$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2=\sum_{i=1}^{n}\big((\hat{a}_0+\hat{a}_1x_i)-(\hat{a}_0+\hat{a}_1\bar{x})\big)^2$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\big(\hat{a}_1(x_i-\bar{x})\big)^2$$
$$=\hat{a}_1{}^2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$
$$=\hat{a}_1{}^2nS_{xx}$$

問井君の資料の(41)式

$$\mathrm{V}(\hat{a}_1)=\frac{\sigma^2}{nS_{xx}}$$

を用いると

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2=\hat{a}_1{}^2\frac{\sigma^2}{V(\hat{a}_1)}$$

となり、両辺を σ^2 で割ると

$$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2=\frac{\hat{a}_1{}^2}{V(\hat{a}_1)}$$
$$=\left(\frac{\hat{a}_1}{\sqrt{V(\hat{a}_1)}}\right)^2$$

問井君の資料の(50)式

$$\mathrm{u}=\frac{\hat{a}_i-a_i}{\sqrt{V(\hat{a}_i)}}\sim\mathrm{N}(0,1)$$

において、$a_i=0$ と仮定すると、

$$\mathrm{u} = \frac{\hat{a}_i}{\sqrt{V(\hat{a}_i)}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

なので、

$$\left(\frac{\hat{a}_1}{\sqrt{V(\hat{a}_1)}}\right)^2$$

は自由度 1 の χ^2 分布に従う。すなわち

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{\sigma^2}$$

は自由度 1 の χ^2 分布に従う。

重回帰分析の場合も、各 $\hat{a}_j$ が独立であることを考慮すれば、同様にして、自由度 p の χ^2 分布に従うことが示せるのでは？