



اندازه گیری و کنترل کامپیوتری

تمرین دوم

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

نیم سال دوم ۹۹-۰۰

استاد:

جناب آقای دکتر همت یار

نام و نام خانوادگی:

امیرمهدی نامجو - ۹۷۱۰۷۲۱۲

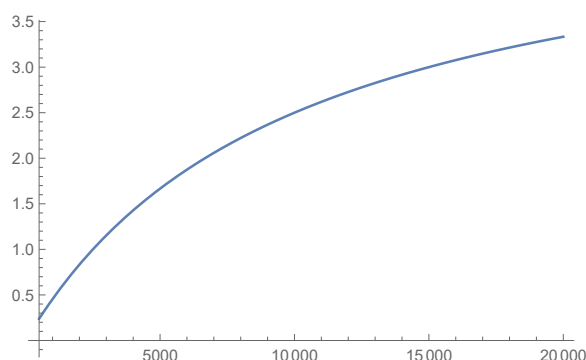


سوال ۴

برای مثال 2 کتاب طبق راه حل نوشته شده در خود کتاب فرمول به این صورت است:

$$V = \frac{5R_2}{10000 + R_2}$$

با رسم آن در بازه 500Ω تا $20k\Omega$ داریم:

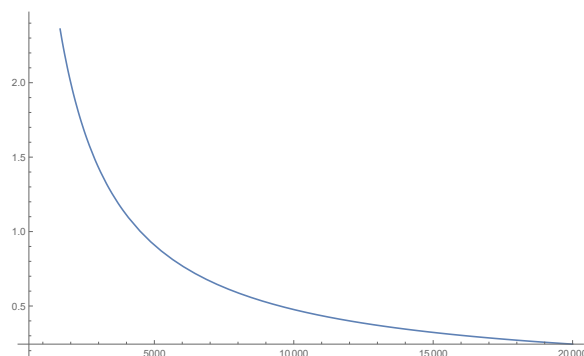


مبدا مختصات روی $(500, 0)$ است.

برای قسمت بعدی، با توجه به اعداد سوال 3 فرمول بدین صورت است:

$$V = \frac{10 \times 500}{500 + R_1}$$

با رسم آن در همان بازه قبلی به شکل زیر می‌رسیم:



مبدا مختصات در این شکل $(0, 0)$ است.

در هر دو حالت غیرخطی است. در اولی با افزایش مقاومت، افزایش ولتاژ داریم و در دومی با افزایش مقاومت، کاهش ولتاژ داریم. شکل‌ها با نرم افزار Mathematica رسم شده‌اند.



سوال ۸

صورت سوال کمی گنگ است. به نظر می‌رسد که سوال R_3 را خواسته است اما خودش R_3 را داده است! به هر حال فرض می‌کنیم $R_4 = 50\Omega$ بوده و R_3 مجهول بخش الف باشد.

(آ) برای این قسمت داریم:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \rightarrow R_3 = \frac{50 \times 100}{100} = 50\Omega$$

(ب) برای این قسمت طبق فرمول 6 صفحه 63، ΔV را برای نوسان 0.1Ω ای در R_4 محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta V = \frac{V R_3}{R_1 + R_3} - \frac{V R_4}{R_2 + R_4}$$

اگر براساس افزایش مقاومت حساب کنیم:

$$\Delta V = \frac{10 \times 50}{(50 + 100)} - \frac{10 \times 50.1}{(50.1 + 100)} = -44.4mV$$

در صورتی که با کاهش مقاومت حساب کنیم:

$$\Delta V = \frac{10 \times 50}{(50 + 100)} - \frac{10 \times 49.9}{(49.9 + 100)} = +44.47mV \approx 44.5mV$$



سوال ۱۲

مطابق فرمول صفحه ۷۰ عمل می‌کنیم:

$$V_x + \frac{R_3 V}{R_1 + R_3} - \frac{V R_4}{R_2 + R_4} = 0$$

$$V_x = \frac{10 \times 9.73}{10 + 9.73} - \frac{10 \times 10}{10 + 10} = -0.0684V = -68.4mV$$

و معنای علامت منفی هم این است که پتانسیل c در شکل ۹ کتاب مطابق این مسئله کمتر از پتانسیل a شده است.



