Q1 (10 点)

ID: fourier/text01/page01/025

ある周期性時間領域アナログ信号の周期が $\mathrm{T} = 3$ [秒] であるとする。$f(0) = 1$、$f(1) = -3$、$f(2) = 2$ のとき、$f(4)$ はいくつになるか選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

$$f(4) = 1$$

(b)

$$f(4) = -3$$

(c)

$$f(4) = 2$$

(d)

$$f(4) = 0$$

Q1 (10 点) ID: fourier/text01/page01/025

正解 **(b)**

【出題意図】

周期性時間領域アナログ信号の周期の意味を確かめる問題である。

【重要事項】

$$f(t) = f(t + n \cdot \mathrm{T})$$

の関係を満たす時間領域アナログ信号を周期性時間領域アナログ信号という。

T ・・・周期、 実数の<u>定数</u>、単位は [秒]、範囲は $\mathrm{T} > 0$

n ・・・任意の整数 $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

$$f_1 = \frac{1}{\mathrm{T}}$$

を基本周波数という。単位は [Hz]

$$w_1 = 2\pi \cdot f_1 = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

を基本角周波数という。単位は [rad/秒]

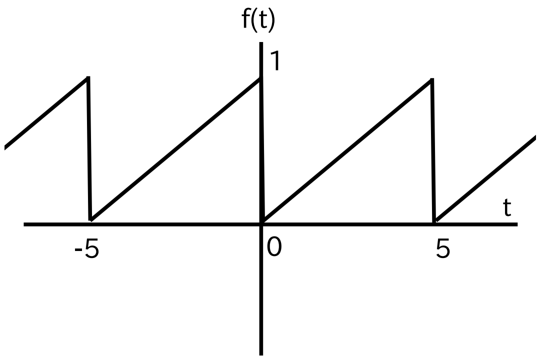
【解説】

$f(4) = f(1 + 1 \cdot 3) = f(1) = -3$ が求める答えとなる。

Q2 (10 点)

ID: fourier/text01/page01/026

以下の周期性時間領域アナログ信号 (のこぎり波) の周期 T [秒] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。



(a)

T = 1 [秒]

(b)

T = 3 [秒]

(c)

T = 5 [秒]

(d)

T = 12 [秒]

Q2 (10 点) ID: fourier/text01/page01/026

正解 **(c)**

【出題意図】
グラフから周期性時間領域アナログ信号の周期を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

$$f(t) = f(t + n \cdot \mathrm{T})$$

の関係を満たす時間領域アナログ信号を周期性時間領域アナログ信号という。

T ・・・周期、 実数の<u>定数</u>、単位は [秒]、範囲は $\mathrm{T} > 0$

n ・・・任意の整数 $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

$$f_1 = \frac{1}{\mathrm{T}}$$

を基本周波数という。単位は [Hz]

$$w_1 = 2\pi \cdot f_1 = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

を基本角周波数という。単位は [rad/秒]

【解説】
グラフより、$\mathrm{T} = 5$ [秒] 間隔で信号が同じ形となっていることから答えが求まる。

Q3 (10 点) ID: fourier/text01/page02/024

ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ に含まれる基本波の周波数が 4 [Hz] であるとき、$f(t)$ の周期 T を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

$\mathrm{T} = 1/4$ [秒]

(b)

$\mathrm{T} = 8\pi$ [秒]

(c)

$\mathrm{T} = 4$ [秒]

(d)

$\mathrm{T} = \pi/2$ [秒]

Q3　(10 点) ID: fourier/text01/page02/024

正解　**(a)**

【出題意図】

基本波の周波数から周期性時間領域アナログ信号の周期を求めることが出来るか確かめる問題である。

【重要事項】

フーリエの定理

$f(t)$ が周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号ならば、$f(t)$ を

1. 直流成分
2. 基本周波数 f_1 [Hz] を持つ時間領域アナログサイン波 (基本波と呼ぶ)
3. 基本周波数 f_1 [Hz] の正整数倍の周波数を持つ無限個の時間領域アナログサイン波 (高調波と呼ぶ)

の和に分解できる。

【解説】

基本周波数は基本波の周波数と同じなので、 T = 1/4 [秒] となる。

Q4 (10 点) ID: fourier/text01/page02/025

ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ に含まれている「基本角周波数の 2 倍の角周波数を持つ時間領域アナログサイン波」のことを何と呼ぶか選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

基本波

(b)

第 2 高調波

(c)

直流成分

(d)

