

Waldo R. Tobler, 1975, Analytical Cartography,
Working paper, University of California,
Santa-Barbara, California, 29 p.
Version bilingue et commentée

+++++++
TTT
Tribute to **Tobler**
+++++++

Automne 2022

Version traduite et commentée par Françoise Bahoken (Université Gustave Eiffel) , dans le cadre du Projet Tribute to Tobler (Tribut à Tobler), consacré à la valorisation des travaux et apports scientifiques du géographe et cartographe Waldo R. Tobler.

Présentation

Waldo Rudolf Tobler (1930-2018) est un géographe et cartographe américano suisse formé à l'Université de Washington (Seattle), où il obtient son PhD en 1961 et occupe ensuite un poste de d'assistant à l'Université du Michigan. Lorsqu'il écrit ce texte en 1975, Tobler est chercheur invité à l'Institut international pour l'analyse des systèmes appliqués de Laxenburg, en Autriche. Celui-ci servira de support à la communication intitulée « Das Wesen und die Bedeutung der Analytischen Kartographie », à l'Institut für Geographie and Kartographie de l'Université de Vienne. Tobler occupera à partir de 1977, un poste de Professeur de Géographie à l'Université de Californie, jusqu'à sa retraite.

Tobler a consacré une part importante de ses travaux à la cartographie quantitative. En qualifiant initialement son approche cartographique de *Cartographie statistique* (Tobler, n. d.), il s'aperçoit que l'expression est insuffisante pour couvrir tous les domaines de la discipline qu'il enseigne. La cartographie pouvant évoquer des aspects très variés de l'analyse de l'information géographique (théorie, méthodes, techniques), il examine tour à tour différentes dénominations telles la cartographie mathématique, informatisée (*versus* manuelle), théorique, la cartométrie, etc.. Il retiendra finalement l'expression *Cartographie analytique* qu'il définit dans le présent document de travail, en lien avec l'enseignement (Tobler, 1975) qu'il dispense à partir de 1969 – dont le contenu détaillé est fourni en annexe. Viendront ensuite les publications académiques correspondantes (Tobler, 1976, 1977).

D'après Clarke et Cloud (2011), la cartographie analytique formalisée par Tobler émerge en réalité pendant la seconde guerre mondiale et la guerre froide. Elle n'aura de cesse de se développer à la faveur des liens existants entre la géographie académique, l'industrie et l'État américain. Toujours en vigueur dans les cursus de géographie quantitative, elle correspondrait aujourd'hui plutôt (en France) aux enseignements d'analyse spatiale des phénomènes socio-économiques et environnementaux.

Il convient de noter que cet enseignement de cartographie intéresse essentiellement les informations géographiques (maillages) et statistiques dans un objectif d'analyse spatiale géographique ; il ne contient pas d'éléments liés à la représentation de l'information spatialisée, à sa figuration, sa symbolisation ni de notions de sémiologie ou relatives aux variables visuelles permettant une communication efficace de l'information cartographiée.

Références

Tobler R. Waldo, n. d., Statistical cartography : what it is ? Note : University of California, Santa-Barbara, California, 6 p. Poly : 77-81. Version bilingue et commentée. ([hal-03739509](#)).

Tobler R. Waldo, 1975, *Analytical Cartography*. Geography 482. 3 credits. Prof. Waldo R. Tobler University of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109, U.S.A.

Tobler R. Waldo, 1976, Analytical Cartography, in Dodge Martin, Kitchin Robert et Perkins Chris (dir.), *The Map Reader : Theories of Mapping Practice and Cartographic Representation*, John Wiley & Sons Ltd eds,

Tobler R. Waldo, 1977, Analytical Cartography, *The American Cartographer*, 3(1) : 21-31.

Keith K. Clarke et John G. Cloud, 2000, On the Origins of Analytical Cartography, *Cartography and Geographic Information Science*, 27(3) : 195-204.

Les numéros entre crochets dans la version anglaise correspondent à la pagination de la note par l'autrice. Dans la version française, les crochets correspondent aux ajouts de l'autrice. Tous les passages **en vert** dans la traduction française sont de la traductrice.

ANALYTICAL CARTOGRAPHY¹

Waldo R. Tobler²

July 1975

WP-75-77

Working Papers are not intended for distribution outside of IIASA, and are solely for discussion and information purposes. The views expressed are those of the author, and do not necessarily reflect those of IIASA.

An understanding of the situation in geographical cartography in the United States during the early 1960's is helpful as a background. Cartography as such has only been a university subject in the U.S. since the late thirties of this century. Of the 3,000 or so colleges in the United States, cartography is taught in most of those which offer geography instruction, but less than a dozen have developed specializations in this area. To these one should add a small number of engineering schools which have professional programs in surveying, photogrammetry, or geodesy. The relation between official governmental cartography and academic cartography is not very close. The governmental cartographic establishments are bureaucratic factories and only seldom do theoretical innovations arise from these sources. They are generally technically competent and do some developmental work, and of course produce most of the actual maps. By contrast, it is dangerous for a university to become engaged in active map production. The governmental agencies are mostly concerned with topographical mapping and, although geography was once associated with geology, it has now (at least in North America) moved away from this focus to become a social science. This has led to a further separation of geographical cartography and topographical mapmaking.