سوال ۱۶

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{[1 + (f/f_c)^2]^{1/2}}$$

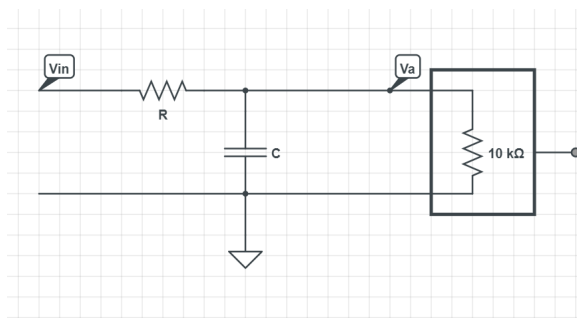
$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (1/3.5)^2}} = 0.96152$$

در نتیجه این نشان دهنده تضعیف به اندازه $1 - 0.96152 = 0.03848$ است.

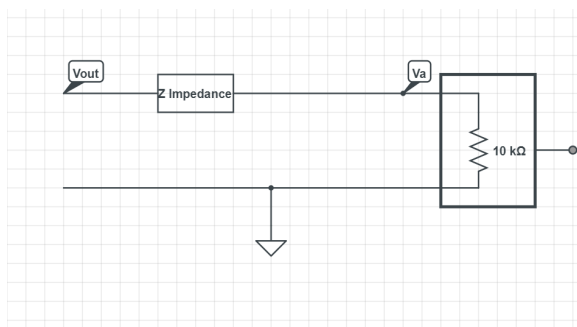


سوال ۲۰

شکل اولیه مسئله به این صورت می شود.



نکته ای که وجود دارد این است که قطعه سمت راست روی مدار لود می اندازد و باید این موضوع هم در نظر گرفته شود. در نتیجه شکل دوم را براساس مقاومت معادل به این شکل می کشیم:



سوال از ما می خواهد که برای فرکانس ۲۰۰ هرتز $\left| \frac{v_a}{v_{in}} \right| > 0.99$ باشد. از طرفی در این جا دو تبدیل داریم. یکی تبدیل v_{in} به v_{out} و دومی تبدیل v_{out} به v_a است. به نوعی حاصل ضرب $\left| \frac{v_a}{v_{out}} \right| \left| \frac{v_{out}}{v_{in}} \right| > 0.99$ باید بشود. از آن جایی که جذر ۰.۹۹ تقریباً برابر ۰.۹۹۵ است فرض می کنیم هر کدام از این تبدیل ها با ضریب ۰.۹۹۵ انجام بشوند. داریم:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

$$\left| \frac{V_a}{V_{out}} \right| = \frac{10k + 0j}{|10k + Z|}$$

که رابطه دوم به این دلیل مختلط نوشته شده که Z مختلط خواهد شد و رابطه براسا تقسیم ولتاژ سری نوشته شده است. حال با فرض $\frac{V_{out}}{V_{in}} = 0.995$ و برای $f = 200\text{Hz}$ مقدار f_c را پیدا می کنیم:

$$0.995 = \frac{1}{\sqrt{1 + (200/f_c)^2}} \Rightarrow f_c = 1992.5\text{Hz}$$



برای بدست آوردن امپدانس معادل اگر فقط مدار سمت چپ را در نظر بگیریم و منبع را هم صفر کنیم تا مدار معادل تونن بگیریم، می بینیم R و C موازی اند. در نتیجه:

$$Z = \frac{1}{R} + j\Omega C = \frac{R}{1 + Rj\Omega C}$$

از طرفی $RC = \frac{1}{2\pi f_c}$, $\Omega = 2\pi f$
در نتیجه با عدد گذاری و ساده سازی عبارت مختلط داریم:

$$Z_f = 0.99R(1 - 0.1004j)$$

همچنین

$$\frac{V_a}{V_{out}} = 0.995 = \frac{10000}{|10000 + 0.99R(1 - 0.1004j)|}$$

از حل کامپیوتری آن داریم: $R = 50.76\Omega$. البته یک جواب حدود $R = -20000\Omega$ هم تولید می شود که غیر منطقی است.

$$C = \frac{1}{2\pi R f_c} = 1.57\mu F$$

برای بدست آوردن تضعیف برای سیگنال های داده شده داریم:

$$\left| \frac{v_a}{v_{in}} \right| = \left| \frac{v_{out}}{v_{in}} \right| \left| \frac{v_a}{v_{out}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}} \times 0.995$$

