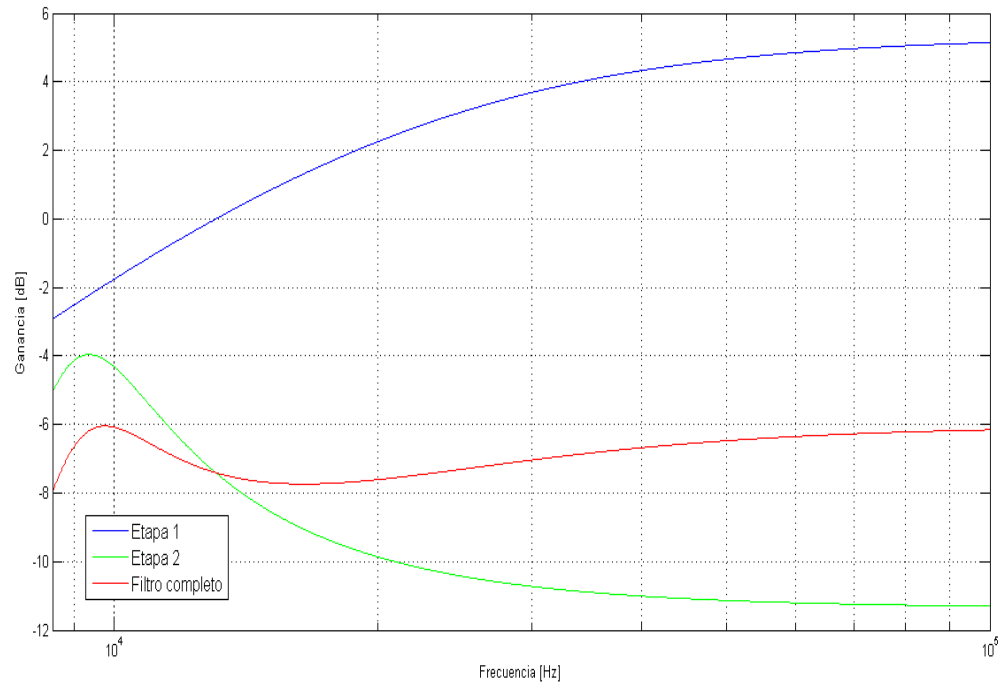


Figura 3.5: Ganancia de ambas etapas y total

### 3.3. Implementación de etapas en celdas

#### 3.3.1. Etapa 1

Se observa el circuito derivador no inversor con el cual se implementará la etapa uno en la siguiente figura

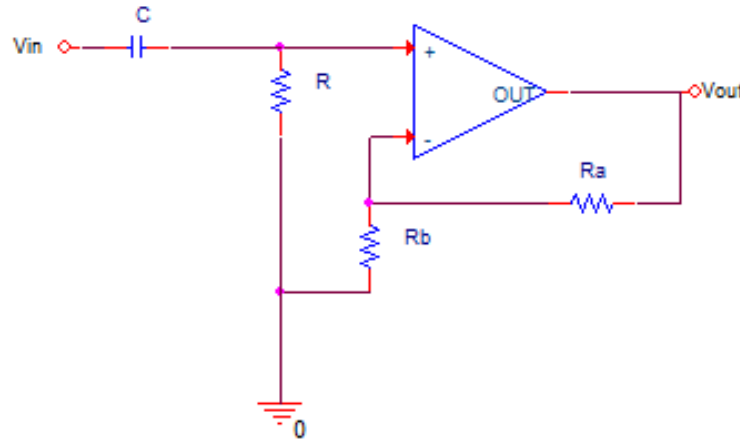


Figura 3.6: Derivador no inversor

Su transferencia es la observada en la ecuación 3.2. Los valores de  $W_p$  y  $G$  se ajustan por las ecuaciones 3.4 y 3.5.

$$G = \omega_p \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \quad (3.4)$$

$$\omega_p = \frac{1}{CR} \quad (3.5)$$

Las sensibilidades se pueden calcular sencillamente a partir de estas ecuaciones y son las dadas por la tabla 3.5. En la cual se puede verificar sencillamente que  $\sum_i S_{R_i}^X = \sum_i S_{C_i}^X$

Componente	$W_p$	$G$
R	-1	1
C	-1	1
$R_a$	0	$\frac{R_a}{R_a + R_b}$
$R_b$	0	$-\frac{R_a}{R_a + R_b}$

Cuadro 3.5: Tabla de sensibilidades derivador no inversor

### 3.3.2. Etapa 2

Para la implementación de la segunda etapa se utilizará la celda pasa altos Sedra-Ghorab-Martin[9] que se muestra en la figura 3.7.

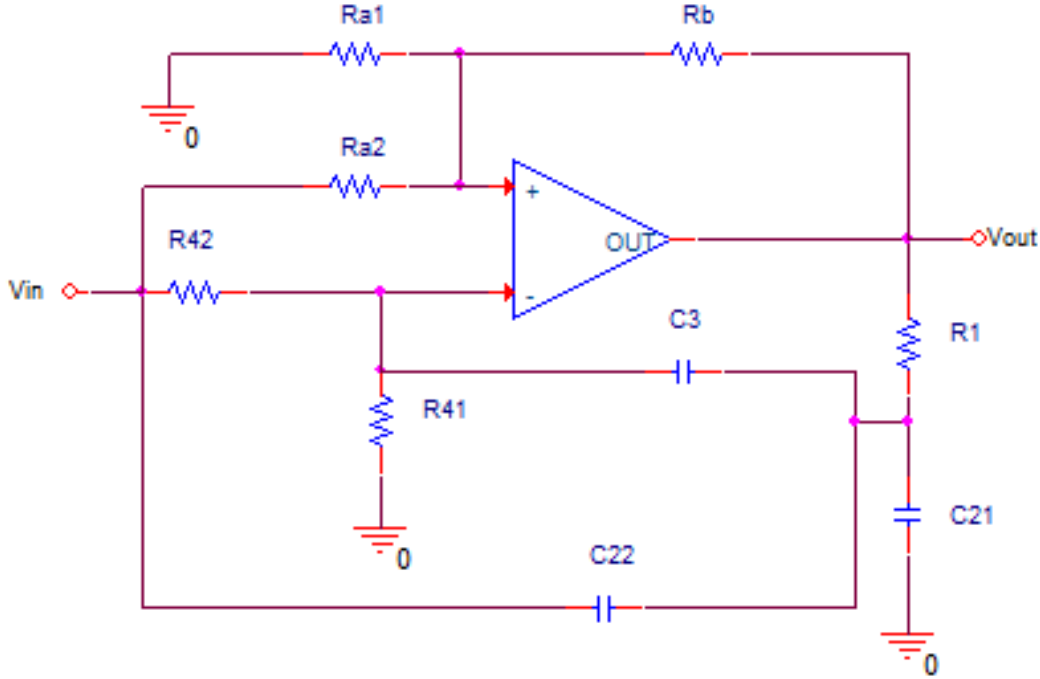


Figura 3.7: High Pass notch Sedra-Martin-Ghorab

Considerando ambos Op-Amps como ideales se obtienen las relaciones dadas por las ecuaciones 3.6 a 3.9. Notar que los valores que las resistencias están expresadas por sus valores de admitancia.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})}} \quad (3.6)$$

$$Q = \frac{\omega_p}{(G_{41} + G_{42})\left(\frac{1}{C_{22} + C_{21}} + \frac{1}{C_3}\right) - \left(\frac{G_1}{C_{22} + C_{21}}\right)\left(\frac{G_{a1} + G_{a2}}{G_b}\right)} \quad (3.7)$$

$$\omega_z = \omega_p \sqrt{\frac{\left(\frac{G_{42}}{G_{41} + G_{42}}\right)\left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b}\right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b}\right)}{\left(\frac{C_{22}}{C_{22} + C_{21}}\right)\left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b}\right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b}\right)}} \quad (3.8)$$

$$G_\infty = \left(\frac{C_{22}}{C_{22} + C_{21}}\right)\left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b}\right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b}\right) \quad (3.9)$$

**3.3.2.1. Diseño**

Para el diseño del filtro se establecen condiciones las cuales producen disminución de grados de libertad, pero disminuyen sensibilidades. Dichas condiciones de diseño se detallan a continuación.

1) Se selecciona un valor de  $Q_0$  menor a  $Q$ . Este valor no es interno al circuito ni su transferencia, pero es utilizado para el diseño de la celda. La elección de  $Q_0$  determinará el valor de las sensibilidades.

2) Se calculan las constantes  $K$ ,  $k$ ,  $m$  y  $n$  con las siguientes ecuaciones. Donde  $k$ ,  $m$  y  $n$  deben pertenecer al intervalo  $[0,1]$ .

$$K = 1 + \frac{Q - Q_0}{2Q_0^2 Q} \quad (3.10)$$

$$k = \frac{QG_\infty \left(\frac{\omega_z}{\omega_p}\right)^2}{Q - Q_0} \quad (3.11)$$

$$n = k \left(1 - \frac{Q_0}{KQ}\right) \quad (3.12)$$

$$m = k \left(\frac{K-1}{K}\right) \left(1 + 2Q_0^2 \left(\frac{\omega_z}{\omega_p}\right)^2\right) \quad (3.13)$$

3) Elegir  $G_1$  y  $C_3$  tal que cumplan la ecuación 3.14. Donde  $G_1$  o  $C_3$  es arbitraria. Sabiendo  $C_3$  obtener  $C_{22}$  y  $C_{21}$  con las ecuaciones 3.15 y 3.16.

$$G_1 = 2Q_0\omega_p C_3 \quad (3.14)$$

$$C_{22} = mC_3 \quad (3.15)$$

$$C_{21} = (1 - m)C_3 \quad (3.16)$$

4) Elegir  $G_a$  y  $G_b$  tal que cumplan la siguiente ecuación.  $G_a$  o  $G_b$  es arbitraria.

$$G_a = (K - 1)G_b \quad (3.17)$$

5) Sabiendo  $G_a$ , obtener  $G_{a1}$  y  $G_{a2}$  con las ecuaciones 3.18 y 3.19.

$$G_{a1} = (1 - k)G_a \quad (3.18)$$

$$G_{a2} = kG_a \quad (3.19)$$

6) Elegir  $G_4$  dada por la ecuación 3.20. Y luego  $G_{41}$  y  $G_{42}$  dadas por las ecuaciones 3.21 y 3.22.

$$G_4 = \frac{G_1}{4Q_0^2} \quad (3.20)$$

$$G_{41} = (1 - n)G_4 \quad (3.21)$$

$$G_{42} = nG_4 \quad (3.22)$$

Utilizando este procedimiento para el diseño del circuito se obtienen las ecuaciones 3.23, 3.24, 3.25 y 3.26. Las cuales establecen los valores de  $\omega_p$ ,  $Q$ ,  $\omega_z$  y  $G_\infty$ . Se puede observar de la ecuación de  $G_\infty$  que al tener  $k$  y  $m$  pertenecientes al intervalo  $[0,1]$ , dicha ganancia puede no ser implementable, es decir esta limitada.

$$\omega_p = \frac{1}{2Q_0 C_3 R_1} \quad (3.23)$$

$$Q = -\frac{Q_0}{2Q_0^2(K-1)-1} \quad (3.24)$$

$$\omega_z = Q_0\omega_p \sqrt{2k \frac{1-K}{k-Kk+Km}} \quad (3.25)$$

$$G_\infty = k - Kk + Km \quad (3.26)$$

Para el calculo de sensibilidades se expresan estas en función de las variables auxiliares utilizadas para el diseño. A partir de esto se obtiene las sensibilidades dadas por el cuadro 3.6.

En estos se verifica que  $\Sigma_i S_{R_i}^X = \Sigma_i S_{C_i}^X$ . Además se puede observar que se cumple que  $\Sigma_i S_{R_i}^Q = \Sigma_i S_{C_i}^Q = \Sigma_i S_{R_i}^{G_\infty} = \Sigma_i S_{C_i}^{G_\infty} = 0$ . Debido a esto si se obtiene resistencias del mismo lote y capacitores del mismo lote la variación total de  $Q$  y  $G_\infty$  serán cercanas a 0, ya que el desvío relativo entre elementos del mismo lote es mucho menor a la dispersión del elemento utilizado. Por otro lado  $\Sigma_i S_{R_i}^{W_p} = \Sigma_i S_{C_i}^{W_p} = \Sigma_i S_{R_i}^{W_z} = \Sigma_i S_{C_i}^{W_z} = -1$  por lo que para las frecuencias de los polos y los ceros el tener elementos del mismo lote no produce necesariamente una menor variación total. Finalmente cabe destacar el hecho que todas las sensibilidades quedan determinadas al establecer el valor de  $Q_0$  y este debe ser elegido con el fin de equilibrar las sensibilidades activas y pasivas. Se opto por tomar un  $Q_0$  de aproximadamente  $Q/3$ .

Componente	$S_X^{W_p}$	$S_X^Q$	$S_X^{W_z}$	$S_X^{G_\infty}$
$R_1$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2Q_0^2+1}{4Q_0^2-2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$R_{41}$	$\frac{n}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{n+(2n-2)Q_0^2-1}{4Q_0^2-2}$	$\frac{k(n-1)}{2(k-2n)}$	0
$R_{42}$	$-\frac{n}{2}$	$-\frac{2nQ_0+1}{4Q_0^2-2}$	$-\frac{n(k-2)}{2(k-2n)}$	0
$R_b$	0	$-\frac{2kQ_0^2}{2Q_0^2-1}$	$\frac{k(\frac{m}{2}-\frac{n}{2})}{2km+2kn-4mn-k^2}$	$\frac{k-m}{k-2m}$
$R_{a1}$	0	$-\frac{2Q_0^2(k-1)}{2Q_0^2-1}$	$\frac{k(m-n)(k-1)}{2(k-2m)(k-2n)}$	$\frac{m(1-k)}{k-2m}$
$R_{a2}$	0	$\frac{2kQ_0^2}{2Q_0^2-1}$	$-\frac{k(m-n)(k-2)}{2(k-2m)(k-2n)}$	$-\frac{k(1-m)}{k-2m}$
$C_3$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{Q_0^2}{2Q_0^2-1}$	$-\frac{1}{2}$	0
$C_{22}$	$\frac{m}{2} - \frac{1}{2}$	$-\frac{Q_0^2(m-1)}{2Q_0^2-1}$	$\frac{k(m-1)}{2(k-2m)}$	$-\frac{2m(m-1)}{k-2m}$
$C_{21}$	$-\frac{m}{2}$	$\frac{Q_0^2m}{2Q_0^2-1}$	$-\frac{m(k-2)}{2(k-2m)}$	$-\frac{2m(1-m)}{k-2m}$

Cuadro 3.6: Tabla de sensibilidades celda Sedra-Martin-Ghorab

### 3.3.3. Cálculo de componentes

#### 3.3.3.1. Derivador no inversor

Utilizando las ecuaciones 3.4 y 3.5, y la transferencia dada por 3.2, y además teniendo en cuenta que la impedancia de entrada debe ser mayor o igual a  $47k\Omega$  se eligieron los siguientes valores comerciales para la implementación del circuito derivador no inversor.

R	C	$R_a$	$R_b$
$47k\Omega$	150pF	$10k\Omega$	$6,8k\Omega$

Cuadro 3.7: Valores de elementos pasivos en el derivador no inversor: High Pass Cauer

Calculando las sensibilidades dadas por la tabla 3.5 se obtienen las siguientes sensibilidades

Componente	$S_X^{W_p}$	$S_X^G$	$\hat{S}_X^s$ [rad/s]
R	-1	1	127k
C	-1	1	127k
$R_a$	0	0,59	0
$R_b$	0	-0,59	0

Cuadro 3.8: Sensibilidades derivador no inversor

#### 3.3.3.2. Sedra-Ghorab-Martin

Utilizando las reglas de diseño dadas por 3.3.2.1 y la transferencia dada por 3.3 se obtuvieron los siguientes valores para las resistencias, capacitores y variables de diseño. En el caso de las resistencias y capacitores se utilizaron los valores comerciales que se aproximaban mayormente al valor obtenido. En el caso de  $R_1$  se utilizaron dos resistencias en serie.