[2] Geography in the late fifties and early sixties went through the so-called "quantitative revolution," in which statistical description replaced verbal description, and formal abstract model building replaced anecdotal explanation. Many of the students graduating in this period wound up teaching cartography. The production of schools specializing in cartography at the graduate level was insufficient to fill all the undergraduate instructional courses in cartography. As a consequence, the newest staff member often ended up by teaching the introductory cartography course, in which he neither had great interest nor training. But he knew a lot about multiple regression and factor analysis, and related statistical techniques. Thus, courses called

1. An abbreviated translation of a lecture, "Das Wesen und die Bedeutung der Analytischen Kartographie," presented under the auspices of Dr.-Ing. h.c., Prof. Dr. E. Arnberger at the Institut für Geographie und Kartographie of the Universität Wien on 6 May 1975.

2. Research Scholar, IIASA; Professor of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48104, U.S.A.

“Statistical Cartography” came into being. Here students learned correlation techniques, trend analysis, and so on,. All legitimate topics, but hardly cartography. Treatment of the subject as “technique,” to be taught by the lowest man on the academic totem pole, certainly did not lead to the expansion of the theoretical core of the field. At the same time, it was clear that computers would play a crucial role in the future of cartography, the first computer maps having been produced in 1951, and that many changes were needed in traditional cartography. The world seems to be changing so fast that fifty percent of what one learns is obsolete within five years. I had the hope that my lectures would have a half-life of twenty years. The eventual result was Analytical Cartography, as described in Figure 1.

A popular title would have been Computer Cartography. This did not appeal to me because it is not particularly critical which production technology is used. Such a title would also imply a course on “Handicraft Cartography” or “Pen and Ink Cartography.” The substance is the theory which is more or less independent of the particular devices; these become obsolete rather quickly anyway.

[3] Mathematical Cartography could have been used, but this already has a definite meaning and I had in mind more than is usually covered under this heading. Cartometry is another available term, but this has a very narrow meaning. One could also speak of Theoretical Cartography. This did not appeal to me on two grounds. It would frighten students who always are concerned that they learn something do-able. Secondly, the precedent is not very attractive. Max Eckert, for example, wrote a great deal but did not solve many problems. I wished to emphasize that mathematical methods are involved, but also that an objective is the solution of concrete problems. As regards the substance, rather than the title, the major difference is perhaps only that a somewhat more general view is taken of the subject. Embarrassingly frequently cartographers claim as unique problems which also occur in other fields, and which may even have been solved there. All professions must constantly fight their myopia.

It is appropriate to introduce students to what is already in the literature, and to how similar concepts occur in other fields, and to suggest new directions. Thus a simple introduction to Analytical Cartography is through Photogrammetry and Geodesy. These fields have a long mathematical tradition and healthy literature to which the student need only be referred. The principle equations of the method of least squares and its newer derivatives, of the theory of errors, the theorems of projective geometry and of potential theory, etc., are all easily established.

One can also see the tendencies; the direct production of mosaics and photographic recognition of objects by computer; the replacement of triangulation by trilateration, to take only two examples. In a short lecture such as this today, I cannot cover all the details, but as an example of how [4] a

more general view is useful, consider the last topic.

This is, of course, well-known to this audience.

Suppose that we have identified n points on the surface of the earth. Between these there exist $n(n-1)/2$ distances, d_{ij} . Let us assume that all of these distances have been measured and that the locations of the points are to be found. This means that $2n$ coordinates must be determined. In a Euclidean space (leaving the earth) one learns in high school that

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \rightarrow d_{ij}.$$

The surveying problem reverses the arrow. Since $n(n-1)/2$ grows much faster than $2n$, there are more equations than unknowns. This has three consequences : (1) no solution satisfies all equations (since all empirical measurements have error) and this leads naturally to a discussion of least squares methods, error ellipses, and iterative solution techniques ; (2) one need only know the ordinal relations of the distances in order to obtain a solution (see Kendall) , which comes as quite a shock to the cartographer who so strongly believes in numbers ; (3) only $2n$ measurements are really necessary, and one is then led to consider “optimal” positioning of surveying measurements, a rather recent development in the literature. This latter question also arises in psychology where one attempts to measure separations between personality types.

