

Matching function

労働経済学 2

川田恵介

Table of contents

| | | |
|------|-------------------------|---|
| 1 | 雇用の"生産"関数 | 3 |
| 1.1 | マッチング関数 | 3 |
| 1.2 | マッチング関数への仮定 | 3 |
| 1.3 | マッチング関数への仮定 | 3 |
| 2 | 推定 | 3 |
| 2.1 | コブダグラス型の定式化 | 3 |
| 2.2 | コブダグラス型の定式化 | 4 |
| 2.3 | 推定の前提 | 4 |
| 2.4 | 例: 時系列 | 4 |
| 2.5 | 例: 時系列 | 4 |
| 2.6 | 例: 時系列 | 6 |
| 2.7 | 推定方法: 時系列 | 6 |
| 2.8 | 例: 時系列 | 6 |
| 2.9 | 予測値 | 7 |
| 2.10 | 例: 実際と予測 | 7 |
| 2.11 | 構造変化 | 7 |
| 2.12 | 例: 時系列 (構造変化) | 8 |
| 2.13 | 例: 実際と予測 | 9 |
| 2.14 | 推定方法: パネル | 9 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.15 | 例: パネルデータ | 10 |
| 2.16 | 例: 都道府県データ | 10 |
| 2.17 | 例: パネル | 10 |
| 2.18 | 例: 実際と予測 | 12 |
| 2.19 | 例: 構造変化 | 13 |
| 2.20 | まとめ | 13 |
| 3 | Beveridge Curve への含意 | 13 |
| 3.1 | Beveridge Curve in Steady-state | 13 |
| 3.2 | 含意 | 14 |
| 3.3 | 例: ハローワーク | 14 |
| 3.4 | 例: ハローワーク | 15 |
| 3.5 | まとめ | 15 |
| 4 | Mismatch Unemployment | 15 |
| 4.1 | Mismatch Unemployment | 15 |
| 4.2 | 大枠 | 16 |
| 4.3 | Jackman and Roper (1987) | 16 |
| 4.4 | “最適な” 求職者分配 | 16 |
| 4.5 | “最適な” 求職者分配 | 16 |
| 4.6 | Şahin et al. (2014) | 16 |
| 4.7 | “最適な” 求職者分配 | 17 |
| 4.8 | 最適求職者 | 17 |
| 4.9 | 事例 | 17 |
| 4.10 | 例 | 18 |
| 4.11 | 例 | 18 |
| 4.12 | 例 | 19 |
| 4.13 | まとめ | 19 |
| | Referene | 19 |

1 雇用の”生産”関数

- サーチ理論、Beveridge Curve、ミスマッチの推定等の議論において中核的な役割を果たす
- 「ミスマッチによる失業者」を測定するツールとしても使える (Şahin et al. 2014)

1.1 マッチング関数

- ある”市場”における新規雇用 h は、求人 v と求職 u の関数 $m(v, u)$ として決まる
 - Matching function
- 求人の充足確率 $q = m/v$
- 求職の入職確率 $p = m/u$

1.2 マッチング関数への仮定

- 以下を仮定: m は
 - u, v の増加関数: 探している人が増えれば、マッチングも増える
 - 一次同時関数: u, v が 2 倍になれば、新規雇用も 2 倍になる
 - * 議論が残る

1.3 マッチング関数への仮定

- 充足確率は v についての減少関数
- 入職確率は u についての減少関数
 - ライバルが多いとマッチングしにくい

2 推定

2.1 コブダグラス型の定式化

- 実証上、以下の定式化がよく用いられる

$$h = m(v, u) = Av^\gamma u^{1-\gamma}$$

- A = マッチングの”効率性”
- γ = 弾性値
- Shimer (2007) : (一応の) 理論的根拠づけ

| Vacancy | Seeker | Hir | Period |
|---------|---------|--------|---------|
| 3843168 | 5058225 | 332898 | 2013 |
| 3790566 | 5322947 | 358880 | 2013.25 |
| 4000440 | 4838003 | 327120 | 2013.5 |
| 4157529 | 4472553 | 310951 | 2013.75 |
| 4291160 | 4472745 | 327732 | 2014 |
| 4150360 | 4698270 | 344026 | 2014.25 |

2.2 コブダグラス型の定式化

- 入職確率 $p = m/u = A\theta^\gamma$
- 充足確率 $q = m/v = A\theta^{-(1-\gamma)}$
 - 求人倍率 $\theta = v/u$ の関数
- 入職確率の定義式を対数変換すると

$$\log(p) = \log(A) + \gamma \times \log(\theta)$$

2.3 推定的前提

- 求人倍率が変動していないと推定不可能
- 活用できる変動
 - 時系列: 時点に応じて求人倍率は異なる
 - クロスセクション: 細分化された労働市場 (地域、職種) によって、求人倍率は異なる
 - パネル: 時点 + 労働市場
 - 職業安定業務統計から、都道府県や職業別パネルは作れる

