

# Extention: Other indicator

## 労働経済学 2

川田恵介

### Table of contents

1	Beyond “Average”	1
1.1	平均差 $\in$ 格差指標 . . . . .	2
1.2	例: 平均値 . . . . .	2
2	分位点の活用	2
2.1	実例: Glass Ceiling . . . . .	2
2.2	累積密度関数と分位点 . . . . .	3
2.3	条件付き . . . . .	3
2.4	例 . . . . .	3
2.5	例 . . . . .	4
2.6	分位点の差 . . . . .	4
2.7	推定: quantreg の使用 . . . . .	4
3	Balancing comparison	5
3.1	$X$ の分布のバランス . . . . .	5
3.2	Quantile comparison with balancing . . . . .	5
3.3	結果 . . . . .	6
3.4	注意点: 因果推論への応用 . . . . .	6
3.5	注意点: 因果推論への応用 . . . . .	6
3.6	まとめ . . . . .	7
3.7	Referene . . . . .	7

## 1 Beyond “Average”

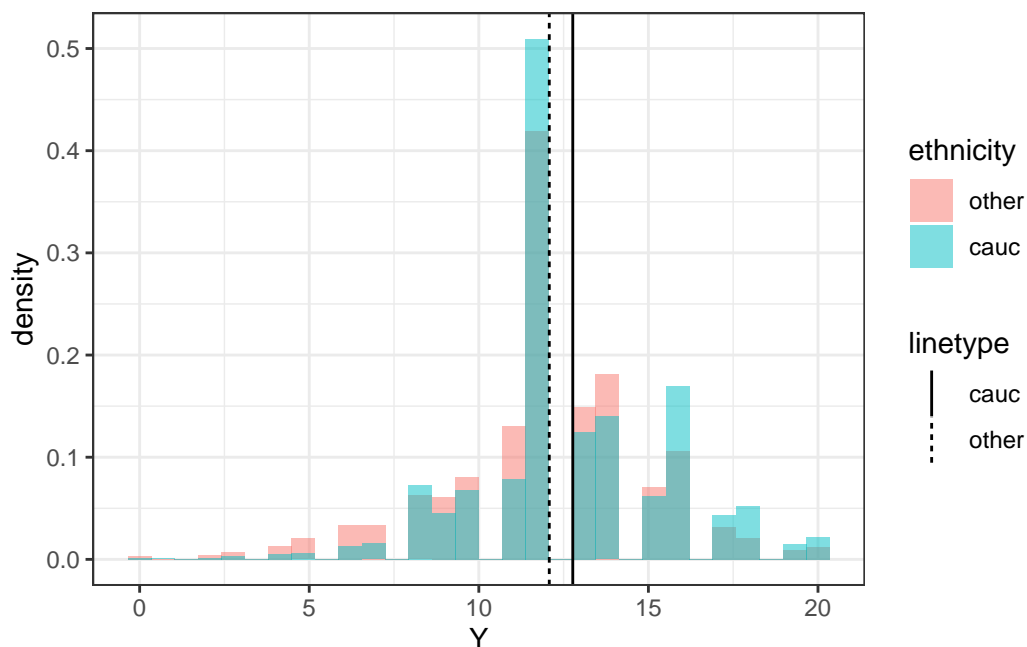
- ここまで主に平均格差に焦点を当ててきた
  - 平均値は柔軟な枠組みであり、現代でも有効

- 平均以外の指標も議論されてきた

## 1.1 平均差 ∈ 格差指標

- 本来的には、格差 = 問題のある分布の差
  - 指標化する方法は、無数に存在する
  - 平均差はその一つであり、分布差の一部しかとらえられない

## 1.2 例: 平均値



## 2 分位点の活用

- 累積密度関数と密接な関係のある指標

### 2.1 実例: Glass Ceiling

- “ガラスの天井”
  - “上位層における” 男女間所得格差 (Albrecht, Björklund, and Vroman 2003)
  - \* ≠ 平均格差

## 2.2 累積密度関数と分位点

- 累積密度 (Cumulative Distribution) :  $Y$  の値が一定の数値以下をとる事例の割合  $\Pr[Y \leq y] = q$
- 分位点 (Quantile  $Q_q(Y)$ ) : 累積密度がある水準  $q$  となる  $Y$  の値