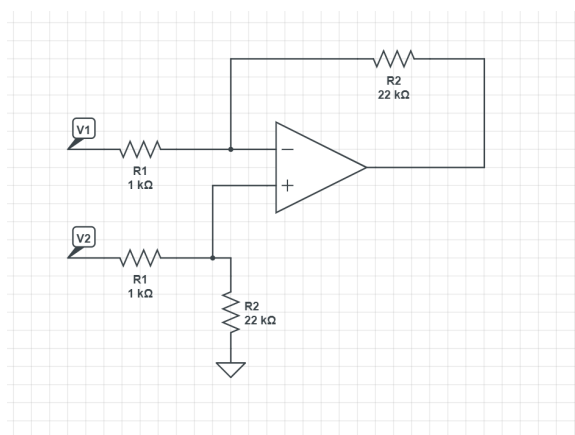
$$f = 4000 \Rightarrow \left| \frac{v_a}{v_{in}} \right| = 0.4436$$

$$f = 5000 \Rightarrow \left| \frac{v_a}{v_{in}} \right| = 0.3683$$



سوال ۲۴

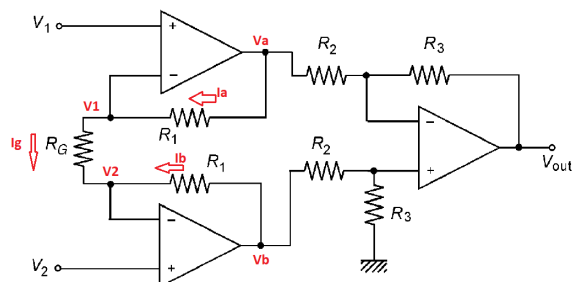
مطابق شکل صفحه 96 کتاب و فرمول بهره در Diif.Amp داریم: $\frac{R_2}{R_1} = 22$
از آن جایی که بهتر است مقاومت ها را خیلی کوچک نگیریم به این صورت در نظر می گیریم:
 $R_1 = 1k\Omega, R_2 = 22k\Omega$
شکل آن بدین صورت می شود:





سوال ۲۸

با توجه به نامگذاری شکل زیر حل می کنیم:



$$I_g = \frac{V_1 - V_2}{R_G}; \text{ قانون اهم}$$

$$I_g = I_a, I_g = -I_b; \text{ KCL}$$

$$V_a = V_1 + \frac{R_1}{R_G}(V_1 - V_2), V_b = V_2 - \frac{R_1}{R_G}(V_1 - V_2); \text{ KVL}$$

$$V_{out} = \frac{R_3}{R_2}(V_b - V_a) = \frac{R_3}{R_2}; \text{ فرمول Differential Amplifier}$$

$$V_{out} = ((V_2 - V_1) + \frac{2R_1}{R_G}(V_2 - V_1)) \frac{R_3}{R_2}$$

$$V_{out} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_G}\right) \left(\frac{R_3}{R_2}\right) (V_2 - V_1)$$



سوال ۳۲

طبق فرمول‌های تبدیل کننده ولتاژ به جریان داریم:

$$\frac{R_2}{R_1 R_3} = 2.1 \times 10^{-3}$$

$$R_1 (R_3 + R_5) = R_2 R_4$$

پنج مجهول و دو معادله داریم. مقادیر R_3 و R_1 را ابتدا $1k\Omega$ می‌گذاریم که به راحتی $R_2 = 2.1k\Omega$ بدست بیاید.

حال فرض کنید $R_5 = 1k\Omega$ بگیریم. در آن صورت داریم:

$$R_4 = \frac{1000 \times (1000 + 1000)}{2100} = 952.38\Omega$$

برای قسمت بعدی سوال داریم:

$$R_{ML} = \frac{(R_4 + R_5) (V_{sat}/I_M - R_3)}{(R_3 + R_4 + R_5)}$$

در نتیجه:

$$R_{ML} = \frac{(952.38 + 1000) \left(\frac{12}{0.005} - 1000 \right)}{1000 + 952.38 + 1000} = 925.806\Omega$$



