part-A

Q1.
$$f(p+1) - f(p) = \left[10^{2(p+1)-1} + 1\right] - \left[10^{2p-1} + 1\right]$$
$$= 10^{2p+1} - 10^{2p-1}$$
$$= 10^{2p-1}\left[10^2 - 1\right]$$
$$= 99.10^{2p-1}$$

$n=1$ ஆக, $f(1) = 10^1 + 1 = 11(1)$

$\therefore n=1$ இற்கு முடிவு உண்மை

$p \in Z^+$ ஆக இருக்கையில் $n=p$ இற்கு முடிவு உண்மை என்க
$f(p) = 10^{2p-1} + 1 = 11(k)$ இங்கு $k \in Z^+$

$n=p+1$ ஆக, $f(p+1) = 99.10^{2p-1} + f(p)$ எனவே.
$$= 99.10^{2p-1} + 11(k)$$
$$= 11\left[9.10^{2p-1} + k\right]$$
$$= 11M \; ; \; M \in Z^+$$

$\therefore n = p+1$ இற்கு முடிவு உண்மை

$\therefore n$ இன் எல்லா நேர் நிறை பெறுமானங்களுக்கும் கணிதத் தொகுத்தறி கோட்பாட்டின்படி முடிவு உண்மையானது ஆகும்.

Q2.

எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி ஆக்கப்படும் ஒழுங்கமைப்புகளின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{14!}{2! \times 2!}$

AILa என்றொரு சேர்மானம் வரும் ;
ஒழுங்கமைப்புகளின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{11!}{2! \times 2!}$.

Q3). $\dfrac{12}{x-3} < x+1 \iff \dfrac{12}{x-3} - (x+1) < 0 \quad ; x \neq +3$

$$\frac{12-(x+1)(x-3)}{(x-3)} < 0 \iff \frac{-[x^2-2x-15]}{(x-3)} < 0$$

$$(x-5)(x+3)(x-3) > 0$$

அதிய:- $x=5, x=3, x=-3$ இல் $(x-5)(x+3)(x-3)=0$ ஆகும்.

	$x<-3$	$-3<x<3$	$3<x<5$	$x>5$
$(x-3)$	(-)	(+)	(+)	(+)
$(x+3)$	(-)	(-)	(+)	(+)
$(x-5)$	(-)	(-)	(-)	(+)
$(x-3)(x+3)(x-5)$	(-)	(+)	(-)	(+)

$\therefore$ தீர்வு. $-3<x<3$ or $x>5$

Q4). $(1+x)^m(1-x)^n = [{}^mC_0 + {}^mC_1x + {}^mC_2x^2 - - {}^mC_mx^m][{}^nC_0 - {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 \ldots$

$= \{{}^mC_0 \cdot {}^nC_0 + x({}^mC_1{}^nC_0 - {}^mC_0{}^nC_1] + [{}^mC_2{}^nC_0 + {}^nC_2{}^mC_0 - {}^nC_1{}^mC_1]x^2 \ldots$

x இன் குணகம் $= 3$

${}^mC_1{}^nC_0 - {}^mC_0{}^nC_1 = 3$

$$\frac{m!}{(m-1)!}\cdot\frac{n!}{n!\,0!} - \frac{m!}{m!\,0!}\cdot\frac{n!}{(n-1)!\,1!} = 3,$$

$$m-n=3 \quad \text{——} (1).$$

x^2 இன் குணகம் $= 6.$

${}^mC_2{}^nC_0 + {}^nC_2{}^mC_0 - {}^nC_1{}^mC_1 = -6$

$$\frac{m!}{(m-2)!\,2!}\cdot\frac{n!}{n!\,0!} + \frac{n!}{(n-2)!\,2!}\cdot\frac{m!}{m!\,0!} - \frac{n!}{(n-1)!\,1!}\cdot\frac{m!}{(m-1)!\,1!} = -6$$

$$m^2+n^2-2nm-m-n=-12 \quad \text{——} (2)$$

(1) and (2) $\Rightarrow (3+n)^2+n^2-2n(3+n)-(3+n)-n=-12.$

$n=9$

$m=12.$

25.

$$\lim_{x\to \pi/3} \frac{\sqrt{3}\cos x - \sin x}{\left(\sqrt{\pi/3}-\sqrt{x}\right)\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)}$$

$$= \lim_{x\to \pi/3} \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right)}{\left(\sqrt{\pi/3}-\sqrt{x}\right)\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)} \times \frac{\left(\sqrt{\pi/3}+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{\pi/3}+\sqrt{x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to \pi/3} \frac{2\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos x - \cos\frac{\pi}{3}\sin x\right)\left(\sqrt{\pi/3}+\sqrt{x}\right)}{\left(\frac{\pi}{3}-x\right)\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)}$$

$$= \lim_{\substack{x\to \pi/3\\ \pi/3 - x\to 0}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)}{\left(\frac{\pi}{3}-x\right)} \cdot \lim_{x\to\pi/3} \frac{2\left(\sqrt{\pi/3}+\sqrt{x}\right)}{\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)}$$

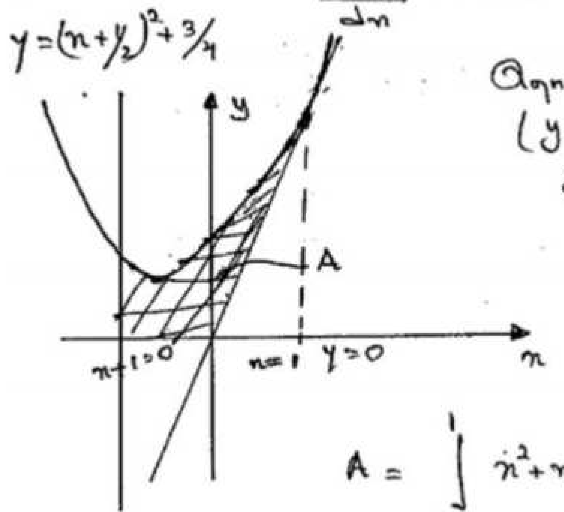
$$= 1 \cdot \frac{2 \cdot \left(\sqrt{\pi/3}+\sqrt{\pi/3}\right)}{\frac{1}{2}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= 2\sqrt{\pi/3}$$

26.

$$y = x^2+x+1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x+1 \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = 3 = m.$$



தொடலியின் சமன்பாடு

$(y-3)=3(x-1)$

$y-3x=0$

$$A = \int_{-1}^{1} x^2+x+1\,dx - \int_{0}^{1} 3x\,dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^{1} - \frac{3x^2}{2}\Big|_{0}^{1}$$

$$= \left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1\right)-\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-1\right)\right] - \left[\frac{3}{2}-\frac{3.0}{2}\right]$$

$$= \frac{7}{6} \text{ சதுர அலகு}$$

Q7/. மையப்போலி $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்க.

$$\bar{x} = \frac{a\cos t + b\sin t + 1}{3} \Rightarrow 3\bar{x} - 1 = a\cos t + b\sin t \quad \text{—} ①$$

$$\bar{y} = \frac{a\sin t - b\cos t + 0}{3} \Rightarrow 3\bar{y} = a\sin t - b\cos t \quad \text{—} ②$$

$$①^2 + ②^2 \Rightarrow (3\bar{x} - 1)^2 + (3\bar{y})^2 = a^2 + b^2$$

$$\left(\bar{x} - \tfrac{1}{3}\right)^2 + (\bar{y} - 0)^2 = \frac{a^2 + b^2}{9}$$

$\therefore$ ஒழுக்கு $\left(x - \tfrac{1}{3}\right)^2 + (y - 0)^2 = \dfrac{a^2 + b^2}{9}$.

மையம் $\equiv \left(\tfrac{1}{3}, 0\right)$

ஆரை $= \dfrac{a^2 + b^2}{9}$

Q8/. $(2 + 3\lambda)x + (3 - \lambda)y - 5 - 2\lambda = 0$

$(2x + 3y - 5) + \lambda(3x - y - 2) = 0$

$u + \lambda v = 0$

$\therefore$ இது u, v இடை-வெட்டும் புள்ளியின் ஊடாக செல்லும் எல்லா கோடுகளையும் குறிக்கும்

$$2x + 3y - 5 = 0 \quad \text{—} ①$$

$$3x - y - 2 = 0 \quad \text{—} ②$$

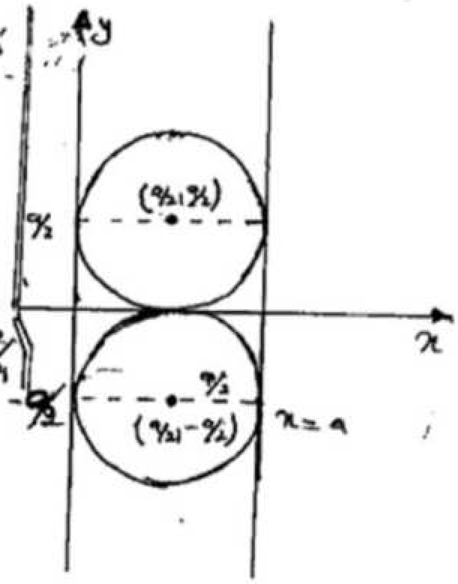
$① + ② \times 3 \Rightarrow \quad 11x = 11$

$x = 1$

$y = 1.$

புள்ளி $\equiv (1, 1)$.

Q9. வட்டங்களின் மையங்கள் = $\left(\frac{a}{2}, \pm\frac{a}{2}\right)$;
ஆரை = $\frac{a}{2}$



$\therefore$ சமன்பாடு $\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left[y-\left(\pm\frac{a}{2}\right)\right]^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$$x^2-ax+\frac{a^2}{4}+y^2-(\pm ay)+\left(\pm\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$$

$$4(x^2+y^2)-4ax+a^2\mp 4ay+a^2=a^2$$

$$4(x^2+y^2)-4ax\pm 4ay+a^2=0.$$

10. $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}+\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}+\dfrac{\tan x}{\sqrt{\sec^2 x-1}}+\dfrac{\cot x}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x-1}}$

$$f(x)=\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{\cos x}{|\cos x|}+\frac{\tan x}{|\tan x|}+\frac{\cot x}{|\cot x|}$$

$0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow f(x)=4.$

$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow f(x)=-2.$

$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow f(x)=0$

$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \Rightarrow f(x)=-2$

$$f(x)_{min}=-2 \;;\; \frac{\pi}{2} < x < \pi \;,\; \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi.$$

Q1. (a)(i) $x^2+2px+q^2=0$ இன் மூலங்கள் (α,β) எனின்

$$\alpha+\beta=-2p,\ \alpha\beta=q^2.$$

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4p^2-4q^2$$

இவ்வாறே $(\gamma-\delta)^2=4m^2-4n^2$ ஆகும்

$$\alpha+\gamma=\beta+\delta \Rightarrow (\alpha-\beta)^2=(\gamma-\delta)^2 \Rightarrow p^2-q^2=m^2-n^2 \Rightarrow p^2+n^2=q^2+m^2$$

(ii) $\alpha\gamma+\beta\delta=0 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{-\delta}{\gamma} \Rightarrow \dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\dfrac{-\delta+\gamma}{-\delta-\gamma} \Rightarrow \dfrac{(\alpha+\beta)^2}{(\alpha-\beta)^2}=\dfrac{(\gamma-\delta)^2}{(\gamma+\delta)^2}$

$$\frac{(\alpha+\beta)^2}{(\alpha-\beta)^2}=\frac{(\gamma-\delta)^2}{(\gamma+\delta)^2} \Rightarrow \frac{4p^2}{4p^2-4q^2}=\frac{4m^2-4n^2}{4n^2} \Rightarrow q^2n^2=p^2n^2+q^2m^2.$$

$x^2+2x+(3-k)=0$ இன் மூலங்கள் (α,β) எனின் x அச்சை வெட்டும் புள்ளி $(\alpha,0)$, $(\beta,0)$

$x^2+4x+(2k-3)=0$ இன் மூலங்கள் (γ,δ) எனின் x அச்சை வெட்டும் புள்ளி $(\gamma,0)$, $(\delta,0)$.

$$AB=PQ \Rightarrow \sqrt{(\alpha-\beta)^2}=\sqrt{(\delta-\gamma)^2} \Rightarrow |\alpha-\beta|=|\delta-\gamma|$$

வகை I

$\alpha-\beta\gtrless 0$ and $\gamma-\delta\gtrless 0 \Rightarrow (\alpha-\beta)=\delta-\gamma \Rightarrow \delta+\beta=\alpha+\gamma$

$\alpha+\gamma=\beta+\delta \Rightarrow p^2+n^2=q^2+m^2.$

$p=1,\ q^2=3-k,\ m=2,\ n^2=2k-3 \Rightarrow 1+2k-3=2^2+3-k.$

$k=3$

வகை II

$\alpha-\beta\gtrless$ and $\gamma-\delta\lesseqgtr 0 \Rightarrow \alpha-\beta=\gamma-\delta \Rightarrow \alpha+\delta=\gamma+\beta.$

மூலங்களின் பெயரிடலில் மாற்றம் மட்டுமே

$\therefore k=3$

(b) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 6$
$= (x^2-1)^2 + 5.$

$f(\alpha) = (\alpha^2-1)^2 + 5 > 0 \ , \ f(\alpha) \neq 0.$

$\therefore (x-\alpha)$ ஆனது f(x) இன் காரணி இல்லை

$f(x) \geq 30 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 24 \geq 0 \Leftrightarrow (x^2-6)(x^2+4) \geq 0$

$\because \quad x^2+4 > 0 \ , \ x^2-6 \geq 0 \Leftrightarrow (x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) \geq 0$

மூலம்:- $x = \sqrt{6}, -\sqrt{6}$ இல் $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) = 0$ ஆகும்

	$x < -\sqrt{6}$	$-\sqrt{6} \leq x < \sqrt{6}$	$x \geq +\sqrt{6}$
$x+\sqrt{6}$	(−)	(+)	(+)
$x-\sqrt{6}$	(−)	(−)	(+)
$(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})$	(+)	(−)	(+)

x இன் வீச்சு $\quad x < -\sqrt{6}$ and $x \geq \sqrt{6}$

$\therefore \quad g(x) = 3[x^4 - 2x^2 + 6] + bx^3 + cx \Rightarrow g(x) = 3x^4 + bx^3 - 6x^2 + cx$

---

g(x) இன் ஒரு காரணி $(x-1)$; $g(1) = 3 + b - 6 + c + 18 = 0 \Rightarrow b + c = -15$ —①

g(x) இன் ஒரு காரணி $(x-2)$; $g(2) = 48 + 8b - 24 + 2c + 18 = 0 \Rightarrow 4b + c = -21$ —②