$R_{a1}$	$R_{a2}$	$R_{41}$	$R_{42}$	$R_1$	$R_b$
$3,3k\Omega$	$56k\Omega$	$3,9k\Omega$	$82k\Omega$	$900\Omega$	$1k\Omega$
		$C_3$	$C_{22}$	$C_{21}$	
		10nF	2,2nF	6,8nF	
$Q_0$	K	k	n	m	
1	1,3	0,0597	0,0424	0,2341	

Cuadro 3.9: Valores de elementos pasivos y variables de diseño segunda etapa : High Pass Cauer

Utilizando la tabla 3.6 se obtienen las sensibilidades de la segunda etapa dada por la tabla 3.10.

Componente	$S_X^{W_p}$	$S_X^Q$	$S_X^{W_z}$	$S_X^{G_\infty}$	$\hat{S}_X^{s+}$ [rad/s]	$\hat{S}_X^{s-}$ [rad/s]
$R_1$	-0,5	1,5	-0,5	0	$21,2k - j30,6k$	$21,2k + j30,6k$
$R_{41}$	-0,4788	-1,4364	1,1388	0	$-9,6k - j23,8k$	$-9,6k + j23,8k$
$R_{42}$	-0,0212	-0,0636	-1,6388	0	$-420 - j1k$	$-420 + j1k$
$R_b$	0	-2	-0,558	0,4269	$-20k + j3,6k$	$-20k - j3,6k$
$R_{a1}$	0	2,1194	-0,5247	-0,5388	$21,2k - j3,8k$	$21,2k + j3,8k$
$R_{a2}$	0	-0,1195	1,0827	0,119	$-1,2k + j21$	$-1,2k - j21$
$C_3$	-0,5	-1	-0,5	0	$-5k - j25,8k$	$-5k + j25,8k$
$C_{21}$	-0,38295	0,7659	0,0559	-0,8778	$11,5k - j22,5k$	$11,5k + j22,5k$
$C_{22}$	-0,117	0,2341	-0,5559	0,8778	$3,5k - j6,9k$	$3,5k + j6,9k$

Cuadro 3.10: Sensibilidades celda Sedra-Ghorab-Martin

### 3.3.4. Implementación

#### 3.3.4.1. Impedancia de entrada y salida

En las figuras 3.8 se observan la simulación de las impedancias de entrada de ambas etapas. Se observa que la impedancia de entrada de la Sedra comienza en un valor inferior a  $47k\Omega$  y luego disminuye. Mientras que en el caso de el diferenciador empieza en un valor mucho mayor y tiende a  $47k\Omega$ . Como se debe tener una impedancia de entrada mayor a este valor, la impedancia de entrada ya es un limitante respecto al orden de las etapas. En la figura 3.9 se muestra la tendencia asintótica a  $47k\Omega$  del filtro completo teniendo primero al derivador no inversor y luego a la celda Sedra-Ghorab-Martin.

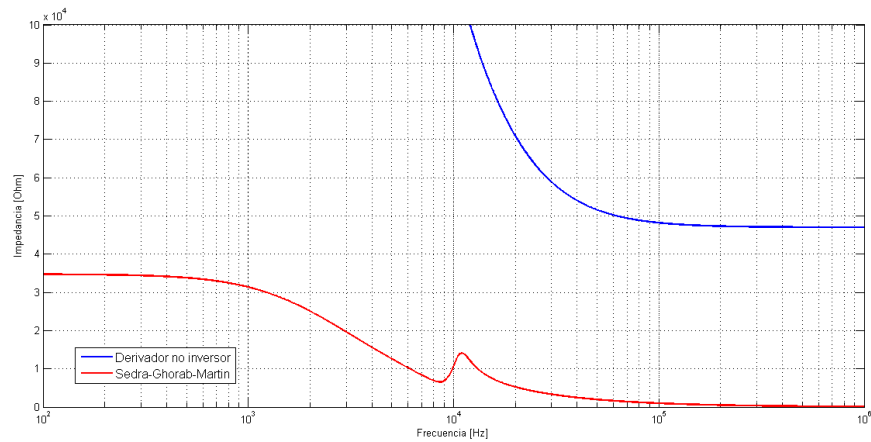


Figura 3.8: Impedancia de entrada etapa 1 y etapa 2.

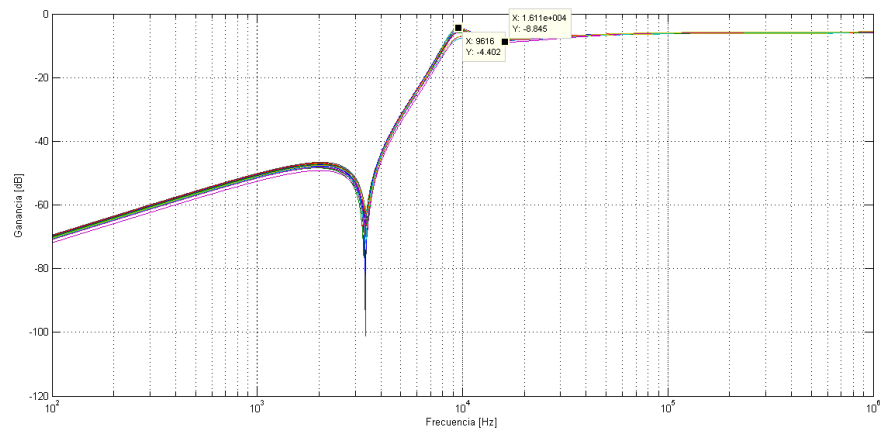


Figura 3.9: Impedancia de entrada filtro.

Utilizando este ordenamiento de etapas la impedancia de salida simulada es la mostrada en la figura 3.10.

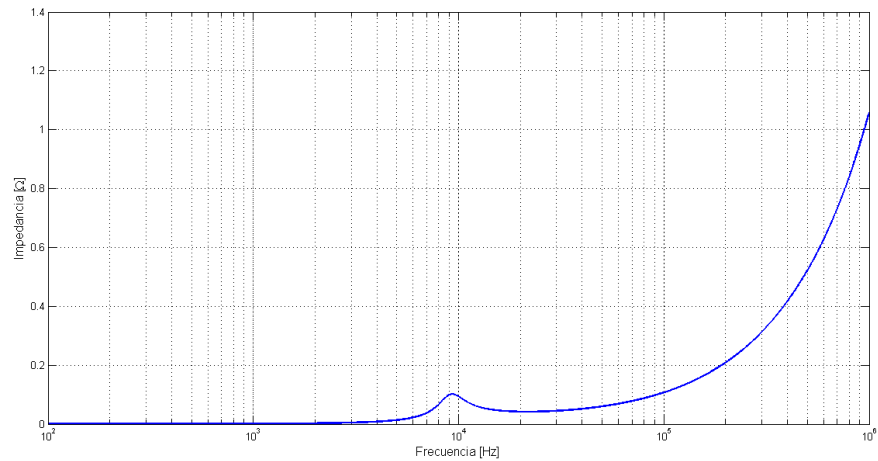


Figura 3.10: Impedancia de salida del filtro.

### 3.3.4.2. Simulación

Se utilizaron resistencias con una tolerancia del 5 % en todos los casos y se simuló utilizando los valores comerciales obtenidos. Además se utilizó el amplificador operacional LM833 ya que se está realizando un filtro pasa altos y dicho Op-Amp posee un gran ancho de banda. Otra ventaja que posee dicho operacional es su bajo ruido. Su desventaja es que al ser un operacional realizado con transistores BJT posee corrientes de bias elevadas, pero al ser el filtro un pasa altos, esta desventaja no es un problema para la implementación del filtro. La siguiente figura muestra una simulación estadística del circuito, en donde en algunos casos el filtro no cumple en su totalidad la plantilla, como se muestra marcado con cursores.

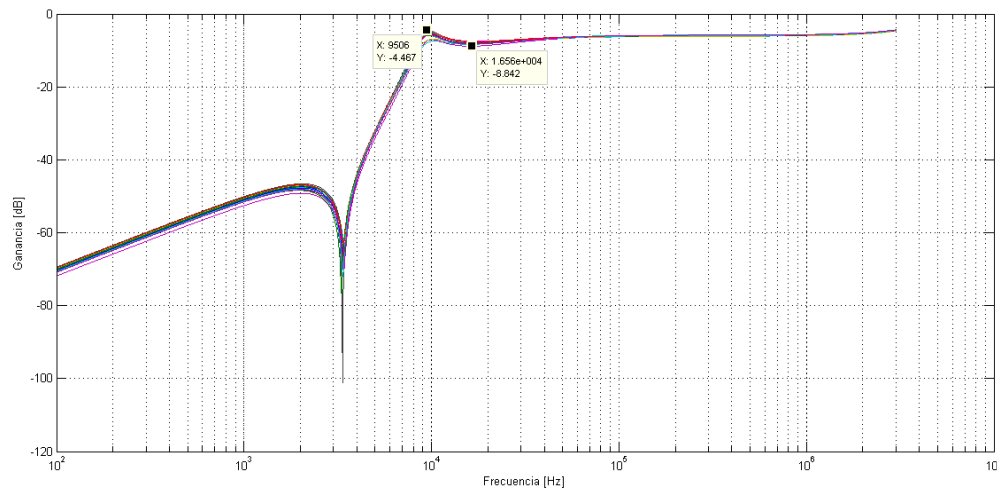


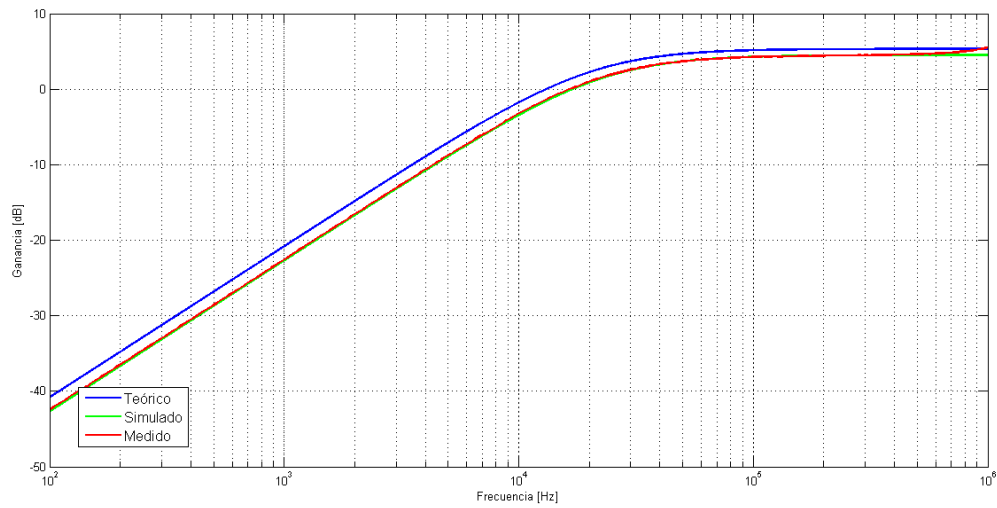
Figura 3.11: Simulación montecarlo del filtro con cursores

### 3.3.4.3. Mediciones

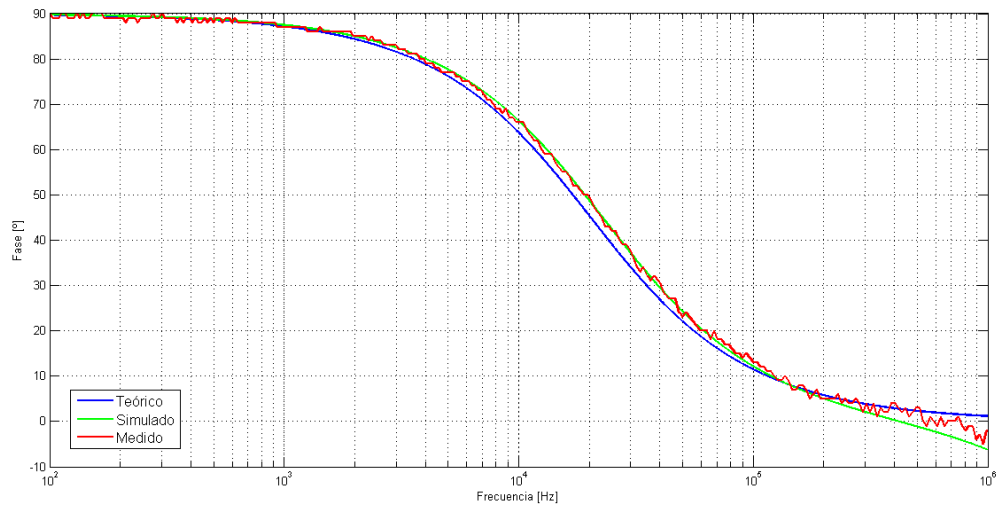
En las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 se observan las comparaciones entre las curvas de ganancia y fase medidas, simuladas y teóricas para ambas etapas por separado, y las 2 en cascadas. A pesar de ser un filtro diseñado para señales bajas en la banda de atenuación se utilizó una señal de 20 Vpp para tener una mejor lectura de la salida con respecto al ruido, y en la banda de paso se introdujo una señal de 1 Vpp para realizar las mediciones. Cabe destacar



que en el cálculo teórico se utilizaron las transferencias obtenidas por el cálculo de la aproximación, mientras que en la simulación se utilizaron los valores comerciales con los cuales se realizó el circuito. Esta diferencia puede producir una leve separación entre ambas. Mientras que entre la simulada y medida no existe mayor discrepancia.

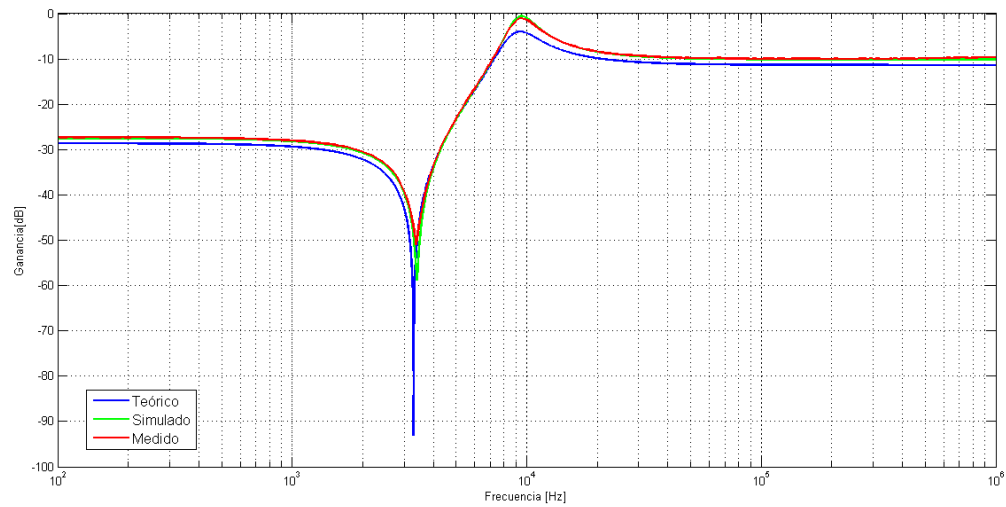


(a) Módulo de la respuesta en frecuencia.

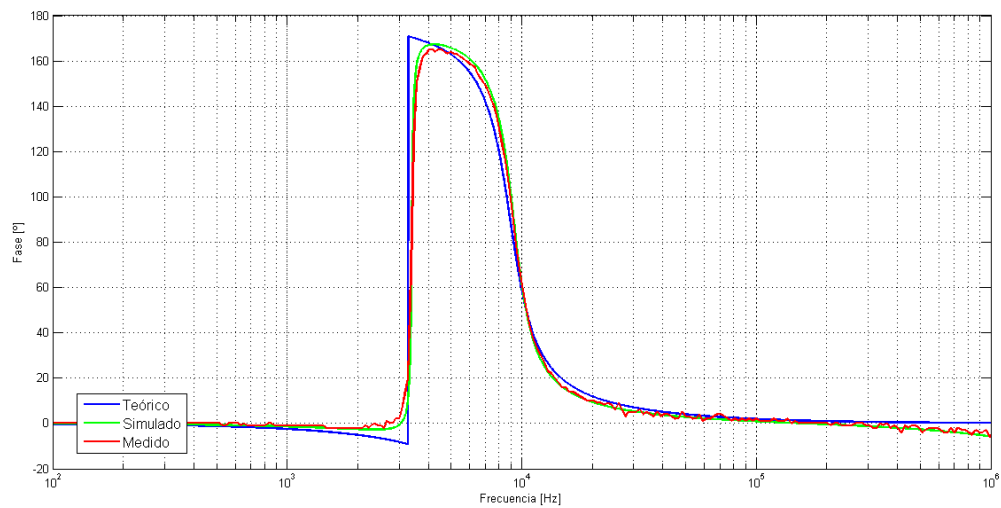


(b) Fase de la respuesta en frecuencia.