2.4 例: 時系列

2.5 例: 時系列

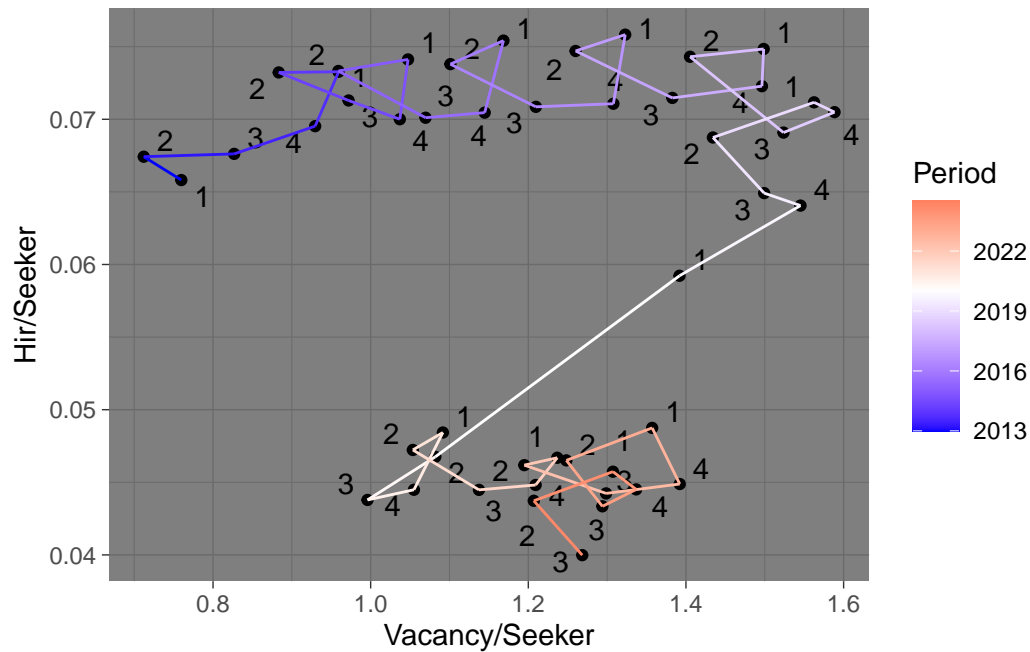
```
Fig = Data_Time |>
  mutate(
    COVID = if_else(year(Period) >= 2020, "After", "Before"),
    Q = quarter(Period) |> factor(),
    Period = Period |> as.numeric()
  ) |>
```

```

ggplot(
  aes(
    x = Vacancy/Seeker,
    y = Hir/Seeker
  )
) +
geom_point() +
ggrepel::geom_text_repel(
  aes(
    label = Q
  )
) +
theme_minimal() +
geom_path(
  aes(
    color = Period
  )
) +
scale_color_gradient2(
  midpoint=2020,
  low="blue",
  mid="white",
  high="red") +
theme_dark()

```

2.6 例: 時系列



2.7 推定方法: 時系列

- 最も初歩的な推定方法は、以下を回帰

$$\underbrace{\log(p_t)}_{=Y} = \underbrace{\log(A)}_{=\beta_0} + \underbrace{\gamma}_{=\beta_1} \times \underbrace{\log(\theta_t)}_{=X} + u_t$$

- u_t の解釈: モデルで捉えきれない部分を拾う
 - 効率性へのショック
 - 効率性変化以外のようなによる入職率変化

2.8 例: 時系列

```
lm(log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker) + factor(quarter(Period)),
   Data_Time)
```

Call:

```
lm(formula = log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker) + factor(quarter(Period)),
```

```
data = Data_Time)
```

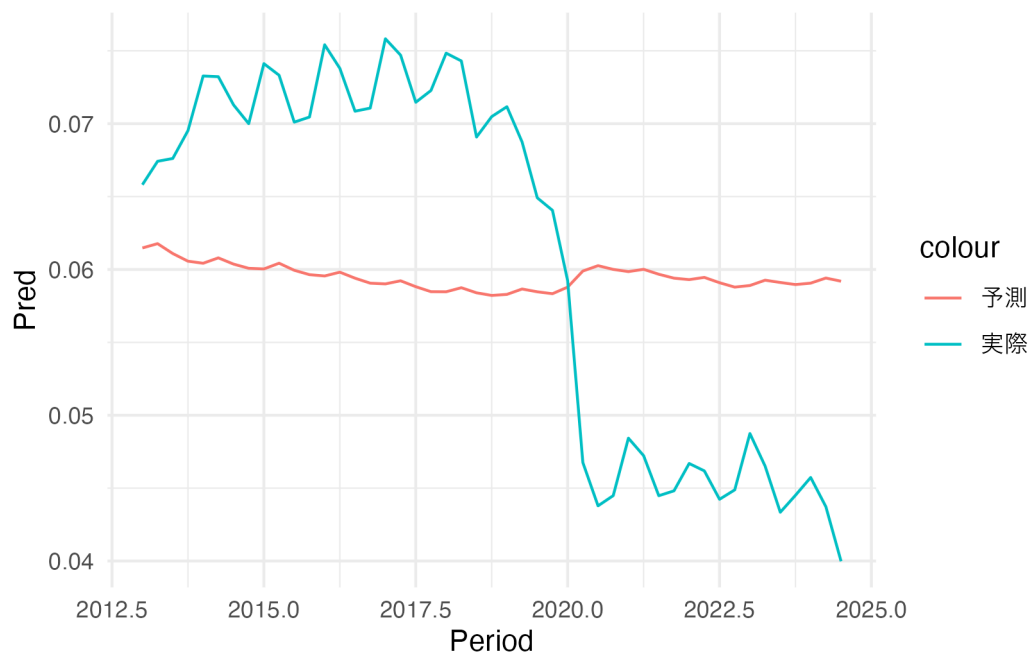
Coefficients:

| | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (Intercept) | log(Vacancy/Seeker) | factor(quarter(Period))2 |
| -2.76568 | -0.07750 | -0.04215 |
| factor(quarter(Period))3 | factor(quarter(Period))4 | |
| -0.08783 | -0.04223 | |

