モデル集計による母平均の推定

機械学習

川田恵介
東京大学
keisukekawata@iss.u-tokyo.ac.jp

2025-11-16

1 今後の予定

1.1 ここまで

- OLS/LASSO (線型モデル) を用いた
  - 予測分析: X (物件の属性) の情報から Y (取引価格) を推測するモデルを推定
  - 比較分析: 同じような X を持つ物件について、D (改築済み/未改築) と Y (取引価格) の関係性を推定

1.2 課題

- 線型モデルを当てはめることが難しい母集団も存在
  - 予測精度の悪化、ミスリードな推定結果
- Y と D の関係性は、Xに依存
- より柔軟なアプローチが必要

1.3 実例

```
library(tidyverse)

data("CPS1985", package = "AER")

Y <- log(CPS1985$wage)

D <- if_else(
  CPS1985$occupation == "technical",
  1,
  0
)
```

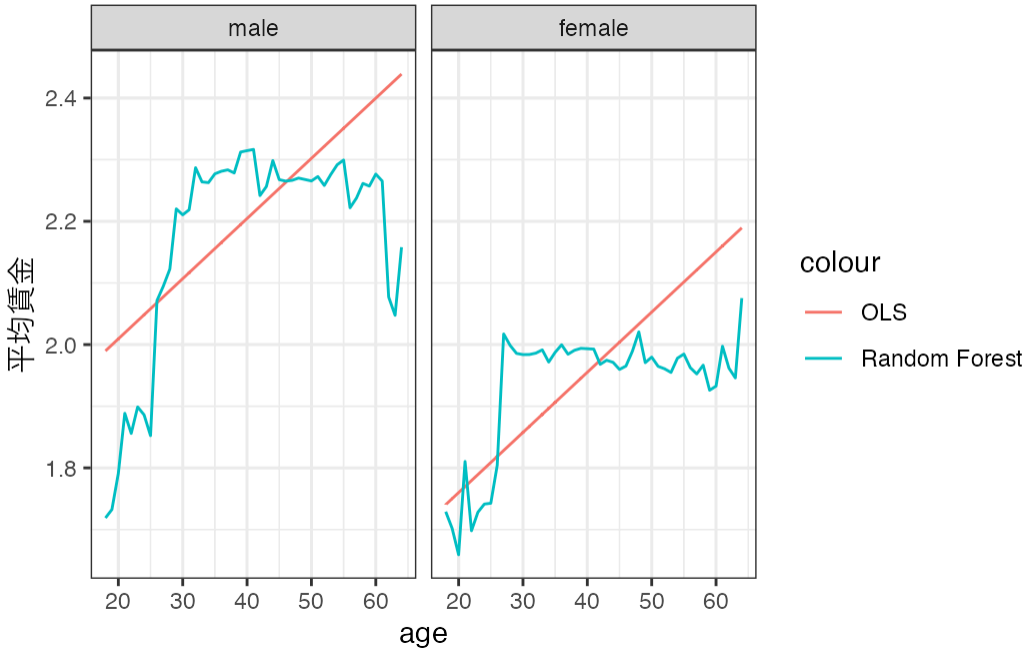
```
X <- model.matrix(
  ~ age + gender,
  CPS1985
)

X <- X[,-1]
```

1.4 実例: 賃金関数の推定

```
model_Y <- ranger::ranger(
  y = Y,
  x = X
) # Random Forest
```