سوال ۳۶

$$V_{out} = mR + V_0$$

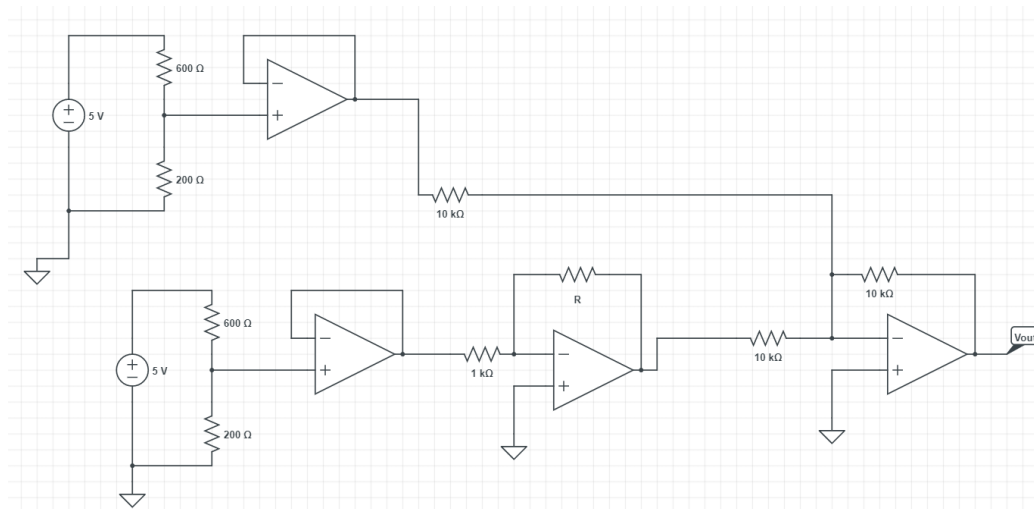
$$0 = m(1k\Omega) + V_0$$

$$5 = m(5k\Omega) + V_0$$

از معادلات بالا داریم: $V_0 = -1.25$, $m = 1.25V/k\Omega$ یعنی

$$V_{out} = 1.25R - 1.25$$

این مدار را می‌توان از ترکیب یک مدار معکوس کننده و یک مدار جمع کننده ساخت. در اصل در مدار معکوس کننده داریم $V_{out} = -\frac{R_2}{R_1}V_{in}$ و در این جا $R_2 = R$ گذاشته و V_{in} را روی $1.25V$ تنظیم می‌کنیم. این تنظیم را از طریق مدار ساده تقسیم کننده ولتاژ روی مقاومت انجام می‌دهیم که از 5 ولت تغذیه، خروجی 1.25 ولت بگیرد.. از آن جایی که در مدار جمع کننده در نهایت فرمول $V_{out} = -\left[\frac{R_2}{R_1}V_1 + \frac{R_2}{R_3}V_2\right]$ را داریم، یک بار دیگر منفی ضرب خواهد شد و عبارت ضریب R مثبت می‌شود. برای جمع کننده هم ضرایب نسبت‌های R ها را یکسان می‌گذاریم که صرفاً جمع ساده بزنند. در نهایت مدار زیر می‌تواند یکی از پیاده‌سازی‌های ممکن برای این سوال باشد. (امکان زوم کردن روی شکل وجود دارد)



توجه کنید که دنبال کننده ولتاژ هم در این شکل قرار داده شده است تا جلوی لود انداختن بقیه مدار روی منبع تغذیه و تقسیم کننده ولتاژ گرفته شود. مقاومت $1k\Omega$ برای مدار معکوس کننده پایین برای این قرار داده شده است که ضریب تقسیم $V/k\Omega$ که در واحدهای سوال آمده ایجاد شود. ضرایب $10k\Omega$ ای مدار جمع کننده دلخواه هستند و صرفاً عدد نسبتاً بزرگ و رند گذاشته شده است که از عملکرد صحیح اپ امپ مطمئن باشیم.



سوال ۴۰

$$Q1 = 20 \text{ gal/min} \Rightarrow V_1 = \sqrt{Q1} = 4.472V$$

$$Q2 = 30 \text{ gal/min} \Rightarrow V_2 = \sqrt{Q2} = 5.477V$$

همچنین فرکانس تغییر ولتاژ (و شار) مد نظر ما به صورت $0.033 \text{ Hz} = 1/30$ است. از طرفی نویز ما 60 Hz است در نتیجه می‌توانیم از فیلتر Low-Pass استفاده کنیم. فرض می‌کنیم این فیلتر 99 درصد نویز را بگیرد. بر این اساس f_c را پیدا می‌کنیم:

$$0.01 = \frac{1}{\sqrt{(1 + (60/f_c)^2)}} \Rightarrow f_c = 0.6 \text{ Hz} \Rightarrow RC = \frac{1}{0.6 \times \pi \times 2} = 0.265$$

حالا باید تنظیم کردن بین ولتاژ -2.5 تا 2.5 ولت را انجام بدهیم. ابتدا باید ببینیم خروجی مدار فیلتر کننده برای ولتاژهایی که در ابتدا بدست آوردیم و فرکانس 0.033 هرتز چند خواهد بود. این دو را V'_1 و V'_2 می‌نامیم.

