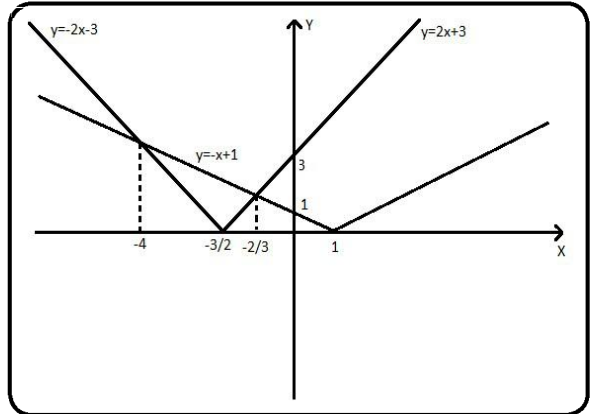
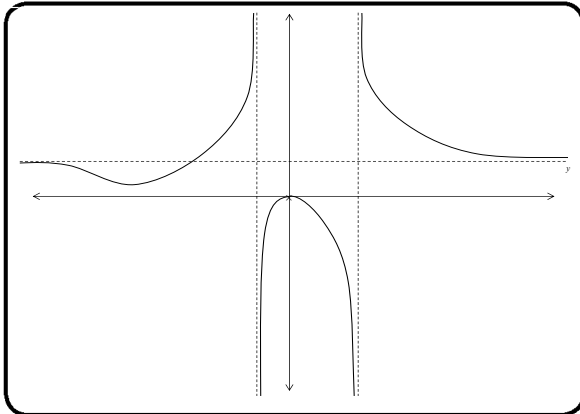
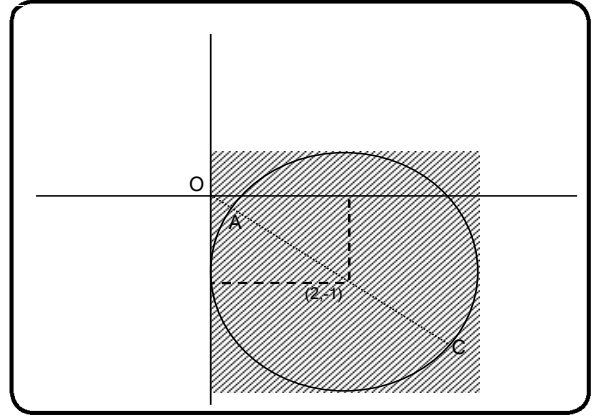
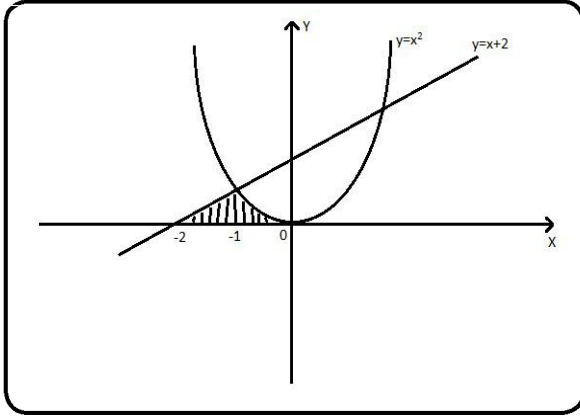




மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள்
நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 9வது

முன்னோடிப் பரீட்சை - 2018

10 - இணைந்த கணிதம் I விடைகள்



Prepared By

W/vinoth

B.Sc Eng (Hons)
University of Moratuwa
AMIE (SL)

01) # 1 ஆக

$$L.H.S = \sum_{r=1}^1 2^1 = 2$$

$$R.H.S = 2^{1+1} - 2 = 2 = L.H.S$$

ஆகவே $n = 1$ இற்கு முடிவு உண்மை $n = p$ இற்கு முடிவு உண்மை என்க

$$\sum_{r=1}^p 2^r = 2^{p+1} - 2$$

 $n = p+1$ ஆக

$$\sum_{r=1}^{p+1} 2^r = \sum_{r=1}^p 2^r + 2^{p+1} = 2^{p+1} - 2 + 2^{p+1} = 2 \cdot 2^{p+1} - 2 = 2^{(p+1)+1} - 2$$

ஆக $n = p+1$ இற்கு முடிவு உண்மை. $n = p$ இற்கு முடிவு உண்மை எனின் $n = p+1$ இற்கும் உண்மையாகும். ஏற்கனவே $n = 1$ இற்கு

முடிவு உண்மை என நிறுவப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே கணிதத்தொகுத்தறிவு கோட்பாட்டின்

I லம் எல்லா $n + \mathbb{Z} \in$ இற்கும் மேற்குறித்த முடிவு உண்மை

$$02) \left| \frac{2x+3}{x-1} \right| < 1$$

$$|2x+3| < |x-1|$$

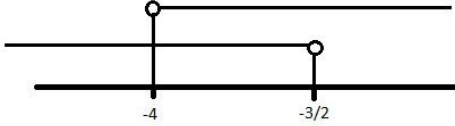


$$x < -\frac{3}{2} \Rightarrow -(2x+3) < -(x-1)$$

$$2x+3 > x-1$$

$$x > -4$$

$$-4 < x < -\frac{3}{2}$$

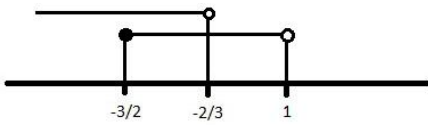


$$-\frac{3}{2} \leq x < 1 \Rightarrow 2x+3 < -(x-1)$$

$$3x < -2$$

$$x < -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{3}{2} \leq x < -\frac{2}{3}$$



$$x \geq 1 \Rightarrow 2x+3 < x-1$$

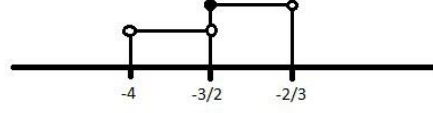
$$x < -4$$

பொதுவான தீர்வு இல்லை



$$-4 < x < -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{2}{3}$$

$$-4 < x < -\frac{2}{3}$$



$$\{x : x, -4 < x < -\frac{2}{3}\}$$

Alternative method

$$y = |2x+3|$$

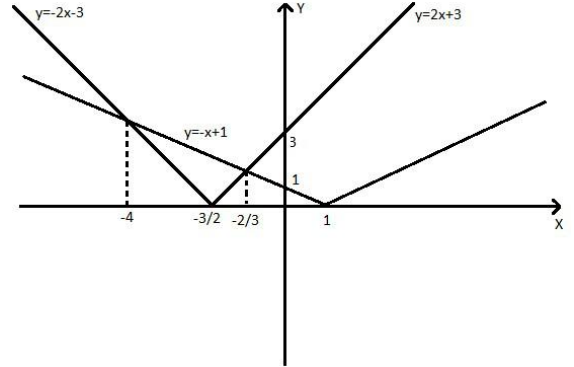
$$x < -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -2x-3$$

$$x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow y = 2x+3$$

$$y = |x-1|$$

$$x < 1 \Rightarrow y = -x+1$$

$$x \geq 1 \Rightarrow y = x-1$$



$$y = -2x-3, y = -x+1$$

$$-x+1 = -2x-3$$

$$x = -4$$

$$y = 2x+3, y = -x+1$$

$$2x+3 = -x+1$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$-4 < x < -\frac{2}{3}$$

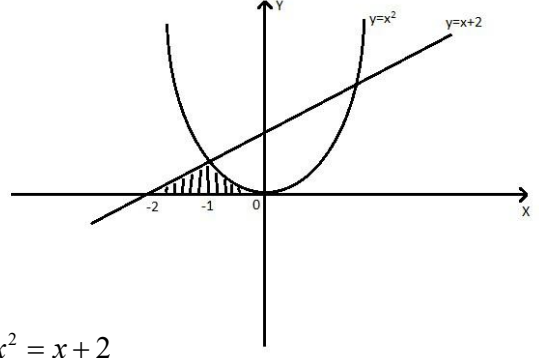
$$\{x : x, -4 < x < -\frac{2}{3}\}$$

03) $|z| + |z-4| = 6$ $z = x + iy$ எனக்
 $|x + iy| + |x + iy - 4| = 6$
 $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 6$
 $\left(\sqrt{(x-4)^2 + y^2}\right)^2 = \left(6 - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2$
 $(x-y)^2 + y^2 = 36 - 12\sqrt{x^2 + y^2} + x^2 + y^2$
 $-8x + 16 = 36 - 12\sqrt{x^2 + y^2}$
 $3\sqrt{x^2 + y^2} = 5 + 2x$
 $9(x^2 + y^2) = 25 + 4x^2 + 20x$
 $5x^2 + 9y^2 - 20x - 25 = 0$
 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} - \frac{4x}{9} - \frac{5}{9} = 0$
 $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

04) $B -2, I -1, G -2, O -1, S -2$
உருவாக்கக்கூடிய ஒழுங்கமைப்புகளின்
எண்ணிக்கை $= \frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = 5040$
 $IO -1, B -2, G -2, S -2$
“IO” ஒன்றாக இருக்க உருவாக்கக்கூடிய
ஒழுங்கமைப்புகளின் எண்ணிக்கை
 $= \frac{7!}{2! \times 2! \times 2!} \times 2 = 1260$

05) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(\sin^2 \frac{x}{2})}{x^4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \frac{\sin^2(\sin^2 \frac{x}{2})}{\sin^4 \frac{x}{4}} \times \frac{\sin^4 \frac{x}{2}}{x^4}$
 $= \left[\lim_{\sin^2 \frac{x}{2} \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin^2 \frac{x}{2})}{\sin^2 \frac{x}{2}} \right]^2 \times 2 \left[\lim_{\frac{x}{2} \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right]^4 \times \frac{1}{2^4}$
 $= 1^2 \times 2 \times 1^4 \times \frac{1}{16}$
 $= \frac{1}{8}$

06)

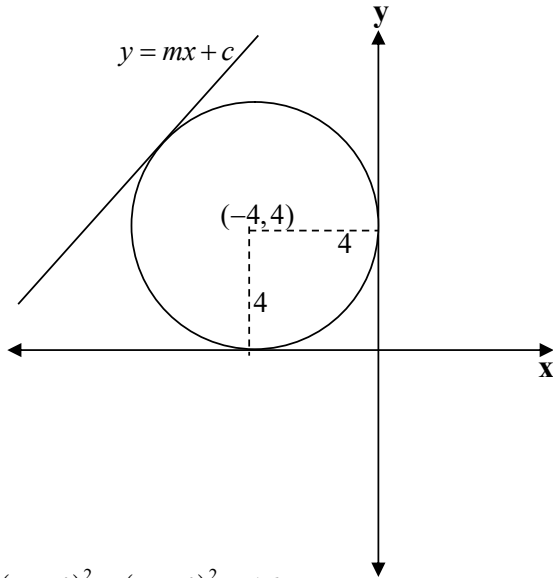


$x^2 = x + 2$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x-2)(x+1) = 0$
 $x = 2, x = -1$
 $A = \int_{-1}^0 x^2 dx + \int_{-2}^{-1} (x+2) dx$
 $A = \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 + \int_{-2}^{-1} x dx + \int_{-2}^{-1} 2 dx$
 $A = \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-2}^{-1} + 2[x]_{-2}^{-1}$
 $A = \left[0 - \frac{(-1)^3}{3} \right] + \left[\frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-2)^2}{2} \right] + 2[(-1) - (-2)]$
 $A = \left[0 + \frac{1}{3} \right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{2} \right] + 2[1]$
 $A = \frac{5}{6}$

07)