Returning to the course outline, one knows, a priori, that all maps which can be drawn by hand can also be drawn by computer controlled devices. This follows from Turing’s (1936) theorem. Of course, can does not imply *should*. Students are given a short introduction to the equipment which provides realization of these ideas, and where they can [5] obtain geographical data tapes and computer programs. The equipment at the University of Michigan consists of a large central computer connected to telephones. Teletype terminals and graphic devices may be attached to telephones for interactive use. Students write one program to draw a simple map of their choice in one of the programming languages. The available data tapes include world outlines (Figure 2 is an example), county boundaries (Figure 3), street patterns, topographic elevations, etc.

The user of geographical data is, in principle, indifferent as to whether the data are on a geographical map or on magnetic tape. From a pedagogical point of view, these are simply two alternate methods of storing geographical information. One of the principal uses of geographical maps is just that of a graphical data storage device. We can assert that, when one has enough information on a magnetic tape to be able to draw a geographical map, one also has enough information to solve all of the problems which could be solved using that map. But to store geographical information in electronic form in such a manner that a geographical map can be drawn requires that

the substantive data be given geographical referencing.

The usual procedure is to reference points, lines, and areas by coordinates : geographical latitude and longitude, or Gauss-Kruger coordinates, etc. But this is really too narrow a point of view. Call the fire department and announce that there is a fire in this room, at

$$48^{\circ}15'22'' \text{ N } , 16^{\circ}23'10'' \text{ E}$$

It would never be done ; one would use the street address, or the building name. But show me the cartography book which describes the street naming/numbering system. If I can locate a house using the street address then this label must [6] contain exactly the same amount of information as does the latitude/longitude designation. The telephone area code number in Austria, 0222 = Vienna, locates this place to circa ± 20 km. If I call from the United States to a phone in Vienna, I need to dial twelve digits, and these locate a place to \pm one meter. If I know the postal code 2361, I have located a region to ± 5 km.

Equivalently, Gauss-Kruger coordinates can be calculated from latitude and longitude

$$\varphi, \lambda \rightarrow G, K$$

and this is invertible

$$G, K \rightarrow \varphi, \lambda.$$

Make a list of as many ways as you can recall of how locations are identified. Now form a table by repeating this list in the orthogonal direction. Now consider this table as a transformer : place name to latitude and longitude, and the inverse, might be an example of one transformation.

The concern in the literature with computerized address coding, the DIME system, point-in-polygon programs, etc., all relate to these transformations. More exactly considered, coordinates are a way of naming places which, inter alia, allow all places to be given a unique name, and which allow relations between places to be deduced from their names. The North American telephone area codes, for example, have the property that if two area codes are similar, the places are widely separated, and the converse. Thus, we could draw a map solely by knowing area codes : Interpret "A is near or far from B" as "adjacent or non-adjacent" in the sense of Kendall, and compute the $2n$ coordinates from the set of these $n(n-1)/2$ relations.

[7] When one puts geographical information into a computer, one finds that it is extremely voluminous. A four color map of size 10×10 cm contains perhaps $100 \times 100 \times 4 = 40,000$ elements, not a great amount for a computer, but this is a small map. One can ask whether all of these elements are necessary. It is clear that not all of the 4^{10000} possible maps of this type can

occur, because of the inherent geographical structure. One could throwaway a goodly proportion of the 4×10^4 elements and still have a very useful map. I use the word “goodly” for lack of a numerical estimate.

This leads into the topic of geographical map simplification. This is often considered the most difficult topic in automated cartography today, and goes by the title of “map generalization.” I have a few examples, but first remark that I avoid the term generalization because it has a rather mystical connotation in cartography ; at a minimum it seems to mean several different things. I believe that automatic map simplification is not as difficult as was once thought, and it does contain some interesting aspects. The condensed book, the overture to a musical work, and a caricature, are all similar modifications of an original. A very similar topic is also treated in other fields under the heading of “aggregation,” and it would pay cartographers to look at the econometric literature on this topic.

Figure 4 shows some examples of a simplification algorithm applied to an outline of Hichigan. The method is simple, rapid, and seems effective. Figure 5 shows an application to contours. One of the more appropriate methods for such surfaces seems to me to be that of two-dimensional filtering. This method, although not the only one available, is exactly controllable and invertible. It can also be applied to choropleth maps ; Figure 6 is an example. [8]

As an example of problem solving, given geographical data in a computer, one can take the case of map overlays, e.g., given a soils map of Michigan and a geological map of Michigan, find the logical intersection of the two. Conceptually not a difficult problem (see Figure 7). One can store the soil regions in various ways in the computer.