2.9 予測値

- $$\text{予測入職確率}_t = \tilde{A} \times \theta_t^{\tilde{\gamma}}$$
- \tilde{X} = 推定された値
 - 予測が外れる理由 = u_t

2.10 例: 実際と予測



2.11 構造変化

- A が時系列上で大きく変化した場合、当てはまりが悪くなる
 - 背景知識より、2020 年に変化した可能性を許容

-

$$\log(p_t) = \underbrace{\beta_0 + \beta_1 \mathbb{I}[Year \geq 2020]}_{\log(A_t)} + \gamma \log(\theta_t) + u_t$$

- 注: データへの適合度は、必ず上がる

2.12 例: 時系列 (構造変化)

```
lm(log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker)
  + if_else(year(Period) >= 2020, 1, 0)
  + factor(quarter(Period)),
  Data_Time)
```

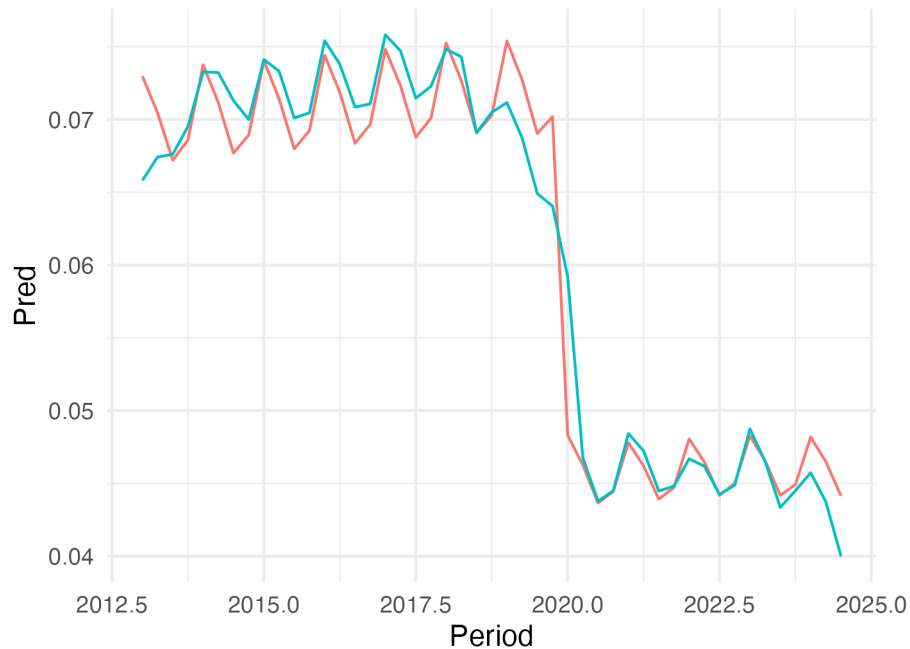
Call:

```
lm(formula = log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker) + if_else(year(Period) >=
  2020, 1, 0) + factor(quarter(Period)), data = Data_Time)
```

Coefficients:

| | |
|-------------------------------------|--------------------------|
| (Intercept) | log(Vacancy/Seeker) |
| -2.60517 | 0.04529 |
| if_else(year(Period) >= 2020, 1, 0) | factor(quarter(Period))2 |
| -0.43976 | -0.03213 |
| factor(quarter(Period))3 | factor(quarter(Period))4 |
| -0.08630 | -0.07110 |

2.13 例: 実際と予測



2.14 推定方法: パネル

- 地域や職種などの”労働市場”を近似する単位について、求人/求職/新規雇用の時系列が観察できれば、各市場ごとのマッチング効率性を推定できる
- 以下を固定効果推定すれば良い

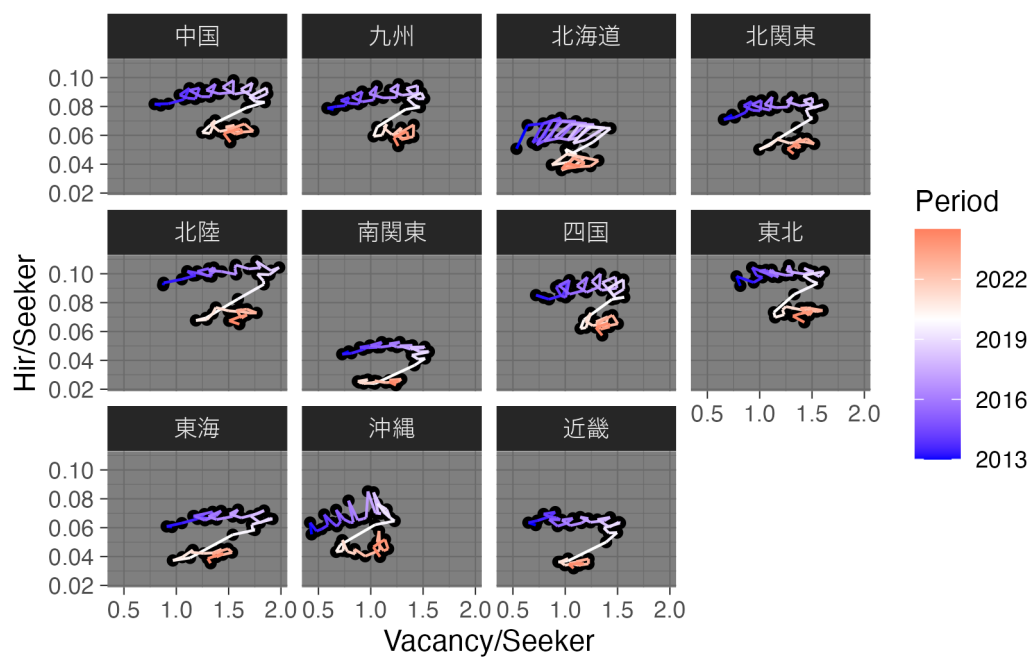
$$\log(p_{it}) = \underbrace{f_i + f_t}_{\log(A_{it})} + \gamma \log(\theta_{it})$$