$x = 3e^{2t} - t$ $y = e^{3t} - 2t$
 $\frac{dx}{dt} = 3.2e^{2t} - 1$ $\frac{dy}{dt} = 3.e^{3t} - 2$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$
தொடலியின் படித்திறன் $= \frac{3.e^{3t} - 2}{3.2e^{2t} - 1}$
செவ்வனின் படித்திறன் $= \frac{1 - 6e^{2t}}{3e^{3t} - 2}$
 $\frac{1 - 6e^{2t}}{3e^{3t} - 2} = -\frac{1}{2}$
 $2 - 12e^{2t} = -3e^{3t} + 2$
 $4e^{2t} = e^{3t}$
 $e^{2t} (4 - e^t) = 0$
 $e^t = 4$ $e^{2t} > 0$
 $t = \ln 4$
 $t = \ln k$ $k = 4$

08)



$$(x+4)^2 + (y-4)^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 8y + 16 = 0$$

$$y = mx + c$$

$$4 = \frac{|-y + mx + 12|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$4\sqrt{m^2 + 1} = |-4 - 4m + 12|$$

$$\sqrt{m^2 + 1} = |m - 2|$$

$$m^2 + 1 = m^2 - 4m + 4$$

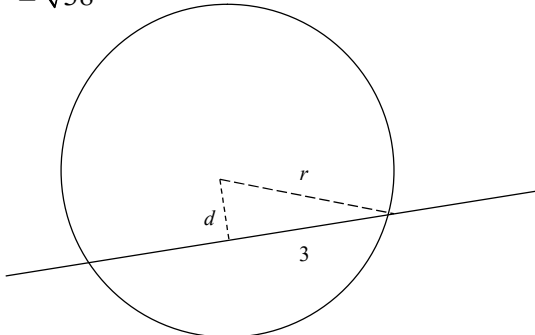
$$4m = 3$$

$$m = \frac{3}{4}$$

$$09) d = \frac{|2 \times 3 - 5(-1) + 18|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = \sqrt{29}$$

$$r = \sqrt{3^2 + 29}$$

$$= \sqrt{38}$$



வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 38$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 28 = 0$$

$$10) \sin^{-1}x - \cos^{-1}x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Let } \sin^{-1}x = A \quad x = \sin A$$

$$\text{Let } \cos^{-1}x = B \quad x = \cos B$$

$$A - B = \frac{\pi}{6}$$

$$\sin(A - B) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B = \frac{1}{2}$$

$$x \cdot x - \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-x^2} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 1 + x^2 = \frac{1}{2}$$

$$2x^2 = \frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = +\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (x > 0)$$

Alternative method

$$\sin^{-1}x - \cos^{-1}x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Let } \sin^{-1}x = A \quad x = \sin A \quad \left| \begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} \leq A \leq \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} - A \leq \pi \end{array} \right.$$

$$\text{Let } \cos^{-1}x = B \quad x = \cos B \quad \left| \begin{array}{l} 0 \leq B \leq \pi \end{array} \right.$$

$$\cos B = \sin A$$

$$\cos B = \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right)$$

$$B = \frac{\pi}{2} - A$$

$$A + B = \frac{\pi}{2}$$

$$A - B = \frac{\pi}{6}$$

$$A = \frac{\pi}{3}$$

$$x = \sin A = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

11) a)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x \right] + c$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} \right] + c$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{f(x)}{a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{f(x)}{a} + \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$$

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \geq 0$$

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

$$qx^2 - 2p\sqrt{p}x + p^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4p^2p - 4qp^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4p^2(p - q) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow p - q \geq 0$$

$$\Leftrightarrow p \geq q$$

b) $f(x) = ax^4 + x^3 - x^2 - x - b$

$$f(1) = 0$$

$$a + 1 - 1 - 1 - b = 0$$

$$a - b = 1$$

$$f(2) = 33$$

$$16a + 8 - 4 - 2 - b = 33$$

$$16a - b = 31$$

$$15a = 30$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

$$f(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 - x - 1$$

$$x = -1 \Rightarrow$$

$$f(-1) = 2(1) + (-1) - 1 + 1 - 1 = 0$$

$$f(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 - x - 1$$

$$= (x-1)(2x^3 + 3x^2 + 2x + 1)$$

$$= (x-1)(x+1)(2x^2 + x + 1)$$

$$= (x-1)(x+1) \left[2 \left(x + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8} \right]$$

$$2 \left(x + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8} > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

12) a)

$$(10 + 3x)^{15} = \sum_{r=0}^{15} {}^{15}C_r (10)^{15-r} (3x)^r$$

OR

$$= {}^{15}C_0 10^{15} + {}^{15}C_1 10^{14} (3x)^1 + \dots + {}^{15}C_r (10)^{15-r} (3x)^r + \dots + {}^{15}C_{15} (3x)^{15}$$

$$\text{இங்கு } {}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$T_{r+1} = {}^{15}C_r (10)^{15-r} (3x)^r$$

$$T_r = {}^{15}C_{r-1} (10)^{16-r} (3x)^{r-1}$$

$$\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{{}^{15}C_r}{{}^{15}C_{r-1}} \frac{10^{15-r}}{10^{16-r}} \frac{(3x)^r}{(3x)^{r-1}} = \frac{3(16-r)x}{10r}$$

$T_{r+1} \geq T_r$ என்பதற்கேற்ப அடுத்துவரும் உறுப்பு முன்னைய உறுப்பைவிட பெரிது, சமன், சிறியதாக இருக்கும்

$$\frac{T_{r+1}}{T_r} \geq 1$$

$$\frac{3(16-r)x}{10r} \geq 1$$

$$r \leq \frac{48x}{3x+10}$$

ஆனால் ... $< T_7 < T_8 < T_9 > T_{10} > T_{11} > \dots$

$$\therefore 8 < \frac{48x}{3x+10} < 9$$

$$\frac{48x}{3x+10} > 8 \quad \frac{48x}{3x+10} < 9$$

$$x > \frac{10}{3} \text{ --- } (*) \quad x < \frac{30}{7} \text{ --- } (**)$$

$$(*) \text{ and } (**) \Rightarrow \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$$

$$x = 4 \Rightarrow$$

$$\frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$$

மிகப்பெரிய உறுப்பு = T_9

$$\begin{aligned} T_9 &= {}^{15}C_8 (10)^7 (3x)^8 \\ &= \frac{15!}{8! 7!} \times 10^7 \times 3^8 \times 4^8 \end{aligned}$$

$$b) f(r) = \frac{r+a}{r^2} ; a \in \mathbb{R}$$

$$f(r) - f(r+1) \equiv \frac{r^2 + 3r + 1}{r^2(r+1)^2}$$

$$\frac{r+a}{r^2} - \frac{r+1+a}{(r+1)^2} \equiv \frac{r^2 + 3r + 1}{r^2(r+1)^2}$$

$$\frac{(r+a)(r+1)^2 - (r+1+a)r^2}{r^2(r+1)^2} \equiv \frac{r^2 + 3r + 1}{r^2(r+1)^2}$$

$$\frac{r^2 + (1+2a)r + a}{r^2(r+1)^2} \equiv \frac{r^2 + 3r + 1}{r^2(r+1)^2}$$

மாற்றிலி:

$$a = 1$$

$$U_r = \frac{r^2 + 3r + 1}{r^2(r+1)^2} = f(r) - f(r+1) \text{ இங்கு } f(r) = \frac{r+1}{r^2}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$U_1 = f(1) - f(2)$$

$$U_2 = f(2) - f(3)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$$

$$U_n = f(n) - f(n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = f(1) - f(n+1)$$

$$= 2 - \frac{n+2}{(n+1)^2}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{r=1}^n U_r \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{n+2}{(n+1)^2} \right)$$

$$= 2 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\left(1 + \frac{2}{n}\right)}{n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2} \right)$$

$$= 2 - 0$$

$$= 2$$

தொடர் ஒருங்குகிறது

காரணம் - முடிவிலி உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை ஒரு நிலையான எண் பெறுமானம்

13) a)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(A^2 - I) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(A^2 - I) = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= -(A^2 - I)$$

$$A(A^2 - I) = I - A^2$$

$$A(A^2 - I + A) = I$$

$$A^{-1} = (A^2 - I + A)$$

$$AB = I + 2A$$

$$A(B - 2I) = I$$

$$B - 2I = A^2 - I + A$$

$$B - 2I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

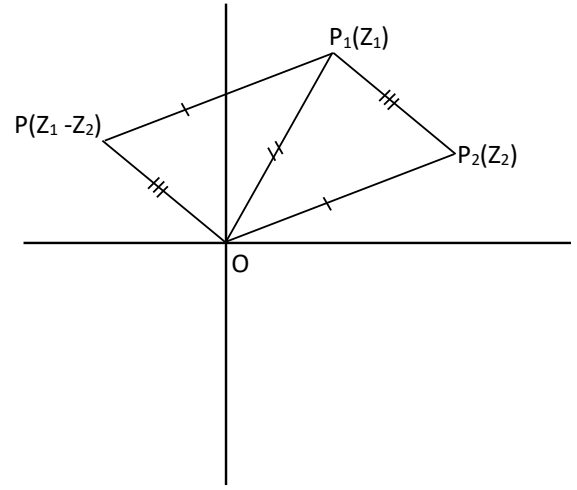
b)

$$|Z_1 - Z_2| = P_1P_2$$

ΔOPP_2 இல்

$$OP_1 + P_1P_2 \geq OP_2$$

$$\text{or } OP_2 + P_1P_2 \geq OP_1$$



$$|Z_1| + |Z_1 - Z_2| \geq |Z_2| \quad \text{or} \quad |Z_2| + |Z_1 - Z_2| \geq |Z_1|$$

$$|Z_1 - Z_2| \geq |Z_2| - |Z_1| \quad \text{or} \quad |Z_1 - Z_2| \geq |Z_1| - |Z_2|$$

$$|Z_1 - Z_2| \geq ||Z_1| - |Z_2||$$

$$Z_1 = Z, Z_2 = 2 - i \quad \text{என எடுத்தால்}$$

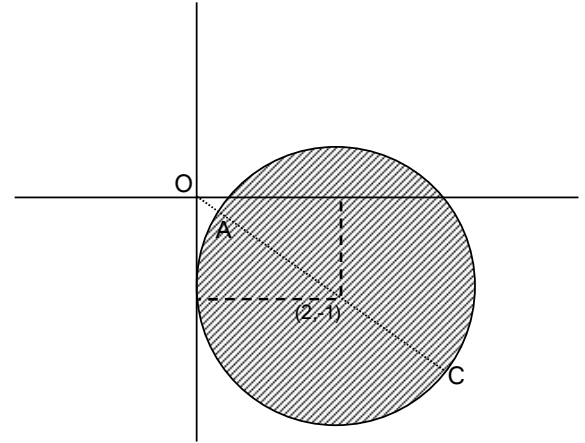
$$|Z - (2 - i)| \geq |Z| - |2 - i| \quad \text{or} \quad |Z - (2 - i)| \geq |2 - i| - |Z|$$

$$\text{ஆனால் } |Z - (2 - i)| \geq 2$$

$$2 \geq |Z| - \sqrt{5} \quad \text{or} \quad 2 \geq \sqrt{5} - |Z|$$

$$2 + \sqrt{5} \geq |Z| \quad \text{or} \quad |Z| \geq \sqrt{5} - 2$$

$$\sqrt{5} - 2 \leq |Z| \leq \sqrt{5} + 2$$



$$|Z|_{\min} = OA$$

B

$$|Z|_{\max} = OC$$

$$OA \leq |Z| \leq OC$$

$$OB - OA \leq |Z| \leq OB + BC$$

$$\sqrt{5} - 2 \leq |Z| \leq \sqrt{5} + 2$$

$$\begin{aligned}
 14) a) f'(x) &= \frac{(x+1)(x-2)2x - x^2(2x-1)}{(x+1)^2(x-2)^2} \\
 &= \frac{(x^2 - x - 2)2x - x^2(2x-1)}{(x+1)^2(x-2)^2} \\
 &= \frac{-x^2 - 4x}{(x+1)^2(x-2)^2} \\
 &= \frac{-x(x+4)}{(x+1)^2(x-2)^2}
 \end{aligned}$$