Figura 3.12: Comparación de etapa 1

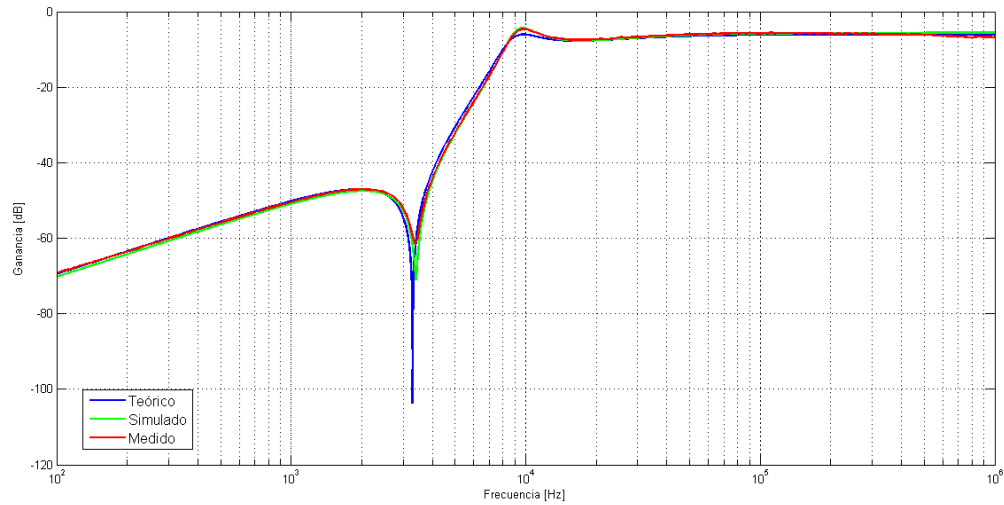


(a) Módulo de la respuesta en frecuencia.

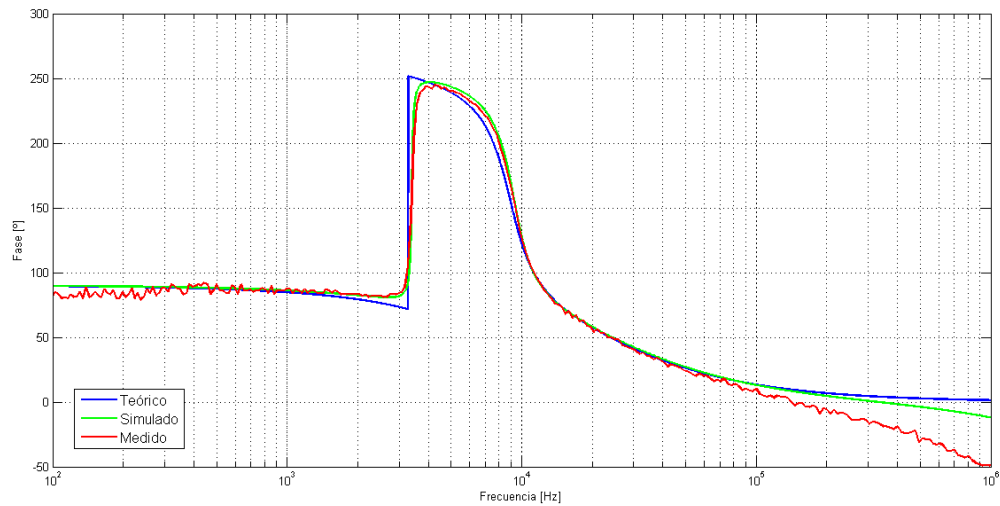


(b) Fase de la respuesta en frecuencia.

Figura 3.13: Comparación etapa 2



(a) Módulo de la respuesta en frecuencia.



(b) Fase de la respuesta en frecuencia.

Figura 3.14: Comparación filtro completo

En la figura 3.15 se observa únicamente la ganancia medida con cursores sobre los puntos de interés. Se observa que el sobre pico tuvo un valor mayor al deseado lo que se debe a las tolerancias de las resistencias. Aparte de esto, el filtro cumple correctamente la plantilla, e incluso atenúa en una mayor medida la banda de atenuación.

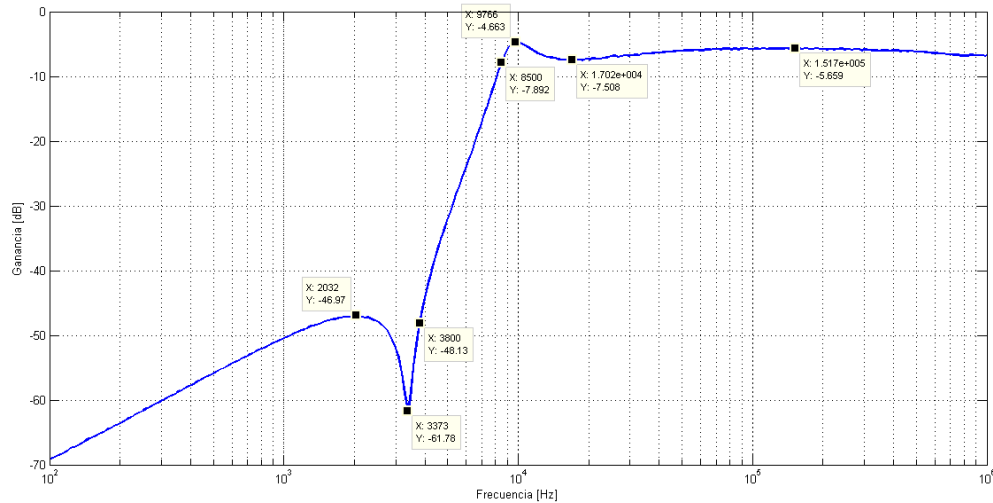


Figura 3.15: Ganancia filtro completo con cursores

### 3.4. Conclusiones

La celda Sedra-Ghorab-Martin resulta ser fácil de implementar aún teniendo una gran cantidad de componentes. Además el cálculo de sus componentes es sencillo y se encuentra diseñado para obtener bajas sensibilidades. Que por si mismas suelen ser bajas, menores a las obtenidas utilizando la Sallen-Key por ejemplo.

Una característica interesante que merece ser mencionada en esta celda, es que a pesar de emplear un único operacional, tiene la ventaja de poseer ceros de transmisión y puede implementar polos con altos  $Q$ . Una desventaja que posee es la limitación de la ganancia, la cual si es muy grande puede que no sea implementable con la celda Sedra-Ghorab-Martin y se debería agregar una etapa de ganancia en cascada con esta.

## Capítulo 4

# Filtro Band Reject Chebycheff Inverso

Se sugieren las siguientes especificaciones de diseño:

<i>Aproximación</i>	<i>Cheby II – BS</i>
$f_{\infty}$	$5kHz$
$Q_T$	9
$G$	$[-3 : 3] dB$
<i>Pendiente</i>	$-40dB/dec$

Cuadro 4.1: Especificaciones sugeridas.

Del cuadro 4.1 y sabiendo las relaciones:

$$Q_T = \frac{f_{\infty}}{\Delta f} = \frac{f_{\infty}}{f_p^+ - f_p^-} \quad (4.1)$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = f_a^+ \cdot f_a^- = f_{\infty}^2 \quad (4.2)$$

Se calculan:  $f_p^+ = 5285Hz$ ,  $f_p^- = 4730Hz$ ,  $\Delta f = 555Hz$ ,  $f_{\infty}$  la frecuencia central de la banda atenuada.

Para que el filtro cumpla con la pendiente de  $-40dB/dec$  se debe lograr el efecto rechaza banda como la conexión en cascada de un pasa bajos y un pasa altos con ceros de transmisión por ser Chebbycheff II. Por lo tanto el filtro tendrá 4 polos y 2 ceros de transmisión, todos simétricos respecto  $f_{\infty}$ . Se tomará el criterio de definir el orden del filtro como la cantidad de polos respecto de la frecuencia central  $f_{\infty}$  y no como la cantidad total de polos, es decir el orden del filtro será el orden del pasa bajos normalizado. Esto conduce a  $n = 2$ .

Por otro lado, se sabe que para un Chebbycheff II, el coeficiente  $\varepsilon$  está definido según la expresión 4.3:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{A_a/10} - 1}} \quad (4.3)$$

Donde la ubicación en el plano complejo de los ceros de transmisión y los polos se calculan según las ecuaciones 4.4 y 4.5:

$$s_k = \frac{\pm j}{\cos(\alpha_k)} \quad (4.4)$$

$$p_k = \frac{1}{\sen(\alpha_k) \cdot \senh(\beta) + j \cdot \cos(\alpha_k) \cdot \cosh(\beta)} \quad (4.5)$$

$$\begin{cases} \alpha_k = \frac{2k-1}{2n}\pi & , 1 \leq k \leq n \\ \beta = \pm \frac{1}{n} \cdot \text{asenh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \end{cases}$$

siendo  $\text{asenh}(x)$  la función inversa del seno hiperbólico:  $\text{asenh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

De la ecuación 4.5 se puede llegar a las expresiones 4.6 y 4.7 para encontrar una relación que describa a los polos por su radio y su ángulo respecto el eje real negativo en una aproximación Chebycheff II:

$$r_{pk} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2(\alpha_k) + \sinh^2(\beta)}} \quad (4.6)$$

$$\phi_k = \operatorname{atan}\{-\cot(\alpha_k) \cdot \coth(\beta)\} + \pi \quad (4.7)$$

Donde  $\cot(x)$  es la función cotangente:  $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

y  $\coth(x)$  es la función cotangente hiperbólica:  $\coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}$ .

Ahora bien, con el fin de encontrar una relación entre el factor de calidad  $Q$  de los polos, que por especificaciones de diseño debe ser de 9, y la atenuación en banda atenuada se parte de la ecuación 4.8.

$$Q = \frac{1}{2 \cdot \cos(\phi_k)} \quad (4.8)$$

Y se define el siguiente campo escalar para cada valor de  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ :

$$Q : A \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^+ / Q(k, A_a) = \frac{1/2}{\cos(\operatorname{atan}\{-\cot(\alpha_k) \cdot \coth(\beta_{A_a})\} + \pi)} \quad (4.9)$$

Entonces a partir del mismo y un software de cálculo de filtros se encontró la plantilla adecuada teniendo en cuenta las restricciones del factor de calidad ( $Q_T = 9$  para todo el filtro) y el ancho de la banda atenuada, para el cual se hizo el siguiente razonamiento:

De la ecuación del orden de una aproximación Chebycheff II (ecuación 4.10) se halló una relación entre las frecuencias de atenuación y las atenuaciones (ecuación 4.11).

$$n = \frac{\operatorname{acosh}\left(\sqrt{\frac{10^{A_a/10}-1}{10^{A_p/10}-1}}\right)}{\operatorname{acosh}\left(\frac{f_{p+}-f_{p-}}{f_{a+}-f_{a-}}\right)} \quad (4.10)$$

$$f_{a+} - f_{a-} = \frac{f_{p+} - f_{p-}}{\cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \operatorname{acosh}\left(\sqrt{\frac{10^{A_a/10}-1}{10^{A_p/10}-1}}\right)\right)} \quad (4.11)$$

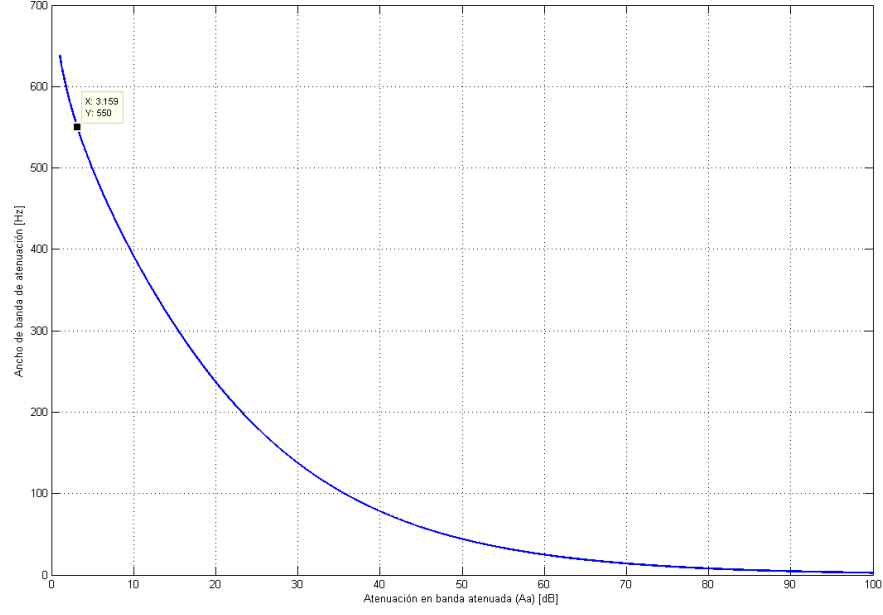
Donde  $\operatorname{acosh}(x)$  es la función inversa del coseno hiperbólico:  $\operatorname{acosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$  y el cociente  $\frac{f_{p+}-f_{p-}}{f_{a+}-f_{a-}}$  determina la selectividad del filtro, la cuál está dada para un orden fijo y las atenuaciones de las bandas atenuada y pasante.

Como para poder determinar el ancho de la banda atenuada se requiere de la selectividad, y esta aún no puede ser fijada porque sólo se dispone de una ecuación y 4 grados de libertad ( $f_{a+}$ ,  $f_{a-}$ ,  $A_a$  y  $A_p$ ) se toma la diferencia entre las frecuencias de atenuación y se define según las especificaciones, y sin pérdida de generalidad que la atenuación máxima en banda pasante ( $A_p$ ) sea de 3dB. Esto no es determinante ya que con una corrección en las ganancias se pueden conseguir los valores especificados de ganancia pero permite obtener una función dependiente de una única variable ( $A_a$ ) que relacione esta atenuación con el ancho de la banda de atenuación. Dicha función es la siguiente:

$$\Delta f_a : A \subseteq \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^+ / \Delta f_a(A_a) = \frac{555 Hz}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot \operatorname{acosh}\left(\sqrt{\frac{10^{A_a/10}-1}{10^{3/10}-1}}\right)\right)} \quad (4.12)$$

En la figura 4.1 se ilustra la gráfica de la función 4.12, donde se ve una restricción física para el valor de mínimo de  $A_a$  en 3,16dB (figura 4.1) ya que una atenuación menor provocaría una banda atenuada mayor a la banda de paso, lo que no es congruente con un filtro rechaza banda.

Las especificaciones del cuadro 4.1 conducen al diagrama de atenuaciones de la figura 4.2 y las singularidades de la imagen 4.3.

Figura 4.1:  $\Delta f_a$  en función de  $A_a$ .

En síntesis, se implementará una etapa pasa bajos con cero de transmisión (ecuación 4.13) y una etapa pasa altos también con ceros en el eje  $j\omega$  (ecuación 4.14). El polo de menor frecuencia, junto con el cero más cercano (es decir el de menor frecuencia) corresponderán a la etapa LP, mientras que el polo y el cero restante serán provistos por la etapa HP. Esta forma de aparear las singularidades es, de las 2 posibles, la más eficiente desde el punto de vista del rango dinámico porque se consiguen las menores variaciones en el nivel de la señal para distintas frecuencias.

