9.18 (a) We will first establish a few identities. From $(\vec n\times\vec p)\times\vec n = \vec p - \vec n(\vec n\cdot\vec p)$, we know

$$|(\vec n\times\vec p)\times\vec n|^2 = \left(\vec p-\vec n(\vec n\cdot\vec p)\right)\cdot\left(\vec p^*-\vec n(\vec n\cdot\vec p^*)\right) = |\vec p|^2 - |\vec n\cdot\vec p|^2 - |\vec n\cdot\vec p|^2 + |\vec n\cdot\vec p|^2 = |\vec p|^2-|\vec n\cdot\vec p|^2 .$$

Also, $|\vec n\times\vec p|^2 = (\vec n\times\vec p)\cdot(\vec n\times\vec p^*) = \vec p^*\cdot\left((\vec n\times\vec p)\times\vec n\right) = \vec p^*\cdot\left[\vec p-\vec n(\vec n\cdot\vec p)\right] = |\vec p|^2-|\vec n\cdot\vec p|^2$,

$$|3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p|^2 = \left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p\right)\cdot\left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p^*)-\vec p^*\right) = 9|\vec n\cdot\vec p|^2 - 3|\vec n\cdot\vec p|^2 - 3|\vec n\cdot\vec p|^2 + |\vec p|^2 = 3|\vec n\cdot\vec p|^2+|\vec p|^2$$

$$\left[(\vec n\times\vec p)\times\vec n\right]\cdot\left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p^*\right) = \left(\vec p-\vec n(\vec n\cdot\vec p)\right)\cdot\left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p^*)-\vec p^*\right) = 3|\vec n\cdot\vec p|^2-|\vec p|^2-3|\vec n\cdot\vec p|^2+|\vec n\cdot\vec p|^2$$

$$= |\vec n\cdot\vec p|^2-|\vec p|^2$$

Now, $$\epsilon_0|\vec E|^2 = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\left|k^2(\vec n\times\vec p)\times\vec n\,\frac{e^{ikr}}{r} + \left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p\right)\left(\frac{1}{r^3}-\frac{ik}{r^2}\right)e^{ikr}\right|^2$$

$$= \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\Bigg[|(\vec n\times\vec p)\times\vec n|^2\frac{k^4}{r^2} + 2k^2\left[(\vec n\times\vec p)\times\vec n\right]\cdot\left(3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p\right)\frac{1}{r^4}$$
$$+ |3\vec n(\vec n\cdot\vec p)-\vec p|^2\left(\frac{1}{r^6}+\frac{k^2}{r^4}\right)\Bigg]$$

$$= \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\left[\left(|\vec p|^2-|\vec n\cdot\vec p|^2\right)\frac{k^4}{r^2} + 2\left(|\vec n\cdot\vec p|^2-|\vec p|^2\right)\frac{k^2}{r^4} + \left(3|\vec n\cdot\vec p|^2+|\vec p|^2\right)\left(\frac{1}{r^6}+\frac{k^2}{r^4}\right)\right]$$

$$\mu_0|\vec H|^2 = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\left|k^2(\vec n\times\vec p)\frac{e^{ikr}}{r}\left(1-\frac{1}{ikr}\right)\right|^2 = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\left(|\vec p|^2-|\vec n\cdot\vec p|^2\right)\left(\frac{k^4}{r^2}+\frac{k^2}{r^4}\right)$$

Then, $$\epsilon_0|\vec E|^2-\mu_0|\vec H|^2 = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0}\left[\left(3|\vec n\cdot\vec p|^2+|\vec p|^2\right)\frac{1}{r^6} + \left(6|\vec n\cdot\vec p|^2-2|\vec p|^2\right)\frac{k^4}{r^2}\right]$$

$$= \frac{|\vec p|^2}{16\pi^2\epsilon_0}\left[(3\cos^2\theta+1)\frac{1}{r^6} + (6\cos^2\theta-2)\frac{k^4}{r^2}\right]$$

It is straightforward to show that

$$\int d\Omega\,(3\cos^2\theta+1) = 2\pi\cdot\int_{-1}^{1}(3\cos^2\theta+1)\,d(\cos\theta) = 2\pi\times(2+2) = 8\pi .$$

$$\int d\Omega\,(6\cos^2\theta-2) = 2\pi\int_{-1}^{1}(6\cos^2\theta-2)\,d(\cos\theta) = 2\pi\times(4-4) = 0 .$$

Finally, $$\int\left[\epsilon_0|\vec E|^2-\mu_0|\vec H|^2\right]d\Omega = \frac{|\vec p|^2}{16\pi^2\epsilon_0}\frac{8\pi}{r^6} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{|\vec p|^2}{r^6} .$$

(b) The total contribution from $r > a$ is given by

$$\int_V (w_m - w_e)\, d^3x = -\frac{1}{4}\int_V \left[\varepsilon_0 |\vec{E}|^2 - \mu_0 |\vec{H}|^2 \right] d^3x$$

$$= -\frac{1}{4}\int_a^{+\infty} \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{|\vec{p}|^2}{r^6} r^2 dr = -\frac{1}{4}\cdot\frac{|\vec{p}|^2}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{3r^3}\right)\Big|_a^{+\infty} = -\frac{1}{4}\frac{|\vec{p}|^2}{6\pi\varepsilon_0 a^3}.$$

Then, $X_a = \dfrac{4\omega}{|I_i|^2}\displaystyle\int_V (w_m - w_e)\, d^3x = -\dfrac{\omega|\vec{p}|^2}{6\pi\varepsilon_0 |I_i|^2 a^3}$.

(c) For short center-fed antenna. $|\vec{p}| = \dfrac{Id}{2\omega}$. and $X_a = \dfrac{d^2}{24\pi\varepsilon_0 \omega a^3}$.