கிடை அணுகுகோடு பெறப்படுவது $x \rightarrow \pm\infty$

$$f(x) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{2}{x}\right)}$$

$$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 1$$

கிடை அணுகுகோடு $y = 1$

நிலைகுத்து அணுகுகோடு: $x = -1, x = 2$

திரும்பற்புள்ளிகள் :

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 0 \Rightarrow \\
 \frac{-x(x+4)}{(x+1)^2(x-2)^2} &= 0 \\
 x &= 0 \text{ or } x = -4
 \end{aligned}$$

திருப்பற்புள்ளி $\equiv (0,0), (-4, \frac{8}{9})$

$$-\infty < x < -4 \Rightarrow f'(x) < 0$$

$$-4 < x < -1 \Rightarrow f'(x) > 0$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow f'(x) > 0$$

$$0 < x < 2 \Rightarrow f'(x) < 0$$

$$2 < x < +\infty \Rightarrow f'(x) < 0$$

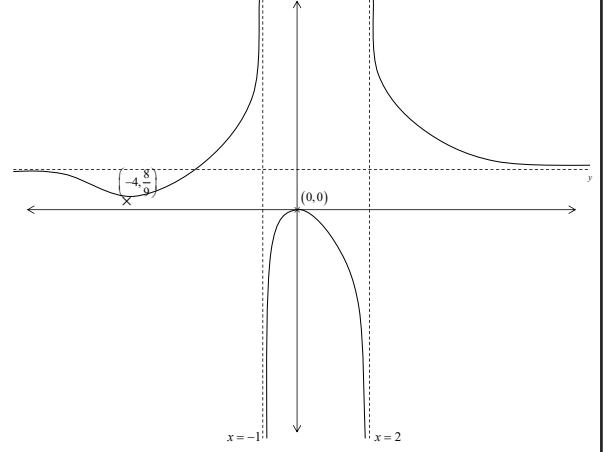
$x = 0$ இல் உயர்வு

$x = -4$ இல் இழிவு

உயர்வுப்புள்ளி $\equiv (0,0)$

வரைபு உற்பத்தியினூடு செல்லும்

இழிவுப்புள்ளி $\equiv (-4, \frac{8}{9})$



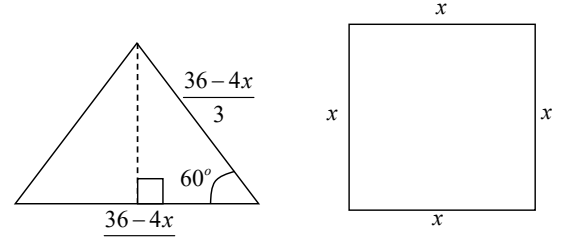
$$f(x) = \frac{x^2}{(x+1)(x-2)} \leq 0$$

$$f(x) \leq 0$$

$$y \leq 0$$

$$-1 < x < 2$$

b)



$$A(x) = x^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{36-4x}{3}\right) \left(\frac{36-4x}{3}\right) \sin 60^\circ$$

$$A(x) = x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{9} (9-x)^2; 0 < x < 9$$

$$A'(x) = 2x + \frac{4\sqrt{3}}{9} 2(9-x)(-1)$$

$$A'(x) = 2x - \frac{8\sqrt{3}}{9} (9-x)$$

இழிவாகும் போது

$$A'(x) = 0$$

$$2x = \frac{8\sqrt{3}}{9} (9-x)$$

$$x = \frac{36\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 9}$$

$$0 < x < \frac{36\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9} \Rightarrow A'(x) < 0$$

$$x = \frac{36\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9} \Rightarrow A'(x) = 0$$

$$\frac{36\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9} < x < 9 \Rightarrow A'(x) > 0$$

ஆகவே $x = \frac{36\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$ இல் இழிவு

இழிவாகும் போது

சதுரத்திற்கு வெட்டிய பகுதியின் நீளம் = $4x$

$$= \frac{144\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$$

முக்கோணத்திற்கு வெட்டிய பகுதியின் நீளம் = $36 - \frac{144\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$

$$= \frac{324}{4\sqrt{3}+9}$$

15) a) $\int \frac{1}{x^2} \ln(1+x^2) dx$

$$= \int \ln(1+x^2) \frac{d}{dx} \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) dx$$

$$= \ln(1+x^2) \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) - \int \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$= -\frac{\ln(1+x^2)}{x} + 2 \int \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$= -\frac{\ln(1+x^2)}{x} + 2 \tan^{-1}(x) + c$$

c -தொகையீட்டு மாறிலி

b) $\frac{d}{dx} \left(x^{n-1} \sqrt{16-x^2} \right)$

$$= \frac{x^{n-1}(-2x)}{2\sqrt{16-x^2}} + \sqrt{16-x^2} (n-1)x^{n-2}$$

$$= -\frac{x^n}{\sqrt{16-x^2}} + \frac{(16-x^2)(n-1)x^{n-2}}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$= \frac{16(n-1)x^{n-2}}{\sqrt{16-x^2}} - \frac{nx^n}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$n = 2 \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dx} \left(x \sqrt{16-x^2} \right) = \frac{16}{\sqrt{16-x^2}} - \frac{2x^2}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} = \frac{8}{\sqrt{16-x^2}} - \frac{1}{2} \times \frac{d}{dx} \left(x \sqrt{16-x^2} \right)$$

$$\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} = 8 \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4^2-x^2}} - \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{d}{dx} \left(x \sqrt{16-x^2} \right) dx$$

$$= 8 \times \sin^{-1} \left(\frac{x}{4} \right) \Big|_0^2 - \frac{1}{2} \left(x \sqrt{16-x^2} \right) \Big|_0^2$$

$$= 8 \left(\frac{\pi}{6} \right) - \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3})$$

$$= \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$$

$$\frac{x^3+3x^2+8x+26}{(x+1)(x^2+9)} \equiv a + \frac{b}{(x+1)} + \frac{cx+d}{(x^2+9)}$$

$$x^3+3x^2+8x+26 \equiv a(x+1)(x^2+9)+b(x^2+9)+(cx+d)(x+1)$$

$$x = -1 \Rightarrow$$

$$-1+3-8+26=10b$$

$$10b=20$$

$$b=2$$

$$x^3 :-$$

$$x^2 :-$$

$$1 = a$$

$$3 = a + b + c$$

$$3 = 1 + 2 + c$$

$$c = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow$$

$$26 = 9a + 9b + d$$

$$26 = 27 + d$$

$$d = -1$$

$$\frac{x^3+3x^2+8x+26}{(x+1)(x^2+9)} \equiv 1 + \frac{2}{(x+1)} - \frac{1}{(x^2+9)}$$

$$\int_0^3 \frac{x^3+3x^2+8x+26}{(x+1)(x^2+9)} dx$$

$$= \int_0^3 \left(1 + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2+9} \right) dx$$

$$= \int_0^3 1 dx + 2 \int_0^3 \frac{1}{x+1} dx - \int_0^3 \frac{1}{3^2+x^2} dx$$

$$= x \Big|_0^3 + 2 \frac{\ln|x+1|}{1} \Big|_0^3 - \frac{1}{3} \tan^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) \Big|_0^3$$

$$= 3 + 2 \ln 4 - \frac{\pi}{12}$$

$$= 3 + 2 \ln 2^2 - \frac{\pi}{12}$$

$$= 3 + 4 \ln 2 - \frac{\pi}{12}$$

16) a)

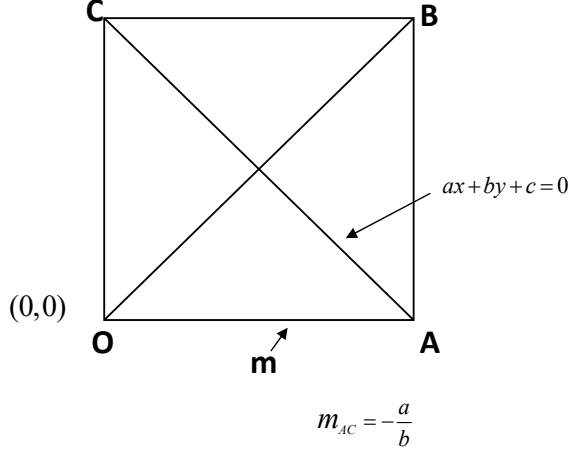
$ax+by+c=0$ இன் மீது உற்பத்தி இருப்பதற்கு

$(0,0)$ எனும் ஆள்கூற்றை திருப்தி செய்ய வேண்டும்

$$LHS = a(0) + b(0) + c = c$$

ஆனால் $c \neq 0$ ஆகவே

$ax+by+c=0$ நேர்கோடு மீது உற்பத்தி இருப்பதில்லை



$$\tan 45^\circ = \left| \frac{m - m_{AC}}{1 + m \times m_{AC}} \right|$$

$$1 = \left| \frac{m - \left(-\frac{a}{b}\right)}{1 + m \left(-\frac{a}{b}\right)} \right|$$

$$\left| 1 + m \left(-\frac{a}{b}\right) \right| = \left| m + \frac{a}{b} \right|$$

(+) \Rightarrow

$$1 - \frac{ma}{b} = -m - \frac{a}{b}$$

$$\left(1 - \frac{a}{b}\right)m = \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

$$m = 1$$

$$m = \left(\frac{b-a}{a+b}\right) \text{ பொருந்தும்}$$

$$m_{OA} = m_{CB} = \left(\frac{b-a}{a+b}\right)$$

$$m_{OC} = m_{AB} = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)$$

(-) \Rightarrow

$$1 - \frac{ma}{b} = m + \frac{a}{b}$$

$$\left(1 - \frac{a}{b}\right)m = 1 - \frac{a}{b}$$

$$m = \left(\frac{b-a}{a+b}\right)$$

$$m_{OC} \times m_{OA} = -1$$

$$m_{OC} = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)$$

$$m_{OB} = \frac{b}{a} \quad m_{OB} m_{AC} = -1$$

$$\frac{y-0}{x-0} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} = t \text{ என்க} \quad B \text{ இன் ஆள்கூறு } (at, bt) \text{ எனின்}$$

$$OB \text{ இன் நடுப்புள்ளி } D \equiv \left(\frac{at}{2}, \frac{bt}{2}\right)$$

$$y = \frac{bt}{2}, x = \frac{at}{2}$$

இப்புள்ளி $ax+by+c=0$ இல் இருப்பதனால்

$$a\left(\frac{at}{2}\right) + b\left(\frac{bt}{2}\right) + c = 0$$

$$t = \frac{-2c}{a^2 + b^2}$$

$$B \text{ யின் ஆள்கூறு } \left(\frac{-2ac}{a^2 + b^2}, \frac{-2bc}{a^2 + b^2}\right)$$

OA யின் சமன்பாடு OC யின் சமன்பாடு

$$\frac{y-0}{x-0} = \frac{b-a}{b+a}$$

$$\frac{y-0}{x-0} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$y = \frac{(b-a)}{(b+a)}x$$

$$y = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)x$$

AB யின் சமன்பாடு BC யின் சமன்பாடு

$$\left(\frac{y-bt}{x-at}\right) = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)$$

$$y + \frac{2bc}{a^2 + b^2} = \left(\frac{a+b}{a-b}\right) \left(x + \frac{2ac}{a^2 + b^2}\right)$$

$$\frac{y-bt}{x-at} = \frac{b-a}{a+b}$$

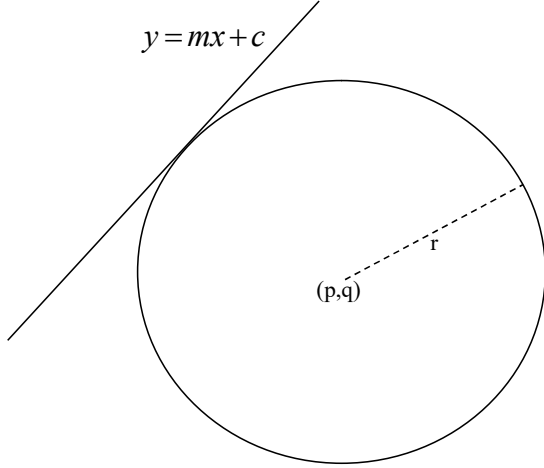
$$y + \frac{2bc}{a^2 + b^2} = \left(\frac{b-a}{a+b}\right) \left(x + \frac{2ac}{a^2 + b^2}\right)$$