② − ① $\Rightarrow b = -2$ and $c = -13$

Now $g(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 13x + 18 = (x-1)(x-2)(Ax^2 + Bx + C)$

x^4 இன் குணகத்தை ஒப்பிடுக ; $A = 3.$

x^0 " " ; $2C = 18 \Rightarrow C = 9$

x " " ; $-3C + 2B = -13 \Rightarrow B = 7$

$g(x) \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)(3x^2+7x+9) \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)\left[3(x+7/6)^2 + \frac{59}{12}\right] \geq 0$

$\left[3(x+7/6)^2 + \frac{59}{12}\right] > 0$; $(x-1)(x-2) \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$ or $x \geq 2$

Q1. (a) $u_r = \dfrac{(r+3)}{r(r+1)(r+2)}\left(\dfrac{1}{3}\right)^r$

$$\frac{u_r}{(1/3)^r} = \frac{(r+3)}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$$

$$A(r+2) + Br = r+3.$$

r^0 இன் குணகத்தை சமப்படுத்த ; $2A = 3 \Rightarrow A = 3/2$.

r இன் " " ; $A + B = 1 \Rightarrow B = -1/2$

$$u_r = \left[\frac{3}{2r(r+1)} - \frac{1}{2(r+1)(r+2)}\right]\left(\frac{1}{3}\right)^r$$

$$u_r = \frac{3^{-(r-1)}}{2(r)(r+1)} - \frac{3^{-r}}{2(r+1)(r+2)}$$

$$u_r = f(r) - f(r+1) \text{ ; } f(r) = \frac{1}{2(r)(r+1)}\left(\frac{1}{3}\right)^{r-1}$$

$r=1$, $u_1 = f(1) - f(2)$

$r=2$, $u_2 = f(2) - f(3)$

$r=3$, $u_3 = f(3) - f(4)$

- - - - - - - -

$r=n-1$, $u_{n-1} = f(n-1) - f(n)$

$r=n$, $u_n = f(n) - f(n+1)$

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = f(1) - f(n+1). \Rightarrow S_n = \frac{1}{2(1)(2)}\left(\frac{1}{3}\right)^0 - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} u_r = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] = \frac{1}{4} - \frac{1}{\infty}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^\infty$$

$$= 1/4 - 1/\infty \times 0 = 1/4.$$

∴ ஒருங்கும் தொடராகும்.

Q1. (a) $u_r = \dfrac{(r+3)}{r(r+1)(r+2)}\left(\dfrac{1}{3}\right)^r$

$$\frac{u_r}{(1/3)^r} = \frac{(r+3)}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$$

$$A(r+2) + Br = r+3.$$

r^0 இன் குணகத்தை ஒப்பிடுக ; $2A = 3 \Rightarrow A = 3/2$.

r இன் " " ; $A + B = 1 \Rightarrow B = -1/2$

$$u_r = \left[\frac{3}{2r(r+1)} - \frac{1}{2(r+1)(r+2)}\right]\left(\frac{1}{3}\right)^r$$

$$u_r = \frac{3^{-(r-1)}}{2(r)(r+1)} - \frac{3^{-r}}{2(r+1)(r+2)}$$

$$u_r = f(r) - f(r+1) \; ; \; f(r) = \frac{1}{2(r)(r+1)}\left(\frac{1}{3}\right)^{r-1}$$

$r=1, \quad u_1 = f(1) - f(2)$

$r=2, \quad u_2 = f(2) - f(3)$

$r=3, \quad u_3 = f(3) - f(4)$

$- - - - - - - -$

$- - - - - - - -$

$- - - - - - - -$

$r=n-1, \quad u_{n-1} = f(n-1) - f(n)$

$r=n, \quad u_n = f(n) - f(n+1)$

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = f(1) - f(n+1). \Rightarrow S_n = \frac{1}{2(1)(2)}\left(\frac{1}{3}\right)^0 - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] = \frac{1}{4} - \frac{1}{\alpha}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^\alpha$$

$$= 1/4 - 1/\alpha \times 0 = 1/4.$$

$\therefore$ தொடர் ஒருங்குகிறது.

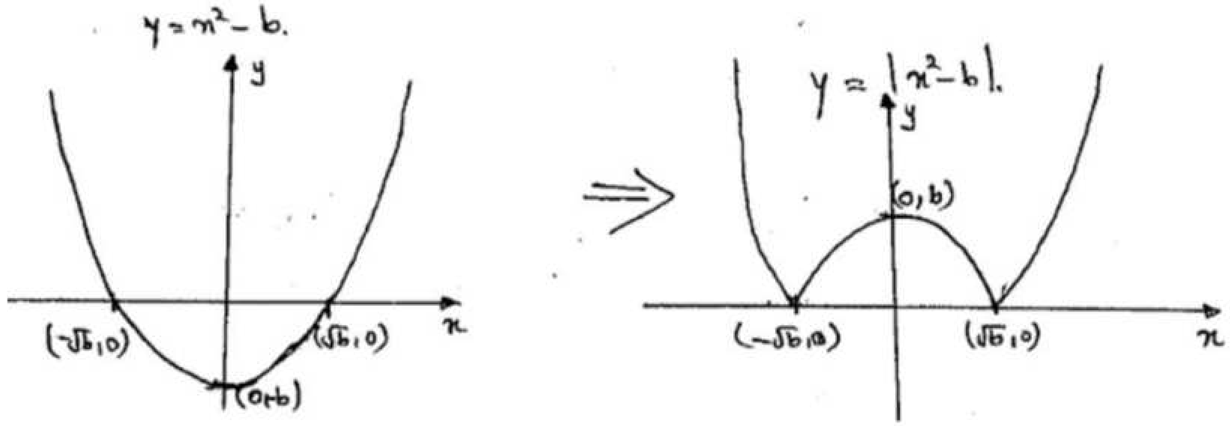
(b) $y = x^2 - b \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x \Rightarrow x = 0$ இல் திரும்பற்புள்ளி.

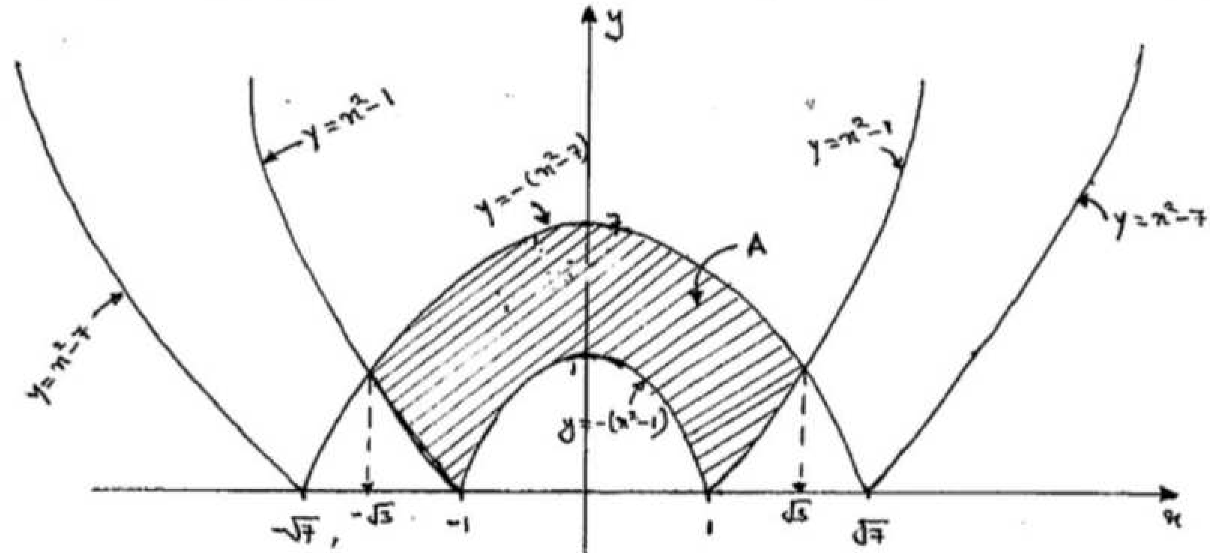
$y = (x-0)^2 - b \Rightarrow$ சமச்சீர் அச்சு $x = 0$.

திரும்பற் புள்ளி $(0, -b)$.

$y = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{b}$, $x \to \infty, y \to +\infty$, $x \to -\infty, y \to +\infty$

$x < 0$ இல் $\frac{dy}{dx} < 0$, $x > 0$ இல் $\frac{dy}{dx} > 0 \Rightarrow (0, -b)$ இழிவு.





$$A = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} -(x^2 - 7)\,dx - \int_{-1}^{1} -(x^2 - 1)\,dx - \int_{-\sqrt{3}}^{-1} (x^2 - 1)\,dx - \int_{1}^{\sqrt{3}} (x^2 - 1)\,dx.$$

$$A = -\left[\frac{x^3}{3} - 7x\right]_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} + \left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{-1}^{1} - \left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{-\sqrt{3}}^{-1} - \left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{1}^{\sqrt{3}}$$

$$A = -\left[\left(\frac{3\sqrt{3}}{3} - 7\sqrt{3}\right) - \left(\frac{-3\sqrt{3}}{3} + 7\sqrt{3}\right)\right] + \left[\left(\frac{1}{3} - 1\right) - \left(-\frac{1}{3} + 1\right)\right] - \left[\left(-\frac{1}{3} + 1\right) - \left(\frac{-3\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3}\right)\right] - \left[\left(\frac{3\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right)\right]$$

$A = \frac{4}{3}\left[9\sqrt{3} - 2\right]$ ஆகும்.

Q13 I. (a) $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+3b+11 & 2b+8 \\ b+4 & a+b+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow b=-4 \text{ and } a=1.$$

$A^2 - 4A + I = 0$

$A(4-A) = I. \Rightarrow A^{-1} = 4 - A \Rightarrow A^{-1} = 4\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$BB^{-1} = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3p+2r & 3q+2s \\ 5p-3r & 5q-3s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$3p+2r=1$ — (1) $\quad 5p-3r=0$ — (2) , (1) and (2) $\Rightarrow r = 5/19, p = 3/19$.

$3q+2s=0$ — (3) $\quad 5q-3s=1$ — (4) , (3) and (4) $\Rightarrow s = -3/19, q = 2/19$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot C \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot C \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore C = A^{-1}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot B^{-1} \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\frac{1}{19}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$C = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow C = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 18 & -26 \\ -14 & 35 \end{pmatrix}$$

(b) $n=1$ ஆக $L.H.S = (1+i)$

$$R.H.S = 2^{1/2}\left[\cos \tfrac{\pi}{4} + i \sin \tfrac{\pi}{4}\right] = \sqrt{2}\cdot\left[\tfrac{1}{\sqrt{2}} + \tfrac{1}{\sqrt{2}}i\right] = 1+i$$

$L.H.S = R.H.S$

$\therefore n=1$ இற்கு பேறு உண்மை.

$p \in \mathbb{Z}^+$ ஆக இருக்கையில் $n=p$ இற்கு பேறு உண்மை என்க.

$$(1+i)^p = 2^{p/2}\left[\cos \tfrac{p\pi}{4} + i \sin \tfrac{p\pi}{4}\right]$$

$n=p+1$ ஆக,
$$(1+i)^{p+1} = 2^{p/2}\left[\cos \tfrac{p\pi}{4} + i \sin \tfrac{p\pi}{4}\right].(1+i)$$
$$= 2^{p/2}\left[\cos \tfrac{p\pi}{4} + i \sin \tfrac{p\pi}{4}\right]\sqrt{2}.\left(\cos \tfrac{\pi}{4} + i \sin \tfrac{\pi}{4}\right)$$
$$= 2^{\frac{p+1}{2}}\left[\left(\cos \tfrac{p\pi}{4}\cos \tfrac{\pi}{4} - \sin \tfrac{p\pi}{4}\cdot \sin \tfrac{\pi}{4}\right) + i\left(\sin \tfrac{p\pi}{4}\cos \tfrac{\pi}{4} + \cos \tfrac{\pi}{4}\sin \tfrac{p\pi}{4}\right)\right]$$
$$= 2^{\frac{(p+1)}{2}}\left[\cos (p+1)\tfrac{\pi}{4} + i \sin (p+1)\tfrac{\pi}{4}\right]$$

$\therefore n=p+1$ இற்கு பேறு உண்மை

ஆகவே n இன் எல்லா நேர் நிறை எண்களுக்கும்

மேல் கூற்றுப் பேறு உண்மையாகும்

$$(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 x + {}^nC_2 x^2 - \cdots + {}^nC_n x^n.$$

$$x=i \Rightarrow (1+i)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 i - {}^nC_2 - {}^nC_3 i + {}^nC_4 - \cdots$$

$$(1+i)^n = \left[{}^nC_0 - {}^nC_2 + {}^nC_4 - {}^nC_6 - \cdots\right] + i\left[{}^nC_1 - {}^nC_3 + {}^nC_5 - {}^nC_7 - \right]$$

$$\left.\begin{aligned} Re\left[(1+i)^n\right] &= \left[{}^nC_0 - {}^nC_2 + {}^nC_4 - {}^nC_6 - \cdots\right] \\ Im\left[(1+i)^n\right] &= \left[{}^nC_1 - {}^nC_3 + {}^nC_5 - {}^nC_7 - \cdots\right] \end{aligned}\right\} \text{---} (*)$$

$$(1+i)^n = 2^{n/2}\left[\cos \tfrac{n\pi}{4} + i \sin \tfrac{n\pi}{4}\right] \Rightarrow \left.\begin{aligned} Re\left[(1+i)^n\right] &= \cos \tfrac{n\pi}{4}\cdot 2^{n/2} \\ Im\left[(1+i)^n\right] &= \sin \tfrac{n\pi}{4}\cdot 2^{n/2} \end{aligned}\right\} (**)$$

$$(*) \text{ and } (**) \Rightarrow \tan \tfrac{n\pi}{4} = \frac{{}^nC_1 - {}^nC_3 + {}^nC_5 - {}^nC_7 - \cdots}{{}^nC_0 - {}^nC_2 + {}^nC_4 - {}^nC_6 - \cdots} = \frac{{}^nC_1 - {}^nC_3 + {}^nC_5 - {}^nC_7 - \cdots}{1 - {}^nC_2 + {}^nC_4 - {}^nC_6 - \cdots}$$

14.(a) $f'(x) = \dfrac{(x^2+2x+4)(2x-6) - (x^2-6x+4)(2x+2)}{(x^2+2x+4)^2}$

$= \dfrac{8(x^2-4)}{(x^2+2x+4)^2} = \dfrac{8(x-2)(x+2)}{(x^2+2x+4)^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2,\ x = -2$; $f'(x) = 0$ இன் தீர்வுகள் பெறப்படும்

x	$x < -2$	$-2 \le x < 2$	$x \ge 2$.
$f'(x)$ இன் குறி.	$(+)$	$(-)$	$(+)$
	$f(x)$ அதிகரிக்கும்	$f(x)$ குறையும் ஒன்று	$f(x)$ அதிகரிக்கும்

$x = 2 \Rightarrow f(x) = \dfrac{(2)^2 - 6(2) + 4}{(2)^2 + 2\cdot(2) + 4} = \frac{1}{3}$; $(2, \frac{1}{3})$ இல் இழிவுப் புள்ளி.

