

Instrumental Variables

Experimental perspective

川田恵介

Table of contents

1	操作変数法	2
1.1	Example	2
1.2	Example: Encouragement Design	2
1.3	Example: Encouragement Design	3
1.4	Example: Encouragement Design	3
1.5	Example: Encouragement Design	3
1.6	Example. Twin experiment	3
1.7	Example. Twin experiment	4
1.8	Example. Twin experiment	4
2	2 by 2 Case	4
2.1	識別の仮定	5
2.2	4 類型	5
2.3	追加の識別の仮定	5
2.4	Intention-to-treat	5
2.5	分解	5
2.6	分解	6
2.7	推定	6
2.8	推定: Two-stage least square	6
2.9	拡張: Two-stage least square	6
2.10	ivreg を用いた実装	6
2.11	ivreg を用いた実装	7
3	仮定の検討	8
3.1	Conditional independency	8
3.2	Exclusive restriction	8
3.3	Relevance	8

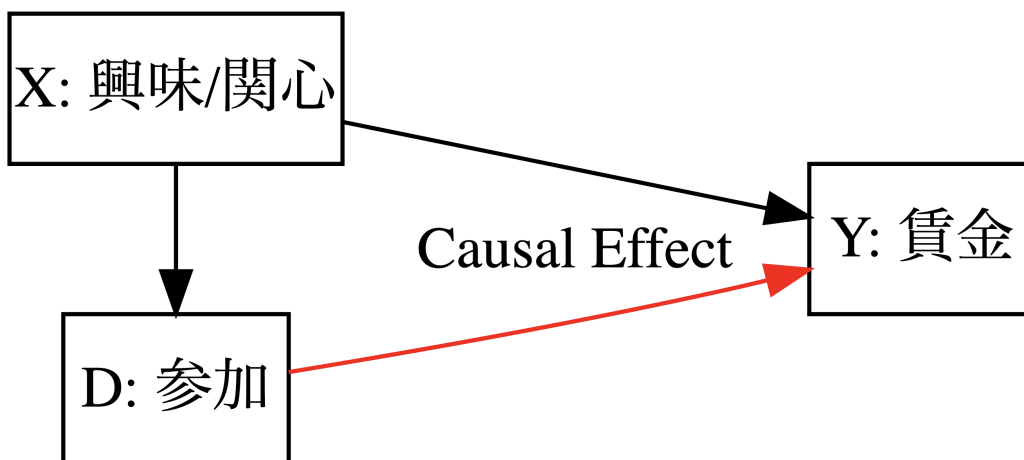
3.4	Weak IV	8
3.5	シンプルな対応	9
3.6	解釈問題	9
3.7	まとめ	9
	Reference	9

1 操作変数法

- 局所的な実験的状況を活用する**代表的手法** (その 2)
 - 介入を”誘発”する実験的状況を活用
- 不適切な状況で乱用される傾向があったので注意
 - 前期では最も”安心して”使える状況に焦点を当てる

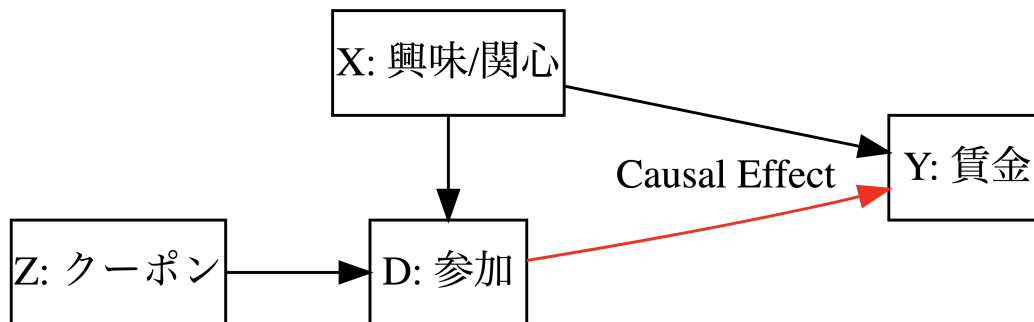
1.1 Example

- Research question = データ分析技能訓練 = D が、30 歳時点の所得 = Y に与える因果効果



1.2 Example: Encouragement Design

- 操作変数: 技能訓練参加費の割引クーポン (= Z) をランダム配布



1.3 Example: Encouragement Design

- クーポン配布が以下を満たすのであれば、操作変数として活用できる
 - (X 内で) ランダムに配布される
 - クーポンは、技能訓練のみを通じて、賃金に影響を与える
 - * クーポンの有無に関わらず、参加する/しない事例については、賃金は変化しない
 - クーポンは、技能訓練への参加を促進する

1.4 Example: Encouragement Design

- クーポンはランダムに配布されているので、
 - $E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0]$ = “クーポン” の賃金への因果効果
 - $E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0]$ = “クーポン” の職業訓練への因果効果

1.5 Example: Encouragement Design

- クーポンは、技能訓練のみを通じて、賃金に影響を与えるので、

$$\begin{aligned}
 & E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0] \\
 &= \text{職業訓練の因果効果} \times \{E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0]\}
 \end{aligned}$$

