| Temat: | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| Rozwiązywanie UARL metodami bezpośrednimi (2) | | | |
| Wykonał: | Wydział: | Kierunek | Grupa: |
| Marcin Fabrykowski | FiIS | Inf. Stos. | grupa 3 |

1. Metoda LU
   Mając równanie Ax=b,
   gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{1}$$

możemy zapisać powyższe jako iloczyn dwóch macierzy: $A = L * U$, przy czym macierze $L$ i $U$ mają postać:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Wytępuje tutaj zależność:

$$det(A) = det(L \cdot U) = det(L) \cdot det(U) \tag{4}$$

następnie wyliczamy kolejno, pierwszy wiersz macierzy $U$, pierwszą kolumnę macierzy $L$, drugi wiersz macierzy $U$, drugą kolumnę macierzy $L$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix} \tag{5}$$

pierwszy wiersz macierzy $U$:

$$a_{11} = 1 \cdot u_{11} + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0$$
$$a_{12} = 1 \cdot u_{12} + 0 \cdot u_{22} + 0 \cdot 0$$
$$a_{13} = 1 \cdot u_{13} + 0 \cdot u_{23} + 0 \cdot u_{33}$$

pierwsza kolumna macierzy $L$:

$$a_{21} = l_{21} \cdot u_{11} + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0$$
$$a_{31} = l_{31} \cdot u_{11} + l_{32} \cdot 0 + l_{33} \cdot 0$$

Powyższa procedure powtarzamy dla wszystkich elementów macierzy.

2. Wykonanie ćwiczenia
   Mając macierz:

$$A = \begin{bmatrix} 2q \cdot 10^{-4} & 1 & 6 & 9 & 10 \\ 2 \cdot 10^{-4} & 1 & 6 & 9 & 10 \\ 1 & 6 & 6 & 8 & 6 \\ 5 & 9 & 10 & 7 & 10 \\ 3 & 4 & 9 & 7 & 9 \end{bmatrix} \tag{6}$$

   wyznaczyć zależność wyznacznika $det(A)$ od parametru $q$.
   W tym celu dokonujemy dekompozycji macierzy $A$ na macierze $L$ i $U$. Używając biblioteki *nrutil*, wykorzystujemy funkcję *ludcmp*. Następnie mając macierze $L$ i $U$, wyliczamamy ich wyznaczniki wykorzystujac własności macierzy trójkątnych - mnożymy wartości na diagonalach. Następnie mnożymy tak wyliczony wyznaczniki $L$ i $U$ i otrzymujemy wyznacznik macierzy $A$.
   Oczekiwaną zależność od parametru $a$ przedstawia rys. 1

3. Wnioski
   Metoda LU pozwala w prosty sposób obliczyć wyznacznik macierzy. Proces dekompozycji wymaga wykonania mniejszej ilości operacji, niż wyliczanie wyznacznika innymi metodami co pokazuję zasadność używania tej metody

Rysunek 1: Plot1