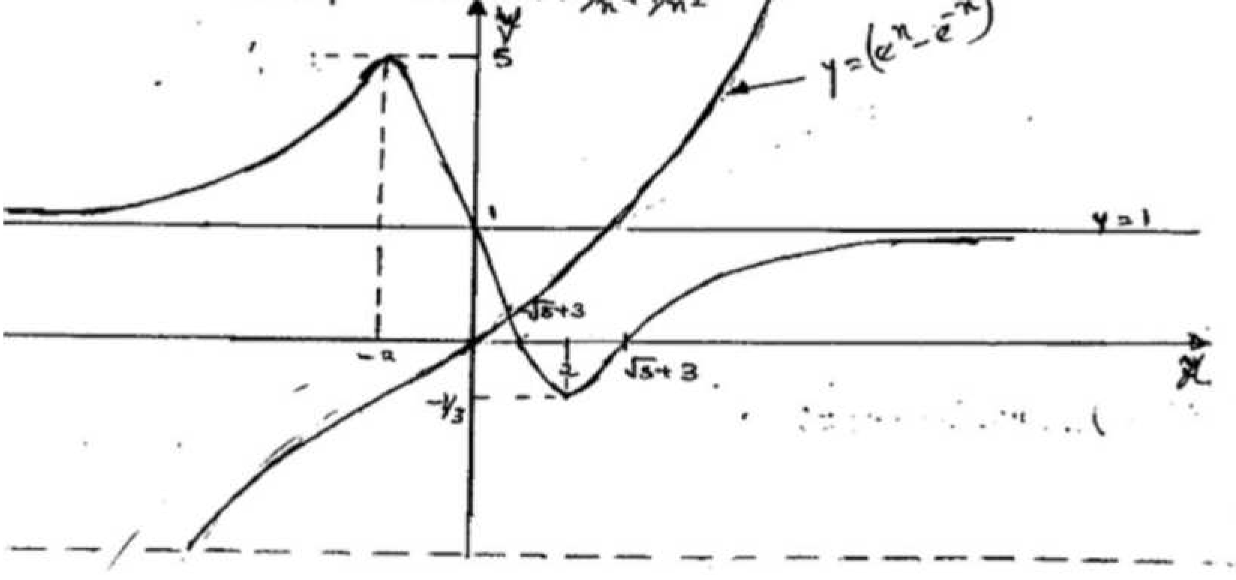
$x = -2 \Rightarrow f(2) = \dfrac{(-2)^2 - 6(-2) + 4}{(-2)^2 + 2\cdot(-2) + 4} = 5$; $(-2, 5)$ இல் உயர்வுப் புள்ளி.

$(2, \frac{1}{3})$, $(-2, 5)$ இல் திரும்பற்புள்ளி பெறப்படும்

$x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 > 0 \Rightarrow$ நிலைக்குத்து அணுகுகோடு இல்லை.

$x = 0 \Rightarrow y = 1$, $y = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} + 3$.

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x^2 - 6x + 4}{x^2 + 2x + 4} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 - 6/x + 4/x^2}{1 + 2/x + 4/x^2} = 1$



$$(x^2-6x+4) = (x^2+2x+4)(e^x - e^{-x})$$

$$e^x - e^{-x} = \frac{(x^2-6x+4)}{(x^2+2x+4)}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$e^x - e^{-x} = \quad y$$

$\therefore$ $(x^2-6x+4) = (x^2+2x+4)(e^x-e^{-x})$ இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை வளைவி $y = f(x)$ உம் $y = e^x - e^{-x}$ உம் இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

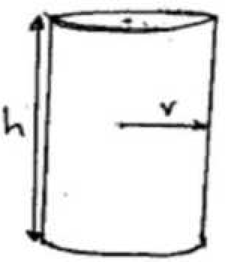
$\therefore$ மேலுள்ள வரைபின் படி இரு வரைபுகளும் ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகிறது.

$(x^2-6x+4) = (x^2+2x+4)(e^x-e^{-x})$ இன் மெய்த்தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை 1 ஆகும்.

---

b) $2\pi = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$$\frac{(1-r^2)}{r} = h.$$



$$V = \pi r^2 h.$$

$$V = \pi r^2 \frac{(1-r^2)}{r}$$

$$V = \pi (r - r^3)\, m^3$$

$$\frac{dv}{dr} = \pi(1-3r^2) = -\pi(\sqrt{3}r-1)(\sqrt{3}r+1)$$

$$\frac{dv}{dr} = 0 \Rightarrow r^2 = 1/3 \Rightarrow r = \pm 1/\sqrt{3}\ ,\ r > 0 \Rightarrow r = 1/\sqrt{3}$$

$\frac{dv}{dr} = 0$ இல் இழிவு / உயர்வு பெறும்

$$0 < r < 1/\sqrt{3} \Rightarrow \frac{dc}{dr} > 0$$

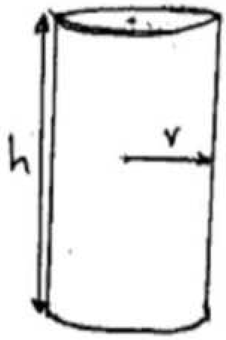
$$r > 1/\sqrt{3} \Rightarrow \frac{dc}{dr} < 0$$

$\therefore$ $r = 1/\sqrt{3}$ இல் V இன் உயர்வு பெறும்

$$r = 1/\sqrt{3} \Rightarrow V = \pi\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) m^3 \Rightarrow V = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\, m^3.$$

(b) $2\pi = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$\dfrac{(1-r^2)}{r} = h.$



$V = \pi r^2 h.$

$V = \pi r^2 \dfrac{(1-r^2)}{r}$

$V = \pi (r - r^3) m^3.$

$$\frac{dV}{dr} = \pi(1-3r^2) = -\pi(\sqrt{3}r-1)(\sqrt{3}r+1).$$

$\dfrac{dV}{dr} = 0 \Rightarrow r^2 = 1/3 \Rightarrow r = \pm 1/\sqrt{3}$, $r > 0 \Rightarrow r = 1/\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{dV}{dr} = 0$ இல் இழிவு/உயர்வு பெறுமானம்

$0 < r < 1/\sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{dc}{dr} > 0.$

$r \geq 1/\sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{dc}{dr} < 0$

$\therefore$ $r = 1/\sqrt{3}$ இல் V இன் உயர்வு பெறுமானம்

$r = 1/\sqrt{3} \Rightarrow V = \pi\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} - \dfrac{1}{3\sqrt{3}}\right) m^3 \Rightarrow V = \dfrac{2\pi}{3\sqrt{3}} m^3.$

Q15. (a) $t = \tan\frac{x}{2}$; $x \to 0, t \to 0$ and $x \to \pi$ $t \to \infty$.

$dt = \sec^2\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot dx \Rightarrow dx = \dfrac{2\,dt}{(1+t^2)}$

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{4-3\sin x}\,dx = \int_0^{\pi} \frac{1}{4-3\cdot\dfrac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}}\,dx = \int_0^{\pi} \frac{1+\tan^2\frac{x}{2}}{4\tan^2\frac{x}{2}-6\tan\frac{x}{2}+4}\,dx.$$

$$\int_0^{\pi} \frac{1+\tan^2\frac{x}{2}}{4\tan^2\frac{x}{2}-6\tan\frac{x}{2}+4}\,dx = \int_0^{\infty}\frac{1+t^2}{4t^2-6t+4}\cdot\frac{2\,dt}{(1+t^2)} = \int_0^{\infty}\frac{2\,dt}{4\left[\left(t-\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2\right]}$$

$$\frac{1}{2}\times\int_0^{\infty}\frac{dt}{\left(t-\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \frac{1}{2}\times\frac{4}{\sqrt{7}}\cdot\tan^{-1}\left[\frac{\left(t-\frac{3}{4}\right)}{\frac{\sqrt{7}}{4}}\right]\Bigg|_0^{\infty} = \frac{2}{\sqrt{7}}\left[\tan^{-1}(\infty)-\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{\sqrt{7}}\right)\right]$$

$$\int_0^{\pi}\frac{1}{4-3\sin x}\,dx = \frac{2}{\sqrt{7}}\left[\frac{\pi}{2}+\tan^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)\right] \;;\; \left(\tan^{-1}(-\theta) = -\tan^{-1}(\theta)\right)$$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}}\tan^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)$$

(b) $$\frac{x^3-x+2}{(x^2+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{(x^2+1)A-2x(Ax+B)}{(x^2+1)^2}$$

$$(Ax+B)(x^2+1)+(x^2+1)A-2x(Ax+B) = x^3-x+2.$$
$$Ax^3+x^2(B-A)+x(A-2B)+(B+A) = x^3-x+2.$$

x^3 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් $\Rightarrow A = 1$

x^2 හි , " " $\Rightarrow B-A = 0 \Rightarrow B = 1.$

$$I = \int_0^{\pi} e^x\left(\frac{x^3-x+2}{(x^2+1)^2}\right)dx = \int_0^{\pi} e^x\left(f(x)+f'(x)\right)dx \;;\; f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}.$$

$$I = \int_0^{\pi} e^x f(x)\,dx + \int_0^{\pi} e^x f'(x)\,dx = e^x.f(x) - \int_0^{\pi} e^x f'(x)\,dx + \int_0^{\pi} e^x.f'(x)\,dx$$

$$I = e^x f(x)\Big|_0^{\pi} \Rightarrow I = e^{\pi}\left[\frac{\pi+1}{\pi^2+1}\right] - e^0\left[\frac{0+1}{0+1}\right] \Rightarrow I = \frac{e^{\pi}(1+\pi)}{\pi^2+1} - 1$$

(c) $\left[4-x^2-x^3\right]-\left[4-x^2\right] = -x^3$; ஆகும் $x\in(0,1)$

$$\therefore \left[4-x^2-x^3\right]-\left[4-x^2\right] < 0$$

$$4-x^2-x^3 < 4-x^2 \quad \text{—(1)}$$

$\left[4-x^2-x^3\right]-\left[4-2x^2\right] = x^2-x^3 = x^2(1-x)$; ஆகும் $x\in(0,1)$

$$\therefore \left[4-x^2-x^3\right]-\left[4-2x^2\right] > 0$$

$$4-x^2-x^3 > 4-2x^2 \quad \text{—(2)}$$

(1) உம் (2) $\Rightarrow$ $4-2x^2 < 4-x^2-x^3 < 4-x^2$.

$\sqrt{4-2x^2} < \sqrt{4-x^2-x^3} < \sqrt{4-x^2}$; $x\in(0,1)$ இல் $4-2x^2>0,\ 4-x^2>0$

$,\ 4-x^2-x^3>0$

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-2x^2}}\,dx > \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2-x^3}}\,dx > \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$$ ஆகும்.

$$\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-(x/\sqrt{2})^2}}\,dx > I > \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-(x/2)^2}}\,dx$$

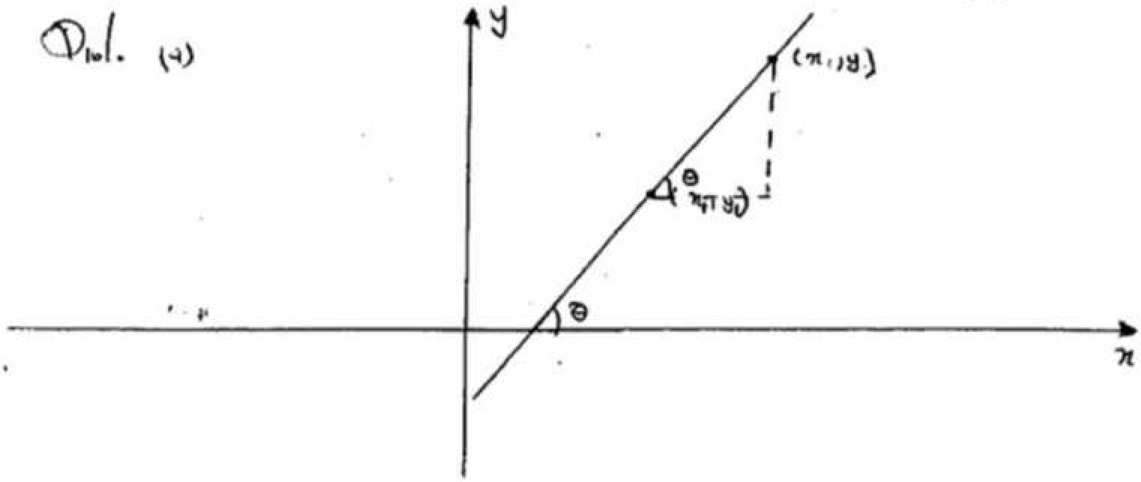
$$\tfrac{1}{2}\cdot \sin^{-1}\!\left(\tfrac{x}{\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{2}\,\Big|_0^1 > I > \frac{1}{2}\sin^{-1}\!\left(\tfrac{x}{2}\right)\cdot 2\,\Big|_0^1$$

$$\tfrac{\sqrt{2}}{2}\left[\sin^{-1}\!\left(\tfrac{1}{\sqrt{2}}\right)-\sin 0\right] > I > \left[\sin^{-1}\!\left(\tfrac{1}{2}\right)-\sin 0\right]$$

$$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} > I > \pi/6 .$$

22

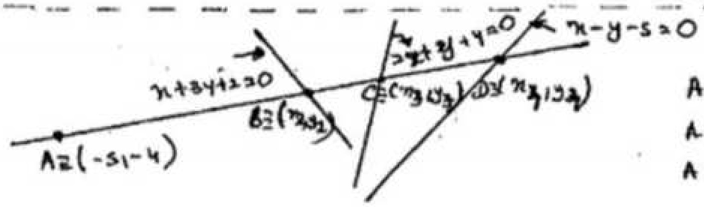
Q10. (4)



$$\tan\theta = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow \frac{x - x_1}{\cos\theta} = \frac{y - y_1}{\sin\theta} = r$$

$$x - x_1 = r\cos\theta \quad \text{—} (1)$$
$$y - y_1 = r\sin\theta \quad \text{—} (2).$$

$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = r \Rightarrow r =$ இருபுள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்.