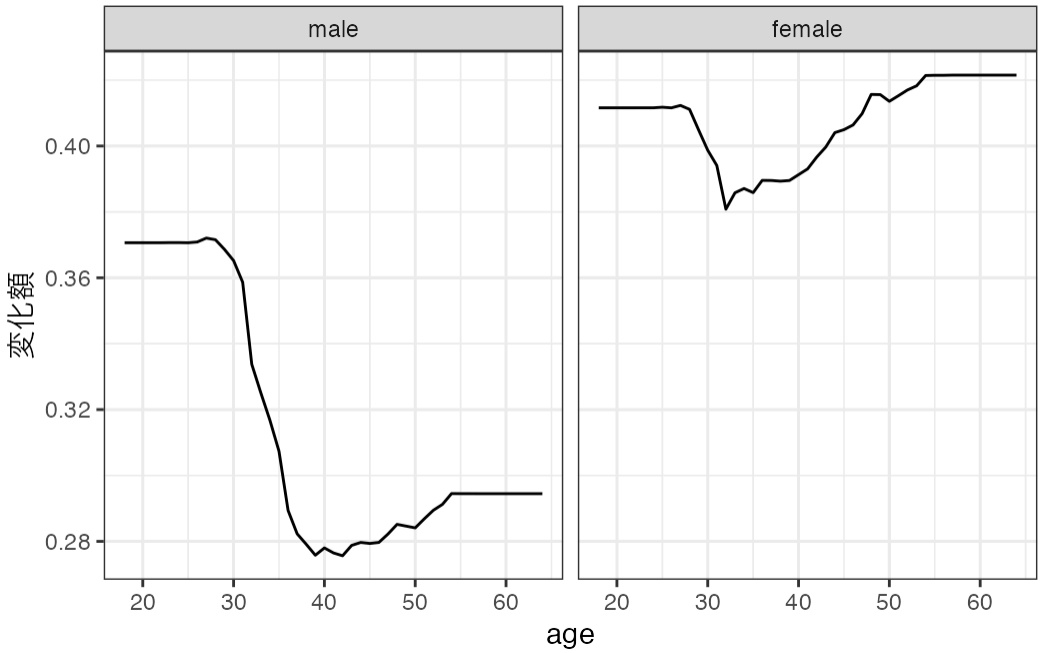
1.5 実例: 賃金”予測”モデル



1.6 実例: 専門職 VS 非専門職

```
model_tau <- grf::causal_forest(
  X = X,
  Y = Y,
  W = D
) # Causal Forest
```

1.7 実例: 専門職 VS 非専門職



1.8 RoadMap

- 線型モデルを補うために、回帰木モデルを改善する
  - Random Forest
- LASSO 以外も活用できる柔軟な比較分析の方法を紹介
  - Double/debiased machine learning

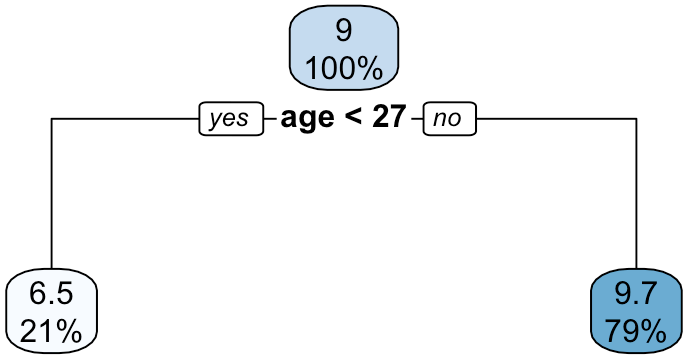
2 回帰木モデルの利点と弱点

2.1 回帰木モデルの復習

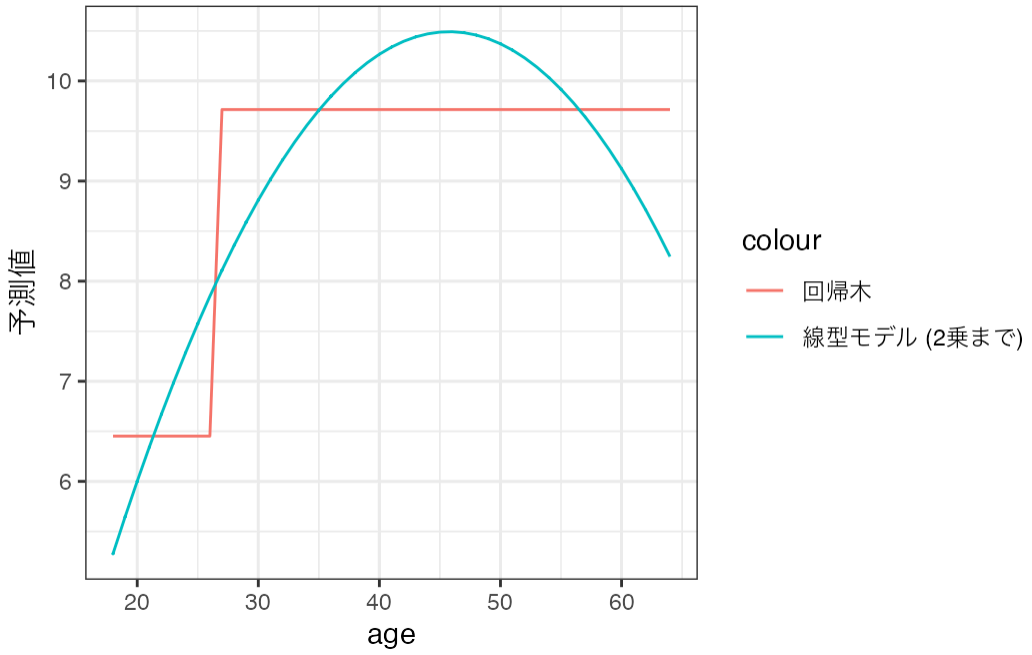
- サブグループの平均値を予測値とする
  - サブグループは、データへの当てはまりを改善するように決定する

```
model <- rpart::rpart(wage ~ age, CPS1985)

rpart.plot::rpart.plot(model)
```



