

Mathematical Modeling

图像缩放 第一次作业报告

马天开 ID: 15 PB2100030

2024 年 3 月 16 日

摘要

本次作业中使用 Python 实现了 Seam Carving 算法，并对算法以及性能做了初步的测试。

前言

内容感知的图像缩放是一种在保留图像主要内容的同时，对图像进行缩放的方法。Seam Carving 算法是一种常见的内容感知图像缩放算法，它通过在图像中寻找能量最小的路径，然后删除这些路径上的像素，从而实现图像的缩放。

相关工作

Shai Avidan and Ariel Shamir. Seam Carving for Content-Aware Image Resizing. SIGGRAPH2007.

问题分析

图像能量的计算

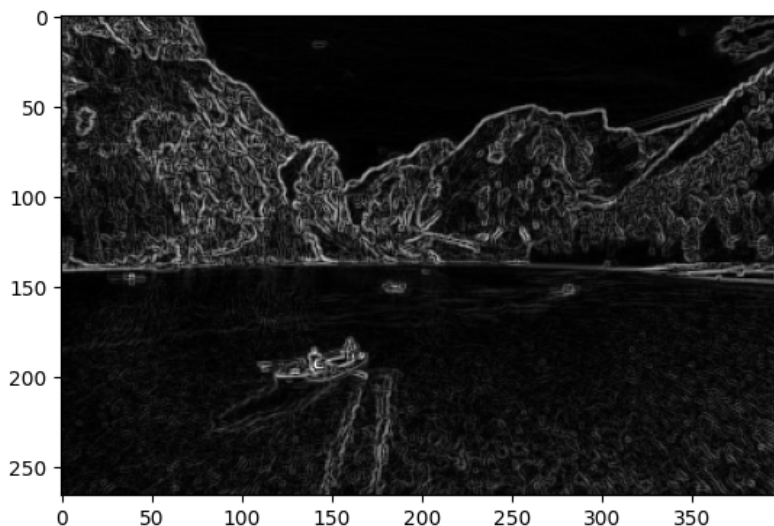
文章中提出了几种计算能量的方法，我们这里选用最基础的：

$$e_1(I) = \left| \frac{\partial}{\partial x} I \right| + \left| \frac{\partial}{\partial y} I \right|$$

图像“导数”的定义使用 Sobel filter:

$$p'_u = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} * G \quad p'_v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * G$$

能量图：



能量最小路径的寻找

我们使用动态规划的方法寻找能量最小的路径。设 $M(i, j)$ 为从 $(0, 0)$ 到 (i, j) 的最小能量路径的能量值，那么有：

$$M(i, j) = e(i, j) + \min(M(i-1, j-1), M(i-1, j), M(i-1, j+1))$$

数学模型

在 Python 中使用 `np.array` 来表示图像

符号说明

略

数学模型建立

略

结果（与对比）

输入图像：



输出图像 ($w = w/2$) : 对照（直接缩放）：



结论

从结果上看，Seam Carving 算法在缩放图像时保留了图像的主要内容，而直接缩放则会导致图像内容的变形。

问题

Seam Carving 算法的运行时间较长，每移除一 px width 所需时间在 5s 左右，尤其在手机等移动设备上，这样的效率显然是无法接受的。
同时，对于部分主体不明显的图像，能量图区分度不高，可能会导致算法无法保留图像的主要内容；处理前后会导致比较明显的变形等等。