$AB = r_2$
$AC = r_3$
$AD = r_4$
என்க.

(1) and $(2) \Rightarrow \quad x = r\cos\theta + x_1 \;,\; y = r\sin\theta + y_1$ —— $(*)$

$(*) \Rightarrow \quad x_2 = r_2\cos\theta - 5 \;,\; y_2 = r_2\sin\theta - 4.$

$(x_2, y_2) \Rightarrow \quad x_2 + 3y_2 + 2 = 0 \Rightarrow (r_2\cos\theta - 5) + 3(r_2\sin\theta - 4) + 2 = 0 \Rightarrow r_2 = \frac{15}{\cos\theta + 3\sin\theta}$

$$r_2 = \frac{15}{\cos\theta + 3\sin\theta} \Rightarrow AB = \frac{15}{\cos\theta + 3\sin\theta} \Rightarrow \left(\frac{15}{AB}\right) = \cos\theta + 3\sin\theta$$

$(*), (x_3, y_3) \Rightarrow \; 2(r_3\cos\theta - 5) + (r_3\sin\theta - 4) + 4 = 0 \Rightarrow r_3 = \frac{10}{2\cos\theta + \sin\theta}.$

$$r_3 = \frac{10}{2\cos\theta + \sin\theta} \Rightarrow \left(\frac{10}{AC}\right) = 2\cos\theta + \sin\theta \;.$$

(*), $(x_4, y_4) \Rightarrow (r_4\cos\theta - 5) - (r_4\sin\theta - 4) - 5 = 0 \Rightarrow r_4 = \dfrac{6}{\cos\theta - \sin\theta}$

$$r_4 = \frac{6}{\cos\theta - \sin\theta} \Rightarrow \left(\frac{6}{AD}\right) = \cos\theta - \sin\theta.$$

$$\left(\frac{15}{AB}\right)^2 + \left(\frac{10}{AC}\right)^2 = \left(\frac{6}{AD}\right)^2.$$

$$(\cos\theta + 3\sin\theta)^2 + (2\cos\theta + \sin\theta)^2 = (\cos\theta - \sin\theta)^2.$$

$$9\sin^2\theta + 4\cos^2\theta + 12\sin\theta\cos\theta = 0$$

$$9\tan^2\theta + 4 + 12\tan\theta = 0.$$

$$(3\tan\theta + 2)^2 = 0$$

$$\tan\theta = -2/3.$$

එනයින් (3) $\Rightarrow \dfrac{-2}{3} = \dfrac{(y+4)}{(x+5)} \Rightarrow -2x - 10 = 3y + 12.$

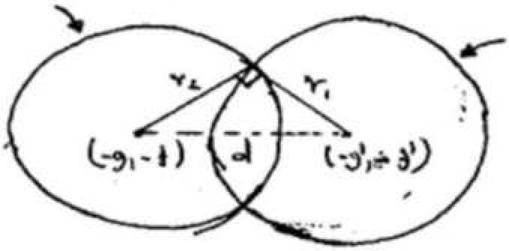
$$3y + 2x + 22 = 0.$$

(24)

(b)

$S = x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

$S' = x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$



$r_1 = \sqrt{(g')^2+(f')^2-c'}$

$r_2 = \sqrt{(g)^2+(f^2)-c}$

நிமிர்கோணமாக இடைவெட்டின்

$d^2 = r_1^2 + r_2^2$

$$\left(\sqrt{(g'-g)^2+(f'-f)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(g')^2+(f')^2-c'}\right)^2 + \left(\sqrt{(g)^2+(f)^2-c}\right)^2$$

$$(g'-g)^2+(f'-f)^2 = (g')^2+(f')^2-c' + (g)^2+(f)^2-c$$

$$-2g'g-2f'f = -(c'+c)$$

$$2g'g+2f'f = c'+c.$$

$S = x^2+y^2-8x-6y+21=0$ $S' = x^2+y^2-2y-15=0$

$g=-4,\ f=-3,\ c=21$ $g=0,\ f=-1,\ c=-15.$

$L.H.S = 2g'g+2f'f = 2\times(-3).(-1)=6$

$R.H.S = 21-15 = 6.$

$L.H.S = R.H.S$

$\therefore 2g'g+2f'f = c'+c$

$\therefore$ இருவட்டங்களும் நிமிர் கோணமாக இடைவெட்டும்

$x^2+y^2-8x-6y+21=0$ — (1) $x^2+y^2-2y-15=0$ — (2)

(1) − (2) $\Rightarrow$ $-8x-4y+36=0 \Rightarrow y=(9-2x)$ — (3)

(3) and (2) $\Rightarrow$ $(9-2x)^2+x^2-2(9-2x)-15=0$

$5x^2-32x+48=0 \Rightarrow (5x-12)(x-4)=0 \Rightarrow x=4$ or $12/5$

$x=4 \Rightarrow y=1 \Rightarrow (4,1)$

$x=12/5 \Rightarrow y=21/5 \Rightarrow (12/5, 21/5)$

$x^2+y^2-8x-6y+21=0$ இன் மையம் $\Rightarrow (4,3)$

தேவையான புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் வட்டம்
$S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ எனின்

$(4,1) \Rightarrow \quad 16+1+8g+2f+c=0$
$8g+2f+c=-17$ —— (1)'

$\left(\frac{12}{5}, \frac{21}{5}\right) \Rightarrow \quad \frac{144}{25}+\frac{441}{25}+\frac{24g}{5}+\frac{42}{5}f+c=0$

$24g+42f+5c=-117$ —— (2)'

$(4,3) \Rightarrow \quad 16+9+8g+6f+c=0$
$8g+6f+c=-25$ —— (3)'

(3)' − (1)' $\Rightarrow 4f=-8 \Rightarrow f=-2$ —— (α)

(α), (1)' $\Rightarrow 8g+c=-13$ —— (4)'
(α), (2)' $\Rightarrow 24g+5c=-33$ —— (5)'

(5)' − (4)' × 3 $\Rightarrow 2c=6 \Rightarrow c=3$, $g=-2$.
தேவையான புள்ளி. ஊடாகச் செல்லும் வட்டம்
$S \equiv x^2+y^2-4x-4y+3=0$.

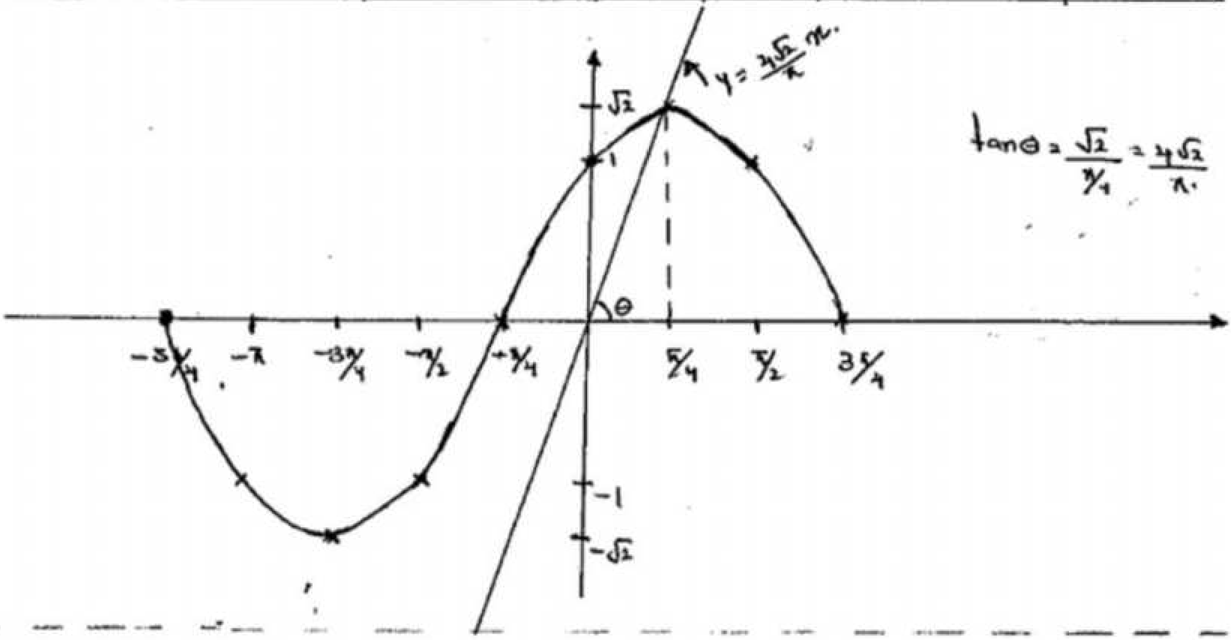
Q17. (a) $f(x) = \dfrac{1+\tan x}{\cos x + \tan x \cdot \sin x}$

$$f(x) = \frac{1+\frac{\sin x}{\cos x}}{\cos x + \frac{\sin x}{\cos x}\sin x} = \sin x + \cos x$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)\sqrt{2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right).$$

$$A = \sqrt{2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

x	$-\frac{5\pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
y	0	-1	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	1	0



$$\tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{\pi/4} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$$
$$\downarrow$$
$$y = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$$

$\sin x + \cos x = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$ இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை $y = f(x)$, $y = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$ என்பன இடை வெட்டும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

$\therefore$ இவ் வரைபும் ஒரு இடத்தில் வெட்டுவதால் தீர்வின் எண்ணிக்கை 1 ஆகும்

(b) $\therefore x = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta \Rightarrow x = \frac{a^2}{2}(1+\cos 2\theta) + \frac{b^2}{2}(1-\cos 2\theta)$

$$= \frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a^2-b^2)\cos 2\theta \text{ — } (\alpha)$$

$$y = \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta} + \sqrt{b^2\cos^2\theta + a^2\sin^2\theta}.$$

$(\alpha) \Rightarrow \quad y = \sqrt{\frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a^2-b^2)\cos 2\theta} + \sqrt{\frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(b^2-a^2)\cos 2\theta}$

$$y^2 = \frac{1}{2}(a^2+b^2)\times 2 + \frac{1}{2}\cos 2\theta(a^2-b^2+b^2-a^2) + 2\sqrt{Z}$$

$$y^2 = (a^2+b^2) + 2\sqrt{z}.$$

இங்கு, $Z = \left(\frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a^2-b^2)\cos 2\theta\right)\left(\frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(b^2-a^2)\cos 2\theta\right)$

$$Z = \frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 + \frac{1}{4}\cos 2\theta\left[(a^4-b^4)+(b^4-a^4)\right] - \frac{1}{4}(b^2-a^2)^2\cos^2 2\theta.$$

$$Z = \frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 - \left[\frac{1}{2}(b^2-a^2)\cos 2\theta\right]^2.$$

$(\alpha) \Rightarrow \quad Z = \frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 - \left[\frac{1}{2}(a^2+b^2) - x\right]^2.$

$$y^2 = a^2+b^2 + 2\sqrt{\frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 - \left[\frac{1}{2}(a^2+b^2) - x\right]^2}.$$

$0 \le \theta \le \pi/4 \Rightarrow, \; x_{max} = \frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a^2-b^2)\cos 0 \Rightarrow x_{max} = a^2.$

$$x_{min} = \frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a^2-b^2)\cos\pi/2 \Rightarrow x_{min} = \frac{1}{2}(a^2+b^2).$$

x_{max} ஆகும் போது y_{min} பெறப்படும், x_{min} ஆகும் போது y_{max} அமையும்

$$y^2_{max} = a^2+b^2 + 2\sqrt{\frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 - \left[\frac{1}{2}(a^2+b^2) - \frac{1}{2}(a^2+b^2)\right]^2}$$

$$y^2_{max} = 2(a^2+b^2) \Rightarrow y_{max} = \sqrt{2(a^2+b^2)} \; ; y > 0.$$

$$Y^2_{min} = (a^2+b^2) + 2\sqrt{\frac{1}{4}(a^2+b^2)^2 - \left[\frac{1}{2}(a^2+b^2) - a^2\right]^2}$$

$$Y^2_{min} = a^2+b^2+2\sqrt{\frac{1}{4}\left[(a^2+b^2)^2 - (b^2-a^2)^2\right]}$$

$$Y^2_{min} = a^2+b^2+\sqrt{4a^2b^2}$$

$$Y^2_{min} = (a+b)^2.$$

$$Y_{min} = (a+b) \quad ; \; y>0$$

∴ y இன் வீச்சு $(a+b) \leq y \leq \sqrt{2(a^2+b^2)}$

$$P = \sqrt{1+\sin^2\theta} + \sqrt{1+\cos^2\theta}. \quad ; \; P>0$$

y இல் $a=\pm 1$; $b=\pm 1$ இட

$a=+1$; $b=+1$ $\quad P_{min}=2$, $P_{max}=2$ ∴ இக்கூற்று உண்மை அல்ல

$a=-1$, $b=+1$ $\quad P_{min}=0$, $P_{max}=2$ ∴ கூற்று உண்மை.

$a=+1$, $b=-1$ $\quad P_{min}=0$, $P_{max}=2$ ∴ கூற்று உண்மை.

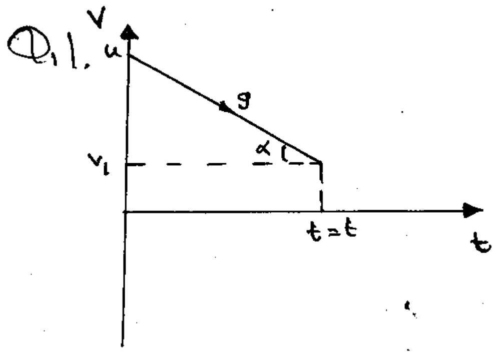
$a=-1$, $b=-1$ $\quad P_{min}=-2$, $P_{max}=2$; $P>0$ ∴ கூற்று உண்மை அல்ல

∴ $a=-1, b=+1$ or $a=+1, b=-1$ ஆகும்.

∴ P இன் வீச்சு $0 \leq P \leq 2$.

part- A

Q1|.



$$\tan\alpha = \frac{u - v_1}{t} \Rightarrow v_1 = u - gt \quad —(1)$$

வரைபின் பரப்பு = இடப்பெயர்ச்சி

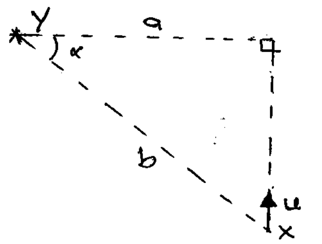
$$\tfrac{1}{2}(u+v_1)\times t = h.$$

$$(1) \Rightarrow \tfrac{1}{2}(2u-gt).t = h.$$

$$ut - \tfrac{1}{2}gt^2 = h.$$

$$h = 0 \Rightarrow \quad ut = \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Q2|.