These become quite technical, but for example the area can be written as

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if in } R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

or the boundary can be described as an equation

$$x(s) + iy(s),$$

or store or store the skeleton of the region, etc. From all of these representations (and there are more), one can compute the area of the region, one can calculate whether or not a point lies inside of the region, whether two regions overlap, and one can draw maps. It turns out, however, that some representations are more convenient for particular purposes than are others, even though they are algebraically equivalent (each can be converted into all of the others). A comparison to two methods of solving a pair of simultaneous linear equations may be appropriate. If one remembers that linear equations have the form

$$y = a_1 + b_1x$$

$$y = a_2 + b_2x$$

and a bit of algebra, then the intersection point can be found. But sometimes it is easier to plot the lines and [9] read off the coordinates of the intersection. Many uses of maps are of this nomographic nature. Recall Mercator's projection, a graphic solution to the problem of finding the intersection angle between a great circle and a logarithmic spiral on a sphere. The subject matter of cartometry is the study of the accuracy of such graphical calculations. Or consider the problem of finding the nearest gas station when the automobile gauge indicates "nearly empty," with the entire street system stored in the core of a pocket calculator, and all the gas stations which accept my credit card also stored, and a minimal path algorithm which is efficient for networks of this size, it seems like a trivial computation. What is easy, convenient, or difficult depends on the technology, circumstances, and problem.

The coin also has an obverse. There are many cartographic concepts which can be put to good use in approaching geographical problems. The examples I have chosen all stem from the subject of map projections, but there are many other possibilities.

In the 1880's, Francis Galton invented the geographical isochrone, a line connecting all points which can be reached in a given time. Isochronic maps are now quite popular, and the concept has been generalized to include travel costs (isotims). These are really geographical circles, recalling that a circle is the locus of points equidistant from a center point. Measure distance in units of time and you have a geographical circle. But what curious circles. They have holes in them, and disjoint pieces, and the ratio of circumference to radius is hardly 2π . What a curious geometry - it makes Einstein seem simple! Or consider a set of concentric isochrones. Now draw in the orthogonal trajectories and one has the equivalent of a set of polar coordinates; technically [10] polar geodesic coordinates (Gauss, 1820) for which the metric takes on a particularly simple form. One can draw maps of this geographical geometry by using the usual ideas from the study of map projections, but the reference object is no longer a sphere or ellipsoid, rather it is more like a pulsating Swiss cheese. If one is successful in getting people to complete a questionnaire in which they are required to estimate the distance between, say, prominent buildings in Vienna, then the result is similar to the measurements obtained from a geodetic survey. One can compute coordinates and their standard errors, thus obtaining a type of mental map and its degree of variance. By comparison to geodetic triangulations one can, using Tissot's theorem, measure the amount of distortion of these mental maps. Data over time may reveal the rate of spatial learning.

As a final example, consider the problem of dividing the U.S.A. into compact cells each of which contains the same number of people. Figure 8 shows how this can be approached as a map projection problem.

One can anticipate many useful technical innovations in cartography in the future : wristwatch latitude/longitude indicators, for example, and pocket calculators with colored LED maps. But most critical for the development of the subject would be a useful model of the functioning of the human brain. The design of maps cannot be improved without such a standard against which to test visual effectiveness.

Bibliography

- [1] Agterberg, F., *Geomathematics*, New York, Elsevier, 1974.
- [2] Barraclough, R., "Geographic Coding," pp. 219-296 of *Federal Statistics*, President's Commission, Washington, G.P.O., 1971.
- [3] Berry, B., Marble, D., *Spatial Analysis*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1968.
- [4] Burr, E., "Sharpening of Observational Data in two Dimensions," *Australian Journal of Physics*, 8 (1955), 30-53.
- [5] Cheng, G., et al., *Pictorial Pattern Recognition*, Washington, Thompson, 1968.
- [6] Codd, E., *Cellular Automata*, New York, Academic Press, 1968.
- [7] Davis, J., McCullagh, M., *Display and Analysis of Spatial Data*, New York, Wiley, 1975.
- [8] Duda, R., Hart, P., *Pattern Classification and Scene Analysis*, New York, Wiley, 1973.
- [9] Harmon, L., Julesz, B., "Masking in Visual Recognition," *Science*, 180, 4091 (1973), 1194-1197.
- [10] Holloway, J., "Smoothing and Filtering of Time Series and Space Fields," *Advances in Geophysics*, 4 (1958), 351-389.
- [11] Kendall, D., "Construction of Maps from Odd Bits of Information," *Nature*, 231 (1971), 158-159.
- [12] MacDougall, E., "Optimal Generalization of Mosaic Maps," *Geographical Analysis*, 4,4 (1972), 417-423.
- [13] Matheron, G., "The Theory of Regionalized Variables and Its Applications," Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau, No.5, Ecole National Superieure des Mines, 1971.
- [14] Newman, W., Sproull, R., *Principles of Interactive Computer Graphics*, New York, McGraw-Hill, 1973.
- [15] Nordbeck, S., Rystedt, B., "Isarithmic Maps and the Continuity of Reference Interval Functions," *Geografiska Annaler*, 52B, 2 (1970) 92-123.
- [16] Rayner, J., *An Introduction to Spectral Analysis*, London, Pion, 1971.
- [17] Rosenfeld, A., *Picture Processing by Computer*, New York, Academic Press, 1969.