El diagrama de Bode analítico para la transferencia  $H(S) = H_{LP}(S) \cdot H_{HP}(S)$  se muestra en la figura 4.2.

$$H_{LP}(S) = G_{LP} \frac{\left(\frac{S}{\omega_{ZL}}\right)^2 + 1}{\left(\frac{S}{\omega_{PL}}\right)^2 + \frac{S}{Q_{PL} \cdot \omega_{PL}} + 1} \quad (4.13)$$

$$H_{HP}(S) = G_{HP} \frac{\left(\frac{S}{\omega_{ZH}}\right)^2 + 1}{\left(\frac{S}{\omega_{PH}}\right)^2 + \frac{S}{Q_{PH} \cdot \omega_{PH}} + 1} \quad (4.14)$$

Donde:

$$\begin{cases} \omega_{ZL} = 2\pi \cdot f_{ZL} & , f_{ZL} = 4947 \text{ Hz} \\ \omega_{PL} = 2\pi \cdot f_{PL} & , f_{PL} = 4806 \text{ Hz} \\ \omega_{ZH} = 2\pi \cdot f_{ZH} & , f_{ZH} = 5053 \text{ Hz} \\ \omega_{PH} = 2\pi \cdot f_{PH} & , f_{PH} = 5200 \text{ Hz} \\ Q_{PL} = Q_{PH} = Q = 13,27 \\ G_{HP} = G_{LP} = 3 \text{ dB} \end{cases} \quad (4.15)$$

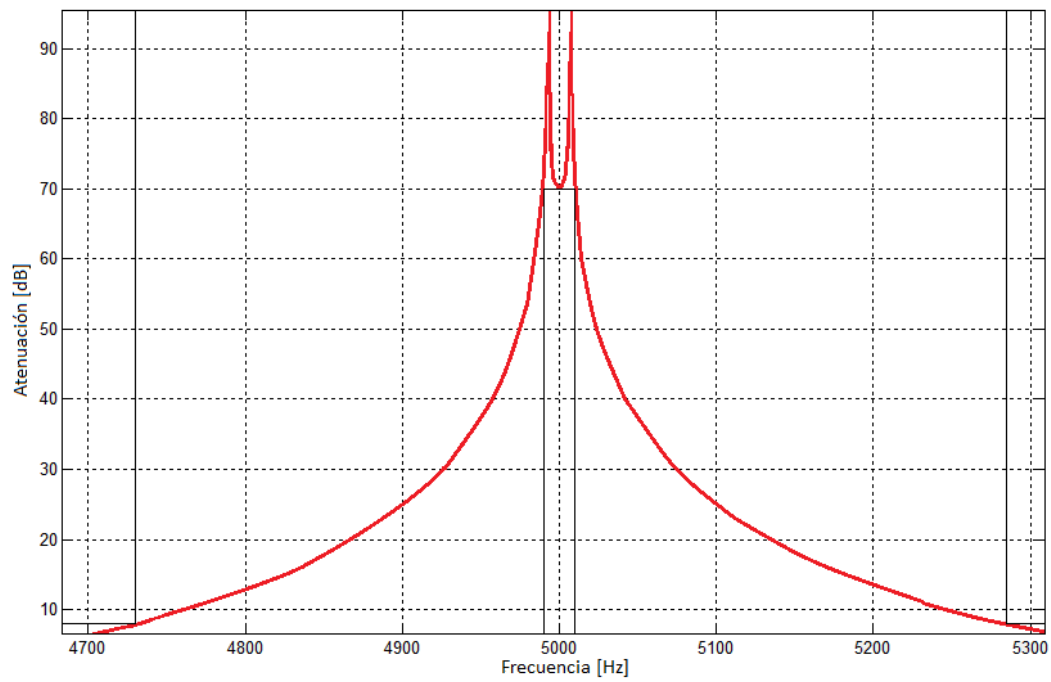


Figura 4.2: Diagrama de atenuación.

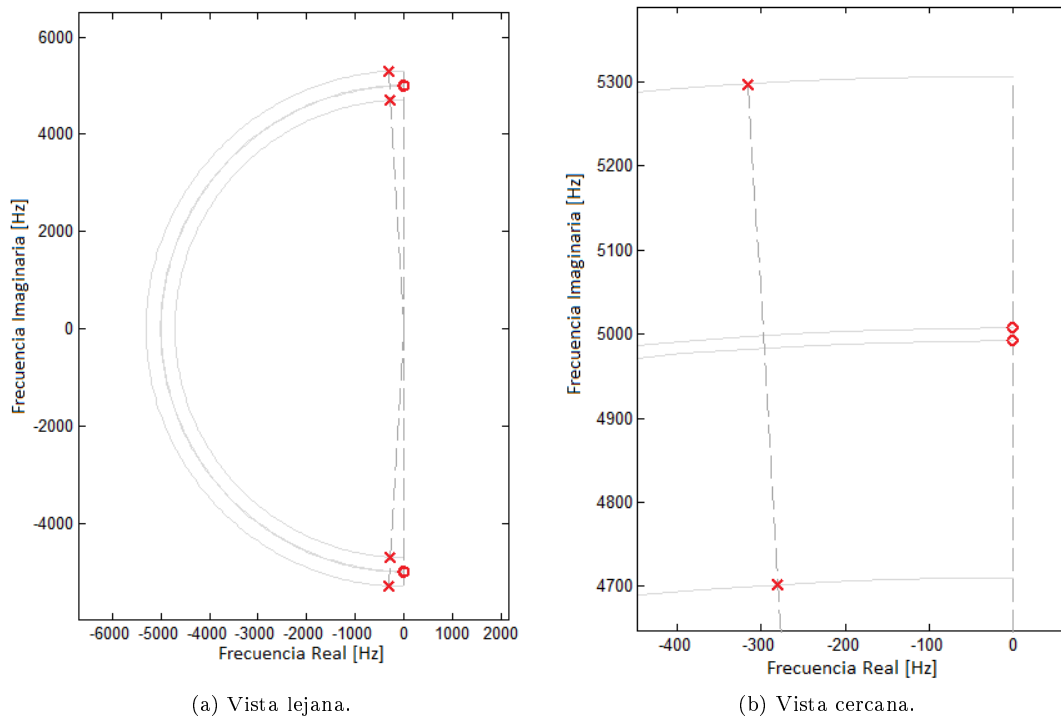
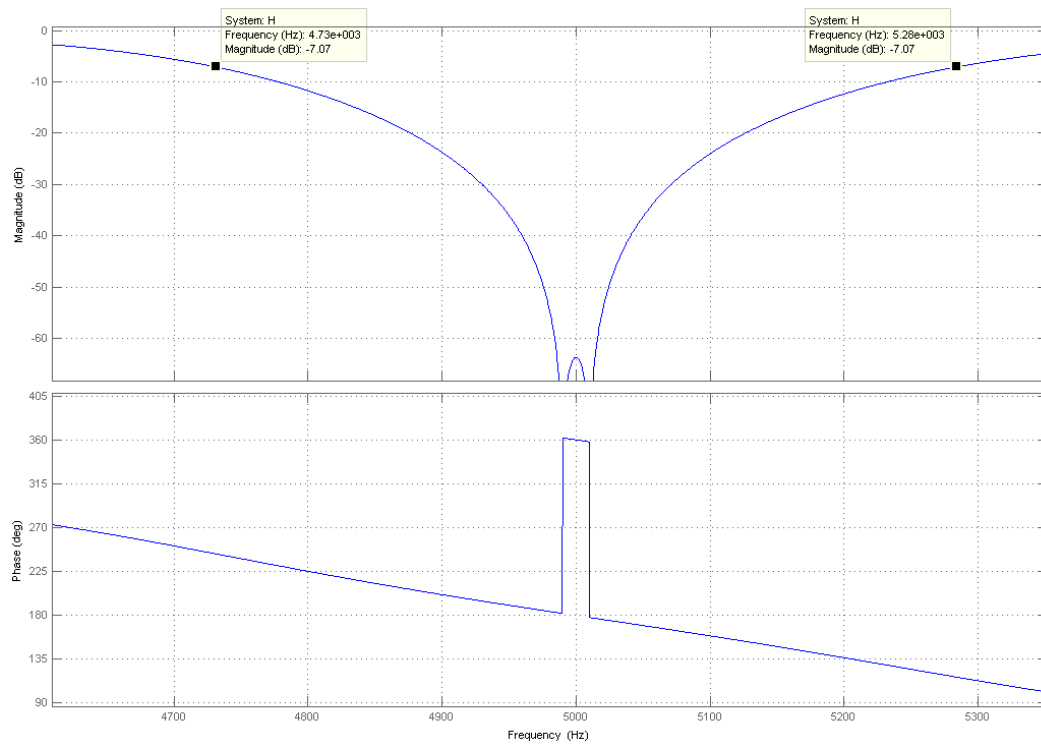


Figura 4.3: Constelación de singularidades.



Cuadro 4.2: Diagrama de Bode de  $H(S) = H_{LP}(S) \cdot H_{HP}(S)$ .

## 4.1. Celda universal

La celda universal o de variable de estados se basa en el uso simultáneo de amplificadores operacionales para realizar transformaciones sobre la señal de entrada y obtener, con un sistema de segundo orden, todas las salidas posibles para un filtro (pasa bajos, pasa altos, pasa banda y rechaza banda). Se la conoce también como celda de variable de estados porque (como se explicará en breve) la señal de entrada transiciona por los distintos estados dentro de un lazo de realimentación, donde estos estados intermedios son los distintos tipos filtros.

Para comenzar se definirá la terminología requerida para comprender cualitativamente el funcionamiento de la celda, luego se introducirá una motivación a su estudio y para finalizar se hará un análisis teórico, simulado y experimental del funcionamiento de las distintas implementaciones de la celda[2].

## 4.2. Definiciones

En sistemas de control, las *variables de estado* se utilizan para describir el *espacio de estados* de un sistema, es decir, los distintos estados que este puede adquirir.

Por ejemplo, si se considera a un semáforo como un sistema, y su variable de estado como el color de la indicación lumínica, entonces los posibles estados que la variable puede adquirir son:

*Verde - Amarillo - Rojo*

Y el sistema estará confinado a residir en alguno de esos estados.

Entonces, se puede decir que la representación en variables de estado es una modelización matemática de un sistema físico, el cual puede admitir diversas entradas, salidas y variables de estado, todas relacionadas con ecuaciones diferenciales (y mediante la transformada de Laplace, con una función transferencia de variable compleja  $S$ ).

Estas ecuaciones, establecen una relación (generalmente matemática, aunque no aplica para este ejemplo) entre las variables de estados que describen a un sistema. Esta relación permite conocer a que estado evolucionará el sistema dado un estado inicial y una entrada aplicada al sistema. Generalmente se utilizan diagramas de bloques para visualizar estas transiciones.

En resumen, las variables de estado son un conjunto que puede describir el estado completo de un sistema en cualquier instante. Usualmente se las puede representar vectorialmente donde su dimensión es la cantidad de variables de estado,  $n$ , y que es igual al orden de la función transferencia del sistema. En el caso de circuitos eléctricos, coincide con la cantidad de elementos almacenadores de energía independientes.

En las próximas secciones se analizarán posibles implementaciones para una celda universal, entre ellas, la celda Kerwin-Huelsman-Newcomb, la celda Tow-Thomas, la celda Akerberg-Mossberg y por último la celda Tow-Fleischer. En cada una se realizarán análisis teóricos sobre las sensibilidades de sus componentes y experimentales.

### 4.3. Motivación

Sea  $S$  la variable compleja  $j\omega$  y  $H(S)$  una transferencia de tensión en el dominio de Laplace entre la salida de una celda ( $V_{out}$ ) y su entrada ( $V_{in}$ ), que cumple con el siguiente formato:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G \cdot b \cdot S}{a \cdot S^2 + b \cdot S + 1} \quad (4.16)$$

Donde  $a, b$  y  $G$  son constantes que dependen de las características intrínsecas de la celda que implemente dicha transferencia. Entonces si se divide tanto al numerador como al denominador de la ecuación 4.16 por el término  $\frac{x}{a \cdot S^2}$  se obtiene la expresión 4.17:

$$\frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{S}}{x + \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{S} + \frac{x}{a \cdot S^2}} \quad (4.17)$$

A partir de este paso, si se igualan los numeradores y denominadores de ambos lados de la ecuación se obtiene el siguiente sistema en la variable de Laplace:

$$\begin{cases} V_{out}(S) = \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{S} \\ V_{in}(S) = \frac{1}{G} \left( x + \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{S} + \frac{x}{a \cdot S^2} \right) \end{cases} \quad (4.18)$$

Entonces anti transformando del dominio de Laplace al dominio del tiempo las expresiones del sistema 4.18 se obtiene el sistema 4.19:

$$\begin{cases} V_{out}(t) = \frac{b}{a} \int x(t) dt \\ V_{in}(t) = \frac{1}{G} \left( x(t) + \frac{b}{a} \int x(t) dt + \frac{1}{a} \int \int x(t) dt dt \right) \end{cases}, t > 0 \quad (4.19)$$

Donde se hizo uso de la propiedad de que la transformada de la integral en el tiempo es la división por  $S$  en el dominio de Laplace:

$$\mathcal{L} \left\{ \int x(t) dt \right\} (S) = \frac{1}{S}$$

Para finalizar, se parte del sistema 4.19 y se resuelve para  $x(t)$ . Obteniendo la ecuación 4.20 y el diagrama de bloques que se observa en la figura 4.4, el cual cumple esta ecuación.

$$x(t) = G \cdot V_{in}(t) - \frac{b}{a} \int x(t) dt - \frac{1}{a} \int \int x(t) dt dt \quad (4.20)$$

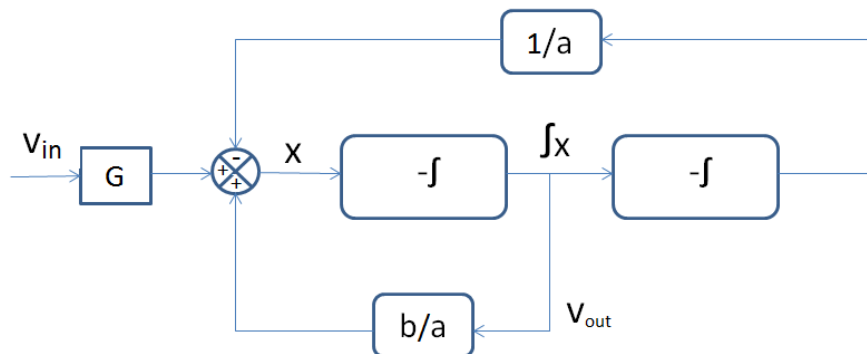


Figura 4.4: Diagrama de bloques del sistema de lazo con 2 integradores.

#### 4.4. Kerwin-Huelsman-Newcomb

La implementación de Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN, de ahora en más) consiste en la realización de la ecuación 4.20 mediante un *lazo de 2 integradores sin pérdidas*. Un integrador sin pérdidas tiene la función transferencia  $H(S) = \frac{\pm 1}{k \cdot S}$ , es decir, la transferencia tiene un polo en el origen. Un circuito que cumple con esta especificación es el integrador de Miller (figura 4.5), con su función transferencia explicitada en la ecuación 4.21.

Que el integrador sea sin pérdidas hace referencia a la nulidad de la frecuencia del polo.