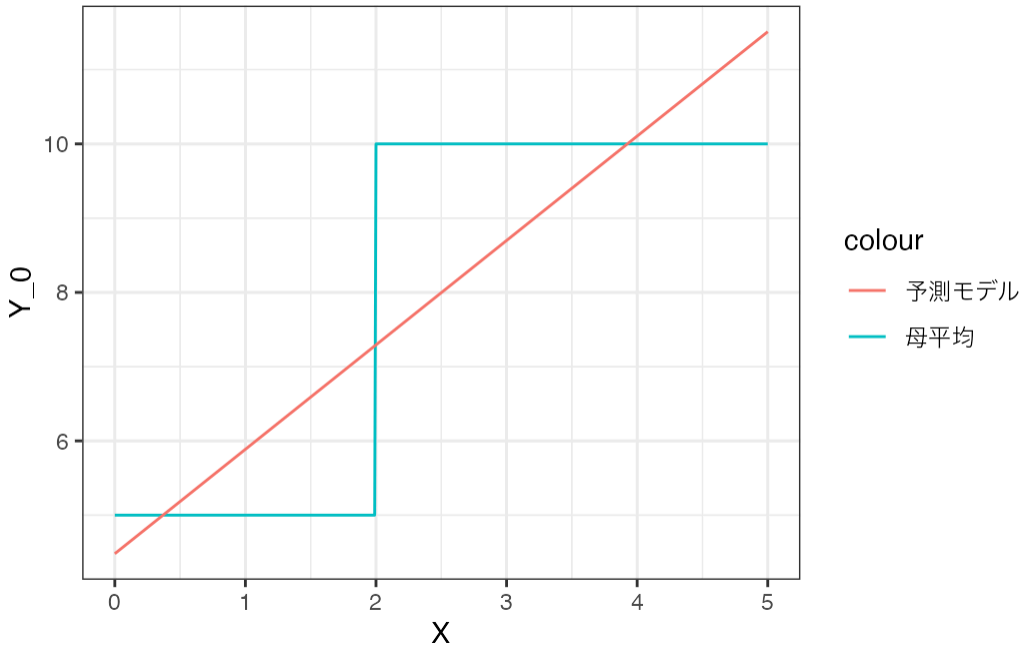
2.2 線型 VS 回帰木



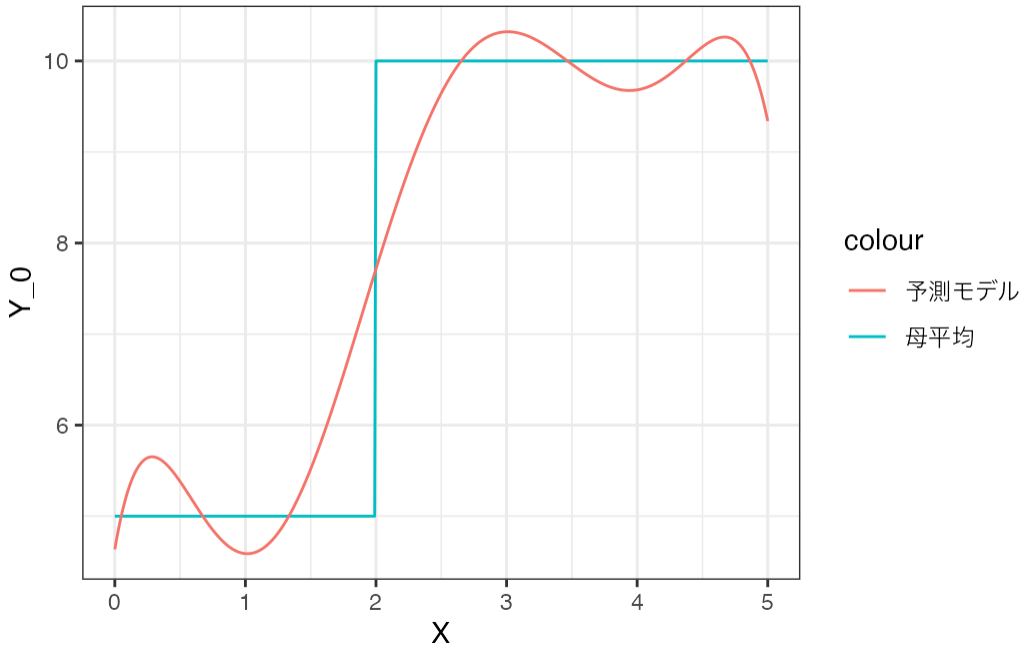
2.3 回帰木の利点

- 線型モデルに比べて、Y の母平均が”急変”する母集団に当てはめることが容易

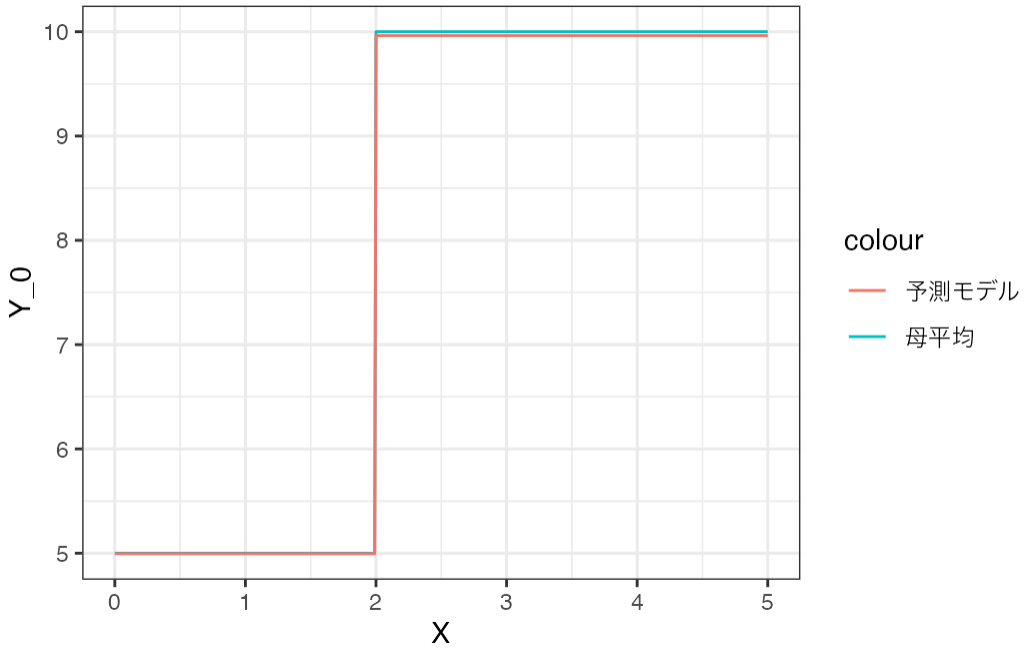
2.4 例: $Y \sim X$