[18] Werner, P., "National Geocoding," *Annals, Assn. Am. Geogr.*, 64,2 (1974), 310-317.

Figure 1

Analytical Cartography. Geography 482. Prof. Waldo R. Tobler
University of Michigan. Ann Arbor. Michigan 48104. U.S.A.

Week I. Introduction : Relation to mathematical geography, geodesy, photogrammetry, remote sensing. Replacement of map data storage by computer data storage. Technological change and the need for a theoretical approach. Historical perspective.

Week II : Computer Graphics : Turing's theorem in relation to cartography. Output devices : lines, halftones, color. Sources of programs and algorithms. Dynamic cartography and computer movie making. Interactive graphics in cartography and geography.

Week III : Geographical Matrices : Triagonal, quadrilateral, hexagonal, and Escher types. Notation, neighborliness property, topological invariance. The varieties of geographical data : nominal, binary, scalar, complex, colored, N-valued, and infinite-valued matrices. Isomorphism to the surface of the earth.

Week IV : Geographical Matrix Operators : Functions of matrices : algebraic, logical, differentiable, invertible; linear, local, spatially invariant (translationally and rotationally). Parallel processing, windows, edge effects. Finite difference calculations.

Week V : Response Functions : Fourier and other orthogonal series. Operations in the frequency domain. Two-dimensional transform.

Week VI : Sampling and Resolution : Fourier interpretations of aliasing, band limited functions. Nyquist limit, comb functions. The sampling theorem, random plane sampling, invisible distributions.

Week VII : Quantization and Coding. Analogue and digital processing. Quantization error, reduction of. Information theory : how many aerial photographs are there? Huffman coding, higher order statistics, spatial autocorrelation functions. Television and choropleth maps.

Week VIII. Map Generalization : Textual, acoustical, visual abstractions : smoothing and reconstruction, spread functions and inverses. Information loss. Point, line, network, binary to N-valued matrix generalization. Digital implementation, optical data processing. How the brain works : Limulus, frog, cat, human.

Week IX : Pattern Recognition : Preprocessing, enhancement : feature extraction ; discrimination and classification (linear, Gaussian) ; signal-to-noise ratios ; perceptrons.

Week X : Generalized Spatial Partitionings : Census tracts and the like, *ad nauseum*. Point functions versus interval functions, a false dichotomy. Spatial resolution redefined. Generalized neighbors in a point set : epsilon neighborhood, K^{th} surround, minimal triangulation. Sokal contiguity, Thiessen polygons. Higher order neighbors. Interval sets associated with a point set ; point sets associated with an interval set. Higher dimensional cases.

Week XI : Generalized Geographical Operators. Expansion of matrix operators to irregular point sets, to interval data, in such a manner as to include matrix as a special case. Generalized two-dimensional sampling theorem and reconstructions from sampled data.

Week XII : Geographical Coding. Information theoretical content of Latitude/Longitude, street address, ZIP code, telephone number, Public Land Survey, and the like. Topological and metrical properties of place naming schemes. Gaussian coordinates. A variety of plane coordinate schemes. Formulae for working on sphere and ellipsoid.

Week XIII : Geographical Code Conversions. Complete-partial, redundant-optimal, invertible-non-invertible codes. Blum geometry and skeletal invariants. Point-point, point-interval, interval-interval conversions and their inverses. Polygonal and skeletal approaches; error measures. Street address, Latitude/Longitude, and so forth.

Week XIV : Map Projections. The classical theory : Ptolemy, Mercator, Lambert, Euler, Gauss, Airy, Chebyshev, Tissot. Finite and differential measures of distortion. Applicability to “mental maps.” Simplifying computations by using map projections. Some new ways of inventing projections. Computation of cartograms.

Week XV : Geographical Information Systems. Band width requirement ; dollar requirements ; hardware and software. Input schemes, manipulation algorithms, output schemes. Historical overview and examples : TIROS-ERTS, CATS-PJ-BATS, CLI-MLADS-DIME. Analytical approaches to using geographical data : optimization techniques, sensitivity testing, regionalization, spatial trend analysis, dynamic simulation, growth models, regional forecasting.

Lecture Outline 1969

CARTOGRAPHIE ANALYTIQUE

Waldo R. Tobler

Juillet 1975

WP-75-77

Les documents de travail ne sont pas destinés à être distribués en dehors de l'IIASA ¹ et sont uniquement dédiés à des fins de discussions et d'informations. Les opinions exprimées sont celles de l'auteur, elles ne reflètent pas nécessairement celles de l'IIASA.