$$V'_1 = \frac{4.472}{\sqrt{(1 + (0.033/0.6)^2)}} = 4.465V$$

$$V'_2 = \frac{5.477}{\sqrt{(1 + (0.033/0.6)^2)}} = 5.468V$$

حال داریم:

$$V_{out} = mV_{in} + V_0$$

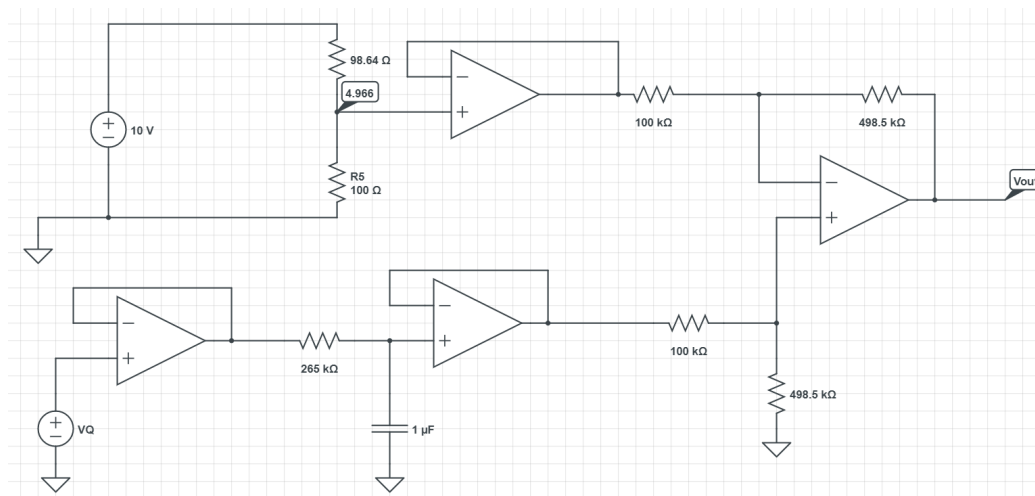
$$-2.5 = m \times (4.465) + V_0$$

$$+2.5 = m \times (5.468) + V_0$$

با حل دستگاه داریم:

$$V_{out} = 4.985V_{in} - 24.758 = 4.985(V_{in} - 4.966)$$

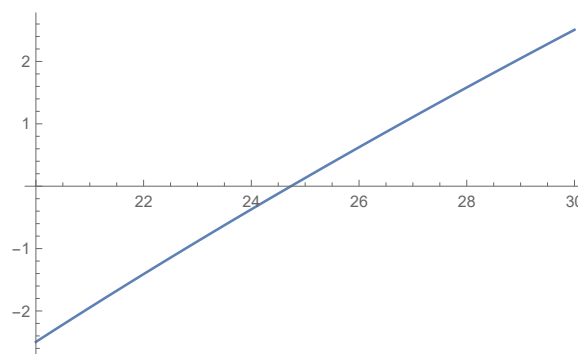
برای طراحی چنین سیستمی از Instrumentation Amplifier استفاده می‌کنیم. همچنین با توجه به این که مقدار $2k\Omega$ که خروجی سنسور است کوچک است، باید یک دنبال کننده ولتاژ هم در آن جا قرار بدهیم که ادامه مدار روی آن لود نیندازد. برای طراحی مدار Low-Pass از $C = 1\mu F$ و $R = 265k\Omega$ استفاده می‌کنیم. نتیجه نهایی به این صورت خواهد بود:



فرض کرده‌ایم که یک منبع تغذیه $10V$ در اختیار داشته باشیم. منظور از VQ در شکل هم خروجی سنسور است. جواب بخش نمودار: فرمول نهایی سوال به این صورت می‌شود:

$$V_{out} = 4.985 \left(\frac{\sqrt{Q}}{\sqrt{1 + (0.033/0.6)^2}} - 4.966 \right)$$

نمودار آن در زیر آمده است. مبدا مختصات در شکل $(20, 0)$ است.



برای قسمت آخر سوال که درصد Full-Scale نویز را خواسته است داریم:

$$\frac{0.8}{\sqrt{1 + (60/0.6)^2}} = 0.008V$$

از آن جایی که بازه ولتاژی ما از -2.5 تا 2.5 و به عبارتی 5 ولت است، درصد Full-Scale برابر خواهد بود با:

$$\frac{0.008}{5} \times 100 = 0.16\%$$