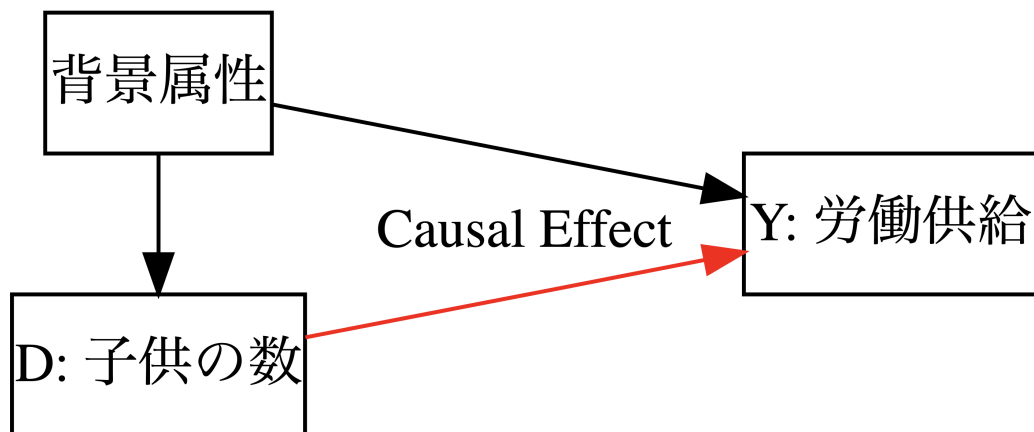
- $$\text{職業訓練の因果効果} = \underbrace{\frac{E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0]}{E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0]}}_{>0}$$

1.6 Example. Twin experiment

- Griffen, Nakamuro, and Inui (2015)

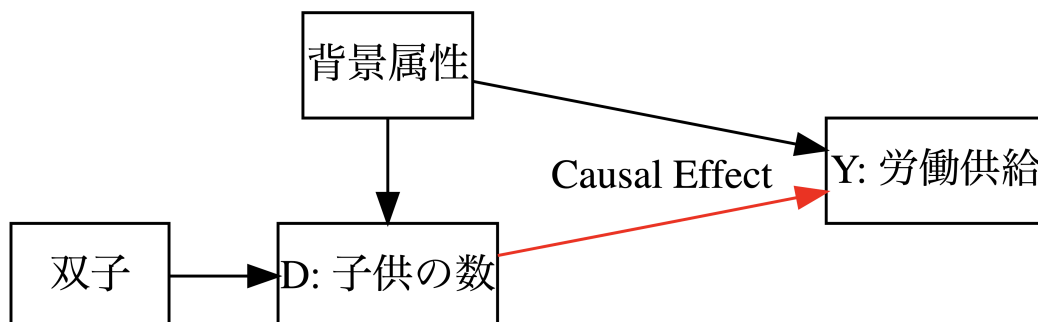
- 「女性の労働供給」の議論の中で、子供が与える影響は大きな論点
 - 子育て負担が女性に集中しがち → 労働供給減少
 - 生活/教育費の増大 → 労働供給増加
- 子供数の決定には、無数の背景変数

1.7 Example. Twin experiment



1.8 Example. Twin experiment

- 操作変数: 双子が生まれたかどうか



2 2 by 2 Case

- RD 同様に、局所的な平均効果を推定していることに注意
 - Z/D が 2 値変数であれば、明示可能
- D の因果効果を理解するための、 Z についての実験であるという見方が（理解の上で）有益

2.1 識別の仮定

- X が同じであれば、 Z はランダムに決まっている (Conditional independence)
- すべての x, z について、 $0 < \Pr[z|X = x] < 1$ (Positivity)
- 他者の d, z に影響を受けない (No interference)

2.2 4 類型

- Z が D に与える因果的影響について、4 種類に分類できる

Type	D が 0 の場合	D が 1 の場合
Always taker(A)	1	1
Never taker(N)	0	0
Complier(C)	0	1
Defier(D)	1	0

2.3 追加の識別の仮定

- Complier か Defier について、
 - どちらかは存在する (Relevance)
 - どちらか一方のみ存在する (Monotonicity)
- Always taker および Never taker については、 Z は因果効果を持たない (Exclusive restriction)

2.4 Intention-to-treat

- Z の Y への因果効果:

$$\tau_Z(X) = E[Y|Z = 1, X] - E[Y|Z = 0, X]$$

2.5 分解

-

$$\begin{aligned} \tau_Z(X) = & A \text{ の割合} \times \underbrace{A \text{ 内での平均因果効果}}_{=0 \text{ (ExclusiveRestriction)}} \\ & + N \text{ の割合} \times \underbrace{N \text{ 内での平均因果効果}}_{=0 \text{ (ExclusiveRestriction)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + C \text{の割合} \times C \text{内での平均因果効果} \\
& + \underbrace{D \text{の割合}}_{=0 \text{ (Monotonicity)}} \times D \text{内での平均因果効果}
\end{aligned}$$