Une compréhension de l'état de la cartographie géographique ² aux États-Unis du début des années 1960 est utile comme contexte. La cartographie en tant que telle n'est un sujet académique aux États-Unis que depuis la fin des années 30 de ce siècle. Sur les quelques 3 000 collègues des États-Unis, la cartographie est enseignée dans la plupart de ceux qui proposent la géographie, mais moins d'une douzaine ont développé des spécialisations dans ce domaine. En outre, un petit nombre d'écoles d'ingénieurs ont des programmes professionnels en arpentage, photogrammétrie ou géodésie. La relation entre la cartographie officielle du gouvernement et la cartographie universitaire n'est pas très étroite. Les institutions gouvernementales de cartographie sont des usines bureaucratiques et les innovations théoriques proviennent rarement de ces sources. Elles sont généralement compétentes sur le plan technique et effectuent un certain travail de développement, elles produisent bien sûr la plupart des cartes réelles ³. En revanche, il est dangereux pour une université de s'engager dans la production active de cartes. Les agences gouvernementales sont principalement intéressées par la cartographie topographique, et bien que la géographie ait été autrefois associée à la géologie, elle s'est maintenant (du moins en Amérique du Nord ⁴) éloignée de cet objectif pour devenir une science sociale. Cela a conduit à une nouvelle séparation entre la cartographie géographique et la cartographie topographique.

À la fin des années 1950 et au début des années 1960, la géographie a connu ce que l'on appelle la « révolution quantitative », dans laquelle la description statistique a remplacé la description verbale et la construction de modèles abstraits formels a remplacé l'explication anecdotique. De nombreux étudiants ayant obtenu leur diplôme durant cette période ont fini par

1. [International Institute for Applied Systems Analysis](#).

2. Autrement dit, l'approche formelle de la cartographie pratiquée par les géographes/cartographes (cartographie de base formant les référentiels et cartographie thématique).

3. Les « cartes réelles » correspondent aux cartes d'inventaire de l'occupation du sol servant de référence à grande échelle, telles les cartes topographiques, hypsométriques, etc.

4. Cette évolution de la cartographie est la même en France.

enseigner la cartographie. La production des écoles spécialisées en cartographie au niveau des études supérieures était insuffisante pour remplir tous les cours de cartographie de premier cycle. Par conséquent, le nouveau membre du personnel se retrouvait souvent à enseigner le cours d'introduction à la cartographie, pour lequel il n'avait que peu d'intérêt ou de formation. Mais il en savait beaucoup sur la régression multiple et l'analyse factorielle, ainsi que sur les techniques statistiques connexes. C'est ainsi que sont nés les cours intitulés « Cartographie statistique ». Les étudiants apprenaient les techniques de corrélation, l'analyse des tendances, etc. Tous ces sujets⁵ sont légitimes, mais [ne sont] pas vraiment de la cartographie. Son traitement comme une « technique », à enseigner par l'homme le plus bas sur le totem académique, n'a certainement pas conduit à l'expansion du noyau théorique du domaine. En même temps, il était clair que les ordinateurs joueraient un rôle crucial dans l'avenir de la cartographie, les premières cartes informatiques ayant été produites en 1951, et que de nombreux changements étaient nécessaires dans la cartographie traditionnelle. Le monde semble évoluer si rapidement que cinquante pour cent de ce que vous apprenez est obsolète en cinq ans. J'avais espéré que mes cours auraient une demi-vie de vingt ans. Le résultat final a été la cartographie analytique, telle que décrite à la figure 1.

Un titre populaire aurait été Cartographie informatisée. Cela ne m'a pas séduit car la technologie de production utilisée n'est pas particulièrement critique. Un tel titre impliquerait également un cours sur la « cartographie faite à la main » ou la « cartographie au stylo et au papier ». L'essentiel est la théorie, qui est plus ou moins indépendante des appareils particuliers, qui deviennent de toute façon rapidement obsolètes.

L'expression cartographie mathématique aurait pu être utilisée, mais elle a déjà un sens bien défini et j'avais en tête plus de choses que ce qui est habituellement couvert par cette rubrique. La cartométrie⁶ est un autre terme disponible, mais il a un sens très étroit. On pourrait aussi l'appeler cartographie théorique. Je n'aimais pas ce terme pour deux raisons. Il effraierait les étudiants qui sont toujours désireux d'apprendre quelque chose de faisable. Deuxièmement, le précédent n'est pas très attrayant. Max Eckert, par exemple, a beaucoup écrit mais n'a pas résolu beaucoup de problèmes. Je voulais souligner que des méthodes mathématiques sont impliquées, mais aussi que le but est de résoudre des problèmes concrets. En termes de sub-

5. Effectivement, ces sujets qui visent à traiter/modéliser les données localisées, sont réalisés en amont de leur représentation. Ils sont liés à la cartographie parce qu'elle leur permet de géovisualiser les résultats obtenus à différentes étapes de leur chaîne de traitement. Tous participent, dans les enseignements actuels, plutôt aux cours d'analyse spatiale des données, plutôt qu'aux cours de cartographie statistiques limité aux traitements de données uni et bivariés, ainsi qu'à la sémiologie de leur représentation.

