

## Tema - Exerciții x-minor

Ex 1: Fie  $X$  o variabilă aleatoare,

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \text{ unde } \Omega = \{1, 2, 3\}$$

Să se demonstreze că  $\forall A \in \mathcal{B}_{\mathbb{R}}, X^{-1}(A) \in \mathcal{F}_1$ , unde  $\mathcal{F}_1 = \mathcal{P}(\Omega)$ .

$$\mathcal{F}_1 = \mathcal{P}(\Omega).$$

$\mathcal{F}_1$  fiind power set-ul lui  $\Omega$ , conține oricare submulțime a lui  $\Omega$ , deci implicit și preimaginea prin  $X$  a oricărei submulțimi a lui  $\mathbb{R}$ .

$$\Rightarrow \forall A \subset \mathbb{R}, X^{-1}(A) \in \mathcal{F}_1$$



$$\forall A \in \mathcal{B}_{\mathbb{R}}, X^{-1}(A) \in \mathcal{F}_1$$

Ex 2: Fie spațiul  $(\Omega, \mathcal{F}_0)$ , unde:

$$\Omega = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3\}\}$$

Se cere găsirea unei variabile aleatoare  $X$ .

Fie  $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}, X(a) = 0 \forall a \in \Omega$

$$\Rightarrow X^{-1}(A) = \begin{cases} \Omega, & 0 \in A \\ \emptyset, & 0 \notin A \end{cases}$$

$$\Rightarrow X^{-1}(A) \in \mathcal{F}_0 \quad \forall A \in \mathcal{B}_{\mathbb{R}}$$