2.6 分解

•

$$\tau_Z(X) = \frac{C \text{の割合}}{E[D|1, X] - E[D|0, X]} \times C \text{内での平均因果効果}$$

•

$$C \text{内での平均因果効果} = \frac{IT(X)}{\underbrace{E[D|1, X] - E[D|0, X]}_{\neq 0 \text{ (Relevance)}}}$$

- 操作変数法は、Complier (操作変数に反応するグループ) 内での平均因果効果 (Local Average Treatment Effect) を識別する

2.7 推定

- Z の Y への平均効果の推定値 $\bar{\tau}_Y$ / Z の D への平均効果の推定値 $\bar{\tau}_D$ として推定可能
 - Bootstrap 法を用いて、信頼区間も計算可能 (Chap 22 in Ding (2023))

2.8 推定: Two-stage least square

- 代表的な推定方法
 1. $D \sim Z$ を OLS 回帰し、 D の予測モデル $g_D(Z) = \bar{\beta}_0 + \bar{\beta}_Z Z$ を推定
 2. $Y \sim g_D(Z)$ を OLS 回帰し、Local Average Treatment Effect の推定値とする

2.9 拡張: Two-stage least square

- コントロール変数 X 導入、 Z や D が連続変数であったとしても、Two-stage least square は適用可能
 - 解釈が難しい
 - より”経済学的な解釈に依存した操作変数”とともに、後期に議論します。

2.10 ivreg を用いた実装

```
library(ivreg)
library(tidyverse)
```

```
Data = read_csv("CPS1985.csv")
```

```
Model = ivreg(  
  wage ~ married |  
    union,  
  data = Data  
)
```

2.11 ivreg を用いた実装

```
summary(Model)
```

Call:

```
ivreg(formula = wage ~ married | union, data = Data)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-14.488	-8.488	-3.488	8.271	47.771

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-3.271	6.324	-0.517	0.6051
marriedyes	18.759	9.626	1.949	0.0518 .

Diagnostic tests:

	df1	df2	statistic	p-value
Weak instruments	1	532	4.658	0.031357 *
Wu-Hausman	1	531	12.872	0.000364 ***
Sargan	0	NA	NA	NA

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 9.849 on 532 degrees of freedom

Multiple R-Squared: -2.666, Adjusted R-squared: -2.673

Wald test: 3.798 on 1 and 532 DF, p-value: 0.05185

3 仮定の検討

- 慎重に活用すべき
 - 操作変数を使った方が、推定結果が改善するケースは、“限定的”
 - * 「 Z の因果効果を D の因果効果を解釈する」という” 離れ業” をしていることを常に念頭に

3.1 Conditional independency

- 操作変数はランダム化されている必要がある
 - 活用できる自然実験の範囲を広げているだけであり、自然実験自体は必要

3.2 Exclusive restriction

- “離れ業” を可能にしているものの、大問題の仮定
- D のみを通じて影響を与えるとは？、どのようにテストする？
 - 方法論的にも未解決な課題

3.3 Relevance

- 慎重にデザインされた Encouragement experiment が実施されていれば、以上の仮定は満たしやすい
 - 実験の実現可能性も高まる (D を高める Nudge 的な介入など)
 - Exclusive restriction を満たすためには、十分に” 弱い介入” である必要がある
 - * $D = 1$ にするために多額の” 補助金” を投入すれば、Always taker であったとしても、 Y が変化する可能性がある
- 弱くしすぎると、Relevance が満たされにくくなる
 - 「職業訓練を推奨する」というだけでは、誰も従わないかもしれない

3.4 Weak IV

- $E[D|Z = 1, X] - E[D|Z = 0, X] = 0$ であれば、識別不可能
- $E[D|Z = 1, X] - E[D|Z = 0, X]$ が非常に小さければ、識別は可能だが、推定困難
 - 推定誤差が爆発的に大きくなりうる

3.5 シンプルな対応

- Monotonicity が成り立つのであれば、 $E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0] > 0$ であれば、必ず

$$\frac{E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0]}{E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0]} > 0$$

- $Y \sim Z$ を回帰し、 Z の係数値が”有意”であれば、Local average treatment effect も必ず”有意”に正と主張できる

3.6 解釈問題

- 局所的な因果効果であることに注意
 - あくまでも Complier 内の効果
- 特に Weak IV のケースでは、かなり限られた層内での効果にすぎない恐れが強くなる
 - 例: 「推奨する」という文言に反応する層内での効果

3.7 まとめ

- 操作変数法の慎重な活用は、因果効果解明に活用できる実験の種類を増やす
 - Encouragement experiment は、倫理的、予算的に活用可能な場面は多い
- ただし、通常の RCT と比べて、Exclusive restriction が要求され、正当化が難しい
 - Relevance との間にトレードオフが発生しがち

Reference

- Ding, Peng. 2023. “A First Course in Causal Inference.” *arXiv Preprint arXiv:2305.18793*.
- Griffen, Andrew S, Makiko Nakamuro, and Tomohiko Inui. 2015. “Fertility and Maternal Labor Supply in Japan: Conflicting Policy Goals?” *Journal of the Japanese and International Economies* 38: 52–72.