タンジェント波

Q4 (10 点) ID: fourier/text01/page02/025

正解 **(b)**

【出題意図】
フーリエの定理について理解しているか確かめる問題である。

【重要事項】
フーリエの定理

$f(t)$ が周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号ならば、$f(t)$ を

1. 直流成分

2. 基本角周波数 w_1 [rad/秒] を持つ時間領域アナログサイン波 (基本波と呼ぶ)

3. 基本角周波数 w_1 [rad/秒] の 2 以上の正整数倍の角周波数を持つ無限個の時間領域アナログサイン波 (高調波と呼ぶ)

の和に分解できる。

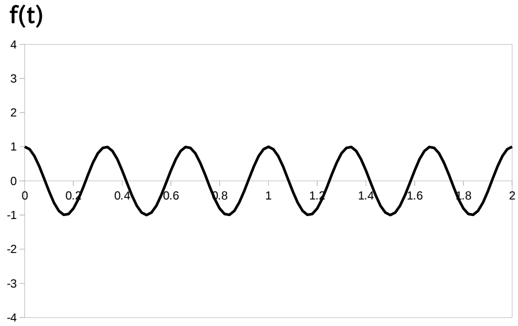
【解説】
k 倍の角周波数を持つ時間領域アナログサイン波を第 k 高調波と呼ぶ。

Q5 (10 点) ID: fourier/text01/page03/008

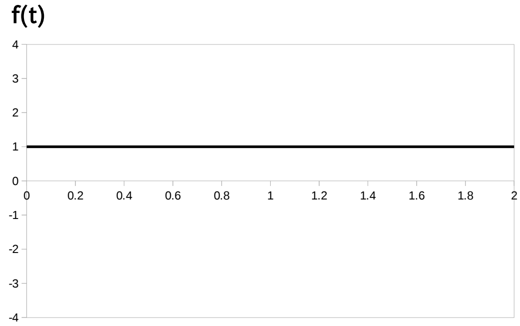
ある周期性時間領域アナログ信号 (周期 T = 1 [秒]) が以下の式で与えられている時、直流成分のグラフを選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$f(t) = 1 + 4 \cdot \cos(1 \cdot 2\pi \cdot t + \pi/4) - 1 \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot t - \pi/2)$$

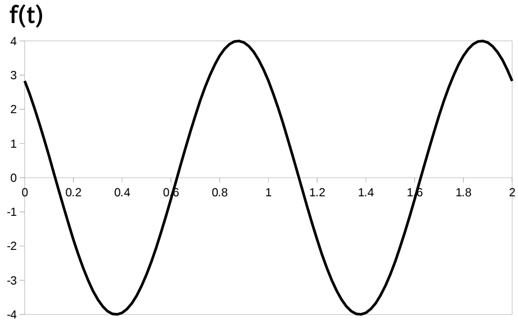
(a)



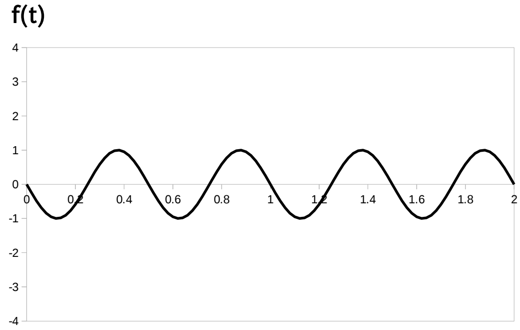
(b)



(c)



(d)



Q5 (10 点) ID: fourier/text01/page03/008

正解 **(b)**

【出題意図】

式から周期性時間領域アナログ信号の各成分のグラフを求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・フーリエの定理を式で表すと次の実フーリエ級数展開となる

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \{a_k \cdot \cos(k \cdot w_1 \cdot t + \phi_k)\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

a_0 ・・・ 直流成分、実数の定数、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

a_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の振幅、実数の定数、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

ϕ_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の初期位相、実数の定数、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

【解説】

実フーリエ級数展開の定義と問題の $f(t)$ を見比べると $a_0 = 1$ であることから答となるグラフが求まる。

Q6 (10 点) ID: fourier/text01/page03/025

ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ に含まれる第 3 高調波が以下の式で与えられるとする。この時 $f(t)$ の周期 T [秒] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$1 \cdot \cos(12\pi \cdot t - \pi/4)$$

(a)

$$\mathrm{T} = 6 \text{ [秒]}$$

(b)

$$\mathrm{T} = 1/4 \text{ [秒]}$$

(c)

$$\mathrm{T} = 1/12 \text{ [秒]}$$

(d)

$$\mathrm{T} = 1/2 \text{ [秒]}$$

Q6 (10 点) ID: fourier/text01/page03/025

正解 **(d)**

【出題意図】

高調波の式から周期性時間領域アナログ信号の周期を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・フーリエの定理を式で表すと次の実フーリエ級数展開となる

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \{a_k \cdot \cos(k \cdot w_1 \cdot t + \phi_k)\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

a_0 ・・・ 直流成分、実数の<u>定数</u>、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

a_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の振幅、実数の<u>定数</u>、範囲は実数全体、単位は扱う信号の種類による (ボルトとかアンペアとか度とか etc.)

