# Vedlegg

Privacy Pass ble introdusert av Davidson m.fl. [DGS<sup>+</sup>18] i 2018, opprinnelig som en løsning for å redusere bruken av CAPTCHA-tester på internett. Arbeidet ble gjort i samarbeid med skyleverandøren Cloudflare, som også har tatt initiativ til standardisering av løsningen.

Del A av dette vedlegget gir en kort introduksjon til det matematiske grunnlaget til løsningen. I del B introduserer vi protokollen, og i del C kommer vi med forslag til parametre, med grunnlag i et utkast til standardisering av protokollen.

# A Bakgrunn og notasjon

### A.1 Diskrete logaritmer

La  $\mathcal{G}$  være en gruppe av primsk orden p, og la g være en generator for  $\mathcal{G}$ . Da kan alle elementer X i  $\mathcal{G}$  kunne skrives som  $X=g^x$  for heltall  $0 \leq x < p$ . Dersom man er gitt  $g, \mathcal{G}, X$  ønsker vi at det skal være vanskelig å finne x, den diskrete logaritmen til X. Sikkerheten til den følgende protokollen er basert på dette problemet.

### A.2 Hashfunksjoner

La H være en funksjon hvor definisjonsmendgen er alle tekststrenger av vilkårlig lengde (argumenter) og verdimengen er gruppen  $\mathcal{G}$  (funksjonsverdier). Vi sier at H er en hashfunksjon dersom

- 1. alle argumenter x går til tilfeldige elementer y i  $\mathcal{G}$
- 2. gitt en verdi y så er det vanskelig å finne et argument x slik at y = H(x)
- 3. det er vanskelig å finne to argumenter  $x_1$  og  $x_2$  slik at  $H(x_1) = H(x_2)$

Vi vil videre anta at funksjonsverdier y = H(x) binder oss til verdien x: Dersom vi publiserer y, vil det være vanskelig å senere finne en annen x' slik at y = H(x').

#### A.3 Korrekthetsbevis

La  $K = g^k$  og  $H = h^k$ , hvor g og h er generatorer for  $\mathcal{G}$ . Verdiene K og H er offentlige, mens  $1 \leq k < p$  er et hemmelig heltall. Dersom man ønsker å bevise at man vet verdien av k uten å gjøre den offentlig, samt bevise at den diskrete logaritmen til K og H er den samme, gitt g og h, kan man beregne følgende korrekthetsbevis:

- Trekk et tilfeldig tall  $1 \le r < p$  og beregn  $X = g^r$  og  $Y = h^r$
- La  $c = H(g, h, \mathcal{G}, K, H, X, Y)$  og beregn  $z = r ck \mod p$
- Publiser beviset  $\pi = (c, z)$

Da kan man verifisere beviset på følgende måte:

- Beregn  $c' = H(g, h, \mathcal{G}, K, H, g^z K^c, h^z H^c)$
- Godta dersom  $c \stackrel{?}{=} c'$ , ellers avslå.

Vi merker oss at sannsynligheten for at beviset ikke er korrekt er 1/p, som er veldig liten når p er veldig stor. Vi bemerker også at vi ikke kan lære noe om k fra selve beviset, så dersom k er en hemmelig nøkkel vil den forbli hemmelig.

## B Protokoll

Vi deler opp protkollen vår i flere steg. Beskrivelsene er konsistente med standardiseringsdokumentene for *Oblivious Pseudorandom Functions using Prime-Order Groups* [DSW20] og *Privacy Pass* [DS19].

#### B.1 Setup

Uviklerne av Smittestopp 2.0 bestemmer parametre for protokollen, for eksempel som angitt i del C, som gjøres offentlig tilgjengelig. De offentlige parametrene består av en gruppe  $\mathcal{G}$  av primisk orden p sammen med en generator g, samt en hashfunksjon  $\mathcal{H}$  som tar inn vilkårlige strenger og sender dem til elementer i  $\mathcal{G}$ .

Utviklerne genererer så en mengde hemmelige nøkler  $1 \le k_i < p$ , hvor i er en teller som starter på i = 0 inntil to uker før Smittestopp 2.0 lanseres og som økes med 1 for hvert døgn som går. De beregner så  $K_i = g^{k_i}$  for hver i. Hver  $k_i$  deles mellom Helsenorge og Smittestopp-backend, mens  $K_i$  gjøres offentlig tilgjengelig sammen med parametrene oppgitt ovenfor. Denne prosessen kan oppdateres fortløpende, for å sørge for at nye nøkkler alltid er tilgjengelig i systemet. Spesielt vil parametrene og nøklene gjøres tilgjengelig for appen.

#### Oppsummering:

- Parametrene  $\mathcal{G}, g, p, \mathbb{H}, \{K_i\}$  er offentlig tilgjengelig
- Nøklene  $\{k_i\}$  er bare kjent for Helsenorge og Smittestopp

#### **B.2** Smittevarsling

Bruker: Ved positiv test. En bruker har testet positivt og skal gjøre sine smittenøkler tilgjengelig. Først logger brukeren inn på Helsenorge via appen. Brukerens telefon genererer så en tilfeldig tekststreng t av en gitt lengde, for eksempel 256 bit, samt et tilfeldig tall  $1 \leq r < p$ . Til slutt beregner man  $T = \mathbb{H}(t)$ , og sender  $P = T^r$  til Helsenorge.