- f_i = 労働市場固定効果 (各市場固有の効率性)、 f_t = 時点固定効果 (各時点の効率性)

| Vacancy | Seeker | Hir | Period | Pref | Year | Log_Tightness | Log_Job_Find |
|---------|---------|-------|---------|------|------|---------------|--------------|
| 935946 | 1184824 | 54743 | 2013 | 南関東 | 2013 | -0.2357917 | -3.074700 |
| 611392 | 850722 | 52576 | 2013 | 近畿 | 2013 | -0.3303471 | -2.783826 |
| 924163 | 1270825 | 56259 | 2013.25 | 南関東 | 2013 | -0.3185331 | -3.117456 |
| 593919 | 916422 | 58156 | 2013.25 | 近畿 | 2013 | -0.4337340 | -2.757348 |
| 964428 | 1182834 | 53126 | 2013.5 | 南関東 | 2013 | -0.2041334 | -3.103002 |
| 612982 | 836302 | 54226 | 2013.5 | 近畿 | 2013 | -0.3106542 | -2.735829 |

2.15 例: パネルデータ

2.16 例: 都道府県データ



2.17 例: パネル

```
lm(log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker) +
  Pref +
  factor(Period),
  Data)
```

Call:

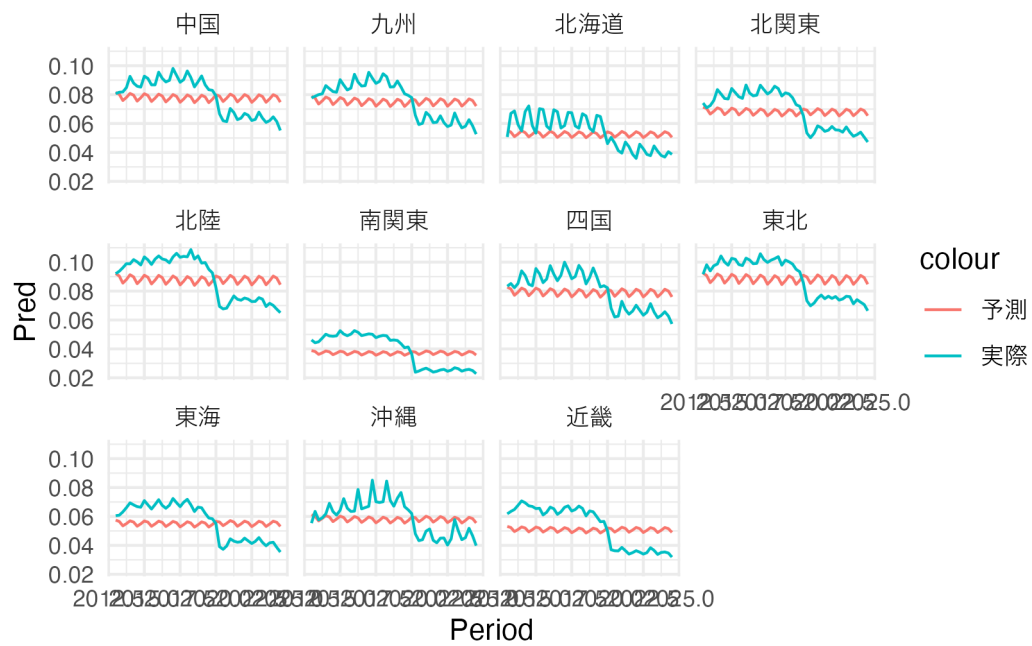
```
lm(formula = log(Hir/Seeker) ~ log(Vacancy/Seeker) + Pref + factor(Period),
    data = Data)
```

Coefficients:

