1. Geben Sie für eine nichtsinguläre Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine reg. Diagonalmatrix $\tilde{D}$, so dass $\chi_\infty(\tilde{D}A) \leq \chi_\infty(DA)$ für beliebig reguläre Diagonalmatrizen $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$

A: $\tilde{D} = \mathrm{diag}(d_1, \dots, d_n)$ $\quad d_i = \left(\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|\right)^{-1}$ $\quad A_{ij} = a_{ij}$ $\quad 1 \leq i,j \leq n$

2. Matrix $A = \begin{bmatrix} 10 & -10000 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ in Gleitpunktarithmetik eine LR-Zerlegung berechnet werden. Probleme? wie verhindern?

A: - Kondition · Äquilibrierung
- Stabilität · Pivotisierung

$\left.\begin{array}{l} \|A\|_\infty = 10000 \\ \|A^{-1}\|_\infty = 1 \end{array}\right\} \chi_\infty(A) = 10010$ $\quad D_Z =$

$D_Z A = \begin{bmatrix} \frac{10}{10010} & \frac{-10000}{10010} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

// Pivotisierung

$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. Symm. pos. definierte Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und eine Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ geg. und $Ax = b$ lösen. Welches Verfahren aus Vorlesung ist am besten geeignet? Begründung.

A: Verfahren: Cholesky

Begründung: · Effizienz · $O(\frac{1}{6}n^3)$
· stabil

// Kap 4/1: Wann hat lineares Ausgleichsproblem eindeutige Lsg? für Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ mit $m \geq n$
-> b im Bildbereich (von A) und A hat linear unabh. Spalten (-> Kern $= \{0\}$)
\+ oder Rang$(A) = n$

// Kondition ist Eigenschaft des Problems

1. Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $m > n$, eine Matrix mit schlechter Kondition und vollen Rang. Welches Verfahren zur Lsg eines lin. Ausgleichsproblem
- nicht
- ja

\+ Begründung

A: nicht: Normalgleichung (Kondition zum Quadrat)
ja: QR-Zerlegung (" nicht zum Quadrat)
Annahme $\theta = \frac{\pi}{4}$ → beides gleiches Ergebnis, Normalgleichung mit weniger Rechenaufwand