மூலைவிட்ட நீளம்

$$OB = \sqrt{\left(\frac{2ac}{a^2+b^2}\right)^2 + \left(\frac{2bc}{a^2+b^2}\right)^2}$$

$$= \frac{2c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\text{சதுரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2}OB^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 = \frac{2c^2}{a^2+b^2}$$



நேர்கோடு வட்டத்தை தொடுகிறதென்றால்
 \Leftrightarrow மையத்திலிருந்து நேர்கோட்டுக்கு
 வைரயப்பட்ட செங்குத்து = ஆரை

$$\Leftrightarrow r = \frac{q - pm - c}{\sqrt{1+m^2}}$$

$$\Leftrightarrow r^2(1+m^2) = (q - pm - c)^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 13 = 0 \quad x + y = k$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 18 \quad y = -x + k$$

$$p=2 \quad q=1 \quad r=3\sqrt{2} \quad m=-1, c=k$$

வட்டத்தை நேர்கோடு தொடுவதால்

$$r^2(m^2+1) = (q - mp - c)^2$$

$$18((-1)^2+1) = (1-2(-1)-k)^2$$

$$18 \times 2 = (k-3)^2$$

$$(k-3)^2 - 6^2 = 0$$

$$(k-9)(k+3) = 0$$

$$k=9, k=-3$$

$$17) a) 8 \sin x \cos x \sin x = \sqrt{3} \sin x + \cos x$$

$$4 \sin 2x = \sqrt{3} + \cot x$$

$$\frac{4 \times 2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sqrt{3} + \frac{1}{\tan x}$$

$$8 \tan^2 x = (\sqrt{3} \tan x + 1)(1 + \tan^2 x)$$

$$8 \tan^2 x = \sqrt{3} \tan^3 x + \sqrt{3} \tan x + \tan^2 x + 1$$

$$0 = \sqrt{3} \tan^3 x + \sqrt{3} \tan x - 7 \tan^2 x + 1$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ இச்சமன்பாட்டை திருப்தி செய்கிறது}$$

$$0 = \left(\tan x - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) (\sqrt{3} \tan^2 x - 6 \tan x - \sqrt{3})$$

$$0 = \left(\tan x - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) (\tan^2 x - 2\sqrt{3} \tan x - 1)$$

தீர்வுகள்

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{அல்லது}$$

$$\tan^2 x - 2\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$$

$$\tan x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \sqrt{3} \pm \sqrt{5}$$

$$\tan x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

$$\tan x = \tan \alpha$$

$$x = m\pi + \alpha$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan x = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\tan x = \sqrt{3} - \sqrt{5}$$

$$\tan x = \tan \beta$$

$$x = p\pi + \beta$$

$$x = n\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$m, p \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned}
 LHS &= \frac{\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(b+c)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(b-c)^2} \\
 &= \frac{\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(k \sin B + k \sin C)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(k \sin B - k \sin C)^2} \\
 &= \frac{\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{k^2 \left(4 \sin^2\left(\frac{B+C}{2}\right) \cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)\right)} + \frac{\sin^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{k^2 \left(4 \sin^2\left(\frac{B-C}{2}\right) \cos^2\left(\frac{B+C}{2}\right)\right)} \\
 &= \frac{1}{4k^2 \sin^2\left(\frac{\pi-A}{2}\right)} - \frac{1}{4k^2 \cos^2\left(\frac{\pi-A}{2}\right)} \\
 &= \frac{1}{4k^2 \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)} + \frac{1}{4k^2 \sin^2\left(\frac{A}{2}\right)} \\
 &= \frac{1}{4k^2} \left[\frac{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right) \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)} \right] \\
 &= \frac{1}{k^2 \sin^2(A)} \\
 &= \frac{1}{a^2} \\
 &= RHS
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin A}{a} &= \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = k \\
 A + B + C &= \pi \\
 \frac{B+C}{2} &= \frac{\pi-A}{2}
 \end{aligned}$$

c) $\sin \theta = 0$

$$\sin \theta = \sin 0$$

$$= n\pi + (-1)^n \cdot 0$$

$$= n\pi \quad ; (n \in \mathbb{Z})$$

$$\theta = (0, \pi)$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ இல் தீர்வுகள் } \theta = \{0, \pi, 2\pi\}$$

$$\sin 5\theta = 0$$

$$\sin 5\theta = \sin 0$$

$$\theta = m\pi + (-1)^m \cdot 0$$

$$\theta = \frac{m\pi}{5} \quad ; (m \in \mathbb{Z})$$

$$\theta = 0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}$$

$$\sin \frac{\pi}{5} = \sin \frac{4\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}, \sin 0 = \sin \pi = \sin 2\pi, \sin \frac{6\pi}{5} = \sin \frac{9\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{5} = \sin \frac{8\pi}{5}$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ இல் தீர்வுகள் } \left\{0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right\}$$

$$\sin 3\theta = \sin(\theta + 2\theta)$$

$$= \sin \theta \cdot \cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \cos \theta$$

$$= \sin \theta [1 - 2\sin^2 \theta + 2\cos^2 \theta]$$

$$= \sin \theta [3 - 4\sin^2 \theta]$$

$$\cos 3\theta = \cos(\theta + 2\theta)$$

$$= \cos \theta \cdot \cos 2\theta - \sin \theta \cdot \sin 2\theta$$

$$= \cos \theta [1 - 4\sin^2 \theta]$$

$$\sin 5\theta = \sin(3\theta + 2\theta)$$

$$= \sin 3\theta \cdot \cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \cos 3\theta$$

$$= \sin \theta [3 - 4\sin^2 \theta] [1 - 2\sin^2 \theta] + \cos \theta [1 - 4\sin^2 \theta] \times 2\sin \theta \cos \theta$$

$$= \sin \theta [3 - 10\sin^2 \theta + 8\sin^4 \theta + 2(1 - \sin^2 \theta)(1 - 4\sin^2 \theta)]$$

$$= \sin \theta [3 - 10\sin^2 \theta + 8\sin^4 \theta + 2 - 10\sin^2 \theta + 8\sin^4 \theta]$$

$$= \sin \theta [16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5]$$

$$16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

$$x = \sin \theta \text{ எனின்}$$

$$16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5 = 0$$

ஆனால்

$$\sin 5\theta = \sin \theta [16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5]$$

$$\sin 5\theta = 0$$

$$\text{எனவே தீர்வுகள் } \left[0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right]$$

$$\sin \theta [16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5] = 0 \text{ இல் } \theta \text{ இன் தீர்வுகள் } \left[0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right]$$

$$16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5 = 0$$

$$\text{தீர்வுகள் } \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{5}, \sin \frac{6\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{5} [\sin 0 \text{ ஆனது தீர்வில்லை}]$$

$$16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

$$y = x^2$$

$$16y^2 - 20y + 5 = 0$$

$$x \text{ இன் தீர்வுகள் } \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{5}, \sin \frac{6\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{5}$$

$$y (= x^2) \Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{5}, \sin^2 \frac{2\pi}{5}, \sin^2 \left(\pi + \frac{\pi}{5}\right), \sin^2 \left(\pi + \frac{2\pi}{5}\right)$$

$$y (= x^2) \text{ இன் தீர்வுகள் } \sin^2 \frac{\pi}{5}, \sin^2 \frac{2\pi}{5}$$

$$\text{ஆனால் } \sin 5\theta = \sin \theta [16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5]$$

$$\sin 5\theta = 0$$

$$\text{எனவே தீர்வுகள் } \left[0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right]$$

$$\sin \theta [16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5] = 0 \text{ இல் } \theta \text{ இன் தீர்வுகள் } \left[0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right]$$

$$16\sin^4 \theta - 20\sin^2 \theta + 5 = 0$$

$$\text{தீர்வுகள் } \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{5}, \sin \frac{6\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{5} [\sin 0 \text{ ஆனது தீர்வில்லை}]$$

$$16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

$$y = x^2$$

$$16y^2 - 20y + 5 = 0$$

$$x \text{ இன் தீர்வுகள் } \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{5}, \sin \frac{6\pi}{5}, \sin \frac{7\pi}{5}$$

$$y (= x^2) \Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{5}, \sin^2 \frac{2\pi}{5}, \sin^2 \left(\pi + \frac{\pi}{5}\right), \sin^2 \left(\pi + \frac{2\pi}{5}\right)$$

$$y (= x^2) \text{ இன் தீர்வுகள் } \sin^2 \frac{\pi}{5}, \sin^2 \frac{2\pi}{5}$$



$$16y^2 - 20y + 5 = 0$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{5} \cdot \sin^2 \frac{2\pi}{5} = \frac{5}{16}$$

$$\sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{5} + \sin^2 \frac{2\pi}{5} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1 - \cos \frac{2\pi}{5}}{2} + 1 - \cos^2 \frac{2\pi}{5} = \frac{5}{4}$$

$$2 - 2 \cos \frac{2\pi}{5} + 4 - 4 \cos^2 \frac{2\pi}{5} = 5$$

$$4 \cos^2 \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{2\pi}{5} - 1 = 0$$

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \left[\cos \frac{2\pi}{5} > 0 \right]$$

Pirakanth

Photo Copy Centre



School & Office

Stationary Items



*Photo Copy,
Colour Print,
Computer Typing,
Colour Photo Copy,
Binding, Laminating*

***55, Palaly Road,
Thirunelvely,
Jaffna.***

***T.P : 077 223 8447
075 498 5417
077 313 8881***



Evergreen Printers

எவகிரீன் அச்சகம்

(Offset Printers, Publishers & Book Binders)

மில் புத்தகங்கள்
லெட்டர் ஹெட்
திருமண அழைப்பிதழ்கள்
சுவராட்டிகள்
போஸ்டர்கள்
கலண்டர்கள் / டயறிகள்
சான்றிதழ்கள்
இன்னும் பல.....

Reasonable Prices
Neat Works
Quick Services
Free Delivery
In Addition

Bill Books
Letter Heads
Wedding Invitation
Hand Bills.
Posters
Diaries
Calendars
Certificates
And Many More.....