6. La cartométrie est l'étude des mesures effectuées sur la carte. Source : « Glossaire de cartographie », *Bulletin du Comité français de cartographie*, mars-juin 1990, n° 123-124, Paris (2^e édition).

stance, plutôt que de titre, la différence majeure est peut-être seulement qu'une vision légèrement plus générale du sujet est adoptée. Les cartographes considèrent souvent comme uniques des problèmes qui se posent également dans d'autres domaines et qui peuvent même avoir été résolus dans ces derniers. Toutes les professions doivent constamment lutter contre leur myopie.

Il convient d'initier les étudiants à ce qui est déjà dans la littérature, et à la façon dont des concepts similaires se retrouvent dans d'autres domaines, et de suggérer de nouvelles directions. Ainsi, une introduction simple à la cartographie analytique passe par la photogrammétrie et la géodésie. Ces domaines ont une longue tradition mathématique et une littérature abondante à laquelle l'étudiant n'a qu'à se référer. Les équations de principe de la méthode des moindres carrés et de ses dérivés les plus récents, de la théorie des erreurs, des théorèmes de la géométrie projective et de la théorie du potentiel, etc. sont toutes facilement établies.

On peut aussi voir les tendances ; la production directe de mosaïques [d'images] et la reconnaissance photographique d'objets par ordinateur ; le remplacement de la triangulation par la trilatération, pour ne prendre que deux exemples. Dans une courte conférence comme celle d'aujourd'hui, je ne peux pas couvrir tous les détails, mais pour illustrer l'utilité d'une vision plus générale, considérons le dernier sujet.

Il est, bien sûr, bien connu de ce public.

Supposons que nous ayons identifié n points sur la surface de la terre. Entre ces points, il existe $n(n-1)/2$ distances, d_{ij} . Supposons que toutes ces distances aient été mesurées et qu'il faille trouver l'emplacement des points. Cela signifie que $2n$ coordonnées doivent être déterminées. Dans un espace euclidien (en partant de la terre), on apprend au lycée que

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \rightarrow d_{ij}.$$

Le problème de la topographie inverse la flèche [vers d_{ij} de l'équation ci-dessus]. Comme $n(n-1)/2$ croît beaucoup plus vite que $2n$, il y a plus d'équations que d'inconnues. Cela a trois conséquences : (1) aucune solution ne satisfait toutes les équations (puisque toutes les mesures empiriques comportent des erreurs), ce qui conduit naturellement à une discussion sur les méthodes des moindres carrés, les ellipses d'erreur et les techniques de résolution itérative ; (2) il suffit de connaître les relations ordinales des distances pour obtenir une solution (voir Kendall), ce qui constitue un choc pour le cartographe qui croit si fort aux nombres ; (3) seules $2n$ mesures sont réellement nécessaires, et on est alors amené à considérer le positionnement « optimal » des mesures d'arpentage, un développement plutôt récent dans la littérature. Cette dernière question se pose également en psychologie lorsqu'on tente de mesurer les séparations entre types de personnalité.

Pour en revenir au plan du cours, on sait, *a priori*, que toutes les cartes

qui peuvent être dessinées à la main peuvent également être dessinées par des dispositifs contrôlés par ordinateur. Cela découle du théorème de Turing (1936). Bien entendu, « peut » n'implique pas « doit ». Les étudiants reçoivent une brève introduction à l'équipement qui permet de concrétiser ces idées, et où ils peuvent [5] obtenir des bandes de données géographiques et des programmes informatiques. L'équipement de l'Université du Michigan consiste en un grand ordinateur central relié à des téléphones. Des terminaux télétype et des appareils graphiques peuvent être reliés aux téléphones pour une utilisation interactive. Les élèves écrivent un programme pour dessiner une carte simple de leur choix dans l'un des langages de programmation. Les bandes de données disponibles comprennent les contours du monde (la figure 2 est un exemple), les limites des comtés (figure 3), les tracés des rues, des élévations topographiques, etc.

L'utilisateur de données géographiques est, en principe, indifférent au fait que les données se trouvent sur une carte géographique ou sur une bande magnétique. D'un point de vue pédagogique, il s'agit simplement de deux méthodes alternatives de stockage de l'information géographique. L'une des principales utilisations des cartes géographiques est justement celle d'un dispositif de stockage de données graphiques. Nous pouvons affirmer que, lorsque l'on dispose de suffisamment d'informations sur une bande magnétique pour pouvoir dessiner une carte géographique, on dispose également de suffisamment d'informations pour résoudre tous les problèmes qui pourraient être résolus à l'aide de cette carte.

Mais pour stocker des informations géographiques sous forme électronique de manière à pouvoir dessiner une carte géographique, il faut que les données de fond soient référencées géographiquement.