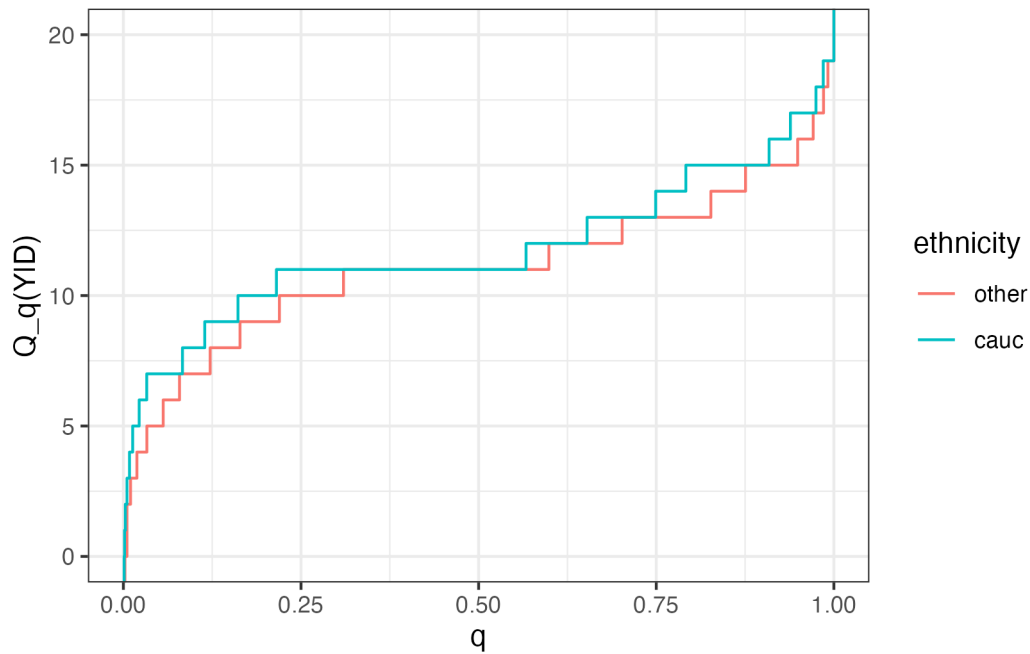
## 2.3 条件付き

- 条件付き累積密度 (Cumulative Distribution) :  $D = d$  内で、 $Y$  の値が一定の数値 以下をとる事例の割合  $\Pr[Y \leq y \mid D = d] = q$
- 条件付き分位点 (Quantile  $Q_q(Y|D = d)$ ) : 条件付き累積密度がある水準  $q$  となる  $Y$  の値

## 2.4 例

```
Fig = ggplot(  
  Data,  
  aes(  
    y = Y, # 教育年数  
    color = ethnicity # 人種  
  )  
) +  
theme_bw() +  
stat_ecdf(geom = "step") +  
xlab("q") +  
ylab("Q_q(Y|D)")
```

## 2.5 例



## 2.6 分位点の差

- $Q_q(Y|D=1) - Q_q(Y|D=0)$   
–  $1 - q$  番目に  $Y$  の値の差

## 2.7 推定: quantreg の使用

```
library(quantreg)

rq(Y ~ D,
  tau = seq(0.2, 0.8, 0.2), # q = {0.2, 0.4, 0.6, 0.8}
  data = Data)
```

Call:

```
rq(formula = Y ~ D, tau = seq(0.2, 0.8, 0.2), data = Data)
```

Coefficients:

	tau= 0.2	tau= 0.4	tau= 0.6	tau= 0.8
(Intercept)	11	12	13	16

D                      -1              0              0              -2

Degrees of freedom: 9120 total; 9118 residual

- 中位層においては、大きな差がない

### 3 Balancing comparison

- 格差を定義するためには、しばしば  $X$  をバランスさせる必要がある
- ここでは Firpo (2007) の手法を紹介
  - 他にも Cheng and Li (2024), Koenker and Bassett Jr (1978)

#### 3.1 $X$ の分布のバランス

- Firpo (2007) : 傾向スコアを推定して、Balancing. Weight を算出
  - Influence function を活用した Double Robustness を保証する Moment 条件に組み込む
    - \* Double Robustness の一般論は、Hines et al. (2022) などを参照