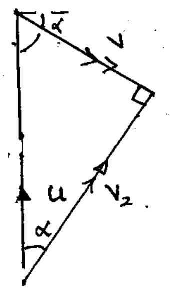


$$\cos\alpha = a/b.$$

$V_{XE} = \uparrow u \qquad V_{YX} =$ (α)

$$V_{YE} = V_{YX} + V_{XE}$$

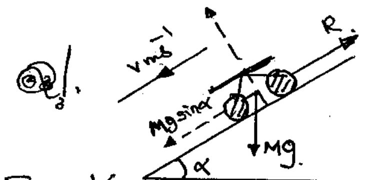
$V_{YE} =$ (α) $+ \uparrow u$



$$\cos\alpha = \frac{v_2}{u}$$

$$v_2 = \frac{au}{b}.$$

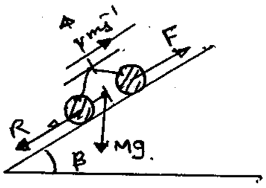
(b)



$\sin\alpha = 1/m$

$\swarrow$ F=ma මගින්

$Mg\sin\alpha - R = M.0 \Rightarrow R = Mg\sin\alpha$.



$\sin\beta = 1/n$

$\swarrow$ F=ma මගින්.

$R + Mg\sin\beta - F = 0.M$.

$F = Mg\sin\alpha + Mg\sin\beta$

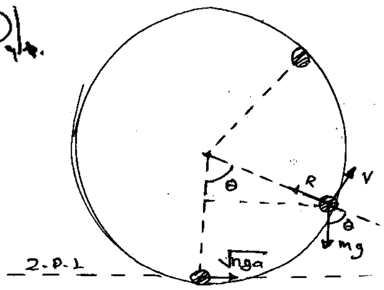
$\nearrow$

$H = F\times V$ මගින්.

$H = Mg(\sin\alpha + \sin\beta).V$.

$= Mg\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right).V$.

(c)



$\searrow$ කේන්ද්‍රය දෙසට F=ma මගින්.

$R - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$

$R = mg\cos\theta + \frac{mga\left((n-2)+2\cos\theta\right)}{a}$

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය.

$\frac{1}{2}m(\sqrt{nga})^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(a - a\cos\theta)$

$R = mg\left[(n-2) + 3\cos\theta\right]$

$v^2 = nga - 2ga(1-\cos\theta)$

$v^2 = ga\left((n-2) + 2\cos\theta\right)$

$0 \Rightarrow (n-2) + 3\cos 2\pi/3 = 0$

$n = 2 + 3/2 = 7/2$.

Q1.

$$(\underline{a}+\underline{b}).(\underline{a}+\underline{b}) = |\underline{a}+\underline{b}||\underline{a}+\underline{b}|\cos 0$$

$$\underline{a}.\underline{a}+\underline{b}.\underline{b}+2\underline{a}.\underline{b} = |\underline{a}+\underline{b}|^2$$

$$|\underline{a}|.|\underline{a}|\cos 0+|\underline{b}|.|\underline{b}|\cos 0+2|\underline{a}||\underline{b}|\cos\theta = |\underline{a}+\underline{b}|^2$$

(இங்கு θ $\underline{a}, \underline{b}$ இற்கு இடைப்பட்ட கோணம்)

$$|\underline{a}|^2+|\underline{b}|^2+2|\underline{a}||\underline{b}|\cos\theta = |\underline{a}+\underline{b}|^2 \quad \text{---} (*)$$

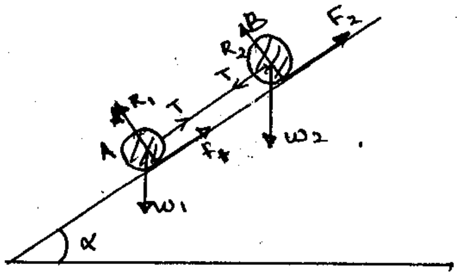
$\theta = \pi/2$ எனின் $(*) \Rightarrow |\underline{a}|^2+|\underline{b}|^2 = |\underline{a}+\underline{b}|^2$

$|\underline{a}|^2+|\underline{b}|^2 = |\underline{a}+\underline{b}|^2$ எனின் $(*) \Rightarrow 2|\underline{a}|.|\underline{b}|\cos\theta = 0$

$$\cos\theta = 0$$

$$\theta = \pi/2.$$

Q1.



எல்லை சமநிலையில் $F_1 = \mu_1 R_1$, $F_2 = \mu_2 R_2$

A இன் சமநிலைக்கு

$$T + F_1 = w_1 \sin\alpha.$$

$$T + \mu_1 w_1 \cos\alpha = w_1 \sin\alpha. \quad \text{---} (1)$$

B இன் சமநிலைக்கு

$$T + w_2 \sin\alpha = F_2$$

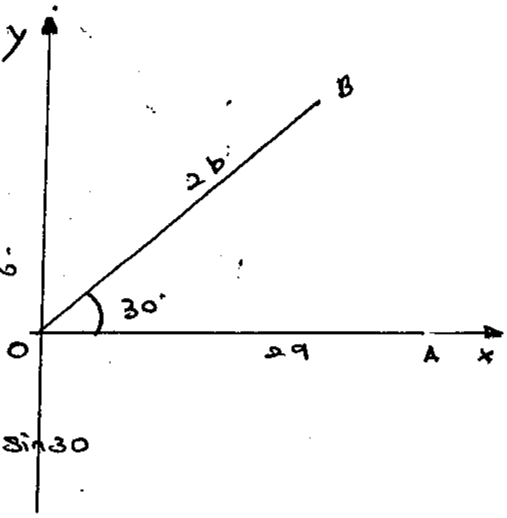
$$T + w_2 \sin\alpha = w_2 \mu_2 \cos\alpha \quad \text{---} (2)$$

$(1) - (2) \Rightarrow \mu_1 w_1 \cos\alpha - w_2 \sin\alpha = w_1 \sin\alpha - w_2\mu_2 \cos\alpha$

$$\cos\alpha(\mu_1 w_1 + w_2\mu_2) = \sin\alpha(w_1 + w_2)$$

$$\tan\alpha = \frac{w_1\mu_1 + w_2\mu_2}{w_1 + w_2}.$$

தீ1.



பொருள்	திணிவு	திணிவு மையம்
――	$2ap$	$x = a,\ y = 0$
$\angle 30°$	$2bp$	$x = b\cos 30,\ y = b\sin 30$
மொத்தம்	$2p(a+b)$	$x = \bar{x},\ y = \bar{y}$

$$2a\cdot p\cdot a + 2bp\cdot b\cos 30 = 2p(a+b)\,\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{2a^2 + 2b^2\cos 30}{2(a+b)}$$

$$\bar{x} = \frac{2a^2 + \sqrt{3}\,b^2}{2(a+b)}$$

$$2ap\cdot 0 + 2bp\cdot b\sin 30 = 2p(a+b)\cdot\bar{y}$$

$$\bar{y} = \frac{b^2}{2(a+b)}$$

$$\therefore \text{திணிவு மையம்} \equiv \left(\frac{2a^2 + \sqrt{3}\,b^2}{2(a+b)},\ \frac{b^2}{2(a+b)}\right)$$

Q8.

1ம் தாயம் – X என்க.

1ம் தாயத்தில் 1 வருவதற்கான நிகழ்தகவு = X_1.
1ம் தாயத்தில் 2 வருவதற்கான நிகழ்தகவு = X_2.
1ம் 〃 3 〃 〃 = X_3
1ம் 〃 4 〃 〃 = X_4
1ம் 〃 5 〃 〃 = X_5
1ம் 〃 6 〃 〃 = X_6

2ம் தாயம் – Y என்க.

2ம் தாயத்தில் 1 வருவதற்கான நிகழ்தகவு = Y_1
2ம் 〃 2 〃 〃 = Y_2
2ம் 〃 3 〃 〃 = Y_3
2ம் 〃 4 〃 〃 = Y_4
2ம் 〃 5 〃 〃 = Y_5
2ம் 〃 6 〃 〃 = Y_6

கூட்டுத்தொகை 7 அல்லது 11 ஆகுவதற்கான நிகழ்தகவு = R

$$p(R) = \{p(x_1 \cap y_6) + p(x_2 \cap y_5) + p(x_3 \cap y_4) + p(x_4 \cap y_3) + p(x_5 \cap y_2) + p(x_6 \cap y_1)\} + \{p(x_6 \cap y_5) + p(x_5 \cap y_6)\}$$

இரு தாயங்களிலும் இலக்கம் விழுவது சாராதவையாகும்.

$$p(R) = p(x_1) \cdot p(y_6) + p(x_2) \cdot p(y_5) + \cdots + p(x_5) \cdot p(y_6)$$

$$p(R) = \underbrace{\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}}_{8 \text{ தடவை}}$$

$$p(R) = \frac{8}{36} = 2/9.$$

Q9. a, b அடுத்து வரும் நிறை எண் என்பதால்
$a = n \quad , b = n+1$ எனலாம்

$$\sqrt{a^2+b^2+a^2b^2} = \sqrt{n^2+(n+1)^2+(n)^2(n+1)^2}$$

$$= \sqrt{2n^2+2n+1+n^4+2n^3+n^2}$$

$$= \sqrt{n^4+3n^2+2n^3+2n+1}$$

$$= \sqrt{1+n(n^3+2n^2+3n+2)}$$

$$k = \sqrt{1+n(n+1)(n^2+n+2)}$$

$n=1 \Rightarrow k=3$
$n=2 \Rightarrow k=7$
$n=3 \Rightarrow k=13$
$\vdots \qquad \vdots$

∴ நிறை எண் n இல் எல்லா பெறுமானங்களுக்கும்
k ஆனது ஒற்றை நிறை எண்

∴ நிறுவுக = 1.

Q10.

$$\frac{2+4+10+12+14+x+y}{7} = 8$$

$x+y = 56-42$
$x+y = 14$ —(1)

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n} \Big/ \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$16 = \frac{4+16+100+144+196+x^2+y^2}{7} -$$

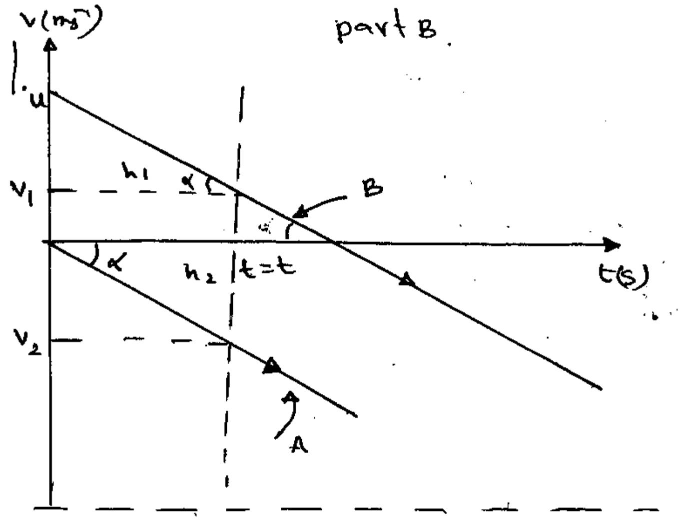
$80\times 7 - 460 = x^2+y^2$
$x^2+y^2 = 100$ —(2)

(1) and (2) $\Rightarrow$ $(14-x)^2+x^2 = 100$
$196+2x^2-28x = 100$
$x^2-14x+48=0$
$(x-6)(x-8)=0$
$x=6$ or $x=8$

$x=6 \Rightarrow y=8$
$x=8 \Rightarrow y=6$

part B

Q1 |



$$\tan\alpha = \frac{v_2}{t} \Rightarrow v_2 = gt \quad \text{—— (1)}$$

$$\tan\alpha = \frac{u - v_1}{t} \Rightarrow v_1 = u - gt \quad \text{—— (2)}$$

வரைபின் கீழ்ப் பரப்பு = இடப்பெயர்ச்சி

$$\tfrac{1}{2} \times (v_1 + u) \times t = h_1 \quad \text{—— (3)}$$

$$\tfrac{1}{2} \times (v_2) \times t = h_2 \quad \text{—— (4)}$$

(3) and (4) $\Rightarrow h_1 + h_2 = \frac{1}{2} t \,(v_1 + v_2 + u)$

$$h = \frac{\cancel{1}}{2} t \,(gt + u - gt + u) \quad [(1) \text{ an } (2)]$$

$$h = ut.$$

$$, \; t = h/u.$$

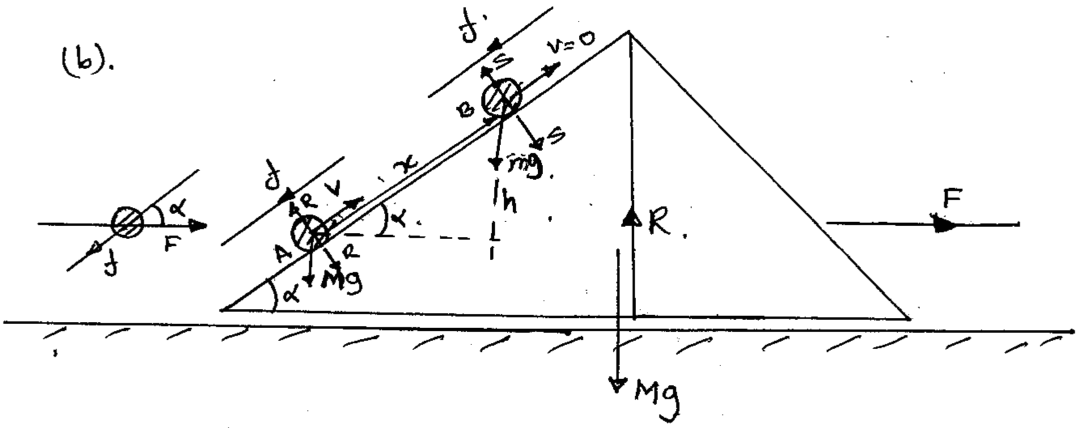
$$h_* = \frac{h(n-1)}{n} \Rightarrow \frac{1}{2} \times (u - gt + u) \times t = \frac{h(n-1)}{n}$$

$$\frac{1}{2}\left(2u - \frac{gh}{u}\right) \times \frac{\cancel{h}}{u} = \frac{\cancel{h}(n-1)}{n}$$

$$\frac{1}{2}\left(2 - \frac{gh}{u^2}\right) = \left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$\frac{gh}{2u^2} = 1 - \frac{(n-1)}{n} \Rightarrow u = \left(\frac{1}{2} ghn\right)^{1/2} \Rightarrow k = 1/2.$$

(b).