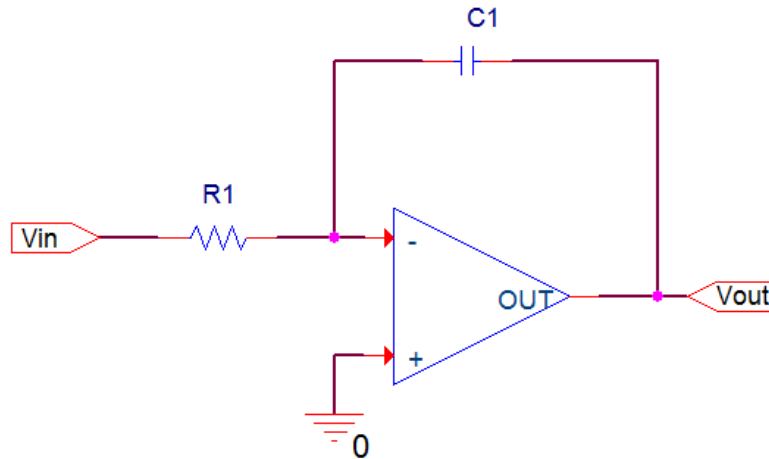


Figura 4.5: Integrador de Miller.

$$H_i(S) = -\frac{1}{k_i \cdot S} \quad , \quad k_i = R_i \cdot C_i \quad (4.21)$$

A continuación se realizará un análisis para la implementación del diagrama en bloques 4.4 con este tipo de integradores, tal y como se exhibe en la figura 4.6:

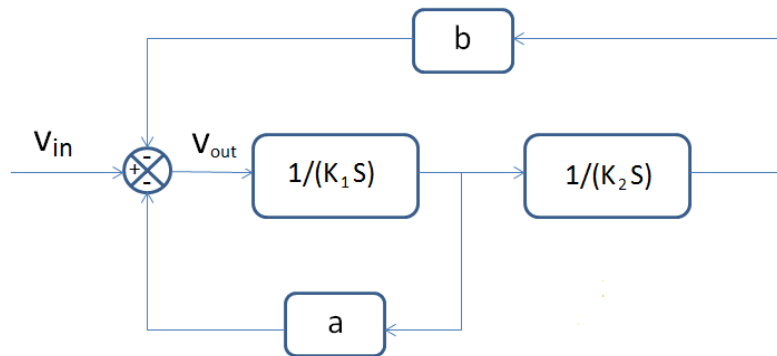


Figura 4.6: Diagrama de bloques de la celda KHN.

El sistema de control de la figura 4.6 responde a la ecuación 4.22

$$V_{out}(S) = V_{in}(S) - \frac{a}{k_1} \cdot \frac{V_{out}(S)}{S} - \frac{b}{k_1 \cdot k_2} \cdot \frac{V_{out}(S)}{S^2} \quad (4.22)$$

Despejando para la función transferencia, se llega a:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot S^2}{k_1 \cdot k_2 \cdot S^2 + a \cdot k_2 \cdot S + b} \quad (4.23)$$

Donde:

$$\begin{cases} \omega_o = \sqrt{\frac{b}{k_1 \cdot k_2}} = \sqrt{\frac{b}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}} \\ Q = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{b \cdot k_1}{k_2}} = \frac{1}{a} \sqrt{b \frac{R_1 \cdot C_1}{R_2 \cdot C_2}} \\ \frac{\omega_o}{Q} = \frac{a}{k_1} = \frac{a}{R_1 \cdot C_1} \end{cases} \quad (4.24)$$

Nota:  $R_i$  y  $C_i$  son los componentes del integrador de Miller.

Del sistema 4.24 se puede destacar que si  $R_1 \cdot C_1 = R_2 \cdot C_2$  entonces el  $Q$  de la celda será independiente de la frecuencia  $\omega_o$  de los polos y puede ser ajustado directamente mediante las constantes  $a$  y  $b$ .

Continuando con la implementación KHN, sin pérdida de generalidad se parte de la ecuación transferencial de un filtro pasa altos (HP) de segundo orden (ecuación 4.25), despejando  $V_{HP}(S)$  se llega a la expresión 4.26.

$$H_{HP}(S) = \frac{V_{HP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G \left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2}{\left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.25)$$

$$V_{HP}(S) = -\frac{1}{Q} \left( \frac{\omega_o}{S} \right) V_{HP}(S) - \left( \frac{\omega_o}{S} \right)^2 V_{HP}(S) + G \cdot V_{in}(S) \quad (4.26)$$

La ecuación 4.26 puede verse plasmada en el diagrama en bloques 4.7.

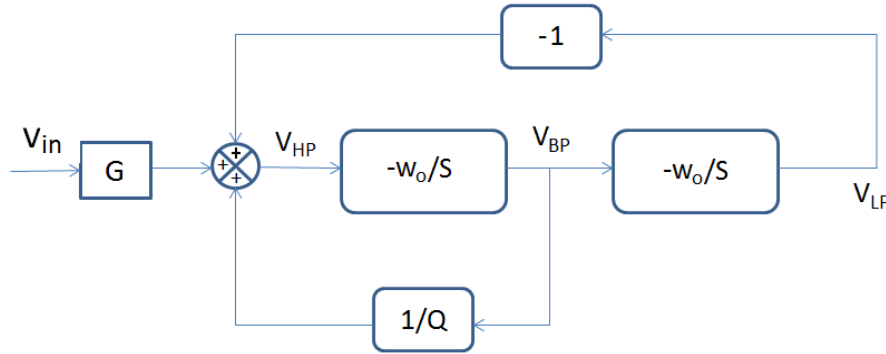


Figura 4.7: Implementación de KHN.

De donde se observan las siguientes relaciones para los estados intermedios del diagrama:

$$V_{BP}(S) = -\frac{\omega_o}{S} V_{HP}(S) \quad (4.27)$$

$$V_{LP}(S) = -\frac{\omega_o}{S} V_{BP}(S) = \left( \frac{\omega_o}{S} \right)^2 V_{HP}(S) \quad (4.28)$$

Y entonces la ecuación 4.26 puede reescribirse de la siguiente forma:

$$V_{HP}(S) = \frac{1}{Q} V_{BP}(S) - V_{LP}(S) + G \cdot V_{in}(S) \quad (4.29)$$

Para comprender como es que cada estado se comporta como un filtro distinto, se propone tomar las expresiones anteriores y reemplazarlas en la ecuación 4.26. De esta forma se obtienen las transferencias de cada estado del proceso (ecuaciones 4.30, 4.31 y 4.32).

$$H_{HP}(S) = \frac{V_{HP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G \left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2}{\left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.30)$$

$$H_{BP}(S) = \frac{V_{BP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{-G \left( \frac{S}{\omega_o} \right)}{\left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.31)$$

$$H_{LP}(S) = \frac{V_{LP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G}{\left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.32)$$

Se puede obtener una salida rechaza banda (BR por Band-Reject, o BS por Band-Stop) si se suman las salidas pasa altos (HP) y pasa bajos (LP) convenientemente con un circuito sumador como el de la figura 4.8, según describe la ecuación 4.33.

Vale destacar que como esta celda admite señales de frecuencias altas (por tener una salida pasa altos), pueden existir limitaciones importantes en cuanto al Slew Rate en el funcionamiento de la misma.

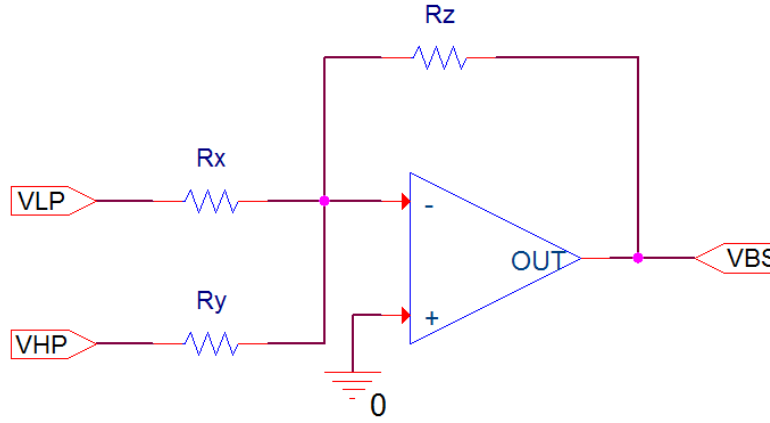


Figura 4.8: Sumador para salida rechaza banda.

$$V_{BS}(S) = -R_z \left( \frac{V_{LP}(S)}{R_x} + \frac{V_{HP}(S)}{R_y} \right) \quad (4.33)$$

Por lo general se toma  $\frac{R_z}{R_x} = \frac{R_z}{R_y} = k$  para obtener:

$$H_{BS}(S) = \frac{V_{BS}(S)}{V_{in}(S)} = -k \cdot G \cdot \frac{\left( \left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + 1 \right)}{\left( \frac{S}{\omega_o} \right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.34)$$

La ecuación 4.34 posee un cero de transmisión en  $\omega = \omega_o$ , por eso dicha salida se comporta como un rechaza banda.

#### 4.4.1. Circuito

A partir del diagrama 4.7 y con los integradores de Miller (figura 4.5) y los sumadores (figura 4.8) se llega al circuito de la figura 4.9, donde cada una de las salidas:  $V_{HP}(S)$ ,  $V_{BP}(S)$ ,  $V_{LP}(S)$  y  $V_{BS}(S)$  responden a las ecuaciones 4.30, 4.31, 4.32 y 4.34, respectivamente.

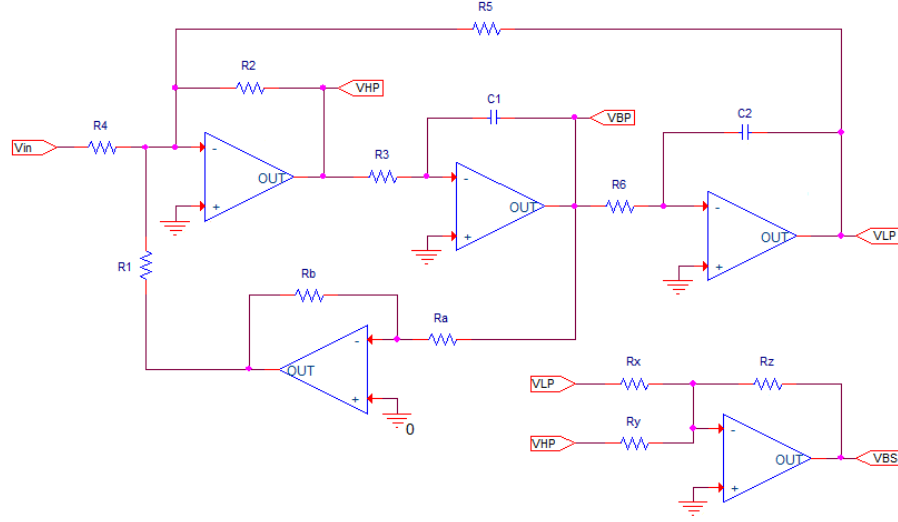


Figura 4.9: Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb.

Y los parámetros de las ecuaciones están definidos por el sistema 4.35:

$$\begin{cases} \omega_o = \sqrt{\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot R_6 \cdot C_2}} \\ Q = \frac{R_1 \cdot R_b}{R_2 \cdot R_a} \sqrt{\frac{R_3 \cdot C_1}{R_6 \cdot C_2}} \end{cases} \quad (4.35)$$

Entonces, a partir del circuito 4.9 y de las ecuaciones 4.35 se puede realizar el cálculo de sensibilidades relativas, obteniéndose los resultados expuestos en las tablas 4.3 y 4.4.

$S_{R_1}^{\omega_o}$	$S_{R_2}^{\omega_o}$	$S_{R_3}^{\omega_o}$	$S_{R_4}^{\omega_o}$	$S_{R_5}^{\omega_o}$	$S_{R_6}^{\omega_o}$	$S_{R_a}^{\omega_o}$	$S_{R_b}^{\omega_o}$	$S_{R_x}^{\omega_o}$	$S_{R_y}^{\omega_o}$	$S_{R_z}^{\omega_o}$	$S_{C_1}^{\omega_o}$	$S_{C_2}^{\omega_o}$
-0,5	0	0	0	-0,5	0	0	0	0	0	0	-0,5	-0,5

Cuadro 4.3: Cuadro de sensibilidades para  $\omega_o$  con celda KHN.

$S_{R_1}^Q$	$S_{R_2}^Q$	$S_{R_3}^Q$	$S_{R_4}^Q$	$S_{R_5}^Q$	$S_{R_6}^Q$	$S_{R_a}^Q$	$S_{R_b}^Q$	$S_{R_x}^Q$	$S_{R_y}^Q$	$S_{R_z}^Q$	$S_{C_1}^Q$	$S_{C_2}^Q$
1,5	-1	0	0	-0,5	0	-1	1	0	0	0	0,5	-0,5

Cuadro 4.4: Cuadro de sensibilidades para  $Q$  con celda KHN.

Se destaca de los cuadros 4.3 y 4.4 que las sensibilidades para la implementación KHN se mantienen constantes, esta característica es una ventaja de las celdas universales en general, *las sensibilidades no dependen de los componentes*.

Además se destaca que cumplen:

$$\sum S_{R_i}^Y - \sum S_{C_i}^Y = 0$$

Siendo la  $\sum S_{R_i}^Q = \sum S_{C_i}^Q = 0$ , por lo tanto no habrá *acumulamiento de sensibilidades para el factor de calidad*, esto quiere decir que si se toman componentes de un mismo lote, los efectos de las dispersiones respecto el valor

nominal se compensarán haciendo que la magnitud en cuestión no se vea afectada. Este hecho se desprende de la suposición que en un lote de componentes se cuenta con una muestra sesgada de los mismos, es decir, todos se encuentran desviados del valor nominal en la misma dirección. En los circuitos que se cuenta con esta característica, suele emplearse como condición de diseño que las resistencias que intervengan en el  $Q$  sean del mismo lote (y por ende del mismo valor), junto con los capacitores. Reduciendo así los grados de libertad del sistema de ecuaciones y dejando disponibles para determinar las especificaciones del filtro a los demás componentes (en este caso  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_6$ ).

Esta característica no ocurre para la frecuencia de los polos  $\omega_o$  ya que  $\sum S_{R_i}^{\omega_o} = \sum S_{C_i}^{\omega_o} - 1$ , entonces en este caso los efectos son acumulativos y si se emplean componentes del mismo lote, los efectos sobre la magnitud en cuestión se verán multiplicados por la cantidad de componentes sesgados en el mismo sentido. Por eso para circuitos con esta característica suelen emplearse componentes desviados en sentidos opuestos respecto del valor nominal. Por ejemplo, para dos resistores de  $15k\Omega$  al 5 % una buena elección sería  $14,9k\Omega$  y  $15,1k\Omega$ .

Por otro lado, se destaca que la realimentación neta de este circuito es negativa pero así y todo tiene la desventaja que como el factor de calidad es sensible al ancho de banda del operacional, el cual tiende a aumentarlo, y para circuitos de alto  $Q$ , mover a los polos al semiplano derecho del plano complejo  $S$ . Por lo tanto si el ancho de banda del operacional es lo suficientemente bajo el circuito se volverá inestable y tenderá a producir oscilaciones. Este efecto puede ser reducido empleando un resistor de feedback entre la salida del primer operacional y su entrada no inversora[2].

Además otro problema con esta topología es que al poseer una salida HP, se debe considerar las limitaciones del SR de los operacionales.

Por estas razones, esta topología no parece ser apropiada ya que para implementar el filtro rechaza banda especificado deberían utilizarse 4 operacionales y 10 componentes por cada par de polos y ceros, lo que le da al circuito un requerimiento importante de presupuesto para poder ser implementado. Además hay una dependencia muy fuerte hacia algunos componentes, en particular  $R_1$  para el factor de calidad  $Q$ . Por estas razones se analizarán otras celdas que puedan suplir estas falencias, la próxima será la celda Tow-Thomas.

## 4.5. Tow-Thomas

A diferencia de la celda KHN, la implementación de Tow-Thomas se lleva a cabo reemplazando en el diagrama de bloques 4.4, el primer lazo de realimentación por un filtro de primer orden pasa bajos, o lo que es lo mismo, un integrador con pérdidas.

La función transferencia del filtro pasa bajos (LP) se puede conseguir con un integrador de Miller compensado con una resistencia en paralelo al capacitor (figura 4.10). Esto permite realizar simultáneamente el bloque sumador junto al primer integrador y reducir así la cantidad de Op-Amps utilizados. El costo de este beneficio es la pérdida de la salida HP. La ecuación 4.36 define la transferencia de este módulo.