ϕ_k ・・・ 第 k 高調波 ($k = 1$ の時は基本波) の初期位相、実数の<u>定数</u>、範囲は $-\pi \leq \phi \leq \pi$、単位は [rad]

【解説】

基本角周波数を w_1 とすると、$3 \cdot w_1 = 12\pi$ であることから $w_1 = 4\pi$ である。よって周期 $\mathrm{T} = 1/2$ [秒] が答となる。

Q7 (10 点) ID: fourier/text01/page04/007

ある周期性時間領域アナログ信号の k 番目の複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[k]$ が以下の式で与えられている時、$-k$ 番目の複素フーリエ係数 $\mathrm{C}[-k]$ を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$\mathrm{C}[k] = 3 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/8\}}$$

(a)

$$\mathrm{C}[-k] = 0$$

(b)

$$\mathrm{C}[-k] = (-3) \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/8\}}$$

(c)

$$\mathrm{C}[-k] = 3 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/8\}}$$

(d)

$$\mathrm{C}[-k] = 3 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/8\}}$$

Q7 (10 点) ID: fourier/text01/page04/007

正解 **(c)**

【出題意図】

複素フーリエ係数 C[k] から C[$-k$] を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・複素フーリエ級数展開の定義

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \mathrm{C}[k] \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

C[k] ・・・ k 番目の複素フーリエ係数

$$\mathrm{C}[k] = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2} \left\{ f(t) \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\} \mathrm{dt}\ ,\ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

・ C[k] と C[$-k$] は複素共役関係、つまり

$$\mathrm{C}[k] = \mathrm{C}^*[-k]$$

$$\mathrm{C}^*[k] = \mathrm{C}[-k]$$

【解説】

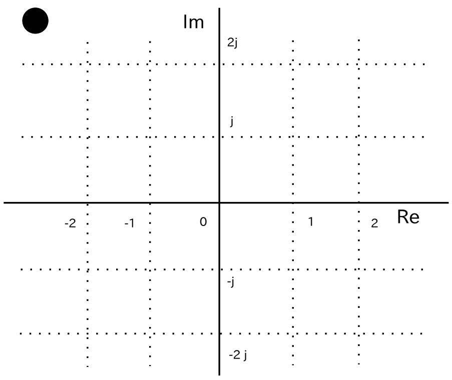
C[k] と C[$-k$] は複素共役関係であることから答えが求まる。

Q8 (10 点) ID: fourier/text01/page04/025

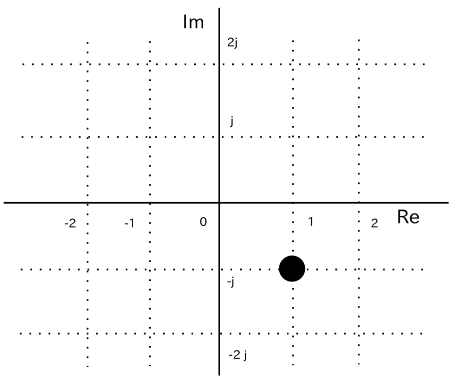
ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ を複素フーリエ級数展開したとき、複素フーリエ係数 C[1] は以下の値となった。この時、C[−1] (注意: $k = -1$) の複素平面内での位置を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

$$\mathrm{C}[1] = 3 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/4\}}$$

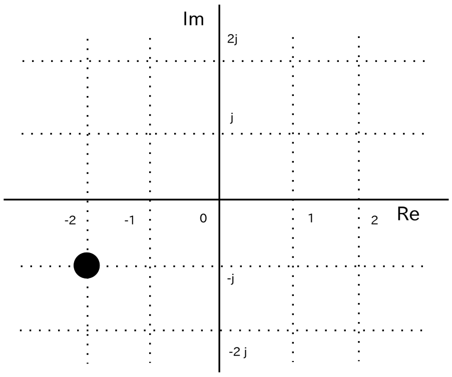
(a)