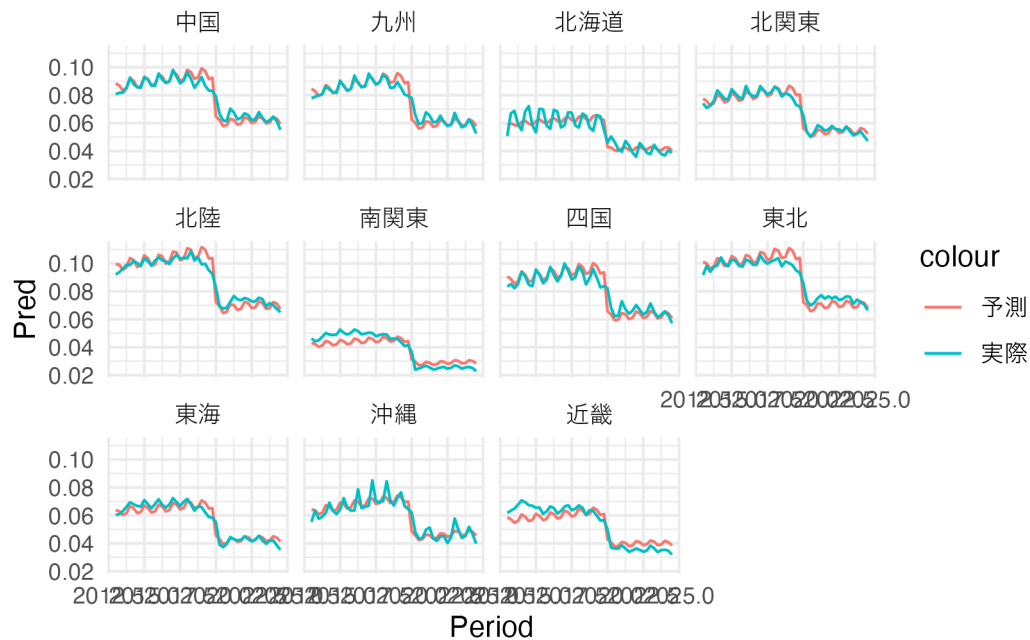
| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (Intercept) | log(Vacancy/Seeker) | Pref 九州 |
| -2.383357 | 0.710394 | 0.125170 |
| Pref 北海道 | Pref 北関東 | Pref 北陸 |
| -0.154298 | -0.018216 | 0.092258 |
| Pref 南関東 | Pref 四国 | Pref 東北 |
| -0.596397 | 0.112124 | 0.201108 |
| Pref 東海 | Pref 沖縄 | Pref 近畿 |
| -0.331138 | 0.065632 | -0.235140 |
| factor(Period)2013 Q2 | factor(Period)2013 Q3 | factor(Period)2013 Q4 |
| 0.078107 | -0.038719 | -0.095573 |
| factor(Period)2014 Q1 | factor(Period)2014 Q2 | factor(Period)2014 Q3 |
| -0.069805 | -0.003409 | -0.102449 |
| factor(Period)2014 Q4 | factor(Period)2015 Q1 | factor(Period)2015 Q2 |
| -0.171433 | -0.120192 | -0.056050 |
| factor(Period)2015 Q3 | factor(Period)2015 Q4 | factor(Period)2016 Q1 |
| -0.182827 | -0.228264 | -0.178268 |
| factor(Period)2016 Q2 | factor(Period)2016 Q3 | factor(Period)2016 Q4 |
| -0.140689 | -0.261039 | -0.312348 |
| factor(Period)2017 Q1 | factor(Period)2017 Q2 | factor(Period)2017 Q3 |
| -0.255864 | -0.223089 | -0.343217 |
| factor(Period)2017 Q4 | factor(Period)2018 Q1 | factor(Period)2018 Q2 |
| -0.386158 | -0.354140 | -0.301482 |
| factor(Period)2018 Q3 | factor(Period)2018 Q4 | factor(Period)2019 Q1 |
| -0.441119 | -0.456782 | -0.430342 |
| factor(Period)2019 Q2 | factor(Period)2019 Q3 | factor(Period)2019 Q4 |
| -0.393316 | -0.491470 | -0.528840 |
| factor(Period)2020 Q1 | factor(Period)2020 Q2 | factor(Period)2020 Q3 |
| -0.525717 | -0.567485 | -0.583651 |
| factor(Period)2020 Q4 | factor(Period)2021 Q1 | factor(Period)2021 Q2 |
| -0.615129 | -0.548838 | -0.543511 |
| factor(Period)2021 Q3 | factor(Period)2021 Q4 | factor(Period)2022 Q1 |
| -0.664726 | -0.707628 | -0.680302 |
| factor(Period)2022 Q2 | factor(Period)2022 Q3 | factor(Period)2022 Q4 |
| -0.661052 | -0.771292 | -0.803488 |
| factor(Period)2023 Q1 | factor(Period)2023 Q2 | factor(Period)2023 Q3 |

| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| -0.692302 | -0.683554 | -0.784528 |
| factor(Period)2023 Q4 | factor(Period)2024 Q1 | factor(Period)2024 Q2 |
| -0.783324 | -0.734863 | -0.722277 |
| factor(Period)2024 Q3 | | |
| -0.846889 | | |

2.18 例: 実際と予測



2.19 例: 構造変化



2.20 まとめ

- Kano and Ohta (2005) : 日本への応用
- Petrongolo and Pissarides (2001): マッチング関数の推定についての古典的なサーベイ
 - 求人倍率の内生性への対処 (Borowczyk-Martins, Jolivet, and Postel-Vinay 2013)
 - Lange and Papageorgiou (2020) 関数系への制約を減らす