#### 3.2 Quantile comparison with balancing

```
library(qte)

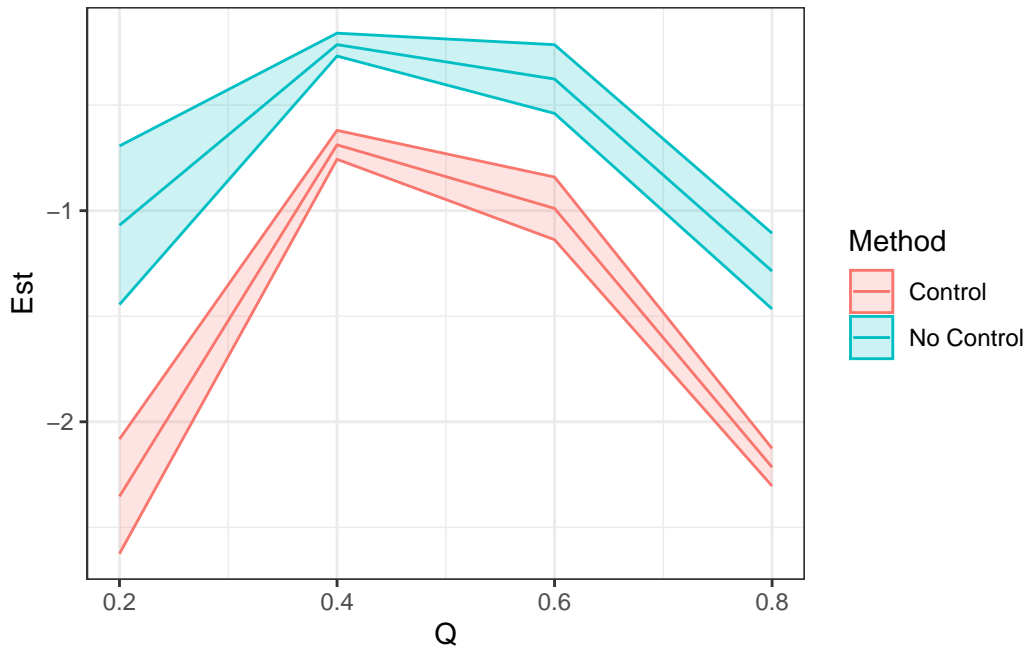
Q = seq(0.2,0.8,0.2)

ModelNotBalance = ci.qtet(
  Y ~ D,
  data = Data,
  probs = Q,
  se=T,
  iters=10)

ModelBalance = ci.qtet(
  Y ~ D,
  xformula=~ age + year,
  data = Data,
  probs = Q,
  se=T,
```

```
iters=10)
```

### 3.3 結果



### 3.4 注意点: 因果推論への応用

- 因果推論にも、無論応用できるが、因果効果の分位点と分位点の「因果的」比較の混同に注意
- 因果推論の典型的目標: 個人因果効果  $\tau = Y(1) - Y(0)$  を特徴づける
  - $Y(d) = D = d$  に” 変更した場合” の  $Y$  の潜在結果 (Potential Outcome)

### 3.5 注意点: 因果推論への応用

- 識別の仮定のもとで、Potential outcome の分位点の比較は容易

$$Q_q(Y(1)) - Q_q(Y(0))$$

- 個人因果効果の分位点  $Q_q(\tau)$  の推定は困難

— 一般に

$$Q_q(Y(1)) - Q_q(Y(0)) \neq Q_q(\tau)$$

— 平均値については、 $E[Y(1)] - E[Y(0)] = E[\tau]$

### 3.6 まとめ

- Quantile についての他の応用
  - 周辺化した分位点の分解分析 (Firpo, Fortin, and Lemieux 2009)
  - 継続学習としては以下を推奨
    - \* Klein (2024), Fortin, Lemieux, and Firpo (2011), Khadka et al. (2024)
- 他の指標もいろいろ提案されている (Zhou 2012)

### 3.7 Referene

- Albrecht, James, Anders Björklund, and Susan Vroman. 2003. “Is There a Glass Ceiling in Sweden?” *Journal of Labor Economics* 21 (1): 145–77.
- Cheng, Chao, and Fan Li. 2024. “Inverting Estimating Equations for Causal Inference on Quantiles.” *Biometrika*, asae058.
- Firpo, Sergio. 2007. “Efficient Semiparametric Estimation of Quantile Treatment Effects.” *Econometrica* 75 (1): 259–76.
- Firpo, Sergio, Nicole M Fortin, and Thomas Lemieux. 2009. “Unconditional Quantile Regressions.” *Econometrica* 77 (3): 953–73.
- Fortin, Nicole, Thomas Lemieux, and Sergio Firpo. 2011. “Decomposition Methods in Economics.” In *Handbook of Labor Economics*, 4:1–102. Elsevier.
- Hines, Oliver, Oliver Dukes, Karla Diaz-Ordaz, and Stijn Vansteelandt. 2022. “Demystifying Statistical Learning Based on Efficient Influence Functions.” *The American Statistician* 76 (3): 292–304.
- Khadka, Aayush, Jillian L Hebert, M Maria Glymour, Fei Jiang, Amanda Irish, Kate A Duchowny, and Anusha M Vable. 2024. “Quantile Regressions as a Tool to Evaluate How an Exposure Shifts and Reshapes the Outcome Distribution: A Primer for Epidemiologists.” *American Journal of Epidemiology*, kwae246.
- Klein, Nadja. 2024. “Distributional Regression for Data Analysis.” *Annual Review of Statistics and Its Application* 11.
- Koenker, Roger, and Gilbert Bassett Jr. 1978. “Regression Quantiles.” *Econometrica* 46 (1): 33–50.
- Zhou, Xiang. 2012. “A Nonparametric Index of Stratification.” *Sociological Methodology* 42 (1): 365–89.