**ALL KINDS
OF OFFSET
PRINTING WORKS
UNDER TAKEN
UNDER ONE ROOF**



அனைத்து வேலைகளையும் தரமாகவும் நேர்த்தியாகவும் பிக விரைவாகவும்
செய்து கொடுக்கும் வடக்கு, கிழக்கின் அச்சு முன்னோடிகள்

Tel: 021 221 9893 / 0777 1414 44

இல. 693, கே.கே.எஸ். வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

693, K.K.S Road, Jaffna.
E-mail: evergreenjaffna@gmail.com

**EG Evergreen
PRINTERS**

Intakes - Sep /Oct



NORTHSHORE
COLLEGE OF BUSINESS & TECHNOLOGY



மாணவர்களுக்கு ஓர் அரிய வாய்ப்பு
இலங்கையிலேயே குறைந்த கட்டணம்



+94 115 990 000
+94 715 500 200



www.northshore.lk
141, Church Road, Colombo-15.



www.facebook.com
/northshorecollege

இலங்கையிலேயே

உயர் பிரித்தானிய பட்டங்களை
பூர்த்தி செய்யும் அதே சந்தர்ப்பத்தில்
சர்வதேச பல்கலைக்கழகங்களில் உயர்கல்வி
தொடர விரும்பும் மாணவர்களுக்கு முதலாம்
இரண்டாம் வருடத்தை இலங்கையிலும் எஞ்சிய
வருடங்களை இங்கிலாந்திலும் பூர்த்தி செய்யும்
ஓர் அரிய வாய்ப்பு

- SQA HND in Business
- SQA HND in Computing : Software Development
- Northshore Foundation Programme

Join with pending

O/Level Or A/Level
Results

NORTHSHORE
COLLEGE OF BUSINESS AND TECHNOLOGY

இலங்கையின் மிகப்பாரிய
தனியார் உயர்கல்வி
வலையமைப்பு

உயர்தரத்தின் பின்னர் சர்வதேச தரம் வாய்ந்த
இரட்டை டிப்ளோமா



Pearson
சர்வதேசதரம் சான்றிதழ்

WEEK DAYS &
WEEKEND
BATCHES

Pearson
APPROVED

DITEC
INTERNATIONAL

Diploma in
Information
Technology

DiE

Diploma in
English

DiBM

Diploma in
Business
Management

DiCA

Diploma in
Computerized
Accounting

DiSE

Diploma in
Software
Engineering

DiWE

Diploma in
Web
Engineering

DiHN

Diploma in
Hardware &
Networking

DiAE

Diploma in
Academic
English

DiBE

Diploma in
Business
English

DiM

Diploma in
Multimedia

FURTHER DETAIL:

021 7 572572

ESOFT
Shaping Lives, Creating Futures.

ESOFT METRO CAMPUS

No. 137, K.K.S Road, Jaffna, Sri Lanka

Hotline : 077 309 9 308 | Tel : 021 222 4142



இலங்கையின் மிகப்பாரிய உயர்கல்வி வலையமைப்பு

JOIN COLLEGE OF LEGAL STUDIES

REGISTER FOR THE HIGHLY RECOGNISED

INTERNATIONAL DIPLOMA IN LAW



**CARRIER
PROGRESSION
AFTER O/L OR A/L**

**INTERNATIONAL
DIPLOMA IN LAW**
(EQUIVALENT TO 1ST
SEMESTER OF HND IN LAW)

**EDHAT
HND IN LAW**
(EQUIVALENT TO THE 2ND YEAR OF
LLB HONS DEGREE)

**LLB (Hons)
TOP-UP**
(BUCKINGHAMSHIRE
NEW UNIVERSITY, UK)



IDM NATIONS CAMPUS
#216, Navalar Road, Jaffna
Tel : 021 222 9901
E-mail : jaffna@idmedu.lk



SGS ISO 9001 : 2015
CERTIFIED ORGANISATION



**TVEC REGISTERED
INSTITUTE**
TVEC No. - P01/0727



For More Info 

 www.idmedu.lk  www.facebook.com/idmnc



INFORMATICS
INSTITUTE OF
TECHNOLOGY

UNIVERSITY OF
WESTMINSTER

Producing Innovators, Entrepreneurs and Business leaders since 1990

Employability | Marketability | Industry Ready

Krishnakripa Jayakumar
Software Engineer

99X Technology



Scan here for the video



Foundation

Foundation Certificate in Higher Education (IT | Business)

(A fast-track for students
after O/L towards selected degree programmes
in IT & Business)

Duration 1 Year

**REGISTRATIONS
NOW ON**



100% Job
Assurance



Compulsory
1 Year Industrial Placement



An Award Winning
Campus Life

Undergraduate Programmes

BEng(Hons) Software Engineering

BSc(Hons) Computer Science

With Specialization Options

Games & Computer Graphics | Mobile & Web Computing | Multimedia Computing

BSc(Hons) Business Information Systems

BA (Hons) Business Management

Duration 4 Years

(Includes 1 year industrial placement)



IIT CAMPUS

Informatics Institute of Technology
#57, Ramakrishna Road,
Colombo 06.

Tel: 0112 360 212
admissions@iit.ac.lk

Hotline....
0722 72 72 72

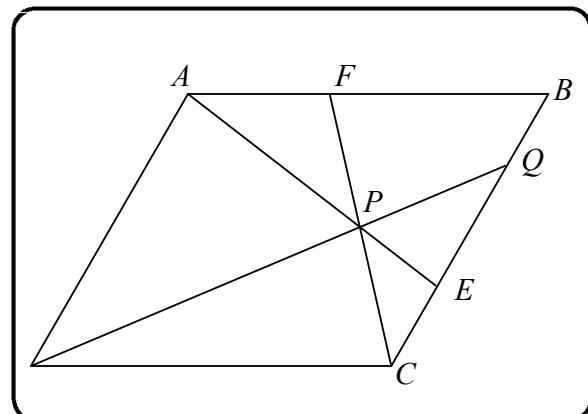
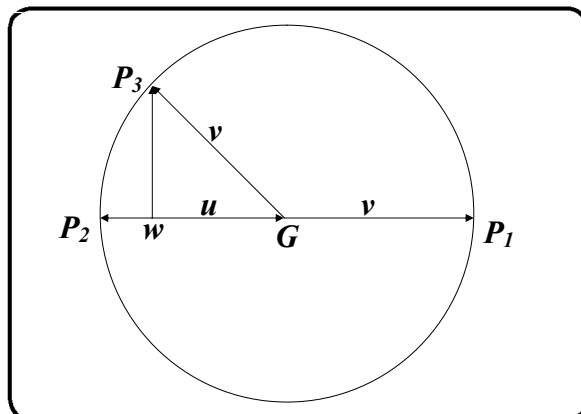
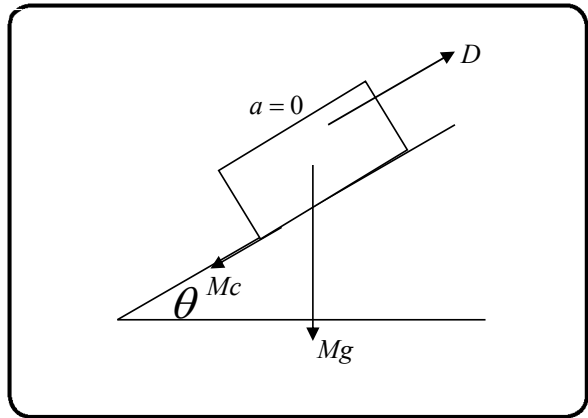
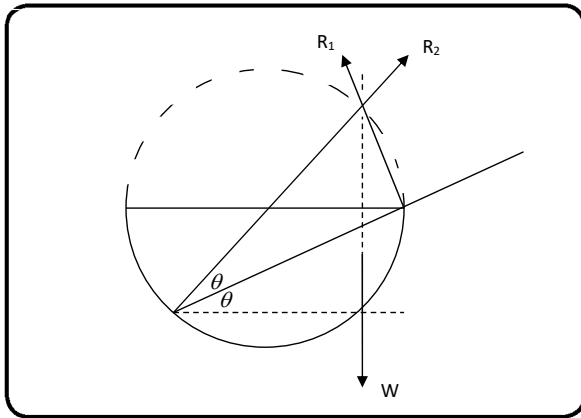
www.iit.ac.lk



**மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள்
நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 9^{வது}**

முன்னோடிப் பரீட்சை - 2018

10 - இணைந்த கண்தம் II விடைகள்



Prepared By

$w\sqrt{\text{vinoth}}$

B.Sc Eng (Hons)
University of Moratuwa
AMIE (SL)

01) →

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 2\beta d$$

$$d = \frac{v^2}{2\beta}$$

→

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$x^2 = v^2 - 2\alpha(-d)$$

$$= v^2 + 2\alpha\left(\frac{v^2}{2\beta}\right)$$

$$x = v\sqrt{1 + \frac{\alpha}{\beta}}$$

$$v = \frac{x}{\sqrt{1 + \frac{\alpha}{\beta}}}$$

02) $\ddot{x}^2 = k^2 (A^2 - x^2)$ இருபுறமும் t குறித்து வகையிட

$$2\dot{x}\ddot{x} = k^2 (-2x\dot{x})$$

$$\dot{x} = -k^2 x$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

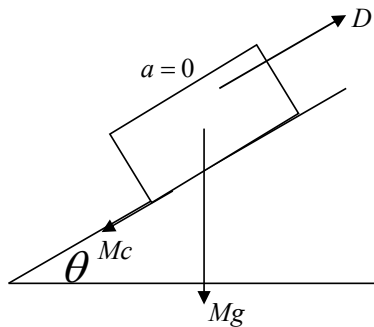
துணிக்கையின் இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கம்

$$\text{அலைவு மையம் } \ddot{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{கணநிலை ஓய்வுத்தானம் } \dot{x} = 0 \Rightarrow x = A$$

$$\text{ஆகவே வீச்சம்} = A - 0 = A$$

03)



$$F = ma$$

$$D - Mg\sin\theta - Mc = 0$$

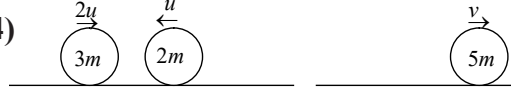
$$D = \left(\frac{Mg}{n} + Mc\right)$$

$$P = Fv$$

$$1000H = \left(\frac{Mg}{n} +\right)$$

$$v = \frac{1000Hn}{M(cn + g)}$$

04)



உந்தக்காப்பு விதி

$$3m \times 2u - 2m \times u = 5mv$$

$$4mu = 5mv$$

$$v = \frac{4u}{5}$$

சக்தி இழப்பு

$$E = \frac{1}{2} \times 3m \times (2u)^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times u^2 - \frac{1}{2} \times 5m \times \left(\frac{4u}{5}\right)^2$$

$$= \frac{27mu^2}{5}$$

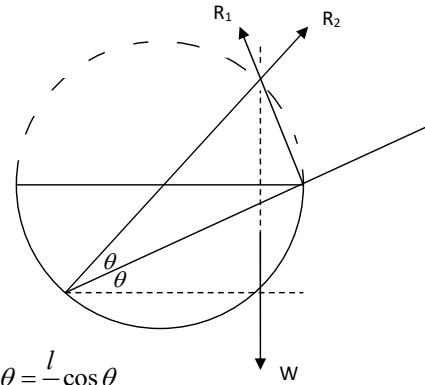
05) $(3a - 2b)(3a - 2b) = 9a.a - 3.a.2b - 2b.3a + 4b.b$

$$|3a - 2b|^2 = 9|a|^2 - 2|a||b|\cos\frac{\pi}{3} + 4|b|^2$$

$$|3a - 2b| = \frac{9}{\sqrt{3}}$$

$$\left|\frac{\sqrt{3}}{9}(3a - 2b)\right| = 1$$

06)



$$2r \cos \theta = \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$4r(2 \cos^2 \theta - 1) = l \cos \theta$$

$$8r \cos^2 \theta - l \cos \theta - 4r = 0$$

$$\cos \theta = \frac{l \pm \sqrt{l^2 + 4 \times 4 \times 8r^2}}{16r}$$

$$= \frac{l}{16r} + \sqrt{\left(\frac{l}{16r}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