2.5 例: $Y \sim X + X^2 + .. + X^6$



2.6 例: 回帰木



2.7 弱点

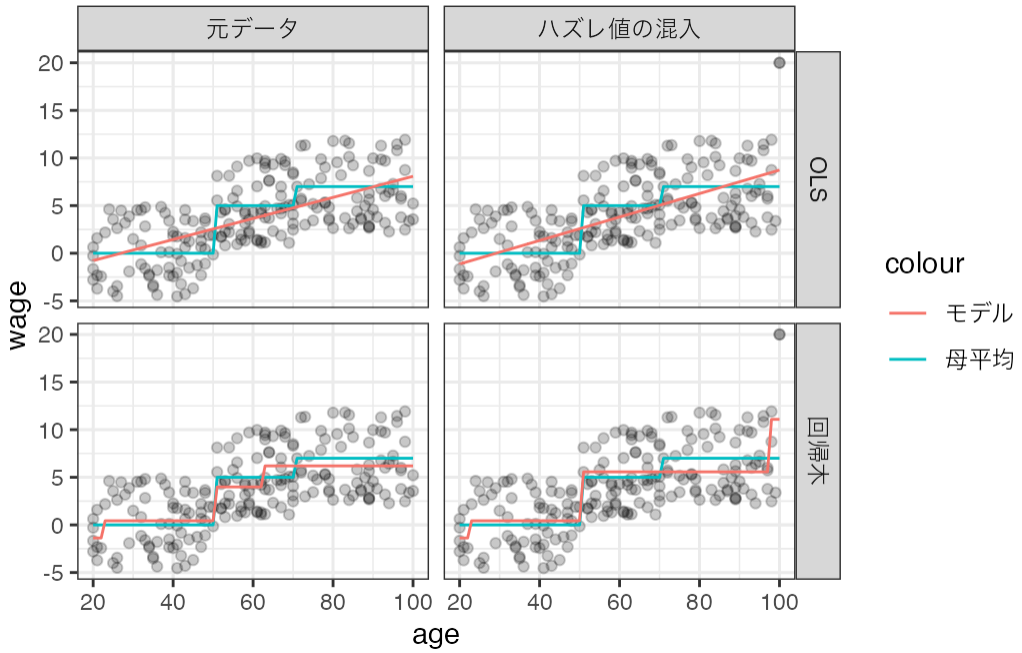
- データからの推定結果は、データの偏りの影響を受ける
  - ハズレ値の影響を受ける
- OLS や LASSO に比べて、回帰木はハズレ値の影響を受けやすい
  - モデル集計により解決できる