தொகுதிக்கு $\longrightarrow$ $F = ma$ ஐ

$$MF + m(F - f\cos\alpha) = m.0$$

$$F(M+m) = mf\cos\alpha \quad \text{—— (1)}$$

துணிக்கைக்கு $\swarrow$ $F = ma$ ஐ

$$mg\sin\alpha = m(f - F\cos\alpha)$$

(1) $\Rightarrow$

$$mg\sin\alpha = m\left[\frac{F(M+m)}{m\cos\alpha} - F\cos\alpha\right]$$

$$F = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m(1-\cos^2\alpha)}$$

$$F = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}.$$

(1) $\Rightarrow m\cos\alpha f = \dfrac{(M+m)g\sin\alpha\cos\alpha . m}{M + m\sin^2\alpha}$

$$f = \frac{(M+m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}.$$

$\sin\alpha = h/x \Rightarrow x = h\,\mathrm{cosec}\,\alpha.$

A→B அசைவின்போது துணிக்கைக்கு $v^2 = u^2 + 2as$ இன்.

$$0 = v^2 - 2fh\operatorname{cosec}\alpha$$
$$v = \sqrt{2fh\operatorname{cosec}\alpha}.$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot (M+m)g\sin\alpha}{M+m\sin^2\alpha} h \times \operatorname{cosec}\alpha}$$

$$V = \sqrt{2gh \cdot \frac{(M+m)}{M+m\sin^2\alpha}}.$$

B→A அசைவின்போது துணிக்கைக்கு $v^2 = u^2 + 2as$ இன்.

$$v_1^2 = 0 + 2fh\operatorname{cosec}\alpha.$$
$$v_1^2 = v^2$$
$$v_1 = -v$$

v_1 இன் பருமன் V

அசைவின்போது.

$(A-B)$, $\rightarrow$ (m) $\rightarrow$ $v = u + at$ இன்.

$$0 = v - ft.$$
$$t = V/f.$$

$(B-A)$ அசைவின்போது, $\rightarrow$ (m) $\rightarrow$ $v = u + at$ இன்.

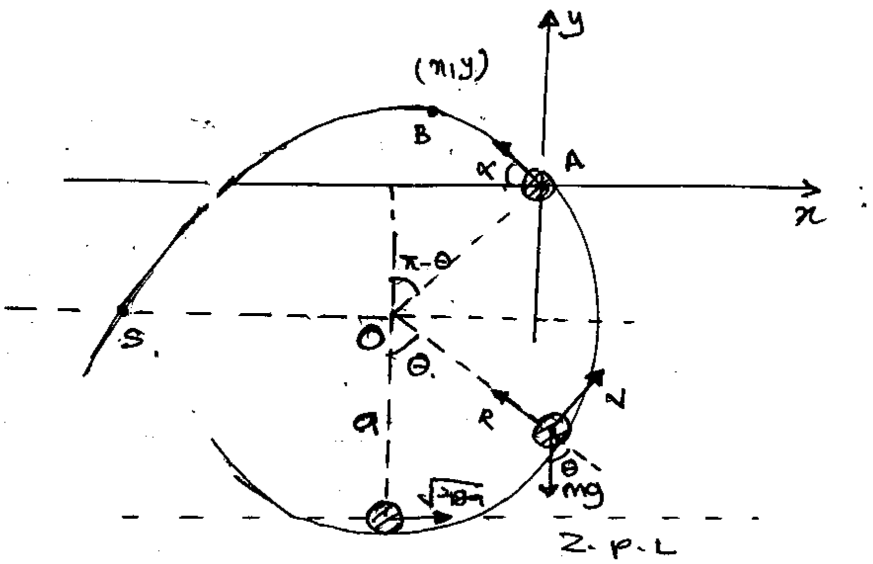
$$-v = -ft_1$$
$$t_1 = V/f = t.$$

∴ மொத்த நேரம் $T = 2V/f$

$$T = 2V \times \frac{M+m\sin^2\alpha}{(M+m)g\sin\alpha}.$$

$$T = \frac{2V}{(M+m)g}\left(\frac{M+m\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

Q12.



சக்தி காப்பு விதிப்படி.

$$\frac{1}{2}m(\sqrt{4ga})^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(a - a\cos\theta)$$

$$4ga = v^2 + ga(1-\cos\theta)\cdot 2$$

$$v^2 = 2ga\cdot\frac{(1+\cos\theta)}{2}\cdot 2$$

$$V = 2\sqrt{ga}\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

ஆரை நோக்கி $F=ma$ இன்,

$$R - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$R = 2g(1+\cos\theta)\cdot m + mg\cos\theta$$

$$R = mg(2+3\cos\theta)$$

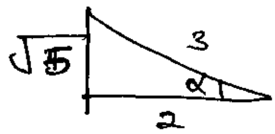
$R=0$ இல் வட்டத்திலிருந்து விலகும்

$$R=0 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{2}{3}$$

$$\cos\theta = -\frac{2}{3} \Rightarrow 2\sqrt{ga}\sqrt{\frac{1-\frac{2}{3}}{2}} = V_1$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2ga}{3}}$$

$\alpha = \pi - \theta \Rightarrow \cos\alpha = \cos(\pi - \theta) \Rightarrow \cos\alpha = +2/3.$



A−B, $\overleftarrow{\ }$ $S = ut$

$x = v_1 \cos\alpha \cdot t$

$t = \dfrac{x}{v_1 \cos\alpha}.$

A−B, ↑ $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$y = v_1 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2.$

$$y = \cancel{v_1} \sin\alpha \times \frac{x}{\cancel{v_1}\cos\alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_1^2 \cos^2\alpha}$$

$$y = x\tan\alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_1^2 \cos^2\alpha}.$$

$v_1 = \sqrt{\dfrac{2ga}{3}}$, $\cos\alpha = 2/3 \Rightarrow$

$$y = x \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\cancel{g} \cdot \frac{x^2}{\frac{2\cancel{g}a}{3} \cdot \frac{4}{9}}.$$

$$y = \frac{\sqrt{5}x}{2} - \frac{27}{16a}x^2.$$

$$y = -a\cos\alpha \Rightarrow -\frac{2a}{3} = \frac{\sqrt{5}x}{2} - \frac{27}{16a}x^2.$$

$$\frac{27}{16a}x^2 - \frac{\sqrt{5}x}{2} - \frac{2a}{3} = 0.$$

$$x = \frac{\sqrt{5}/2 \pm \sqrt{5/4 - 4 \cdot \frac{27}{16\cancel{a}}\left(-\frac{2\cancel{a}}{3}\right)}}{2 \times \frac{27}{16a}}$$

$$x = \frac{4a}{27}\left(\sqrt{5} \pm \sqrt{23}\right) \; ; \; x > 0.$$

$$\therefore x = \frac{4a}{27}\left(\sqrt{5} + \sqrt{23}\right)$$

$$OS = x - a\sin\alpha.$$

$$OS = \frac{4a}{27}\left(\sqrt{23}+\sqrt{5}\right) - \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

$$OS = \frac{a}{27}\left(4\sqrt{23}+4\sqrt{5}-9\sqrt{5}\right)$$

$$OS = \frac{a\left(4\sqrt{23}-5\sqrt{5}\right)}{27}.$$

ஏறிய இயக்கத்தில்

$A-S$ $\quad s = ut$ இ—

$$\frac{4a}{27}\left(\sqrt{23}+\sqrt{5}\right) = v_1\cos\alpha\, t_1$$

$$t_1 = \frac{4a}{27}\left(\sqrt{23}+\sqrt{5}\right)\times\frac{1}{\sqrt{\frac{2ag}{3}}\times\frac{2}{3}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{a}{g}}\;\frac{\left(\sqrt{23}+\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{2}}{27}\times 3\sqrt{3}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{a}{g}}\;\frac{\left(\sqrt{46}+\sqrt{10}\right)}{3\sqrt{3}}$$

$$V = 2\sqrt{ag}\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$V = 2\sqrt{ag}\cos\theta/2 \Rightarrow a\dot{\theta} = 2\sqrt{ag}\cos\theta/2$$

$$\frac{d\theta}{dt}\times\sec\theta/2 = 2\sqrt{\frac{g}{a}}$$

$$\sec\theta/2\, d\theta = 2\sqrt{\frac{g}{a}}\cdot dt$$

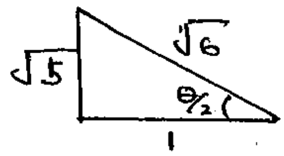
$$\int_0^{\cos^{-1}(-1/3)}\sec\theta/2\cdot d\theta = \int_0^{t_2} 2\sqrt{\frac{g}{a}}\,dt.$$

$$\left.\frac{\ln\left|\sec\theta/2+\tan\theta/2\right|}{1/2}\right|_0^{\cos^{-1}(-2/3)} = 2\sqrt{\frac{g}{a}}\; t\Big|_0^{t_2} \quad \text{—} \; (*)$$

$$\cos\theta = -2/3$$

$$2\cos^2\theta/2 - 1 = -2/3 \Rightarrow \cos^2\theta/2 = 1/6 \Rightarrow \cos\theta/2 = \sqrt{1/6}.$$

$$(\theta/2 < \pi/2)$$



$$(*) \Rightarrow \left(\ln|\sqrt{6}+\sqrt{5}| - \ln|1-0|\right)\times 2 = 2\sqrt{\frac{g}{a}}\cdot\left(t_2 - 0\right)$$

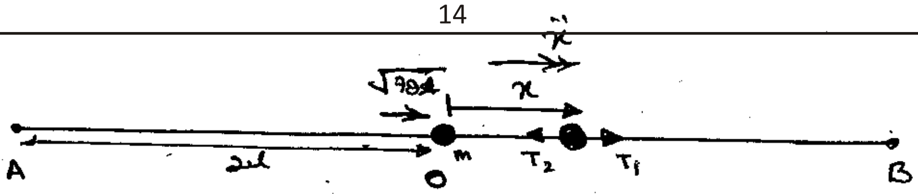
$$\sqrt{\frac{a}{g}}\,\ln\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right) = t_2.$$

மொத்த நேரம் $= t_1 + t_2$.

$$= \sqrt{\frac{a}{g}}\,\frac{(\sqrt{46}+\sqrt{10})}{3\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{a}{g}}\,\ln\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{46}}{3\sqrt{3}} + \ln\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)\right).$$

Q13|.



துணிக்கைக்கு $\overrightarrow{F = ma}$ இடு.

$$T_1 - T_2 = m\ddot{x}$$

$$\frac{mg(l-x)}{l} - \frac{mg(l+x)}{l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{2g}{l}x \Rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x$$

துணிக்கை எளிமை இசை இயக்கம் ஆற்றும். $\omega^2 = \frac{2g}{l}$.

$x=0$ இல் அலைவு மையம் பெறப்படும்

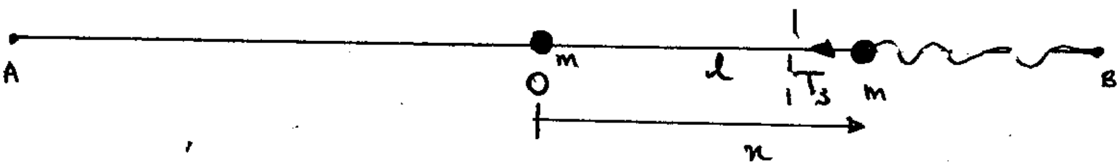
$V^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$ இன்படி

$x=0$ இல் $v = \sqrt{7gl} \Rightarrow 7gl = \frac{2g}{l}(A^2 - 0^2)$

$$A = \sqrt{\frac{7}{2}}\,l.$$

$x = l$ இல் $V = V_1 \Rightarrow V_1^2 = \frac{2g}{l}\left(\frac{7}{2}l^2 - l^2\right)$

$$V_1^2 = 5gl$$
$$V_1 = \sqrt{5gl}.$$



துணிக்கைக்கு $\overrightarrow{F = ma}$ இடு

$$-T_3 = m\ddot{x}.$$

$$-\frac{mg(l+x)}{l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}(l+x)$$

$l + x = y \Rightarrow \ddot{y} = \ddot{x} \Rightarrow \ddot{Y} = -\frac{g}{l}Y \to \omega_1^2 = \frac{g}{l}$

துணிக்கை S.H.M ஆற்றும்.

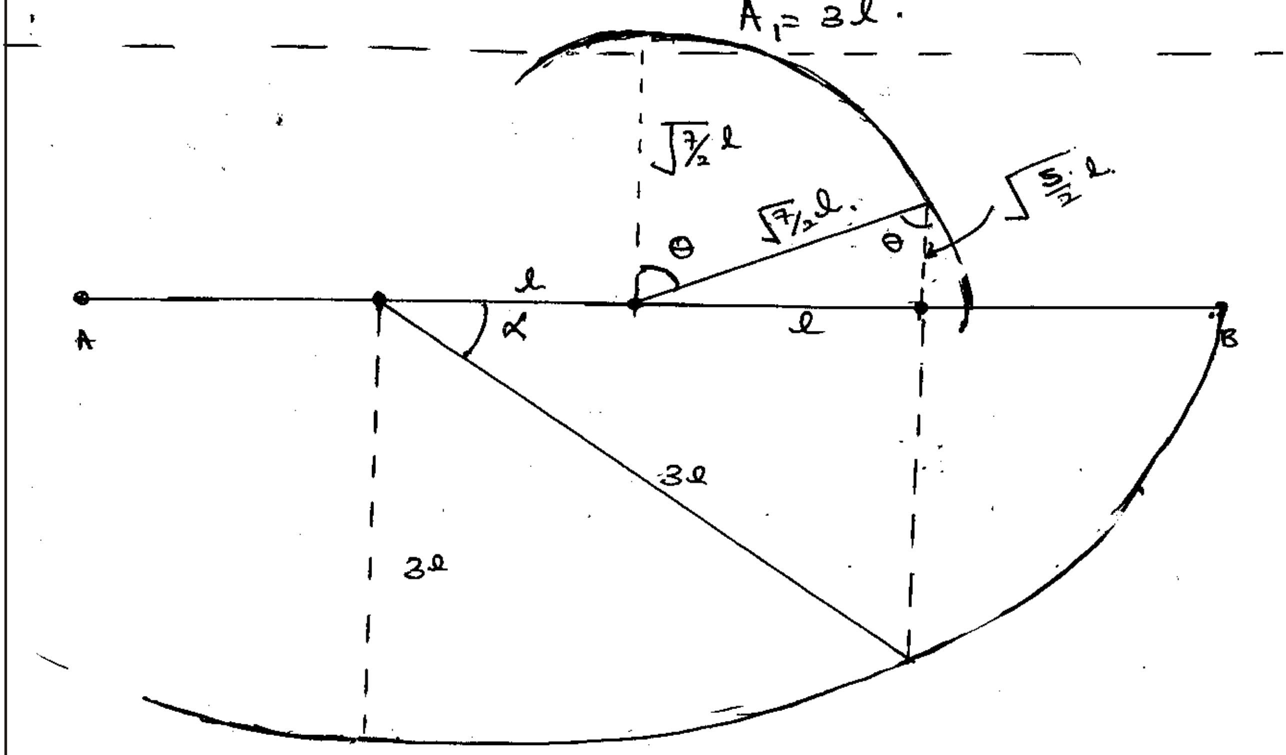
$y=0$ இல் அலைவு மையம் பெறப்படும்

$x+l=0 \Rightarrow x=-l.$

$V^2=\omega_1^2(a^2-x^2)$ இன்படி.