07)

$$P(A \cup B) \leq 1$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

08)

$$x + \frac{100}{x} > 50$$

$$\frac{x^2 + 100}{x} > 50$$

$$x^2 - 50x + 100 > 0$$

$$(x - 25)^2 - 525 \Rightarrow 0$$

பொருத்தமான இயற்கை எண்தீர்வுகள்

$$x = \{1, 2, 48, 49, 50, \dots, 100\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

$$A - x + \frac{100}{x} > 50 \text{ ஆக இருக்கும் நிகழ்வு}$$

09)

x_i	f_i	d_i
1	x	-2
2	11	-1
3	y	0
4	8	1
5	9	2

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} + A$$

$$2.7 = \frac{15 - 2x}{50} + 3$$

$$x = 15$$

$$x + 11 + y + 8 + 9 = 50$$

$$y = 50 - 28 - 15$$

$$y = 7$$

10)

$$y_i = 2x_i + 4i$$

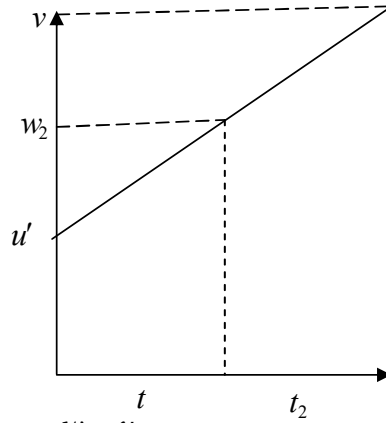
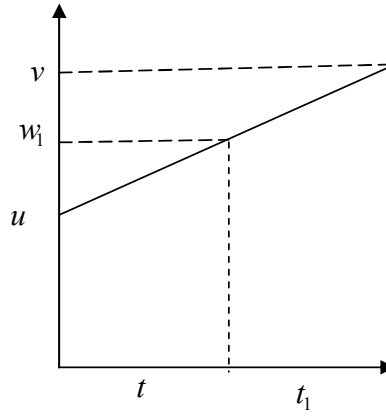
$$\frac{\sum y_i}{10} = 2 \frac{\sum x_i}{10} + 4 \frac{\sum i}{10}$$

$$\bar{y} = 2\bar{x} + \frac{4}{10} \left(\frac{10 \times 11}{2} \right)$$

$$\bar{y} = 62$$

$$\text{புதிய தொகுதியின் இடை} = 62$$

11)



$$f = \frac{w_1 - u}{t}$$

$$w_1 = u + ft$$

$$f' = \frac{w_2 - u'}{t}$$

$$w_2 = u' + f't$$

$$s = \frac{1}{2}t(w_1 + u) = \frac{1}{2}t(w_2 + u')$$

$$(ft + 2u) = (f't + 2u')$$

$$t = \frac{2(u' - u)}{f - f'}$$

1

$$\frac{1}{2}t(w_1 + u) = s = \frac{1}{2}t(w_2 + u') = s$$

$$w_1 = \frac{2s}{t} - u \quad w_2 = \frac{2s}{t} - u'$$

$$t = \frac{\frac{2s}{t} - 2u}{f} = \frac{\frac{2s}{t} - 2u'}{f'}$$

$$\frac{s}{t} = \frac{uf' - fu'}{f' - f}$$

$$f = \frac{v - u}{t + t_1}$$

$$2s = \frac{1}{2} \times (u + v)(t + t_1)$$

$$2s = \frac{v^2 - u^2}{2f}$$

$$v^2 = 4fs + u^2 \quad \boxed{2}$$

இவ்வாறே

$v^2 = 4f's + u'^2$	3
---------------------	---

$$4fs + u^2 = 4f's + u'^2$$

$$S = \frac{u^2 - u'^2}{4(f - f')} \quad \text{---} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{\boxed{4}}{\boxed{1}} \Rightarrow \frac{s}{t} = \frac{u^2 - u'^2}{4(f - f')} \frac{f - f'}{2(u' - u)}$$

$$\frac{uf' - u'f}{f' - f} = \frac{u + u'}{8}$$

$$(u + u')(f - f') = 8(fu' - f'u)$$

b)

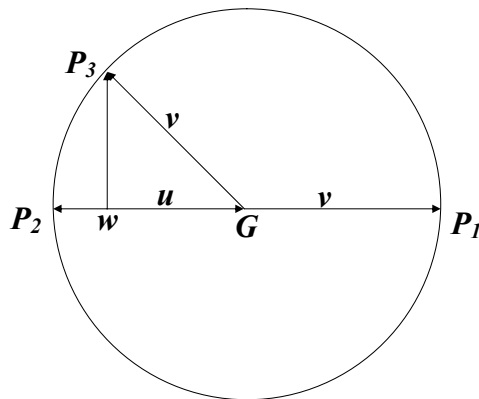
$$V_{RG} = u \rightarrow$$

$$V_{MR} =$$

$$V_{MG} \Rightarrow or \leftarrow or \uparrow$$

$$V_{MG} = V_{MR} + V_{RG}$$

$$\rightarrow or \leftarrow or \uparrow = v + u \rightarrow$$



$$P_1 W = u + v$$

$$P_2W = v - u$$

$$P_3 W = \sqrt{v^2 - u^2}$$

$$t = \frac{d}{u+v} \Rightarrow u+v = \frac{d}{t}$$

$$t' = \frac{d}{v-u} \Rightarrow v-u = \frac{d}{t'}$$

$$2u = d \left[\frac{t' - t}{tt'} \right]$$

$$u = \left[\frac{d(t-t')}{2tt'} \right]$$

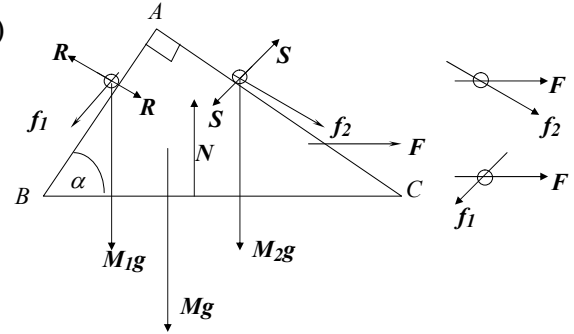
$$s = ut$$

$$T = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{d}{\sqrt{\frac{d^2}{tt'}}}$$

$$T = \sqrt{tt'}$$

12)

a)



தொகுதி $F = ma$

$$0 = MF + m_2(F + f_2 \sin \alpha) + m_1(F - f_1 \cos \alpha)$$

$$0 = (M + m_2 + m_1)F + m_2 \sin \alpha f_2 - m_1 \cos \alpha f_1$$

$$m_2 \quad F = ma$$


$$m_2 g \cos \alpha = m_2 (f_2 + F \sin \alpha)$$

$$f_2 = g \cos \alpha - F \sin \alpha \quad \text{-----} \quad 2$$

$$\mathbf{m}_1 \quad F = ma$$

$$m_1 g \sin \alpha = m_1 (f_1 - F \cos \alpha)$$

$$f_1 = g \sin \alpha + F \cos \alpha \quad \text{---} \quad 3$$

m_1 

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ஆப்பு சார்பாக

$$AB = \frac{1}{2} f_1 t^2$$

இவ்வாறே

$$AC = \frac{1}{2} f_2 t^2$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$\tan \alpha = \frac{f_2}{f_1}$$

$$\boxed{2} \times \sin \alpha - \boxed{3} \times \cos \alpha \Rightarrow$$

$$f_2 \sin \alpha + F \sin^2 \alpha = f_1 \cos \alpha - F \cos^2 \alpha$$

$$F + f_2 \sin \alpha - f_1 = 0$$

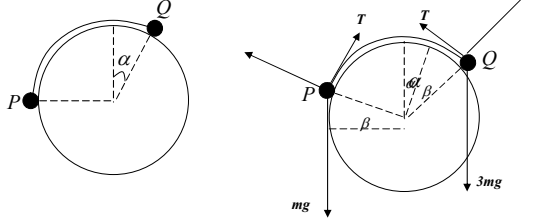
$$1 \Rightarrow (M + m_2 + m_1)F + m_2 \sin \alpha f_2 - m_1 \cos \alpha f_1 = 0$$

$$\frac{-f_2}{-m_1 \cos \alpha + \cos \alpha (M + m_2 + m_1)} = \frac{f_1}{m_2 \sin \alpha - \sin \alpha (M + m_2 + m_1)}$$

$$\frac{f_1}{f_2} \tan \alpha = \frac{M + m_2}{M + m_1}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{M + m_2}{M + m_1}}$$

b)



சமநிலைக்கு

$$P \text{ ற்கு } T = mg$$

$$Q \text{ ற்கு } T = 3mg \sin \alpha$$

$$mg = 3mg \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\text{ஆனால் } \sin \alpha > \frac{1}{3}$$

$$3mg \sin \alpha > mg$$

வலம்சுழிப்போக்கில்சுழலும்.

சக்திக்கோட்பாட்டின்படி

$$3mgr \cos \alpha = 3mgr \cos(\alpha + \beta) + mgr \sin \beta + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \times 3mv^2$$

$$2v^2 = 3gr \cos \alpha - 3gr \cos(\alpha + \beta) - gr \sin \beta$$

$$v^2 = \frac{gr}{2} [3 \cos \alpha - \sin \beta - 3 \cos(\alpha + \beta)]$$

கோளத்தைவிட்டுவிலகும்போது $R = 0$

$$R - 3mg \cos(\alpha + \beta) + 3m \frac{v^2}{r} = 0$$

$$3m \frac{v^2}{r} = 3mg \cos(\alpha + \beta)$$

$$\frac{v^2}{r} = g \cos(\alpha + \beta)$$

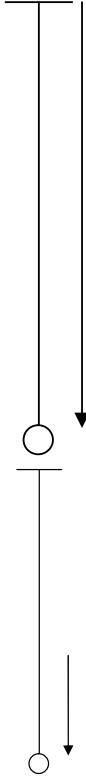
$$\frac{g}{2} [3 \cos \alpha - \sin \beta - 3 \cos(\alpha + \beta)] = g \cos(\alpha + \beta)$$

$$3 \cos \alpha - \sin \beta - 3 \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos(\alpha + \beta)$$

$$3 \cos \alpha - \sin \beta = 5 \cos \alpha \cos \beta - 5 \sin \alpha \sin \beta$$

$$(5 \sin \alpha - 1) \sin \beta = (5 \cos \beta - 3) \cos \alpha$$

13)



$$T = mg$$

$$\frac{\lambda \times \frac{a}{2}}{a} = mg$$

$$\lambda = 2mg$$

சக்திக்காப்பு தத்துவம்

$$0 + mg \left(\frac{3a}{2} + x \right) = 0 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{2mg}{2 \times a} \left(\frac{a}{2} + \dot{x} \right)^2$$

$$g \left(\frac{3a}{2} + x \right) = \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{g}{a} \left(\frac{a^2}{4} + a\dot{x} + \dot{x}^2 \right)$$

$$\dot{x}^2 = \frac{2g}{a} \left(\frac{5a^2}{4} - x^2 \right)$$

$$\dot{x}^2 \geq 0$$

$$\left(\frac{5a^2}{4} - x^2 \right) \geq 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}a}{2} + x \right) \left(\frac{\sqrt{5}a}{2} - x \right) \geq 0$$

$$\left(x - \frac{\sqrt{5}a}{2} \right) \left(x + \frac{\sqrt{5}a}{2} \right) \leq 0$$

$$-\frac{\sqrt{5}a}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{5}a}{2}$$

ஆனால் இழை இறுக்கமாக இருக்க

இழையின் நீளம் \geq இயற்கை நீளம்

$$x + \frac{3a}{2} \geq a$$

$$x \geq -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{5}a}{2}$$

$$\text{உயர் நீட்சி} = \frac{\sqrt{5}a}{2} + \frac{a}{2}$$

$$= \frac{a}{2} (\sqrt{5} + 1)$$

$$\dot{x}^2 = \frac{2g}{a} \left(\frac{5a^2}{4} - x^2 \right)$$

$$2\dot{x}\ddot{x} = \frac{2g}{a}(0 - 2x\dot{x})$$

$$\ddot{x} = \frac{2g}{a}x$$

துணிக்தையின்இயக்கம் எளிமை இசைஇயக்கம்

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$t = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2}$$

$$A = -\frac{a}{2}$$

$$t = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2} \Rightarrow \dot{x}^2 = \frac{2g}{a} \left(\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{4} \right)$$

$$\dot{x} = \sqrt{2ga}$$

$$\dot{x} = -A \sin \omega t \, \omega + B \cos \omega t \, \omega$$

$$t = 0 \Rightarrow \dot{x} = -A \sin \omega t \omega + B \cos \omega t \omega$$

$$\sqrt{2ga} = B\omega$$

$$\ddot{x} = -A\omega(\cos \omega t)\omega + B\omega(-\sin \omega t)\omega$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

$$\ddot{x} = -\frac{2g}{a}x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}$$

$$B = \sqrt{\frac{a}{2g}} (\sqrt{2ga}) = a$$

வீச்சப்புள்ளியை அடையும் போது.