**Helsenorge:** Når smitte meldes. Når en bruker logger inn på Helsenorge for å melde smitte, vil Helsenorge motta identifikasjon id sammen med et element P. Det sjekkes først at P er i gruppen  $\mathcal{G}$  og at P er ulik 0 og 1. Helsenorge sender så id til MSIS for å få bekreftet at brukeren har testet positivt. Dersom

ikke, så avsluttes prosessen. Dersom brukeren har smittet positivt så beregner Helsenorge  $Q = P^{k_i}$  hvor i er tidligste dato for smittsomhet. Helsenorge beregner også et korrekthetsbevis  $\pi = (c, z)$  for at Q og  $K_i$  er beregnet med den samme hemmelige eksponenten  $k_i$ , med hensyn til P og g. Til slutt sendes Q og  $\pi$ , samt indeks i, tilbake til brukeren.

Brukeren: Ved brekreftelse fra Helsenorge. Når brukeren mottar Q,  $\pi$  og i fra Helsenorge, sjekker han først at i er en indeks som korresponderer til en av de siste 14 dagene, og at  $\pi$  er et gyldig bevis. Dersom ja; beregn  $W = Q^{1/r}$ . Til slutt sender han t, W og i, samt alle smittenøklene for dagene med indeks i og høyere, til Smittestopp-backend.

Smittestopp-backend: Ved mottatt token. Når en bruker melder i fra om smitte vil serveren motta t, W og i, samt en mengde smittenøkler. Serveren sjekker om i er en indeks som korresponderer til en av de siste 14 dagene, at verdien t ikke er mottatt tidligere, og beregner så  $W' = \mathbb{H}(t)^{k_i}$ . Dersom W = W', i er gyldig og t er ny, så vil serveren godta dette som token. Deretter sjekker serveren at alle smittenøklene er fra dager med indeks i og høyere, og godtar de som er gyldige. Disse vil så distribueres til alle brukere for å varsle brukere som har vert i kontakt med den som er smittet. Verdien t lagres så for å hindre at brukeren gjenbruker t senere.

#### Oppsummering:

- 1. Brukeren velger t og r, og sender  $P = \mathbb{H}(t)^r$  til Helsenorge.
- 2. Helsenorge beregner  $Q = P^{k_i}$  og  $\pi = (c, z)$ , og sender  $(Q, \pi, i)$  til brukeren.
- 3. Brukeren sjekker beviset, beregner  $W=Q^{1/r}$  og sender (t,W,i), samt smittenøkler, til Smittestopp-backend.
- 4. Smittestopp-backend beregner  $W' = H(t)^{k_i}$  og sjekker at W' og W er like. Så lagres t til senere, og man publiserer gyldige smittenøkler.

# C Parametre og implementasjon

I tråd med avsnitt 4.1 i standardiseringsutkastet [DSW20] foreslår vi at systemet instansieres med den elliptiske kurven Curve25519 som gruppe og SHA-512 som hashfunksjonen H. Det refererte dokumentet inneholder ytterligere detaljer. Dan Bernstein har laget en referanseimplementasjon [Ber05] av Curve25519, og publisert koden som offentlig eiendom.

Det finnes en offentlig tilgjengelig implementasjon av Privacy Pass tilpasset sin opprinnelige bruk [DGS<sup>+</sup>20]. Koden er publisert under en BSD 3-Clause-lisens, noe som gjør det mulig å bruke og modifisere koden, også til kommersiell bruk.

Disse anbefalingene er ment å gi et utgangspunkt for å kunne komme raskt i gang. Dersom det er mulig å bruke den koden vi refererer til veldig direkte er

det for eksempel ikke et problem å bruke den elliptiske kurven P-256 i stedet, slik de allerede har gjort.

## Referanser

- [Ber05] Daniel J. Bernstein. Curve25519: high-speed elliptic curve cryptography, 2005. https://cr.yp.to/ecdh.html.
- [DGS<sup>+</sup>18] Alex Davidson, Ian Goldberg, Nick Sullivan, George Tankersley, and Filippo Valsorda. Privacy pass: Bypassing internet challenges anonymously. *Proc. Priv. Enhancing Technol.*, 2018(3):164–180, 2018.
- [DGS<sup>+</sup>20] Alex Davidson, Ian Goldberg, Nick Sullivan, George Tankersley, and Filippo Valsorda. Privacy pass (nettside), 2020. https://privacypass.github.io.
- [DS19] A. Davidson and N. Sullivan. The Privacy Pass Protocol. Internet-Draft, Cloudflare, November 2019.
- [DSW20] A. Davidson, N. Sullivan, and C. Wood. Oblivious Pseudorandom Functions (OPRFs) using Prime-Order Groups. Internet-Draft, Cloudflare, July 2020.