3 Beveridge Curve への含意

- Matching function + Flow condition によって、Beveridge Curve が導出できる

3.1 Beveridge Curve in Steady-state

- Flow condition

$$u_{t+1} = u_u - p_t u_t + \lambda_t (n_t - u_t)$$

- 定常状態では、 $x_t = x_{t+1} = x$

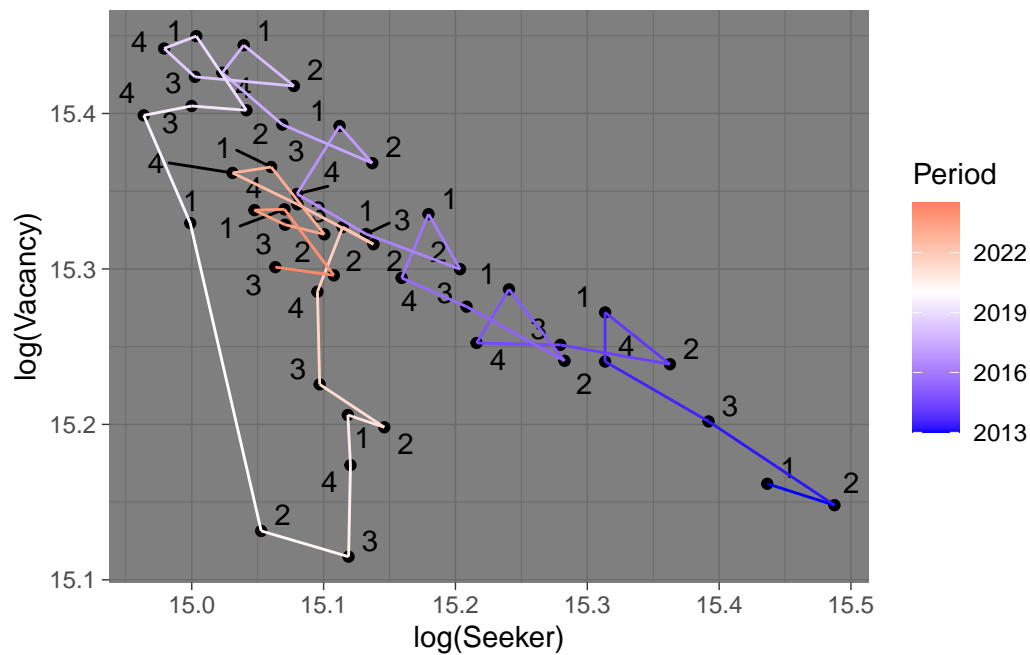
$$u = u - pu + \lambda(n - u)$$

$$u = \frac{\lambda}{p + \lambda}$$

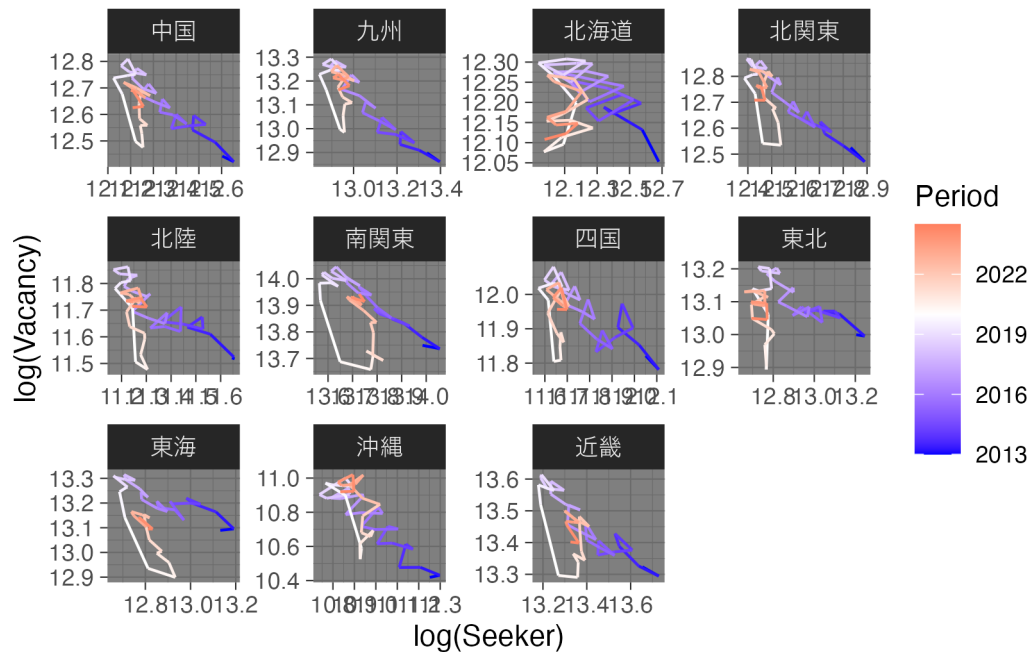
3.2 含意

- 求人 v が増えると、入職確率 p が上がり、(定常状態における) 求職者が減少する
 - 右下がりの Beveridge curve が観察される
- 離職率 λ や マッチング効率性が変化すると、Beveridge curve が変化する
 - 求人 v が一定でも、 λ が上がれば求職者が増え、マッチング効率性が上がれば減少する。

3.3 例: ハローワーク



3.4 例: ハローワーク



3.5 まとめ

- Beveridge Curve そのもの変化は、フロー式とマッチング関数の変化で説明できる (はず)
 - [AEA Recent Development Lecture \(2025\): Recent Developments in Macro Labor](#)
 - * [Lecture Slide](#)
- 日本における変化は?