$$x = \frac{\sqrt{5}a}{2}, t = t_1$$

$$\frac{\sqrt{5}a}{2} = -\frac{a}{2} \cos \omega t_1 + a \sin \omega t_1$$

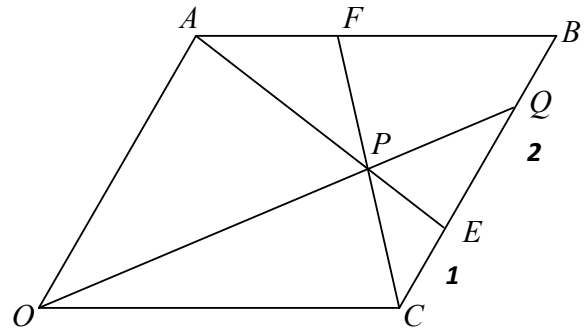
$$1 = \frac{2}{\sqrt{5}} \sin \omega t_1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \cos \omega t_1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cot \alpha = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(2)$$

14)



$$OE = OC + CE$$

$$= \mathbf{c} + \frac{1}{3}\mathbf{a}$$

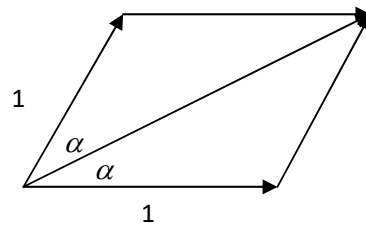
$$= \frac{\mathbf{a} + 3\mathbf{c}}{3}$$

a வழியேயான அலகுக்காவி = $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$

c வழியேயான அலகுக்காவி = $\frac{c}{|c|}$

$$\text{வினையுள்} = \frac{a}{|a|} + \frac{c}{|c|} = \text{இரண்டுக்கும் இடையே உள்ள கோணத்தின் இருகூராக்கி}$$

வழியான காவி



ஆகவே $\overrightarrow{OP} = \lambda \left(\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} + \frac{\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|} \right)$ (சமந்தரக்காவி)

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EP}$$

$$= \frac{\mathbf{a} + 3\mathbf{c}}{3} + \frac{\mu}{\mu + 1} \left(\mathbf{a} - \frac{\mathbf{a} + 3\mathbf{c}}{3} \right)$$

$$\lambda \left(\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} + \frac{\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|} \right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{2\mu}{3(\mu+1)} \right) \mathbf{a} + \left(1 - \frac{\mu}{\mu+1} \right) \mathbf{c}$$

$$\left(\frac{\lambda}{|\mathbf{a}|}-\frac{1}{3}-\frac{2\mu}{3(\mu+1)}\right)\mathbf{a}+\left(\frac{\lambda}{|\mathbf{c}|}-1+\frac{\mu}{\mu+1}\right)\mathbf{c}=\mathbf{0}$$

$$\left(\frac{\lambda}{|a|} - \frac{1}{3} - \frac{2\mu}{3(\mu+1)} \right) = 0$$

$$\left(\frac{\lambda}{|c|} - 1 + \frac{\mu}{\mu+1} \right) = 0$$

$$\frac{\mu}{\mu+1} = 1 - \frac{\lambda}{|c|}$$

$$\lambda = \frac{3|a||c|}{3|c|+2|a|}, \quad \mu = \frac{3|c|-|a|}{3|a|}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{3|a||c|}{3|c|+2|a|} \left(\frac{a}{|a|} + \frac{c}{|c|} \right)$$

$$(iii) \quad \overrightarrow{AF} = k \overrightarrow{AB} \\ = kc$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PF}$$

$$kc = \frac{1}{\mu+1} \overrightarrow{AE} + m \overrightarrow{PC}$$

$$kc = \frac{1}{\mu+1} \left(\frac{1}{3} a + c - a \right) + m \left(c - \lambda \left(\frac{a}{|a|} + \frac{c}{|c|} \right) \right)$$

$$0 = \left(-\frac{2}{3(\mu+1)} - \frac{m\lambda}{|a|} \right) a + \left(\frac{1}{\mu+1} + m - \frac{m\lambda}{|c|} - k \right) c$$

$$\left(-\frac{2}{3(\mu+1)} - \frac{m\lambda}{|a|} \right) = 0, \quad \left(\frac{1}{\mu+1} + m - \frac{m\lambda}{|c|} - k \right) = 0$$

$$m = \frac{-2|a|}{3(\mu+1)\lambda}$$

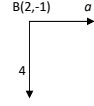
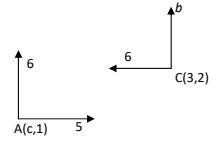
$$k = \frac{1}{\mu+1} + m - \frac{m\lambda}{|c|}$$

$$= \frac{1}{\mu+1} \left(1 - \frac{2(3|c|+2|a|)}{9|c|} + \frac{2|a|}{3|c|} \right)$$

$$= \frac{3|a|}{(3|c|+2|a|)} \left(\frac{(3|c|+2|a|)}{9|c|} \right) = \frac{|a|}{3|c|}$$

$$\overrightarrow{AF} : \overrightarrow{FB} = |a| : 3|c| - |a|$$

b)



→

$$0 = 5 - 6 + a$$

$$a = 1$$

↑

$$0 = b + 6 - 4$$

$$b = -2$$

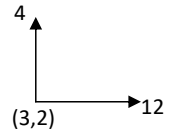
O பற்றி இடஞ்சுழித்திருப்பம்

$$0 = 6 \times c - 5 \times 1 + b \times 3 + 6 \times 2 - 4 \times 2 + a \times 1$$

$$= 6c - 5 + 3b + 12 - 8 + a$$

$$= 6c - 6$$

$$c = 1$$



$$\rightarrow X = 12N$$

$$\uparrow Y = 4N$$

O

$$-21 + 4 \times 3 - 12 \times 2 = Y\bar{x} - X\bar{y}$$

$$4\bar{x} - 12\bar{y} + 33 = 0$$

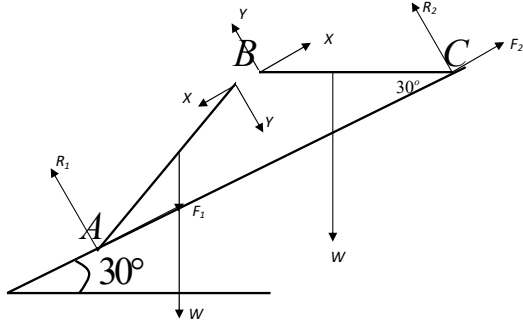
$$4x - 12y + 33 = 0$$

$$\text{விளையுளின் பருமன்} = \sqrt{4^2 + 12^2} = 4\sqrt{10}N$$

$$\text{விளையுளின் திசை} = X \text{ அச்சுடன்} \quad \tan \theta = \frac{4}{12} \\ \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$\text{விளையுளின் தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாடு} = 4x - 12y + 33 = 0$$

15)



தொகுதியின் சமனிலைக்கு

$$\nearrow R_1 + R_2 = w \sin 60 + w \sin 60 = \sqrt{3}w \Rightarrow (1)$$

$$\nearrow F_1 + F_2 = w \cos 60 + w \cos 60 = w \Rightarrow (2)$$

AB, BC ற்கு C பற்றி இடஞ்சுழி திருப்பம் எடுக்க

$$-R_1 2l \cos 30 + \left(\frac{l}{2} \cos 60 + l\right)w + w\left(\frac{l}{2}\right) = 0$$

$$-\sqrt{3}R_1 + \frac{5}{4}w + \frac{w}{2} = 0$$

$$R_1 = \frac{7w}{4\sqrt{3}} \Rightarrow (3)$$

$$R_2 = \sqrt{3}w - \frac{7w}{4\sqrt{3}} = \frac{5w}{4\sqrt{3}} ((1), (3))$$

AB ற்கு B பற்றி இடஞ்சுழி,

$$-R_1 l \cos 30 + F_1 l \sin 30 = w \frac{l}{2} \sin 30 \Rightarrow (4)$$

$$-\frac{7w}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + F_1 \times \frac{1}{2} = w \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$F_1 = \frac{w}{2} + \frac{7w}{4}$$

$$F_1 = \frac{9w}{4} \Rightarrow (5)$$

$$F_2 = w - \frac{9w}{4}$$

$$F_2 = -\frac{5w}{4} ((2), (5))$$

A இல் திசை

$$\tan \alpha = \frac{R_1}{L_1} = \frac{7w}{4\sqrt{3}} \times \frac{4}{9w} = \frac{7}{9\sqrt{3}}$$

B இல் திசை

$$\tan \beta = \frac{R_2}{L_2} = \frac{5w}{4\sqrt{3}} \times \frac{4}{5w} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\beta = 30^\circ$$

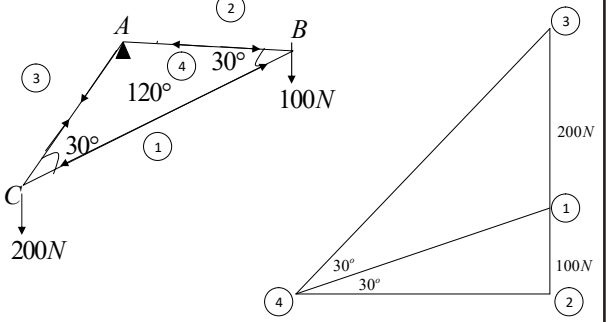
$$\frac{F_1}{R_1} = \frac{9\sqrt{3}}{7}, \frac{F_2}{R_2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{F_1}{R_1} = \frac{9\sqrt{3}}{7} > \frac{F_2}{R_2} = \sqrt{3}$$

ஆகவே ஒரே உராய்வுக் குணகம் இருப்பின் முதலில் A இல் வழுக்கும்

 $\frac{F_1}{R_1} = \frac{9\sqrt{3}}{7}$ இந்த உராய்வுக் குணகம் A, C இற்கு இருக்கும் எனின் இத்தொகுதி சமனிலையில் இருக்கும்

b)



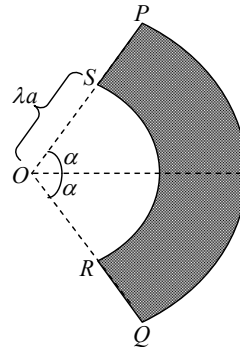
கோல்	இழுவை	தகைப்பு
AB (2) (4)	$100\sqrt{3}N$	---
BC (1) (4)	---	$200N$
AC (3) (4)	$200\sqrt{3}N$	---

16)

$$x = \frac{2a}{3} \cos \theta$$

 ρ -பரப்படர்த்தி

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} x d\theta}{\int_{-\alpha}^{\alpha} d\theta} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{2a}{3} \cos \theta d\theta}{\int_{-\alpha}^{\alpha} d\theta} \\ &= \frac{\frac{2a}{3} [\sin \theta]_{-\alpha}^{\alpha}}{[\theta]_{-\alpha}^{\alpha}} \\ &= \frac{2a}{3} \times \frac{[\sin \alpha + \sin \alpha]}{2\alpha} \\ &= \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \end{aligned}$$

திணிவு மையம் சமச்சீர் அச்ச வழியே $\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$ இல் உள்ளது.