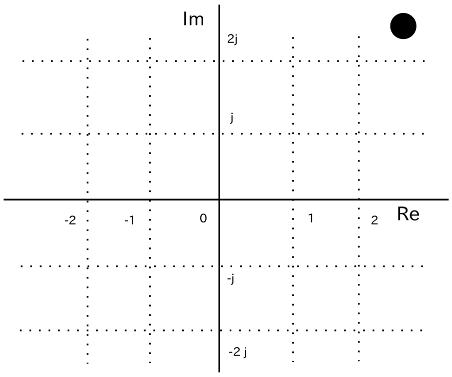
(b)



(c)



(d)



Q8 (10 点)　ID: fourier/text01/page04/025

正解 **(d)**

【出題意図】

複素フーリエ係数 C[k] の複素平面内での位置を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・複素フーリエ級数展開の定義

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \mathrm{C}[k] \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\}$$

$f(t)$ ・・・周期 T [秒] の周期性時間領域アナログ信号

w_1 ・・・ 基本角周波数、$w_1 = 2\pi/\mathrm{T}$、単位は [rad/秒]

C[k] ・・・ k 番目の複素フーリエ係数

$$\mathrm{C}[k] = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2} \left\{ f(t) \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot k \cdot w_1 \cdot t\}} \right\} \mathrm{dt}\ ,\ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

・ C[k] と C[$-k$] は複素共役関係、つまり

$$\mathrm{C}[k] = \mathrm{C}^*[-k]$$

$$\mathrm{C}^*[k] = \mathrm{C}[-k]$$

【解説】

$\mathrm{C}[-1] = 3 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/4\}}$ より求まる。

Q9 (10 点)

ID: fourier/text01/page05/025

ある周期性時間領域アナログ信号 $f(t)$ が以下の実フーリエ級数に展開できる時、$f(t)$ の $k=1$ 番目の複素フーリエ係数 C[1] を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。なお w_1 [rad/秒] を基本角周波数とする。

$$f(t) = 0 + 8 \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t - \pi/2) + 2 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t + \pi/8)$$

(a)

$$\mathrm{C}[1] = 1 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/8\}}$$

(b)

$$\mathrm{C}[1] = 0$$

(c)

$$\mathrm{C}[1] = 4 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/2\}}$$

(d)

$$\mathrm{C}[1] = 2 \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \pi/2\}}$$

Q9 (10 点) ID: fourier/text01/page05/025

正解 **(c)**

【出題意図】

実フーリエ級数展開の式から複素フーリエ係数を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・実フーリエ級数展開における直流成分 a_0、第 k 高調波の振幅 a_k、位相 ϕ_k と複素フーリエ係数 C[0]、C[k] には次の関係がある

$$\mathrm{C}[0] = a_0$$
$$\mathrm{C}[k] = \frac{a_k}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \phi_k\}}\ ,\ (k \geq 1)$$

【解説】

$a_1 = 8$、$\phi_1 = -\pi/2$ より $\mathrm{C}[1] = 4 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/2\}}$ となる。

Q10　(10 点)　ID: fourier/text01/page05/026

ある周期性時間領域アナログ信号 (基本角周波数を w_1 [rad/秒] とする) から複素フーリエ係数 C[k] を計算したところ、$k = 1$ 番目の複素フーリエ係数として C[1] = $4 \cdot \mathrm{e}^{\{-j \cdot \pi/2\}}$ が得られた。元の信号として考えられる式を選択肢 a〜d の中から 1 つ選びなさい。

(a)

$$f(t) = -1 + 8 \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t - \pi/2) + 3 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t + 0)$$

(b)

$$f(t) = 2 + 1 \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t + \pi/5) + 4 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t + \pi/1)$$

(c)

$$f(t) = 0 + 3 \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t + \pi/2) + 4 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t - \pi/2)$$

(d)

$$f(t) = 0 + 4 \cdot \cos(1 \cdot w_1 \cdot t + 0) + 1 \cdot \cos(2 \cdot w_1 \cdot t - \pi/4)$$

Q10 (10 点) ID: fourier/text01/page05/026

正解 **(a)**

【出題意図】

複素フーリエ係数から元の周期性時間領域アナログ信号の式を求めることができるかどうかを確かめる問題である。

【重要事項】

・実フーリエ級数展開における直流成分 a_0、第 k 高調波の振幅 a_k、位相 ϕ_k と複素フーリエ係数 C[0]、C[k] には次の関係がある

$$\mathrm{C}[0] = a_0$$
$$\mathrm{C}[k] = \frac{a_k}{2} \cdot \mathrm{e}^{\{j \cdot \phi_k\}}\ ,\ (k \geq 1)$$

【解説】

$a_1 = 8$、$\phi_1 = -\pi/2$ となる式を求める。