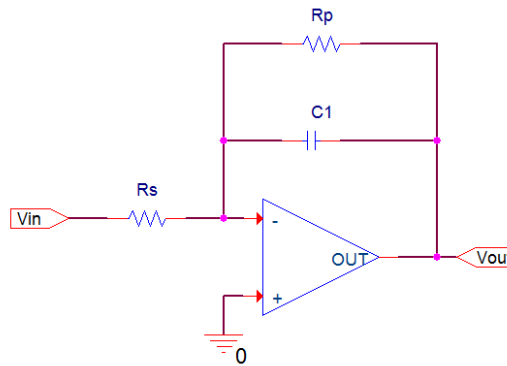


Figura 4.10: Integrador de Miller compensado.

$$H_i(S) = \frac{-R_{pi}/R_{si}}{\frac{S}{\omega_o} + 1}, \quad \omega_o = \frac{1}{R_{pi} \cdot C_i} \quad (4.36)$$



A continuación se realizará un análisis para la implementación del diagrama en bloques 4.4 con este tipo de integradores, tal y como se exhibe en la figura 4.11:

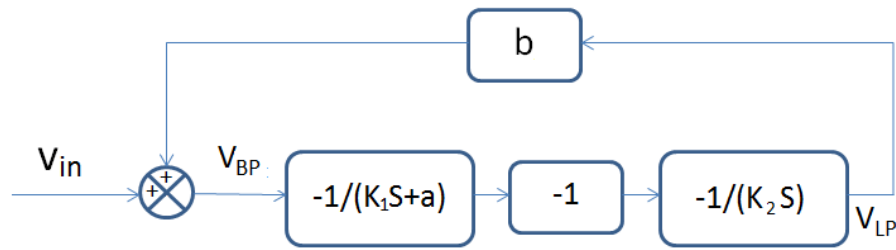


Figura 4.11: Diagrama en bloques de la celda Tow-Thomas.

El sistema de control de la figura 4.11 responde a la ecuación 4.37.

$$V_{BP}(S) = V_{in}(S) - \frac{b}{k_2 \cdot S} \cdot \frac{V_{BP}(S)}{(k_1 \cdot S + a)} \quad (4.37)$$

Despejando para la función transferencia, se llega a las expresiones 4.38 y 4.39.

$$H_{BP}(S) = \frac{V_{BP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G_{BP} \cdot S}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.38)$$

$$H_{LP}(S) = \frac{V_{LP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G_{LP}}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.39)$$

#### 4.5.1. Circuito

Para la implementación de la figura 4.12 y las condiciones de diseño se llegan a las relaciones del sistema 4.40.

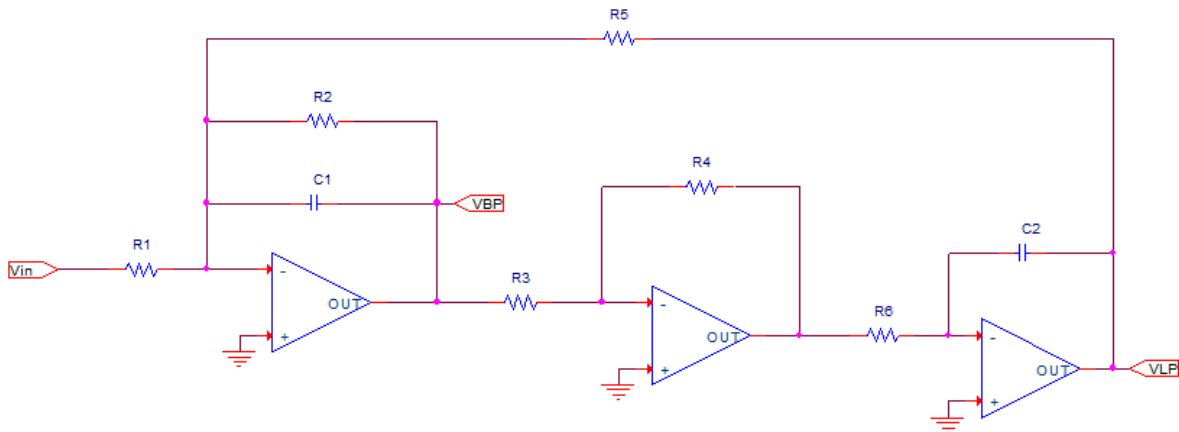


Figura 4.12: Celda Tow-Thomas.

$$\begin{cases} \omega_o = \sqrt{\frac{R_4}{R_3 \cdot R_5 \cdot R_6 \cdot C_1 \cdot C_2}} \\ Q = R_2 \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_4}{R_3 \cdot R_5 \cdot R_6 \cdot C_2}} \\ G_{BP} = -\frac{R_3 \cdot R_5 \cdot R_6 \cdot C_2}{R_1 \cdot R_4} \\ G_{LP} = -\frac{R_5}{R_1} \end{cases} \quad (4.40)$$

Vale la pena destacar que esta topología no posee una salida pasa altos, así que tampoco se puede conseguir una salida rechaza banda como se hizo antes con el sumador de la figura 4.8. Sin embargo, una alternativa para conseguir la salida rechaza banda es utilizar el mismo sumador pero en vez de utilizar como entradas a  $V_{LP}(S)$  y  $V_{HP}(S)$ , emplear la señal de entrada  $V_{in}(S)$  y la salida pasa banda  $V_{BP}(S)$  según se demuestra a continuación, haciendo uso de la ecuación 4.38.

$$V_{out}(S) = V_{in}(S) + V_{BP}(S) = V_{in}(S) \cdot \left( 1 + \frac{\frac{-1}{R_1 \cdot C_1} \cdot S}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \right) \quad (4.41)$$

$$\frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1 + \frac{-1}{R_1 \cdot C_1} \cdot S}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.42)$$

Teniendo en cuenta el sistema 4.40 se puede demostrar que se cumple la relación 4.43:

$$\frac{1}{Q \cdot \omega_o} = \frac{1}{R_1 \cdot C_1} \quad (4.43)$$

Entonces la expresión 4.42 se reduce a la siguiente ecuación, característica de sistemas con respuesta rechaza banda (BR), ya que posee un cero de transmisión en  $\omega_o$ .

$$H_{BS}(S) = \frac{V_{BS}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + 1}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.44)$$

La celda Tow-Thomas además tiene una ventaja importante y es que una señal de alta frecuencia no causará limitaciones de Slew Rate en el circuito ya que estas frecuencias son atenuadas (por no tener salida pasa altos).

En el cuadro 4.5 se exhiben las sensibilidades relativas para las variables intervinientes:

Componente	$S_X^{\omega_o}$	$S_X^Q$	$S_X^{G_{BP}}$	$S_X^{G_{LP}}$
$R_1$	0	0	-1	-1
$R_2$	0	1	0	0
$R_3$	-0,5	-0,5	1	0
$R_4$	0,5	0,5	-1	0
$R_5$	-0,5	-0,5	1	1
$R_6$	-0,5	-0,5	1	0
$C_1$	-0,5	0,5	0	0
$C_2$	-0,5	-0,5	1	0
$\sum S_{R_i}^Y$	-1	0	1	0
$\sum S_{C_i}^Y$	-1	0	1	0

Cuadro 4.5: Cuadro de sensibilidades con celda Tow-Thomas.

Se observa de nuevo que *las sensibilidades respecto a los componentes permanecen constantes*, aunque a diferencia de la KHN esta celda tiene valores de sensibilidad menores o iguales a la unidad. La dependencia más crítica se da con  $R_2$  para el factor de calidad de los polos. También se destaca una intervención importante de todos los componentes en las ganancias de las etapas y que los efectos de tanto las resistencias como los capacitores no se

cancelan entre sí para la frecuencia de los polos y la ganancia pasa banda, es decir que componentes provenientes de un mismo lote acentuarán su incidencia sobre la magnitud en cuestión.

Algunas consideraciones de diseño aceptables teniendo en cuenta las sensibilidades del circuito son las siguientes:

- $\omega_o$  preciso:  $R_3$  y  $R_4$  del mismo sesgo (o hasta incluso del mismo valor) ya que ambas se encuentran en la misma etapa inversora, y por otro lado:  $R_5$ ,  $R_6$  de sesgos iguales entre sí pero opuestos al de  $R_2$ , mientras que  $C_1$ ,  $C_2$  de sesgos opuestos para de esta forma compensar influencias al máximo.
- $Q$  preciso:  $R_3$ ,  $R_4$  y  $C_1$ ,  $C_2$  del mismo sesgo (o hasta incluso del mismo valor para que sean del mismo lote) y por otro lado:  $R_5$ ,  $R_6$  de sesgos opuestos.
- $G_{BP}$  preciso:  $R_1$ ,  $R_5$  y  $R_3$ ,  $R_4$  de mismo sesgo ya que ambas se encuentran en la misma etapa inversora y  $R_6$ ,  $C_2$  de sesgos opuestos.
- $G_{HP}$  preciso:  $R_1$ ,  $R_5$  de mismo sesgo.

Esta celda puede satisfacer las falencias de la KHN en cuanto a las limitaciones del SR ya que al no poseer una salida HP difícilmente se alcance este límite. Sin embargo, el problema de esta celda, si bien la realimentación neta es negativa, radica en los sobre picos que pueden originarse en el bloque integrador de la salida pasa bajos, ya que al no estar compensado, la inestabilidad del sistema ante polos cercanos al eje  $j\omega$  (polos de alto  $Q$ ) no hace viable una implementación de la celda para valores altos de factor de calidad ya que una mínima variación en los componentes puede tornar inestable al sistema y alterar considerablemente la respuesta del filtro al igual que la KHN.

La celda Tow-Thomas tiene buena respuesta para implementaciones de alto  $Q$  debido al integrador compensado que se utiliza para la celda y a que las sensibilidades de los componentes son independiente de los componentes y menores a la unidad. Esta celda requiere de al menos 3 Op-Amps y 8 componentes por lo que si bien emplea menos que la KHN, su utilización se recomienda que sea para filtros con altos valores de  $Q$ . Finalmente se destaca para la celda Tow-Thomas que sus componentes tienen influencias en las impedancias de entrada y de salida de la celda, nótese la disposición de  $R_1$  y  $R_5$  en el circuito (figura 4.12).

Así, con el propósito de encontrar una celda apta para filtros de alto factor de mérito, se continuará con una celda que en principio cumple el mismo esquema en bloques, pero que difiere en la forma de implementar el integrador, y esta característica le permite realizar filtros de alto  $Q$  sin tornarse inestable, esta celda es la denominada Akerberg-Mossberg.

## 4.6. Ackerberg-Mossberg

Esta celda se basa en el mismo principio de funcionamiento que la celda Tow-Thomas, con la salvedad que utiliza un integrador no inversor el cuál compensa pérdidas debidas al  $A_{vol}$ . Esto hace apto al circuito para implementaciones de alto Q si los operacionales están matcheados, es decir son del mismo circuito integrado. Esto condiciona la implementación a operacionales dobles o cuádruples, descartando modelos de operacionales simples como el TL071, LM081, LM741, entre otros.

Un integrador con compensador activo se ilustra en la figura 4.13 y su transferencia está dada por la ecuación 4.45

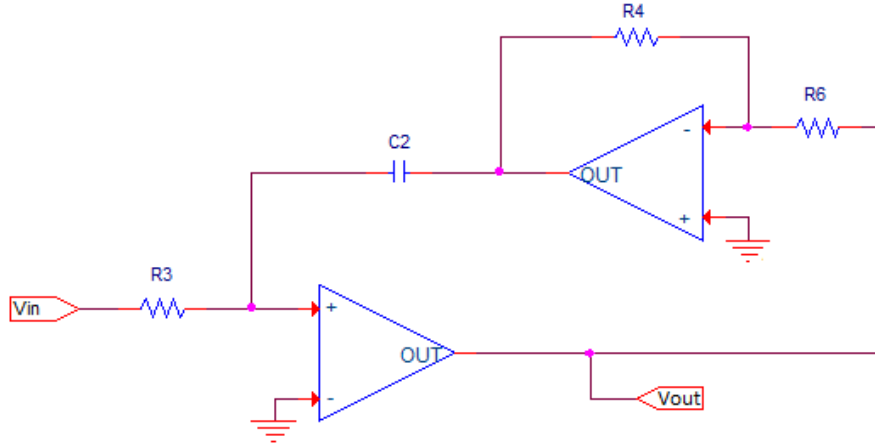


Figura 4.13: Integrador con compensador activo.

$$H(S) = \frac{G}{S}, \quad G = \frac{R_6}{R_3 \cdot R_4 \cdot C_2} \quad (4.45)$$

Una deficiencia de esta celda es que tampoco posee salida HP, el diagrama en bloques es el que se observa en la figura 4.11.

### 4.6.1. Circuito

La celda de Ackerberg-Mossberg es la siguiente:

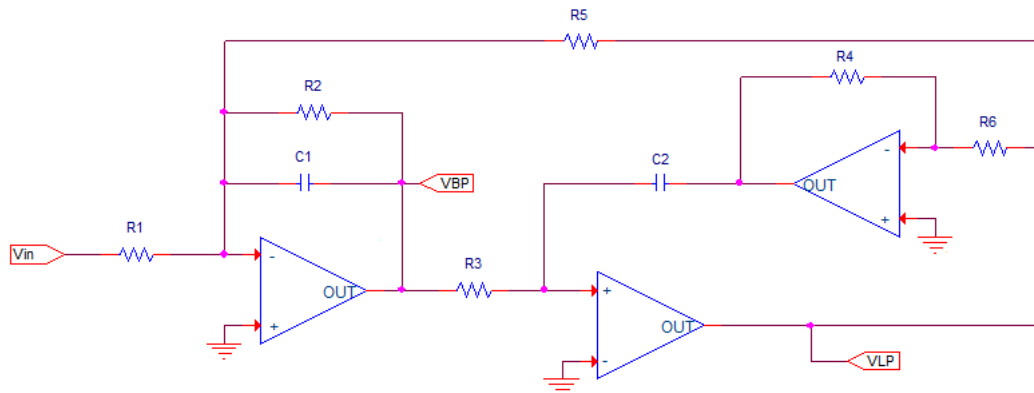


Figura 4.14: Celda Ackerberg-Mossberg.

Donde las ecuaciones de transferencia que rigen a esta celda son:

$$H_{BP}(S) = \frac{V_{BP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G_{BP} \cdot S}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.46)$$

$$H_{LP}(S) = \frac{V_{LP}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{G_{LP}}{\left(\frac{S}{\omega_o}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_o} + 1} \quad (4.47)$$

$$\begin{cases} \omega_o = \sqrt{\frac{R_6}{R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot C_1 \cdot C_2}} \\ Q = R_2 \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_6}{R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot C_2}} \\ G_{BP} = -\frac{R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot C_2}{R_1 \cdot R_6} \\ G_{LP} = -\frac{R_5}{R_1} \end{cases} \quad (4.48)$$

Las sensibilidades relativas de  $\omega_o$ ,  $Q$  y las ganancias se calculan a partir de las definiciones del sistema 4.48 y se muestran en el cuadro 4.6:

Componente	$S_X^{\omega_o}$	$S_X^Q$	$S_X^{G_{BP}}$	$S_X^{G_{LP}}$
$R_1$	0	0	-1	-1
$R_2$	0	1	0	0
$R_3$	-0,5	-0,5	1	0
$R_4$	-0,5	-0,5	1	0
$R_5$	-0,5	-0,5	1	1
$R_6$	0,5	0,5	-1	0
$C_1$	-0,5	0,5	0	0
$C_2$	-0,5	-0,5	1	0
$\sum S_{R_i}^Y$	-1	0	1	0
$\sum S_{C_i}^Y$	-1	0	1	0

Cuadro 4.6: Cuadro de sensibilidades con celda Ackerberg-Mossberg.

Se observa que las sensibilidades de las ganancias siguen teniendo una dependencia de módulo unitario con los componentes, inclusive se tiene la misma dependencia de  $R_2$  hacia el factor de calidad. Más aún, el cuadro de sensibilidades se corresponde de manera idéntica con el de la celda Tow-Thomas si se intercambian  $R_4$  con  $R_6$ , por eso las condiciones de diseño serán similares.