4 Mismatch Unemployment

- Şahin et al. (2014)
 - マッチング関数を Deep Structure と見なして、労働市場間のミスマッチによって生じている失業を測定する

4.1 Mismatch Unemployment

- 地域や職種で細分化した労働市場を想定
- ある市場では過大な求人、別の市場では過大な求職が生じている

- 職業訓練など、労働者が市場間を移動しやすくするような政策によって
 - “総労働需要” が一定でも、失業者数を低下させられるかもしれない
 - 労働市場の機能が改善し、人手が不足しているサービスや産業への労働供給が増加

4.2 大枠

- ミスマッチがない状況の求職者数 = 以下の解
- 目的関数: 求職者数
- 操作: 各労働市場についての、求職者数の分配
- 操作に対して、反応しない構造: 求人数、総求職者数、マッチング関数

4.3 Jackman and Roper (1987)

- 全ての労働市場 j について、マッチング関数 $m_j = v_j^{1/2} u_j^{1/2}$ を仮定
 - 古典的な枠組みであり、かなり制約が強いが計算が簡単

4.4 “最適な” 求職者分配

- 新規就職件数を最大にする分配は

$$\max_{u_j} \sum m_j$$

- 制約は $\sum u_j = U$

4.5 “最適な” 求職者分配

- 一階条件は、

$$\frac{1}{2} \theta_j^{1/2} = \lambda$$

- 全ての市場で求人倍率が一定になるように分配する
- 求人が多い市場に多くの求職者を投入する
- 一次同時のマッチング関数であれば、“収穫低減” の法則が成り立つため

4.6 Şahin et al. (2014)

- マッチング関数をコブダグラス型に一般化し、データから推定
- 新規就職件数を最大にする分配は

$$\max_{u_j} \sum A_j v_j^\gamma u_j^{1-\gamma}$$

- 制約は $\sum u_j = U$

4.7 “最適な” 求職者分配

- 一階条件は、

$$\gamma A_j \theta_j^\gamma = \lambda$$

- マッチング効率性 A_j に依存
 - 効率性の高い/求人の多い市場により多くの求職を投入する

4.8 最適求職者

$$A_j \theta_j^\gamma = A_i \theta_i^\gamma$$

$$A_j^{1/\gamma} v_j u_i = A_i^{1/\gamma} v_i u_j$$

$$u_i \sum_j A_j^{1/\gamma} v_j = A_i^{1/\gamma} v_i \times \frac{u}{\sum_j u_j}$$

$$u_i = \frac{A_i^{1/\gamma} v_i}{\underbrace{\sum_j A_j^{1/\gamma} v_j}_{Weight}} \times u$$

4.9 実例

- 都道府県パネルデータを用いて、都道府県間ミスマッチを測定する

1. 以下を推定することで、 γ と A_{jt} を推定する

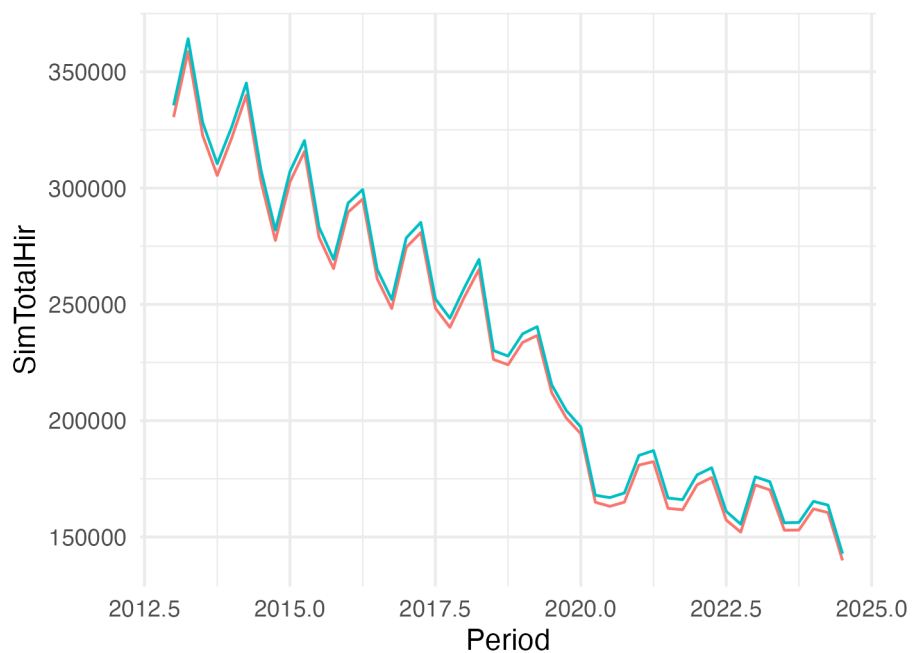
$$\log(p_{it}) = \underbrace{f_i + f_t}_{\log(A_{it})} + \gamma \log(\theta_{it})$$