3 モデル集計

3.1 集計による解決

- データへの、平均値から極端に乖離した事例やその組み合わせの”混入”は、推定結果に大きな影響を与える
- モデルの単純化も選択肢だが、回帰木については不十分な場合が多い

3.2 数値例 (200 事例)



3.3 解決策

- 伝統的なアプローチ: “ハズレ値”を人間が除外
  - 採用するのであれば、“細心の注意”が必要
  - (議論はあるが)、極力避けた方が良い

3.4 集計による解決

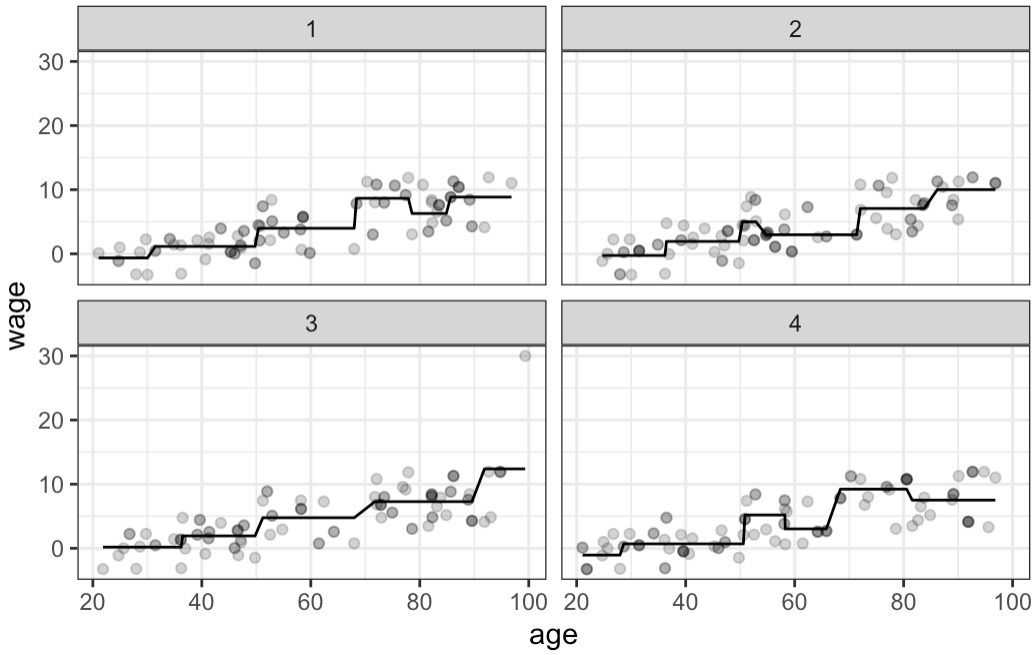
- モデルの集計
  - “異なる”データを用いた予測モデルの集計値(平均値)を最終予測とする
    - 特定のハズレ値の影響を緩和できる
- 問題点: 通常、データは一つしかない
  - 対応策: Boostrap 法により、データを複製する

3.5 シンプルな例

- データ $= [5, 6, 100]$
- 復元抽出により、同じ数(3)の事例をランダムに選ぶ
  - 複製データ 1 $= [6, 6, 100] =$ の平均値 37.3
  - 複製データ 2 $= [6, 6, 5] =$ の平均値 5.7
  - 複製データ 3 $= [5, 5, 5] =$ の平均値 5