Por el lado del factor de calidad, si bien el integrador compensado activamente es apto para celdas de alto  $Q$  ya que no invierte la fase como si lo hace el integrador de Miller se recomienda que los Op-Amp sean del mismo circuito integrado para asegurarse que estén matcheados entre sí. Para la celda Tow-Thomas esto no fue necesario ya que la misma no tenía compensaciones por pérdidas de variaciones de  $A_{vol}$  (de esto se encarga el bloque integrador compensado). Si bien esta característica mejora la respuesta en frecuencia de la celda, antes de definir una celda para implementar el filtro se analizará una última configuración de celda universal, la celda Tow-Fleischer.

## 4.7. Tow-Fleischer

Esta celda se diferencia principalmente de las anteriores en que la señal de entrada  $V_{in}(S)$  se inyecta en distintas etapas del circuito y no únicamente en la entrada como se venía haciendo hasta el momento.

Esto no requiere de un operacional extra, por lo que reduce su costo y consumo de corriente frente a otras celdas universales con las mismas salidas.

El diagrama en bloques de la celda Tow-Fleischer es el siguiente:

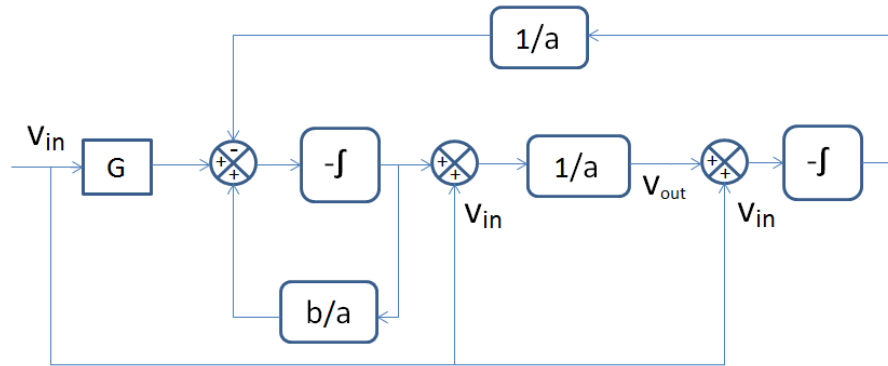


Figura 4.15: Diagrama en bloques de la celda Tow-Fleischer.

Cada uno de los integradores, junto con los sumadores precedente pueden ser implementados con un mismo amplificador operacional. Esto reduce a la mitad el número de operacionales necesarios.

### 4.7.1. Circuito

La implementación del diagrama en bloques 4.15 se corresponde con el circuito de la figura 4.16, y su función transferencia está dada por la ecuación 4.49.

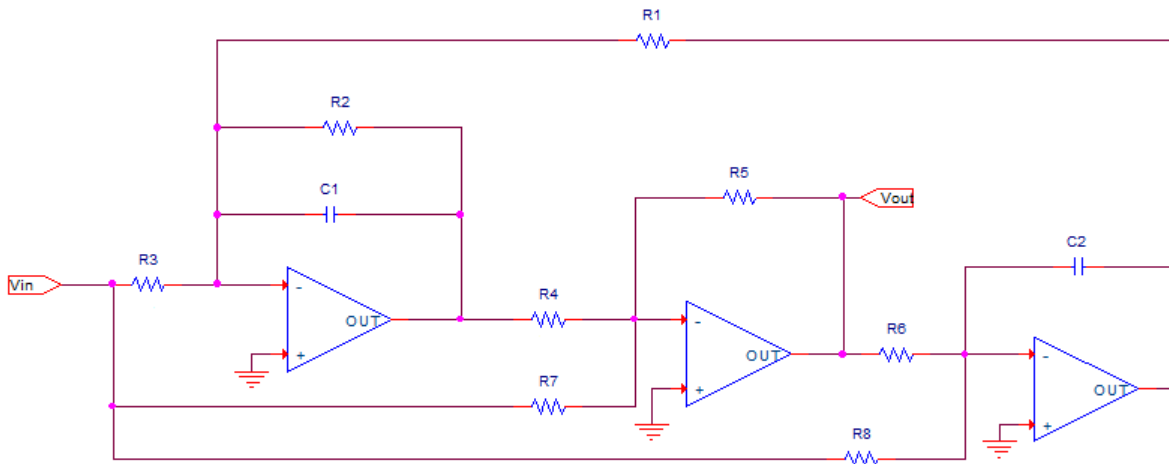


Figura 4.16: Celda Tow-Fleischer.

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = G \cdot \frac{\left(\frac{S}{\omega_z}\right)^2 + \frac{S}{Q_z \cdot \omega_z} + 1}{\left(\frac{S}{\omega_p}\right)^2 + \frac{S}{Q_p \cdot \omega_p} + 1} \quad (4.49)$$

Donde:

$$\begin{cases} \omega_z = \sqrt{\frac{R_7}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_8}} \\ \frac{1}{Q_z \cdot \omega_z} = C_2 \cdot R_1 \cdot R_8 \left( \frac{R_4}{R_2 \cdot R_7} - \frac{1}{R_3} \right) \\ \omega_p = \sqrt{\frac{R_5}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_6}} \\ \frac{1}{Q_p \cdot \omega_p} = \frac{C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_6}{R_2 \cdot R_5} \\ G = -\frac{R_6}{R_8} \end{cases} \quad (4.50)$$

Para conseguir que la salida de la celda se comporte como rechaza banda se debe conseguir  $Q_z \rightarrow \infty$ , esta condición se logra haciendo:

$$\frac{R_4}{R_7} = \frac{R_2}{R_3} \quad (4.51)$$

Y así la transferencia de la celda se reduce a la siguiente expresión:

$$H_{BS}(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(s)} = G_{BS} \cdot \frac{\left(\frac{S}{\omega_z}\right)^2 + 1}{\left(\frac{S}{\omega_p}\right)^2 + \frac{S}{Q \cdot \omega_p} + 1} \quad (4.52)$$

donde:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{R_7}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_8}} \quad (4.53)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_5}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_6}} \quad (4.54)$$

$$Q = R_2 \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot R_5}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot R_6}} \quad (4.55)$$

$$G_{BS} = -\frac{R_6}{R_8} \quad (4.56)$$

Las sensibilidades relativas de  $\omega_p, \omega_z$  y  $Q$  se calculan a partir de las definiciones de las ecuaciones 4.53, 4.54, 4.55 y 4.56 y se muestran en el siguiente cuadro:

Componente	$S_X^{\omega_p}$	$S_X^{\omega_z}$	$S_X^Q$	$S_X^{G_{BS}}$
$R_1$	-0,5	-0,5	-0,5	0
$R_2$	0	0	1	0
$R_3$	0	0	0	0
$R_4$	-0,5	-0,5	-0,5	0
$R_5$	0,5	0	0,5	0
$R_6$	-0,5	0	-0,5	1
$R_7$	0	0,5	0	0
$R_8$	0	-0,5	0	-1
$C_1$	-0,5	-0,5	0,5	0
$C_2$	-0,5	-0,5	-0,5	0
$\sum S_{R_i}^Y$	-1	-1	0	0
$\sum S_{C_i}^Y$	-1	-1	0	0

Cuadro 4.7: Cuadro de sensibilidades con celda Tow-Fleischer.

El análisis del cuadro de sensibilidades 4.7 conduce a las siguientes condiciones de diseño:

- $\omega_p$  preciso: el par  $R_4$  y  $R_5$  del mismo sesgo o hasta incluso del mismo valor ya que ambas se encuentran en la misma etapa inversora, y por otro lado:  $R_1$ ,  $R_6$  de sesgos opuestos, al igual que  $C_1$ ,  $C_2$  y de esta forma compensar influencias.
- $\omega_z$  preciso:  $R_4$  y  $R_7$  del mismo sesgo y del mismo valor para simplificar la condición de los ceros de transmisión (ecuación 4.51), y por otro lado, los pares  $R_1$ -  $R_8$  y  $C_1$  -  $C_2$  de sesgos opuestos para de esta forma compensar influencias.
- $Q$  preciso:  $R_4$ ,  $R_5$  y  $C_1$ ,  $C_2$  del mismo sesgo (o hasta incluso del mismo valor para que sean del mismo lote) y por otro lado:  $R_1, R_4$  del mismo sesgo y opuesto al de  $R_2$ .
- $G_{BS}$  preciso:  $R_6$ ,  $R_8$  de mismo sesgo.
- Suele emplearse  $R_2 = R_3$  del mismo sesgo para simplificar la condición 4.51.

## 4.8. Notch Depth

Se sabe que en la práctica no es sencillo lograr que un término de la forma  $a \cdot S^2 + b \cdot S + c$  se convierta en uno sin término lineal ya que normalmente para que eso ocurra se deben dar una conjunción de condiciones (por ejemplo la ecuación 4.51). Por esta razón es que se define, en analogía con el factor de calidad que mide la selectividad de un circuito, un factor ND[7] (Notch Depth, o profundidad de los ceros de transmisión) que mide que tan ceros de transmisión son un par de ceros complejos conjugados, es decir, es un factor de cercanía al eje  $j\omega$  el cual se define como sigue:

$$ND = \frac{1}{Q_z} \quad (4.57)$$

Donde  $Q_z$  es el factor de calidad de los ceros, e idealmente ND debe ser 0.

## 4.9. Sensibilidades absolutas de los polos

En el siguiente cuadro, y mediante las ecuaciones especificadas en el anexo se calculan las sensibilidades absolutas de los polos para los componentes que intervengan:

Componente	HP: $\hat{S}_X^{s+}$ [rad/s]	HP: $\hat{S}_X^{s-}$ [rad/s]	LP: $\hat{S}_X^{s+}$ [rad/s]	LP: $\hat{S}_X^{s-}$ [rad/s]
$R_1$	$1, 22k + j39, 53k$	$1, 22k - j39, 53k$	$1, 18k + j15, 77k$	$1, 18k - j15, 77k$
$R_2$	$-1, 22k + j39, 53k$	$-1, 22k - j39, 53k$	$-1, 18k + j15, 77k$	$-1, 18k - j15, 77k$
$R_4$	$1, 22k - j39, 53k$	$1, 22k + j39, 53k$	$1, 18k + j15, 77k$	$1, 18k - j15, 77k$
$R_5$	$-0, 61k - j19, 77k$	$-0, 61k + j19, 77k$	$-0, 59k + j7, 88k$	$-0, 59k - j7, 88k$
$R_6$	$0, 61k - j19, 77k$	$0, 61k + j19, 77k$	$0, 59k - j7, 88k$	$0, 59k + j7, 88k$
$C_1$	$0, 61k - j19, 77k$	$0, 61k + j19, 77k$	$0, 59k - j7, 88k$	$0, 59k + j7, 88k$
$C_2$	$0, 61k - j19, 77k$	$0, 61k + j19, 77k$	$0, 59k - j7, 88k$	$0, 59k + j7, 88k$
$\sum S_{R_i}^Y$	$1, 22k + j39, 53k$	$1, 22k - j32, 65k$	$1, 18k + j15, 77k$	$1, 18k - j15, 77k$
$\sum S_{C_i}^Y$	$1, 22k + j39, 53k$	$1, 22k - j32, 65k$	$1, 18k + j15, 77k$	$1, 18k - j15, 77k$

Cuadro 4.8: Sensibilidades absolutas de los polos.

En el cuadro se observa que las sensibilidades de todos los componentes son más propensas a cambios en el eje imaginario que en el eje real, por eso se espera que el  $Q$  difiera más que la frecuencia de los polos a la hora de la implementación. Además se observa claramente una de las virtudes de las celdas universales, como las sensibilidades son constantes, los corrimientos en el plano complejo de sus singularidades puede ser compensados fácilmente por otro componente que se encuentre desviado en la misma magnitud pero sesgo contrario (si las sensibilidades coinciden en signo y módulo, sino como corresponda).



## 4.10. Implementación

Finalmente se elige la celda Tow-Fleischer ante las demás porque sólo utiliza 3 amplificadores operacionales y *no requiere que estos estén matcheados* como era el caso de la celda Akerberg-Mossberg. Esta característica aumenta la cantidad de circuitos integrados que pueden ser elegidos ya que sino se estaban truncando las posibilidades a los integrados que posean 4 amplificadores operacionales por chip. Otro factor determinante en la elección de la celda fue que esta permite que una misma salida se comporte como pasa bajos, pasa altos, pasa banda, con o sin cero de transmisión, simplemente cambiando los valores de los componentes o hasta incluso abriendo algunas ramas (Para quitar los ceros se debe hacer  $R_7 = R_8 = \infty$ ) por lo tanto desde un punto de vista de escalabilidad comercial es interesante la modularización del circuito, ya que una misma celda, cambiando algunos valores de componentes pueda ser utilizada para distintos fines. Un circuito integrado que sigue este principio es el UAF42AP de Texas Instruments y consiste en una celda universal integrada[1].

Entonces, para cumplir las especificaciones del filtro rechaza banda y realizar las singularidades de la figura 4.3 se implementarán 2 celdas Tow-Fleischer en cascada según se exhibe en la imagen 4.17, donde el sufijo “a” indica a los componentes de la primer etapa y el sufijo “b” a los de la segunda.

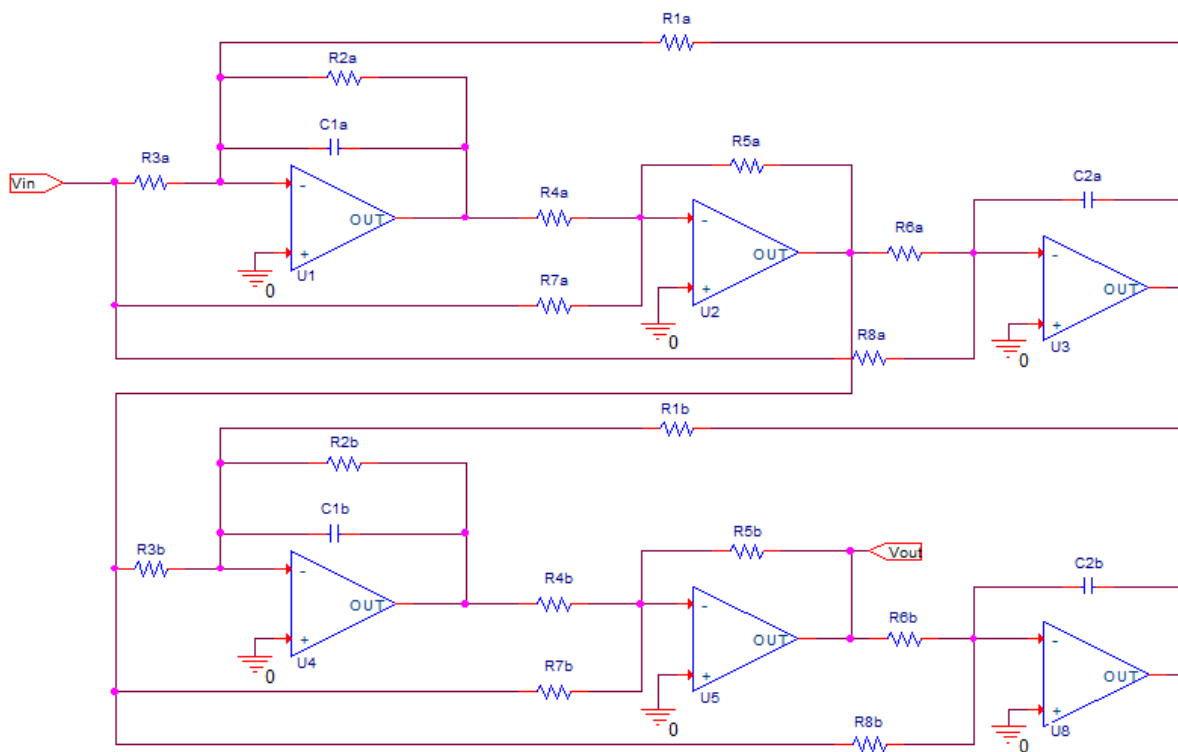


Figura 4.17: Circuito propuesto para el filtro especificado.