$x=2l\ ,\ V=\sqrt{5gl} \Rightarrow 5gl=\frac{g}{l}(A_1^2-4l^2)$

$A_1=3l.$



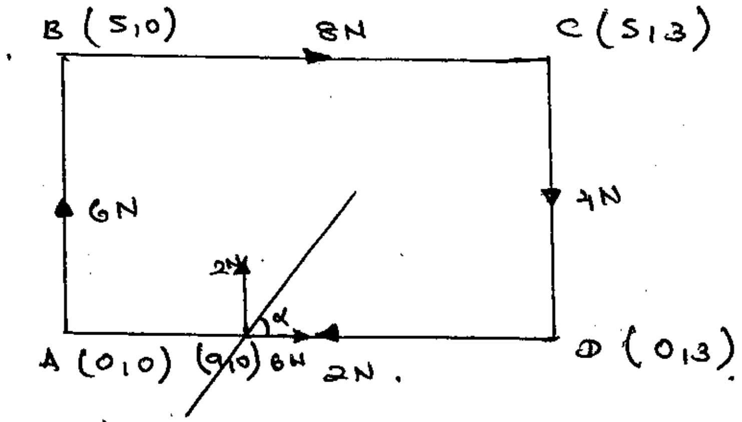
தேவையான இயக்கத்திற்கு எடுத்த நேரம் $=T$

$$T=\frac{\theta}{\omega}+\frac{\alpha}{\omega_1}$$

$$T=\frac{\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{5/2}\,l}{\sqrt{7/2}\,l}\right)}{\sqrt{\frac{2g}{l}}}+\frac{\cos^{-1}\left(\frac{2l}{3l}\right)}{\sqrt{g/l}}$$

$$T=\left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\sqrt{\tfrac{5}{7}}\right)+\cos^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\right)\right)$$

Q 14. (a)



(i) $\overrightarrow{X} = 8N - 2N = 6N.$

$Y \uparrow = 6N - 4N = 2N.$

$R = \sqrt{2^2+6^2}$, $\tan\alpha = 1/3$

$R = 2\sqrt{10}$

(ii) $\alpha = \tan^{-1}(1/3).$

(iii) A) எடுக்க

A பற்றிய விசைகளின் திருப்பம் = A பற்றிய விளையுளின் திருப்பம்

$4\times3 + 8\times5 = 2\times a.$

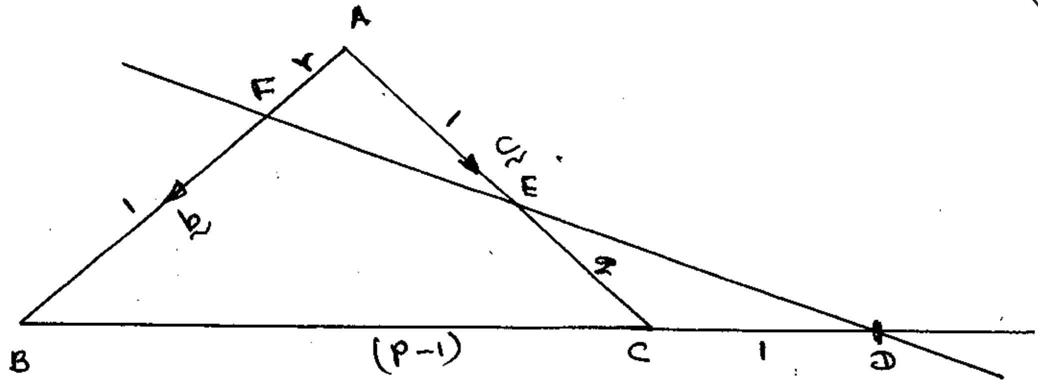
$a = \frac{52}{2} = 26 \equiv (26,0)$

$m = 1/3. \Rightarrow (y-0) = \frac{1}{3}(x-26)$

$3y - x + 26 = 0.$

∴ தாக்கக்கோடு $\Rightarrow 3y - x + 26 = 0.$

(b)



$AC \parallel AE$, $A \to C = A \to E$, $AE = \dfrac{1}{(q+1)} AC$

$\therefore \overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{(q+1)} \overrightarrow{AC}$ எனவும்

$AB \parallel AF$, $A \to B = A \to F$, $AF = \dfrac{r}{(r+1)} AB$

$\therefore \overrightarrow{AF} = \dfrac{r}{(r+1)} \overrightarrow{AB}$

ΔAFE இல் Δ கூட்டல் விதிப்படி.

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$$
$$= \frac{r}{(r+1)} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{(q+1)} \overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{EF} = \frac{r}{(r+1)} \underset{\sim}{b} - \frac{1}{(q+1)} \underset{\sim}{c}.$$

$BC \parallel BD$, $B \to C = B \to D$, $BD = \dfrac{p}{p-1} BC.$

$\therefore \overrightarrow{BD} = \dfrac{p}{(p-1)} \overrightarrow{BC}$ எனவும்.

ΔABC இல் Δ கூட்டல் விதிப்படி.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{BC} = \underset{\sim}{c} - \underset{\sim}{b}.$$

ΔFBD இல் Δ காவிக்கூட்டல் விதிப்படி

$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BF}$$

$$\overrightarrow{DF} = \frac{p}{(p-1)}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{(r+1)}\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{DF} = \frac{p}{(p-1)}(\underset{\sim}{b} - \underset{\sim}{c}) + \frac{1}{(r+1)} \cdot -\underset{\sim}{b}.$$

$$= \underset{\sim}{b}\left(\frac{p}{(p-1)} - \frac{1}{(r+1)}\right) - \underset{\sim}{c}\frac{p}{(p-1)}$$

$$\overrightarrow{DF} = \frac{pr+1}{(p-1)(r+1)}\underset{\sim}{b} - \underset{\sim}{c}\frac{p}{(p-1)}$$

ஒரே நேர்கோட்டில் D, E, F இருப்பதால்

$$\overrightarrow{BF} = \lambda\overrightarrow{DF}$$

$$\frac{r}{(r+1)}\underset{\sim}{b} - \frac{1}{(q+1)}\underset{\sim}{c} = \lambda\left(\frac{pr+1}{(p-1)(r+1)}\underset{\sim}{b} - \frac{p}{(p-1)}\underset{\sim}{c}\right)$$

$$\underset{\sim}{b}\left[\frac{r}{(r+1)} - \frac{\lambda(pr+1)}{(p-1)(r+1)}\right] + \underset{\sim}{c}\left[\frac{\lambda p}{p-1} - \frac{1}{q+1}\right] = 0$$

$$\frac{r}{(r+1)} - \frac{\lambda(pr+1)}{(p-1)(r+1)} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\lambda p}{p-1} - \frac{1}{q+1} = 0 \text{ ஆகும்.}$$

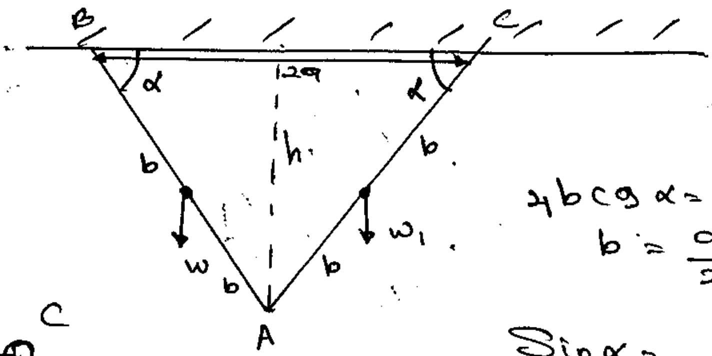
$$(2) \longrightarrow r(p-1) - \lambda(pr+1) = 0, \quad \text{or} \quad \lambda = \frac{p-1}{(q+1)p} \quad — (1)$$

$$(1) \text{ and } (2) \Rightarrow r(p-1) - \frac{(p-1)(pr+1)}{(q+1)p} = 0$$

$$p(q+1)r - (pr+1) = 0. \quad (p \neq 1)$$

$$pqr = 1.$$

Q.13/.



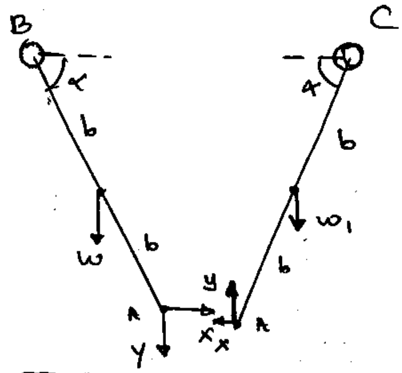
$$4b\cos\alpha = 2a$$

$$b = \frac{a}{2}\sec\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{2b}$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{a\sec\alpha}$$

$$\tan\alpha = h/a$$



கோல் (AB) ⇒ B ↻ $\quad w\,b\cos\alpha + Y \times 2b\cos\alpha - X \times 2b\sin\alpha = 0$

$$w + 2Y = 2X\tan\alpha \quad \text{—— (1)}$$

கோல் (AC) ⇒ ↺C $\quad w_1 b\cos\alpha - X \cdot 2b\sin\alpha - Y \cdot 2b\cos\alpha = 0$

$$w_1 = 2X\tan\alpha + 2Y \quad \text{—— (2)}$$

(1) and (2) ⇒ $\quad w_1 = 2X\tan\alpha + 2X\tan\alpha - w$

$$w_1 + w = 4X \cdot h/a$$

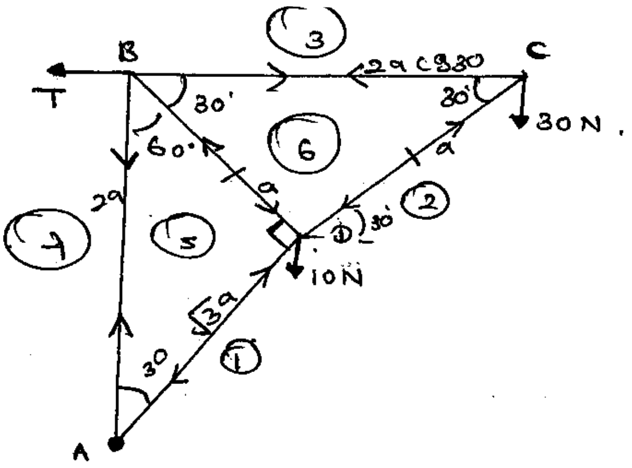
$$\frac{1}{4} \times \frac{a(w_1 + w)}{h} = X$$

(1) and (2) ⇒ $\quad w_1 = w + 2Y + 2Y$

$$w_1 - w = 4Y$$

$$Y = \frac{1}{4}(w_1 - w)$$

(b)

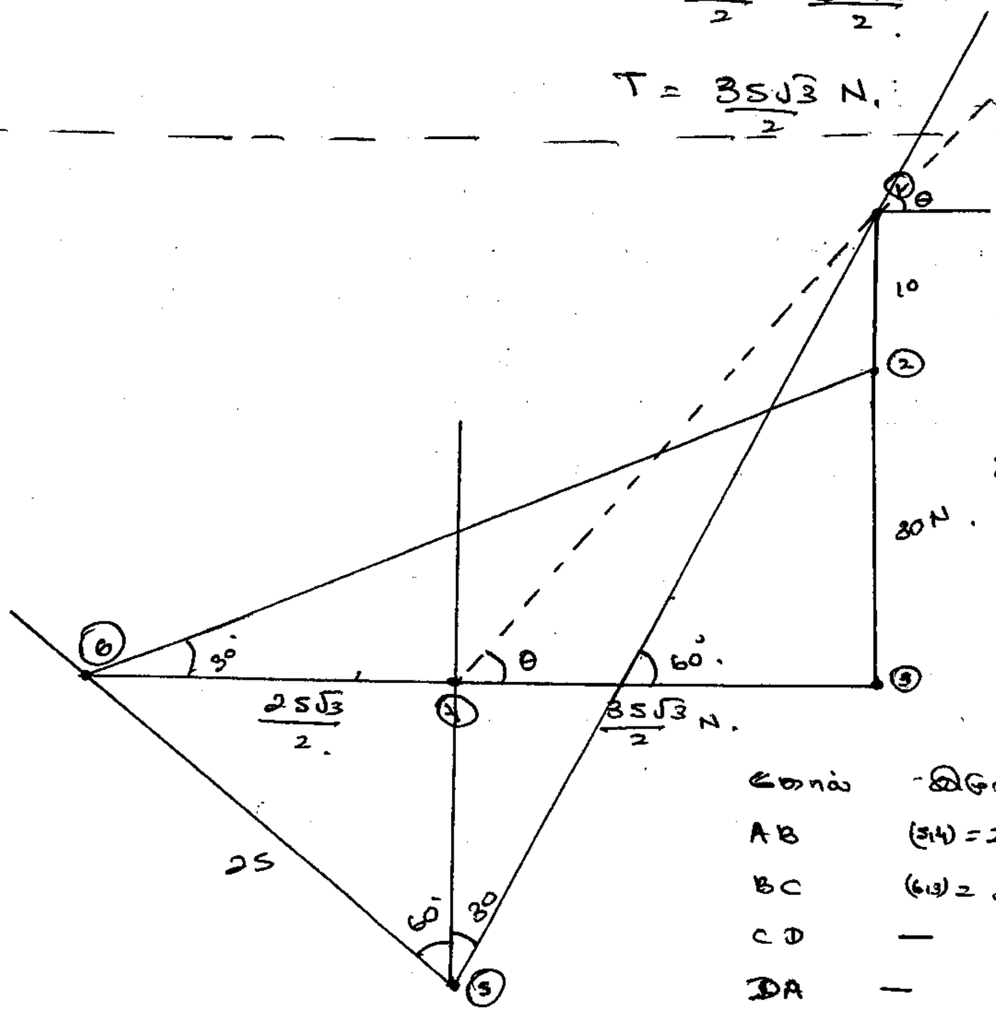


A) $10N \times \sqrt{3}a \cdot \cos 60 + 30N\left(\sqrt{3}a\cos 60 + a\cos 30\right) = T \times 2a$

$10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 30\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2T$

$T = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{30\sqrt{3}}{2}$

$T = \frac{35\sqrt{3}}{2}$ N.



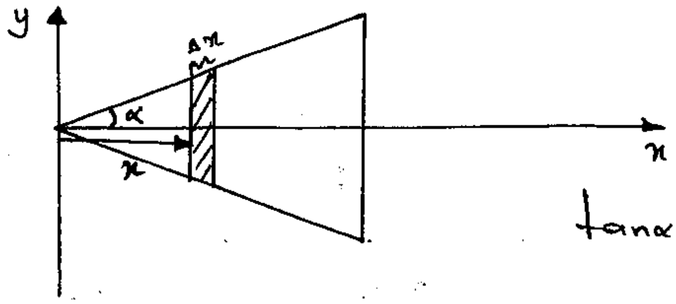
$\tan\theta = \frac{80}{35\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{80\sqrt{3}}{105}$

$30 < \theta < 60$.

கோல்	இழுவை	உதைப்பு
AB	(3,4) = 25/2 N	—
BC	(6,3) = $30\sqrt{3}$ N	—
CD	—	(2,6) = 60 N
DA	—	(5,1) = $35\sqrt{3}$ N
DB	—	(6,5) = 25 N

Q10 1.



$\tan\alpha = r/x$

சமச்சீர் அச்சில் இருப்பதால் $\bar{y} = 0$.

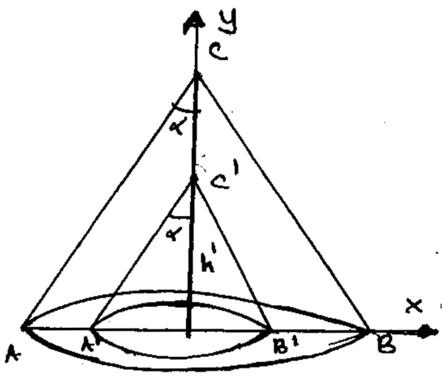
$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi\cdot(x\tan\alpha)^2 \cdot dx\cdot \rho \cdot x}{\int_0^h \pi\,(x\tan\alpha)^2 \rho\, dx}$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h x^3\, dx}{\int_0^h x^2\, dx}$$

$$\bar{x} = \frac{x^4/4 \Big|_0^h}{x^3/3 \Big|_0^h}$$

$$\bar{x} = \frac{h^4/4}{h^3/3} = 3h/4.$$

$\therefore$ அடியில் இருந்து $\bar{x} = h/4$.



[illegible]

$$\bar{x} = 0.$$

[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	$\frac{1}{3}(h'\tan\alpha)^2 h'\rho$	$\frac{1}{4}h'$
[illegible]	$\frac{1}{3}(h\tan\alpha)^2 h\rho$	$\frac{1}{4}h.$
[illegible]	$\frac{1}{3}\tan^2\alpha\cdot\rho(h^3 - h'^3)$	$\bar{y}$

$$\frac{1}{3}(h\tan\alpha)^2 h\rho\cdot\frac{1}{4}h - \frac{1}{3}(h'\tan\alpha)^2 h'\rho\cdot\frac{1}{4}h' = \frac{1}{3}\tan^2\alpha\cdot\rho(h^3 - h'^3)\bar{y}$$

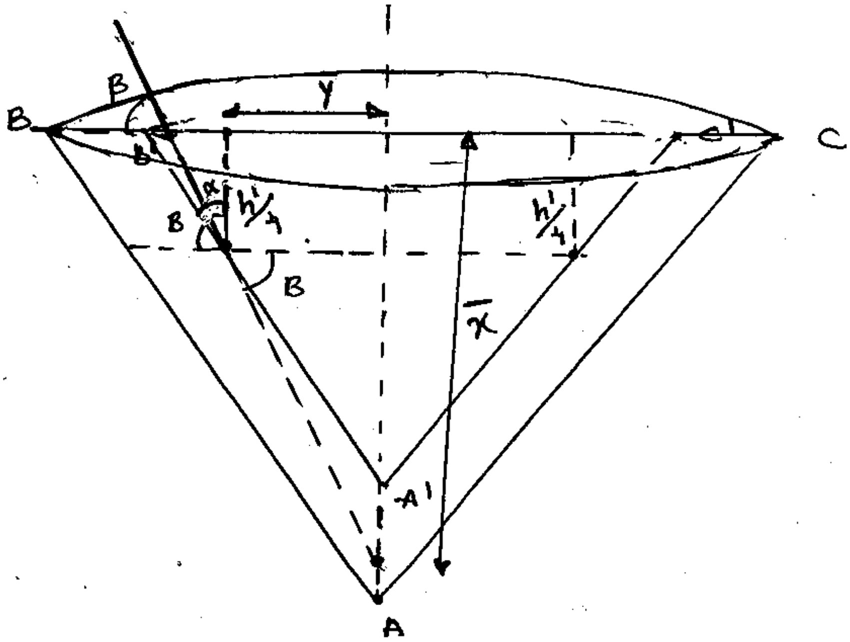
$$(h)^4 - (h')^4 = (h^3 - h'^3)\,\bar{y}$$

$$\bar{y} = \frac{(h^2 + h'^2)(h + h')(h - h')}{4(h - h')(h^2 + hh' + h'^2)}$$

$$\bar{y} = \frac{(h^2 + h'^2)(h + h')}{4(h^2 + hh' + h'^2)}$$

$$h' \to h \Rightarrow \quad \bar{y} = \frac{(h^2 + h^2)(h + h)}{4(h^2 + h\cdot h + h^2)}$$

$$\bar{y} = \frac{h}{3}.$$



$$y = h'\tan\alpha - \frac{h'}{4}\tan\alpha .$$

$$\tan\beta = \frac{\bar{x} - h'/4}{y}.$$

$$\tan\beta = \frac{\dfrac{(h^2+h'^2)(h+h')}{4(h^2+hh'+h'^2)} - \dfrac{h'}{4}}{h'\tan\alpha \times \dfrac{3}{4}}$$

$$3\tan\alpha\cdot\tan\beta = \frac{h^3 + \cancel{h'^3} + \cancel{h^2h'} + \cancel{h'^2h} - \cancel{h'h^2} - \cancel{hh'^2} - \cancel{h'^3}}{h'(h^2+hh'+h'^2)}$$

$$3\tan\alpha\cdot\tan\beta = \frac{h^3}{h'h^2 + hh'^2 + h'^3}.$$

Q 17. (a) Ten sports போட்டியை அலைவரிசை பார்த்தல் = T

Shakthi " " " = S

இலங்கை வெல்லுதல் = A.

$$p(T) = \frac{4}{5}, \quad p(S) = \frac{1}{5}, \quad p\left(\frac{A}{S}\right) = \frac{3}{4}, \quad p\left(\frac{A}{T}\right) = \frac{1}{4}$$

$$p(A) = p\left(\frac{A}{S}\right) \cdot p(S) + p\left(\frac{A}{T}\right) \cdot p(T)$$

$$p(A) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$$

$$p(A) = \frac{7}{20}.$$

$$p\left(\frac{S}{A}\right) = \frac{p\left(\frac{A}{S}\right) \cdot p(S)}{p(A)}.$$

$$p\left(\frac{S}{A}\right) = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}}{\frac{7}{20}} = \frac{3}{7}.$$

இலங்கை வெல்லுமானால் சக்தி அலைவரிசையை பார்த்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{3}{7}$.

(b)

நிறையிடை	மக்களின் எண்ணிக்கை	c.f
65 − 75	3	3
75 − 85	f_1	$3+f_1$
85 − 95	20	$23+f_1$
85 − 105	f_2	$23+f_1+f_2$
105 − 115	7	$30+f_1+f_2$

இடையம் 90 என்பதால் இடைய வகுப்பு = 85 − 95.

$$\text{இடையம்}(Q_2) = L + \left(\frac{N/2 - c.f}{f}\right) \cdot C$$

$$90 = 85 + \left(\frac{30+f_1+f_2/2 - 3+f_1}{2\cancel{0}}\right) \times 1\cancel{0}$$

$$4 \times 5 = f_2 - f_1 + 24$$

$$f_2 - f_1 = -4$$

$$f_1 - f_2 = 4 \quad \text{——} \ (1).$$

ஆகாரம் 87.5 எனவே ஆகார வகுப்பு = 85 − 95.

$$\text{ஆகாரம்} = L + \left(\frac{A_1}{A_2 + A_1}\right) C.$$

$$87.5 = 85 + \left(\frac{20-f_1}{20-f_1+20-f_2}\right) \times 10.$$

$$2.5\left[40 - (f_1+f_2)\right] = 10(20 - f_1)$$

$$100 - 2.5(f_1+f_2) = 200 - 10f_1.$$

$$7.5f_1 - 2.5f_2 = 100$$

$$3f_1 - f_2 = 40. \quad \text{——} \ (2).$$

(1) and (2) => $2f_1 = 36 \Rightarrow f_1 = 18, \ f_2 = 14.$

பணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை = 30+18+14=62

வகுப்பிடை	நடுமதிப்பு	f	$d_i = \frac{x_i - A}{c}$	fd_i	fd_i^2
65–75	70	3	−2	−6	12
75–85	80	18	−1	−18	18
85–95	$\boxed{90}$	20	0	0	0
95–105	100	14	1	14	14
105–115	100	7	2	14	28
		62		4	72

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \times c$$

$$\bar{x} = 90 + \frac{4}{62} \times 10$$

$$\bar{x} = 90 + \frac{2}{31} \times 10$$

$$\bar{x} = 90.65$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i u_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{u}^2} \cdot c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{72}{62} - \left(\frac{4}{62}\right)^2} \times 10$$

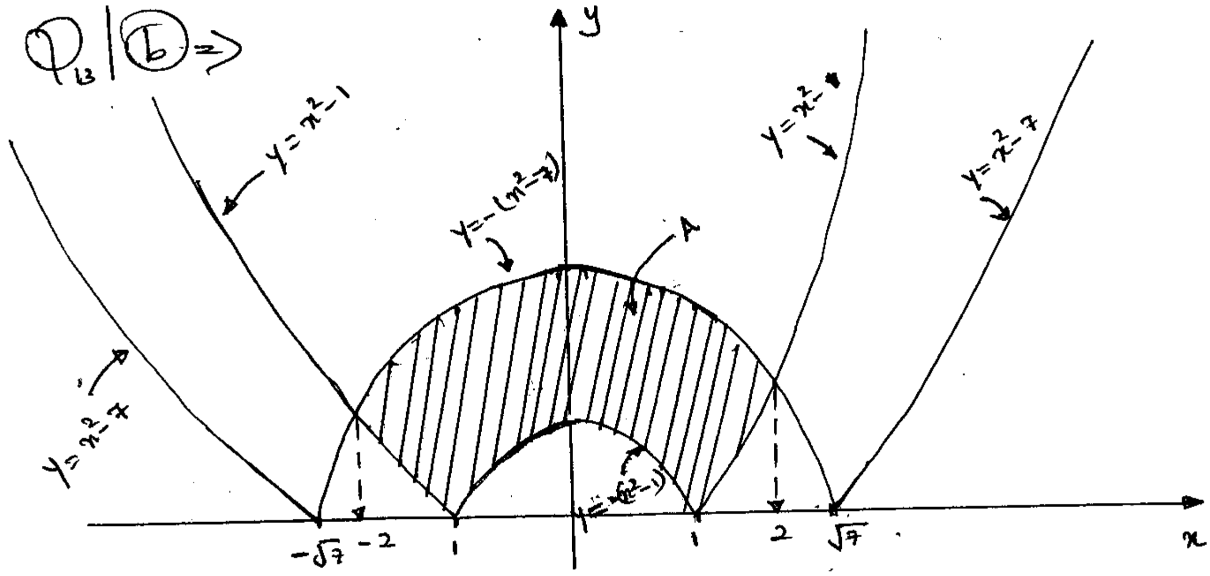
$$\sigma = \sqrt{4448 \times \left(\frac{5}{31}\right)^2}$$

$$\sigma = \frac{5}{31} \times 66.69$$

$$\sigma = 10.76$$

விருப்பம்

Q_{13} | (b) $\Rightarrow$



$$A = \int_{-2}^{2} -(x^2-7)\,dx - \int_{-1}^{1} -(x^2-1)\,dx - \int_{-2}^{-1}(x^2-1)\,dx - \int_{1}^{2}(x^2-1)\,dx.$$

$$A = -\left[\frac{x^3}{3} - 7x\right]\Bigg|_{-2}^{2} + \left[\frac{x^3}{3} - x\right]\Bigg|_{-1}^{1} - \left[\frac{x^3}{3} - x\right]\Bigg|_{-2}^{-1} - \left[\frac{x^3}{3} - x\right]\Bigg|_{1}^{2}$$

$$A = -\left[\left(\frac{8}{3}-14\right)-\left(\frac{-8}{3}+14\right)\right] + \left[\left(\frac{1}{3}-1\right)-\left(\frac{-1}{3}+1\right)\right] - \left[\left(\frac{-1}{3}+1\right)-\left(\frac{-8}{3}+2\right)\right] - \left[\left(\frac{8}{3}-2\right)-\left(\frac{1}{3}-1\right)\right]$$

$A = 56/3$ சதுர அலகு.

Q_{13} | (b) $\Rightarrow I = e^{\pi}\left[\frac{\pi+1}{\pi^2+1}\right] - e^{1}\left[\frac{0+1}{0+1}\right] \Rightarrow I = \frac{e^{\pi}(1+\pi)}{\pi^2+1} - 1$

Q_{17} | (a) $\Rightarrow$ ஆகவே தீர்வு $x = \pi/4$.

(b) $\Rightarrow p = \sqrt{1+\sin^2\theta} + \sqrt{1+\cos^2\theta}$, a, b மாறிலிகள் என்பதால்

$a = +1$, $b = +\sqrt{2}$.

p இன் வீச்சு $\sqrt{2}+1 \le p \le \sqrt{6}$.