பொருள்	நிறை	ஈர்ப்புமையக்தாரம்
பெரிய அடர்	$\frac{1}{2} \times a^2 \times 2\alpha pg$	$\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$
சிறிய அடர்	$\frac{1}{2} \times (\lambda a)^2 \times 2\alpha pg$	$\frac{2\lambda a \sin \alpha}{3\alpha}$
எஞ்சியது	$\frac{1}{2} \times 2\alpha pg^2 (1 - \lambda^2)$	\bar{x}

$$m = \frac{1}{2} \times a^2 \times 2\alpha pg \quad \text{என்க}$$

$$m \times \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} - (\lambda^2 m) \times \frac{2\lambda a \sin \alpha}{3\alpha} = m(1 - \lambda^2) \bar{x}$$

$$\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{1 - \lambda^3}{1 - \lambda^2} \right] = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda + 1} \right]$$

$\lambda = 1$ ஆக வட்ட அடர் ஆனது வட்ட வில் ஆக மாறும்.

$$\bar{x} = \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda + 1} \right]$$

$$= \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \times \frac{3}{2}$$

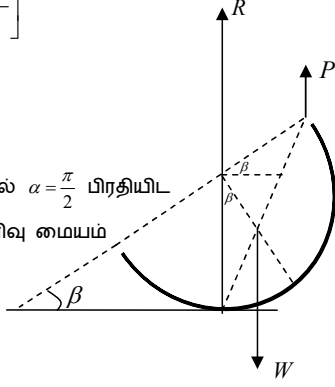
$$= \frac{a \sin \alpha}{\alpha}$$

மேலுள்ள சமன்பாட்டில் $\alpha = \frac{\pi}{2}$ பிரதியிட

அரைவட்ட வில் திணிவு மையம்

பெறப்படும்

$$\bar{x} = \frac{a \sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2a}{\pi}$$



சமனிலைக்கு

$$R + P = W$$

A பற்றி இடஞ்சுழிபோக்கில் திருப்பம் எடுத்தால்

$$-W \bar{x} \sin \beta + Pa \cos \beta = 0$$

$$W \bar{x} \sin \beta = Pa \cos \beta$$

$$(R + P) \frac{2a}{\pi} \sin \beta = Pa \cos \beta$$

$$\frac{R}{P} + 1 = \frac{\pi}{2 \tan \beta}$$

$$\frac{R}{P} = \frac{\pi}{2 \tan \beta} - 1$$

$$\frac{1}{2} \times a^2 \times 2\alpha pg$$

$$\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$$

$$\frac{1}{2} \times (\lambda a)^2 \times 2\alpha pg$$

$$\frac{2\lambda a \sin \alpha}{3\alpha}$$

$$2 \times 2\alpha pg a^2 (1 - \lambda^2)$$

$$m \times \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} - (\lambda^2 m) \times \frac{2\lambda a \sin \alpha}{3\alpha} = m(1 - \lambda^2) \bar{x}$$

$$\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{1 - \lambda^3}{1 - \lambda^2} \right] = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda + 1} \right]$$

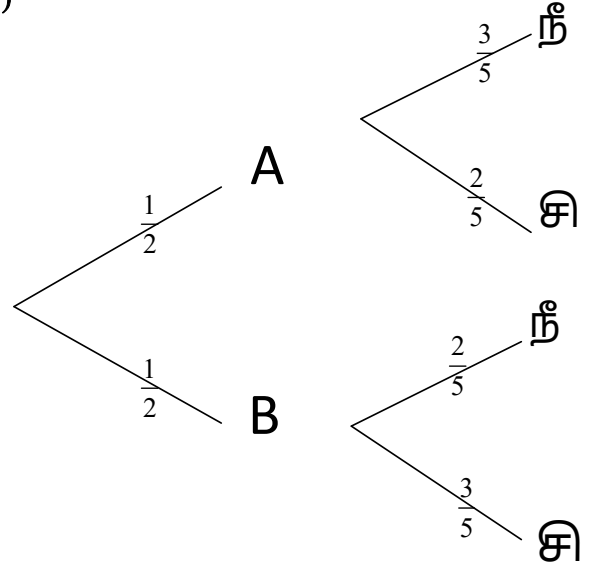
$$\lambda = 1$$

$$\bar{x} = \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \left[\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda + 1} \right]$$

$$= \frac{2a \sin \alpha}{3\alpha} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{a \sin \alpha}{\alpha}$$

17)



X- எடுக்கப்பட்ட பந்து நீலமாக இருத்தல்

$$P(A/X) = \frac{P(A \cap X)}{P(X)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}}$$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{2}{10}}$$

$$= \frac{3}{5}$$

b)

வகுப்பு	f_i	x_i	u_i	$f_i u_i$	cf	$f_i u_i^2$
0-2	10	1	-1	-10	10	10
2-4	55	3	0	0	65	0
4-6	30	5	+1	30	95	30
6-8	05	7	+2	10	100	20
	$\sum f_i = 100$			$\sum f_i u_i = 30$		$\sum f_i u_i^2 = 60$

1)

$$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = 0.3$$

$$\bar{x} = 2\bar{u} + 3 = 2(0.3) + 3 = 3.6$$

$$\text{இடை} = 3.6$$

2) 2-4

$$\begin{aligned} 3) \text{ ஆகாரம்} &= L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c \\ &= 2 + \left(\frac{45}{45 + 25} \right) \times 2 \\ &= 3.29 \end{aligned}$$

$$\text{இடைய வகுப்பு} = 2 - 4$$

$$\text{இடையம்} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times c$$

$$= 2 + \left(\frac{50 - 10}{55} \right) \times 2$$

$$= 3.454$$

4)

$$\sigma_x = 2 \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{\sum f_i} - \bar{u}^2}$$

$$= 2 \sqrt{0.6 - 0.09}$$

$$= 1.428$$

$$k = \frac{3.6 - 3.29}{1.428} = 0.217 > 0$$

நேர்ஓராயம்

Pirakanth

Photo Copy Centre

School & Office

Stationary Items



*Photo Copy,
Colour Print,
Computer Typing,
Colour Photo Copy,
Binding, Laminating*

**55, Palaly Road,
Thirunelvely,
Jaffna.**

**T.P : 077 223 8447
075 498 5417
077 313 8881**



Evergreen Printers

எவகிரீன் அச்சகம்

(Offset Printers, Publishers & Book Binders)

மில் புத்தகங்கள்
லெட்டர் ஹெட்
திருமண அழைப்பிதழ்கள்
சுவராட்டிகள்
போஸ்டர்கள்
கலண்டர்கள் / டயறிகள்
சான்றிதழ்கள்
இன்னும் பல.....

Reasonable Prices
Neat Works
Quick Services
Free Delivery
In Addition

Bill Books
Letter Heads
Wedding Invitation
Hand Bills.
Posters
Diaries
Calendars
Certificates
And Many More.....

**ALL KINDS
OF OFFSET
PRINTING WORKS
UNDER TAKEN
UNDER ONE ROOF**



அனைத்து வேலைகளையும் தரமாகவும் நேர்த்தியாகவும் பிக விரைவாகவும்
செய்து கொடுக்கும் வடக்கு, கிழக்கின் அச்சு முன்னோடிகள்

Tel: 021 221 9893 / 0777 1414 44

இல. 693, கே.கே.எஸ். வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

693, K.K.S Road, Jaffna.
E-mail: evergreenjaffna@gmail.com

**EG Evergreen
PRINTERS**

Intakes - Sep /Oct



NORTHSHORE
COLLEGE OF BUSINESS & TECHNOLOGY



மாணவர்களுக்கு ஓர் அரிய வாய்ப்பு
இலங்கையிலேயே குறைந்த கட்டணம்



+94 115 990 000
+94 715 500 200



www.northshore.lk
141, Church Road, Colombo-15.



www.facebook.com
/northshorecollege

இலங்கையிலேயே

உயர் பிரித்தானிய பட்டங்களை
பூர்த்தி செய்யும் அதே சந்தர்ப்பத்தில்
சர்வதேச பல்கலைக்கழகங்களில் உயர்கல்வி
தொடர விரும்பும் மாணவர்களுக்கு முதலாம்
இரண்டாம் வருடத்தை இலங்கையிலும் எஞ்சிய
வருடங்களை இங்கிலாந்திலும் பூர்த்தி செய்யும்
ஓர் அரிய வாய்ப்பு

- SQA HND in Business
- SQA HND in Computing : Software Development
- Northshore Foundation Programme

Join with pending

O/Level Or A/Level
Results

NORTHSHORE
COLLEGE OF BUSINESS AND TECHNOLOGY

**இலங்கையின் மிகப்பாரிய
தனியார் உயர்கல்வி
வலையமைப்பு**

உயர்தரத்தின் பின்னர் சர்வதேச தரம் வாய்ந்த

இரட்டை டிப்ளோமா



Pearson
சர்வதேசதரம் சான்றிதழ்

**WEEK DAYS &
WEEKEND
BATCHES**

Pearson
APPROVED

DITEC
INTERNATIONAL

Diploma in
Information
Technology

DiE

Diploma in
English

DiBM

Diploma in
Business
Management

DiCA

Diploma in
Computerized
Accounting

DiSE

Diploma in
Software
Engineering

DiWE

Diploma in
Web
Engineering

DiHN

Diploma in
Hardware &
Networking

DiAE

Diploma in
Academic
English

DiBE

Diploma in
Business
English

DiM

Diploma in
Multimedia

FURTHER DETAIL:

021 7 572572

ESOFT
Shaping Lives, Creating Futures.

ESOFT METRO CAMPUS

No. 137, K.K.S Road, Jaffna, Sri Lanka

Hotline : 077 309 9 308 | Tel : 021 222 4142



இலங்கையின் மிகப்பாரிய உயர்கல்வி வலையமைப்பு

JOIN COLLEGE OF LEGAL STUDIES

REGISTER FOR THE HIGHLY RECOGNISED

INTERNATIONAL DIPLOMA IN LAW



**CARRIER
PROGRESSION**
AFTER O/L OR A/L

**INTERNATIONAL
DIPLOMA IN LAW**
(EQUIVALENT TO 1ST
SEMESTER OF HND IN LAW)

**EDHAT
HND IN LAW**
(EQUIVALENT TO THE 2ND YEAR OF
LLB HONS DEGREE)

**LLB (Hons)
TOP-UP**
(BUCKINGHAMSHIRE
NEW UNIVERSITY, UK)



IDM NATIONS CAMPUS
#216, Navalar Road, Jaffna
Tel : 021 222 9901
E-mail : jaffna@idmedu.lk



SGS ISO 9001 : 2015
CERTIFIED ORGANISATION



**TVEC REGISTERED
INSTITUTE**
TVEC No. - P01/0727



For More Info 

 www.idmedu.lk  www.facebook.com/idmnc



INFORMATICS
INSTITUTE OF
TECHNOLOGY

UNIVERSITY OF
WESTMINSTER

Producing Innovators, Entrepreneurs and Business leaders since 1990

Employability | Marketability | Industry Ready

Krishnakripa Jayakumar
Software Engineer

99X Technology



Scan here for the video



Foundation

Foundation Certificate in Higher Education (IT | Business)

(A fast-track for students
after O/L towards selected degree programmes
in IT & Business)

Duration 1 Year

**REGISTRATIONS
NOW ON**



100% Job
Assurance



Compulsory
1 Year Industrial Placement



An Award Winning
Campus Life

Undergraduate Programmes

BEng(Hons) Software Engineering

BSc(Hons) Computer Science

With Specialization Options

Games & Computer Graphics | Mobile & Web Computing | Multimedia Computing

BSc(Hons) Business Information Systems

BA (Hons) Business Management

Duration 4 Years

(Includes 1 year industrial placement)



IIT CAMPUS

Informatics Institute of Technology
#57, Ramakrishna Road,
Colombo 06.

Tel: 0112 360 212
admissions@iit.ac.lk

Hotline....
0722 72 72 72

www.iit.ac.lk