Si bien se destacó como una virtud de la configuración que esta utilice sólo 3 operacionales para cada etapa, como no existen integrados comerciales que disponga de solamente 3 Op-Amp y esto llevaría a tener que usar 2 integrados, uno dual y otro simple para alcanzar la especificación, esto aumentaría el costo de la celda, contradiciendo la idea de modularización mencionada con anterioridad. Además se observa en el circuito que la impedancia de entrada (figura 4.18a) es fuertemente dependiente del paralelo entre  $R_3$ ,  $R_7$  y  $R_8$  lo cual no es una característica deseable para un circuito porque puede cargar a etapas anteriores y alterar a la señal en sí. Entonces se hará uso de un integrado con 4 operacionales y se colocará al sobrante como buffer de entrada y salida, siendo el buffer de entrada un no inversor con ganancia regulable de 0 a 6dB para satisfacer la especificación sugerida en el cuadro 4.1.

Por otro lado, se busca maximizar el funcionamiento de la celda para altas frecuencias (al menos 2 décadas después de la frecuencia de atenuación) por eso se busca un operacional de gran ancho de banda.

Teniendo en cuenta las últimas consideraciones de diseño, del abanico de posibilidades se reducen las mismas a

los circuitos integrados TL084 y LM324. Se descarta a este último ya que según especifica el fabricante es propenso a producir distorsión de Crossover.

Los componentes utilizados se detallan en los siguientes cuadros:

<i>Componente</i>	<i>Valor Teórico</i>	<i>Conexionado</i>	<i>Error de aprox.</i>	<i>Valor Medido</i>	<i>Error total</i>
$R_1$	$31,493k\Omega$	$680k \parallel 33k$	0,07 %	$(30,83 \pm 0,01)k\Omega$	1,00 %
$R_2$	$406,158k\Omega$	$390k + 15k$	1,00 %	$(405,64 \pm 0,01)k\Omega$	0,20 %
$R_3$	$406,158k\Omega$	$390k + 15k$	1,00 %	$(405,41 \pm 0,01)k\Omega$	0,20 %
$R_4$	$10k\Omega$	$10k$	0,00 %	$(10,01 \pm 0,01)k\Omega$	0,10 %
$R_5$	$6881,5\Omega$	$6,8k + 82$	0,01 %	$(6,88 \pm 0,01)k\Omega$	0,03 %
$R_6$	$20,470k\Omega$	$22k \parallel 270k$	0,00 %	$(20,37 \pm 0,01)k\Omega$	0,50 %
$R_7$	$10k\Omega$	$10k$	0,00 %	$(10,03 \pm 0,01)k\Omega$	0,30 %
$R_8$	$31,493k\Omega$	$680k \parallel 33k$	0,07 %	$(31,38 \pm 0,01)k\Omega$	0,38 %
$C_1$	$1nF$	$1nF$	0,00 %	$(1,03 \pm 0,01)nF$	3,00 %
$C_2$	$1nF$	$1nF$	0,00 %	$(1,02 \pm 0,01)nF$	2,00 %
$R_g$	$6,8k\Omega$	$6,8k$	0,00 %	$(6,75 \pm 0,01)k\Omega$	0,75 %
$R_{pote}$	$10k\Omega$	$10k$	0,00 %	$(9,50 \pm 0,01)k\Omega$	5,26 %

Cuadro 4.9: Componentes del filtro HP.

<i>Componente</i>	<i>Valor Teórico</i>	<i>Conexionado</i>	<i>Error de aprox.</i>	<i>Valor Medido</i>	<i>Error total</i>
$R_1$	$1464\Omega$	$56k \parallel 1,5k$	0,02 %	$(1,46 \pm 0,01)k\Omega$	0,07 %
$R_2$	$10k\Omega$	$10k$	0,00 %	$(9,97 \pm 0,01)k\Omega$	0,30 %
$R_3$	$10k\Omega$	$10k$	0,00 %	$(9,99 \pm 0,01)k\Omega$	0,10 %
$R_4$	$1k\Omega$	$1k$	0,00 %	$(998 \pm 0,01)\Omega$	0,20 %
$R_5$	$1084\Omega$	$3,9k \parallel 1,5k$	0,06 %	$(1,08 \pm 0,01)k\Omega$	0,56 %
$R_6$	$1,682k\Omega$	$1k + 680$	0,12 %	$(1,68 \pm 0,01)k\Omega$	0,12 %
$R_7$	$1k\Omega$	$1k$	0,00 %	$(995 \pm 0,01)\Omega$	0,50 %
$R_8$	$1464\Omega$	$56k \parallel 1,5k$	0,02 %	$(1,46 \pm 0,01)k\Omega$	0,07 %
$C_1$	$22nF$	$22nF$	0,00 %	$(22,01 \pm 0,01)nF$	0,50 %
$C_2$	$22nF$	$22nF$	0,00 %	$(22,03 \pm 0,01)nF$	0,14 %

Cuadro 4.10: Componentes del filtro LP.

### 4.10.1. Impedancias de entrada y salida

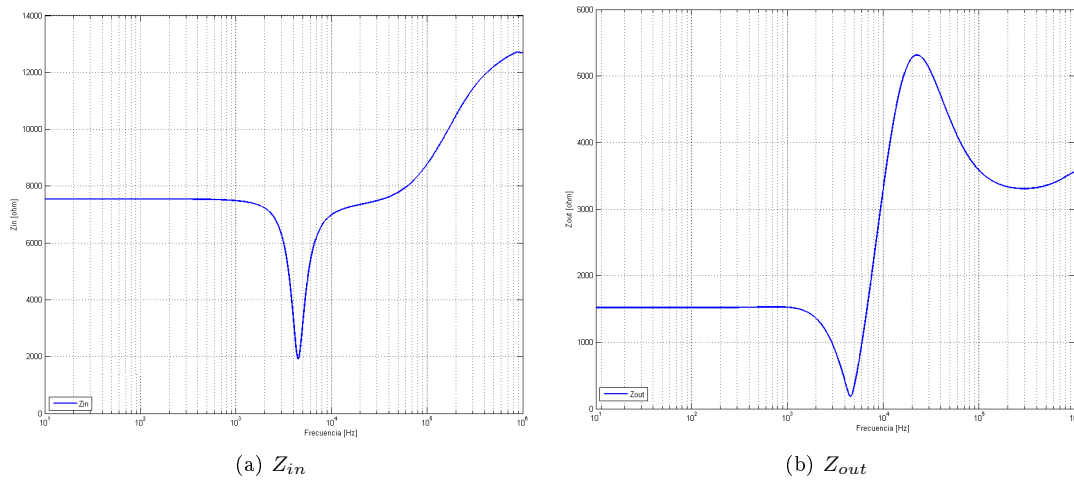


Figura 4.18: Impedancias de entrada y salida.

En las impedancias de entrada y salida se observan sobre picos en las frecuencias de los ceros de transmisión. También se destaca que la impedancia de entrada en frecuencias menores a la del filtro toma un valor nominal de  $7544\Omega$  cuando el paralelo entre  $R_3$ ,  $R_7$  y  $R_8$  es de  $7450,83\Omega$  por lo que se puede concluir que es fuertemente dependiente de los valores de los componentes empleados por lo que la decisión de colocar un buffer en la entrada queda convalida al observar el comportamiento de esta curva.

### 4.10.2. Gráficos

En la siguiente imagen se presenta el análisis de Montecarlo para la celda Tow-Fleischer con una tolerancia del 5 % en los mismos:

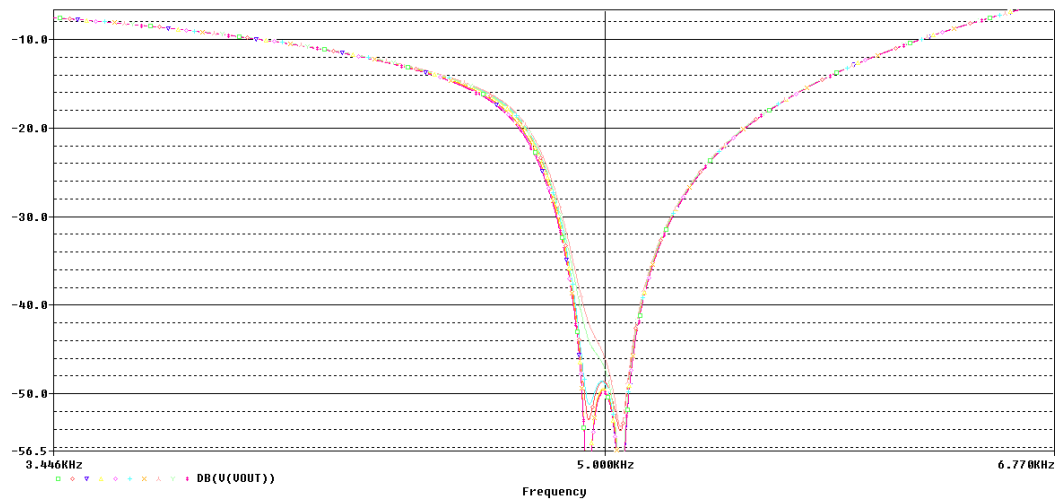


Figura 4.19: Análisis de Montecarlo.

A continuación se presenta la respuesta de la celda a la plantilla propuesta al inicio de este capítulo:

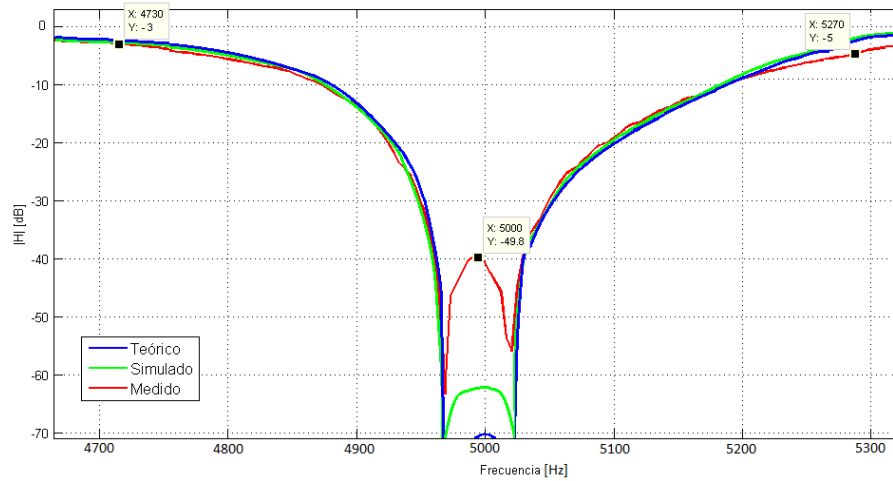


Figura 4.20: Respuesta en frecuencia.

Se observa en la imagen precedente que para la curva experimental no se pudo conseguir las especificaciones de atenuación en banda atenuada aunque si se consiguió coincidencia en las frecuencias de los ceros. Los cuales no llegaron a ser de transmisión, especialmente el de mayor frecuencia.

En la simulación tampoco se pudo conseguir la atenuación teórica porque en un intento de aumentar la semejanza con el modelo experimental se emplearon los paralelos y series de resistencias en vez de sus valores teóricos; de ahí las discrepancias en la curva verde.

## 4.11. Conclusiones

En el circuito experimental se midieron tensiones de offset a la salida del mismo de 10mV. Esta tensión se debe fundamentalmente a las corrientes de bias máximas, que para el TL084 utilizado son de 100pA y en el diseño del filtro no se las tuvo en cuenta para la elección de los valores de las resistencias.

Por otra parte, se midió una profundidad de ceros  $ND=0,10$  cuando en realidad debía de haber sido de  $\frac{1}{13,27} \approx 0,075$  lo que produce un error del 15 %, atribuible al acumulamiento de errores en los componentes intervinientes para la condición de los ceros de transmisión (ecuación 4.51). En cuanto al Slew Rate, no se tiene una importante limitación, ya que para una frecuencia 2 décadas por encima de  $f_{\infty}$ , es decir 500kHz, la máxima señal admitida será de 4,14Vp, según la expresión 4.58. Desde el punto de vista del rango dinámico se destaca que el circuito amplificador no inversor colocado a la entrada debió ser colocado a la salida del circuito ya que como el mismo debe tener una ganancia de 0 a 6dB se reduce considerablemente la amplitud máxima admitida a la entrada hasta apenas unos 4Vpp para que no se produzcan distorsiones en ninguno de los Op-Amp del filtro.

$$SR > 2\pi \cdot |V_p| \cdot f \quad (4.58)$$

Se puede demostrar que el ruido térmico en la salida de un filtro activo es proporcional al retardo de grupo [6]. De hecho, para filtros sin ceros de transmisión existe una combinación de las funciones transferencia del ruido, tales que son iguales al retardo de grupo. Es decir, para cualquier filtro sin ceros de transmisión es posible conseguir que el espectro de ruido a la salida sea un múltiplo exacto del retardo de grupo. Esto se da por que el retardo de grupo esencialmente es proporcional a la energía eléctrica almacenada en los capacitores (y energía magnética almacenada en los inductores, si los hubiera). Por lo tanto, las aproximaciones Chebycheff II y Cauer generarán menos ruido térmico que aproximaciones Butterworth o Chebycheff I[5].

# Anexo

## Sensibilidad de los polos

Dado dos polos complejos conjugados expresados por su frecuencia  $\omega_0$  y su factor  $Q$ , se puede expresar a dicho polo de la forma  $\sigma + j\omega$  a través de la ecuación 4.59. Sabiendo dicha relación y aplicando regla de la cadena se puede obtener las sensibilidades del polo sabiendo las de  $\omega_0$  y  $Q$ .

$$s = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1} \quad (4.59)$$

Por lo que calculando la sensibilidad absoluta de  $s$  y aplicando regla de la cadena queda la siguiente expresión:

$$\hat{S}_X^s = \left[ \frac{\partial s}{\partial Q} * \frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial s}{\partial \omega_0} * \frac{\partial \omega_0}{\partial X} \right] |_{X_0} \quad (4.60)$$

Y multiplicando el primer término por  $\frac{Q}{Q}$  y el segundo término por  $\frac{\omega_0}{\omega_0}$  obtenemos la sensibilidad absoluta del polo dada por la ecuación 4.61

$$\hat{S}_X^{s^\pm} = \hat{S}_Q^{s^\pm} S_X^Q + \hat{S}_{\omega_0}^{s^\pm} S_X^{\omega_0} \quad (4.61)$$

Donde

$$\hat{S}_Q^{s^\pm} = \frac{\omega_0}{2Q} \mp j \frac{\omega_0}{2Q \sqrt{4Q^2 - 1}} \quad (4.62)$$

$$\hat{S}_{\omega_0}^{s^\pm} = s = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1} \quad (4.63)$$

Notar que la sensibilidad absoluta respecto de  $Q$  invierte el signo del término imaginario. Además si se posee un polo real su expresión viene dada por la siguiente ecuación

$$s = -\omega_0 \quad (4.64)$$

Por lo que su sensibilidad estará dada por la siguiente expresión:

$$\hat{S}_X^{s^\pm} = \hat{S}_{\omega_0}^{s^\pm} S_X^{\omega_0} \quad (4.65)$$

Y en este caso  $S_{\omega_0}^{s^\pm}$  viene dada por la siguiente ecuación

$$S_{\omega_0}^{s^\pm} = s = -\omega_0 \quad (4.66)$$

# Bibliografía

- [1] <http://www.ti.com/product/uaf42>
- [2] LARS WANHAMMAR - Analog Filters using MATLAB - Springer - p 215-231, 2009
- [3] K. R. Laker, R. Schaumann, and M. S. Ghausi, "Multiple-loop feedback topologies for the design of low-sensitivity active filters," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-26, pp. 1-21, Jan. 1979.
- [4] <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl082-n.pdf>
- [5] LARS WANHAMMAR - Analog Filters using MATLAB - Springer - p 238, 2009
- [6] GERRIT GROENEWOLD - Noise and group delay in active filters - IEEE Trans. Circuits Syst. - p 1471-1480, July 2007
- [7] MOHAN ANANDA - Notch networks with adjustable notch depth and notch frequency - IEEE Trans. Circuits Syst. - p 187 - 189, June 2005
- [8] TEXAS INSTRUMENTS - Op-Amps for everyone - 16.8 Practical design hints
- [9] Adel Sedra, Mohamed Ghorab and Ken martin - "Optimum Configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters".