

Lista szczegółowych zagadnień wymaganych na egzaminie z Metod Numerycznych dla 3 roku Informatyki Stosowanej

Tomasz Chwiej

11 stycznia 2012

1. Błędy numeryczne

- błędy wejściowe, obcięcie i zaokrąglenia, lemat Wilkinona
- błędy zaokrągleń podczas sumowania liczb
- analiza błędu obcięcie na przykładzie obliczania wartości e^x
- uwarunkowanie zadania numerycznego na przykładzie obliczania iloczynu skalarnego dwóch wektorów

2. Metody rozwiązywania układów równań liniowych

- uwarunkowanie rozwiązania układu równań
- metoda eliminacji Gaussa z częściowym i pełnym wyborem elementu głównego, metoda eliminacji Jordana
- rozkład LU metodą Gaussa, zastosowanie rozkładu LU do obliczania wyznacznika i odwracania macierzy
- iteracyjne poprawianie rozwiązań układu równań

3. Metody rozwiązywania układów równań liniowych nadokreślonych

- rozwiązanie układu poprzez przekształcenie go do układu normalnego
- rozwiązanie układu z wykorzystaniem rozkładu QR

4. Metody iteracyjnego rozwiązywania układów równań liniowych

- metody: Jacobiego, Gaussa-Seidla, nadrelaksacji (SOR)
- zbieżność metod iteracyjnych, zbieżność w metodzie nadrelaksacji (SOR)
- przekształcenia macierzy iterujących - preconditioning

5. Metody poszukiwania pierwiastków równania nieliniowego z jedną niewiadomą

- metody: bisekcji, siecznych, reguła fałsi, Newtona oraz ich modyfikacje dla pierwiastków wielokrotnych
- poprawianie zbieżności - proces δ^2 Aitkena

- wyznaczanie zer wielomianów metodą Lehmera-Schura oraz metodą dzielenia wielomianów (tylko dla zer rzeczywistych)

6. Interpolacja

- wyprowadzenie wzoru interpolacyjnego Lagrange'a, oszacowanie błędu wzoru interpolacyjnego
- wyprowadzenie wzoru interpolacyjnego Newtona dla nierównoodległych węzłów
- interpolacja funkcjami sklejanymi przy użyciu wielomianów trzeciego stopnia poprzez wyznaczenie wartości drugich pochodnych w węzłach

7. Aproksymacja

- metoda aproksymacji średniokwadratowej
- aproksymacja średniokwadratowa w bazie jednomianów
- aproksymacja średniokwadratowa w bazie funkcji trygonometrycznych
- aproksymacja średniokwadratowa w bazie funkcji sklepanych
- aproksymacja Padego

8. Całkowanie numeryczne - kwadratury Newtona-Cotesa i Gaussa

- wzór trapezów (z błędami)
- wzór parabol (z błędami)
- wzór złożony trapezów i parabol (z błędami)
- ekstrapolacja Richardsona (na przykładzie obliczania pochodnej funkcji)
- metoda Romberga
- wyprowadzenie ogólnego wzoru na współczynniki kwadratury Gaussa

9. Całkowanie metodą Monte Carlo

- metoda podstawowa, metoda orzeł-reszka
- zwiększanie efektywności metody MC: metoda losowania ważonego, metoda zmiennej kontrolnej, metoda losowania warstwowego, metoda obniżania krotności całki

10. Szybka transformacja Fouriera (FFT)

- dyskretna transformacja Fouriera, własności wielomianów eksponencjalnych
- algorytm Radix-2
- wykorzystanie FFT do szybkiego mnożenia wielomianów

11. Minimalizacja funkcji

- Metoda złotego podziału
- Metoda interpolacji kwadratowej Powell'a
- Metoda Newtona poszukiwania minimum funkcji kwadratowej w R^n

12. Generatory liczb pseudolosowych

- Definicja generatora liniowego o rozkładzie równomiernym $U(0,1)$ i jego parametry statystyczne (wartość oczekiwana zmiennej losowej, odchylenie standardowe, funkcja autokorelacji)
- generator na rejestrach przesuwnych (generator Tauswortha)
- generator Fibonacciego
- generatory nieliniowe Eichenauera
- testowanie generatorów: test χ^2

13. Wyznaczanie wartości i wektorów własnych

- lokalizacja wartości własnych (tw. Gershgorina)
- metoda potęgowa wyznaczania pojedynczych wartości i wektorów własnych
- redukcja macierzy hermitowskiej do postaci trójdagonalnej metodą Hausholdera
- redukcja rzadkiej macierzy hermitowskiej do postaci trójdagonalnej metodą Lanczosa
- wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy trójdagonalnej metodą bisekcji
- metoda Hausholdera rozkładu QR
- wyznaczanie wartości własnych metodą LR i QR
- wyznaczanie wektorów własnych dla rozkładu QR
- uogólniony problem własny