2. 実際の新規就職件数をシミュレートする

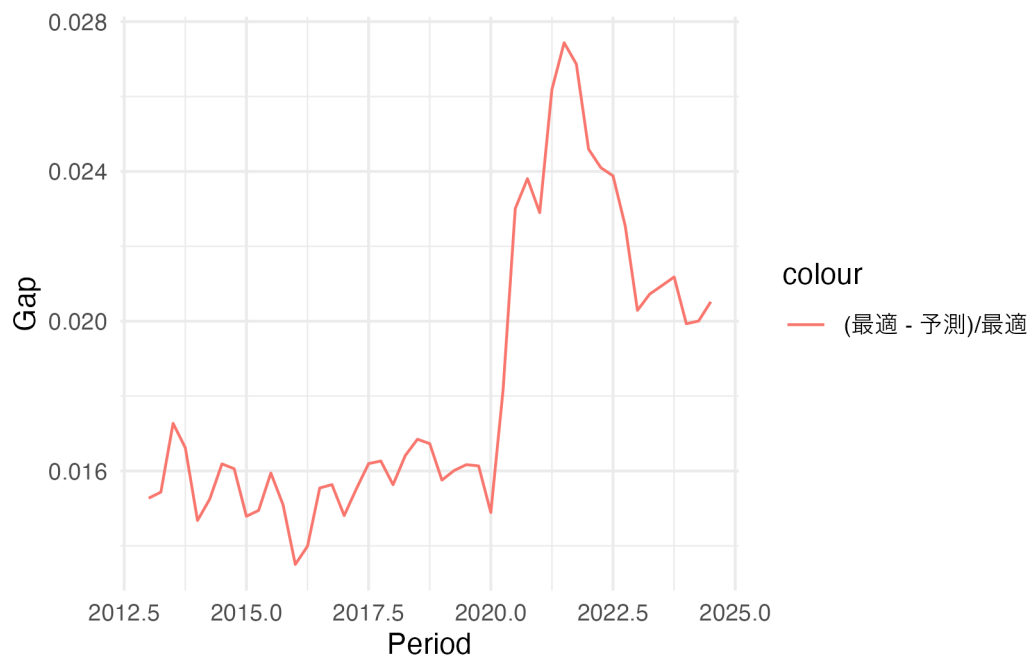
$$h_{it} = \hat{A}_{it} \times v_{it}^{\hat{\gamma}} \times u_{it}^{1-\hat{\gamma}}$$

3. 最適な求職者の分配、その下での新規就職件数を算出する

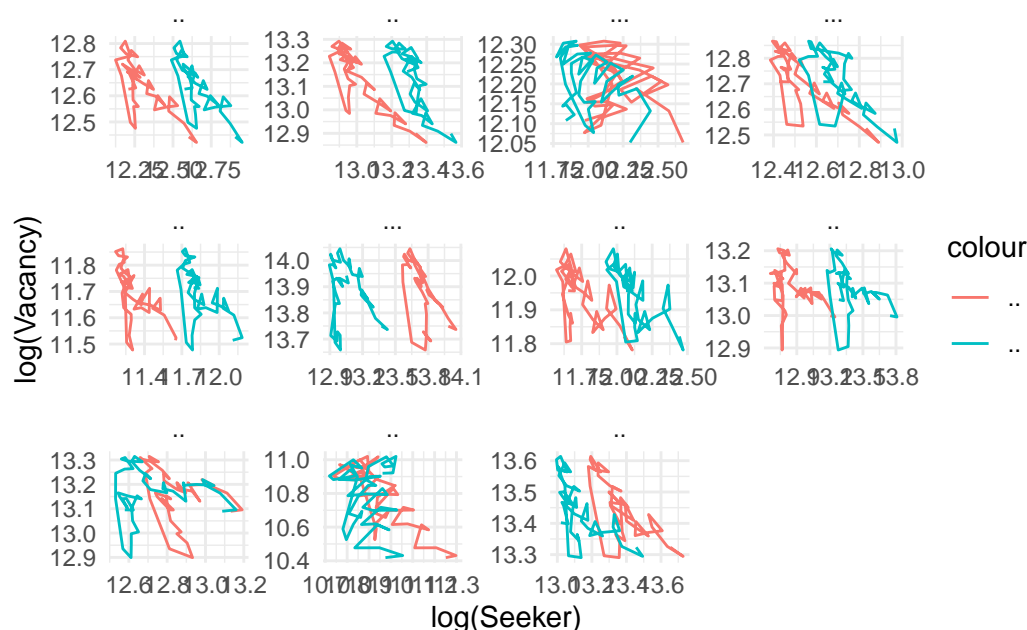
4.10 例



4.11 例



4.12 例



4.13 まとめ

- Beveridgen Unemployment は異なる枠組みで最適なベンチマークを得られる
- 実務においても活用されている
 - [経済財政白書](#)
- 日本語の紹介論文: 川田恵介 (2019)

Referene

- Borowczyk-Martins, Daniel, Grégory Jolivet, and Fabien Postel-Vinay. 2013. “Accounting for Endogeneity in Matching Function Estimation.” *Review of Economic Dynamics* 16 (3): 440–51.
- Jackman, Richard, and Stephen Roper. 1987. “Structural Unemployment.” *Oxford Bulletin of Economics & Statistics* 49 (1).
- Kano, Shigeki, and Makoto Ohta. 2005. “Estimating a Matching Function and Regional Matching Efficiencies: Japanese Panel Data for 1973–1999.” *Japan and the World Economy* 17 (1): 25–41.
- Lange, Fabian, and Theodore Papageorgiou. 2020. “Beyond Cobb-Douglas: Flexibly Estimating Matching Functions with Unobserved Matching Efficiency.” National Bureau of Economic Research.
- Petrongolo, Barbara, and Christopher A Pissarides. 2001. “Looking into the Black Box: A Survey of the Matching Function.” *Journal of Economic Literature* 39 (2): 390–431.

- Şahin, Ayşegül, Joseph Song, Giorgio Topa, and Giovanni L Violante. 2014. “Mismatch Unemployment.” *American Economic Review* 104 (11): 3529–64.
- Shimer, Robert. 2007. “Mismatch.” *American Economic Review* 97 (4): 1074–1101.
- 川田恵介. 2019. “日本の労働市場におけるミスマッチの測定.” *経済分析/内閣府経済社会総合研究所 編*, no. 199: 122–51.