- 最終予測 = 16
- ハズレ値(“100”)を反映しない予測も活用される

3.6 数値例



3.7 利点

- 各複製データについて、ある事例が含まれる確率は 1/3 程度
  - 少数の事例に依存したモデルの比率は低い
    - より頑強なパターンの抽出が期待できる
- Random Forest: 回帰木を推定する際に、X からランダムに選ばれた変数を除外する
  - 計算速度が向上し、推定精度も改善することが多い
- 注: OLS などに対して、有効な方法ではない

4 モデル集計: 発展

4.1 予測モデルの選択

- OLS や Random Forest 等で推定した予測値のうち、どれを使用するのか?
  - 理論的に常に優れた方法は存在しない
- 方法 1. 予測性能を評価し、最善のモデルを利用する
- 方法 2. 予測値を集計

4.2 モデルの集計 (Stacking)

- 最終予測モデル

$$= \beta_{OLS} \times OLSの予測$$

$$+\beta_{RF} \times RandomForestの予測 + ...$$

  - β : 各予測結果を反映させる度合い
  - 各予測値を”X”として用いた、線型モデル

4.3 推定方法

1. データをサブデータ $\{1, .., G\}$ にランダム分割
2. 第 1 サブデータ**以外**で予測モデルを推定し、第 1 サブデータを予測
3. 第 2 サブデータ**以外**で予測モデルを複数推定し、第 2 サブデータを予測
4. 以上を全てのデータについて繰り返す
5. 予測対象 Y に対して、各予測値で回帰して β を推定

4.4 数値例: 3 分割

```
# A tibble: 9 × 3
  education     wage Group
      <int>    <dbl> <fct>
1         9  6.05    3
2         4  3.94    2
3         7 31.0     3
4         1  8.64    1
5         2 -5.99    3
6         7 -4.48    1
7         2 -0.895   1
8         3  0.00785 2
9         1 -3.12    2
```

4.5 数値例: Step 1

```
# A tibble: 9 × 5
  education     wage Group   OLS RandomForest
      <int>    <dbl> <fct> <dbl>        <dbl>
1         9  6.05    3     NA           NA
2         4  3.94    2     NA           NA
3         7 31.0     3     NA           NA
4         1  8.64    1     -4.12        -1.89
5         2 -5.99    3     NA           NA
6         7 -4.48    1     12.9         16.7
7         2 -0.895   1     -1.29        -1.91
```

```
8         3  0.00785 2     NA           NA
9         1 -3.12    2     NA           NA
```

- Group 2,3 を Training データとして活用

4.6 数値例: Step 2

```
# A tibble: 9 × 5
  education     wage Group    OLS RandomForest
      <int>    <dbl> <fct>  <dbl>        <dbl>
1         9  6.05    3     NA           NA
2         4  3.94    2      4.86        -0.189
3         7 31.0     3     NA           NA
4         1  8.64    1     -4.12        -1.89
5         2 -5.99    3     NA           NA
6         7 -4.48    1     12.9         16.7
7         2 -0.895   1     -1.29        -1.91
8         3  0.00785 2      3.55        -0.189
9         1 -3.12    2      0.938        1.91
```

- Group 1,3 を Training データとして活用

4.7 数値例: Step 3

```
# A tibble: 9 × 5
  education     wage Group    OLS RandomForest
      <int>    <dbl> <fct>  <dbl>        <dbl>
1         9  6.05    3     -4.88        -1.84
2         4  3.94    2      4.86        -0.189
3         7 31.0     3     -3.03        -1.84
4         1  8.64    1     -4.12        -1.89
5         2 -5.99    3      1.61         0.945
6         7 -4.48    1     12.9         16.7
7         2 -0.895   1     -1.29        -1.91
8         3  0.00785 2      3.55        -0.189
9         1 -3.12    2      0.938        1.91
```

- Group 1,2 を Training データとして活用

4.8 数値例: Stacking

```
lm(Price ~ OLS + RandomForest, PopData)
```

```


Call:
lm(formula = Price ~ OLS + RandomForest, data = PopData)
```

```
Coefficients:
 (Intercept)           OLS  RandomForest
       5.056        -1.248         0.243
```

- ω を非負、総和を 1 に基準化することも有効

4.9 まとめ

- 伝統的な推定手法ではあまり用いられてこなかった、アイディアを用いた多くの手法が存在
- PC の処理能力の向上により、現実的な手法となる
- 常に上手くいく方法は現状存在しないので、複数の推定値の集計値を用いる方法を推奨
- 継続学習用推奨資料: An Introduction to Statistical Learning

4.10 Reference

Bibliography