La procédure habituelle consiste à référencer les points, les lignes et les surfaces par des coordonnées : latitude et longitude géographiques, coordonnées Gauss-Kruger, etc. Mais ce point de vue est vraiment trop étroit. Appelez les pompiers et annoncez qu'il y a un incendie dans cette pièce, à

48°15'22" N , 16°23'10" E

Cela ne se ferait jamais, on utiliserait l'adresse de la rue, ou le nom du bâtiment. Mais montrez-moi le livre de cartographie qui décrit le système de dénomination/numérotation des rues. Si je peux localiser une maison en utilisant l'adresse de la rue, alors cette étiquette doit [6] contenir exactement la même quantité d'informations que la désignation de la latitude/longitude. Le numéro de l'indicatif téléphonique en Autriche, 0222 = Vienne, situe cet endroit à environ ± 20 km. Si j'appelle des États-Unis vers un téléphone à Vienne, je dois composer douze chiffres, qui permettent de localiser un lieu à \pm un mètre. Si je connais le code postal 2361, j'ai localisé une région à ± 5 km.

De manière équivalente, les coordonnées de Gauss-Kruger peuvent être calculées à partir de la latitude et de la longitude

$$\varphi, \lambda \rightarrow G, K$$

et ceci est inversible

$$G, K \rightarrow \varphi, \lambda.$$

Dressez une liste d'autant de façons que vous pouvez vous rappeler de la manière dont les lieux sont identifiés. Formez ensuite un tableau en répétant cette liste dans le sens orthogonal. Considérez maintenant ce tableau comme un transformateur : le nom du lieu en latitude et longitude, et l'inverse, pourrait être un exemple de transformation.

Les préoccupations de la littérature concernant le codage informatisé des adresses, le système DIME, les programmes de points dans les polygones, etc. se rapportent toutes à ces transformations. Plus précisément, les coordonnées sont une façon de nommer les lieux qui permet, entre autres, de donner un nom unique à tous les lieux et de déduire les relations entre les lieux à partir de leurs noms. Les indicatifs téléphoniques nord-américains, par exemple, ont la propriété que si deux indicatifs sont similaires, les lieux sont très éloignés, et inversement. Ainsi, on pourrait dessiner une carte uniquement en connaissant les indicatifs régionaux : Interpréter « A est proche ou loin de B » comme « adjacent ou non-adjacent » au sens de Kendall, et calculer les $2n$ coordonnées à partir de l'ensemble de ces $n(n-1)/2$ relations.

Lorsque l'on introduit l'information géographique dans un ordinateur, on constate qu'elle est extrêmement volumineuse. Une carte en quatre couleurs de 10 x 10 cm contient peut-être $100 \times 100 \times 4 = 40\,000$ éléments, ce qui n'est pas une grande quantité pour un ordinateur, mais c'est une petite carte. On peut se demander si tous ces éléments sont nécessaires. Il est clair que les 4^{10000} cartes possibles de ce type ne peuvent pas toutes être réalisées, en raison de la structure géographique inhérente. On pourrait jeter une bonne partie des 4×10^4 éléments et obtenir une carte très utile. J'utilise le mot « bonne » par manque d'estimation numérique.

Cela m'amène à parler de la simplification des cartes géographiques. Ce sujet est souvent considéré comme le plus difficile de la cartographie automatisée aujourd'hui, et porte le nom de « généralisation de la carte ». J'ai quelques exemples, mais remarquez d'abord que j'évite le terme de généralisation parce qu'il a une connotation plutôt mystique en cartographie ; au minimum, il semble signifier plusieurs choses différentes. Je pense que la simplification automatique des cartes n'est pas aussi difficile qu'on l'a cru, et elle comporte quelques aspects intéressants. Le livre condensé, l'ouverture d'une œuvre musicale et la caricature sont tous des modifications similaires d'un original. Un sujet très similaire est également traité dans d'autres domaines

sous le nom d'« agrégation », et les cartographes auraient intérêt à consulter la littérature économétrique sur ce sujet.

La figure 4 montre quelques exemples d'un algorithme de simplification appliqué à un contour du Michigan. La méthode est simple, rapide, et semble efficace. La figure 5 montre une application aux contours. Une des méthodes les plus appropriées pour de telles surfaces me semble être celle du filtrage bidimensionnel. Cette méthode, bien qu'elle ne soit pas la seule disponible, est exactement contrôlable et inversible. Elle peut également être appliquée aux cartes choroplèthes; la figure 6 en est un exemple.

Comme exemple de résolution de problème, étant donné des données géographiques dans un ordinateur, on peut prendre le cas des superpositions de cartes, par exemple, étant donné une carte des sols du Michigan et une carte géologique du Michigan, trouver l'intersection logique des deux. Conceptuellement, ce n'est pas un problème difficile (voir figure 7). On peut stocker les régions pédologiques de différentes manières dans l'ordinateur.

Cela devient assez technique, mais par exemple, la surface peut être écrite comme suit

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si est dans } R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

ou bien la frontière peut être décrite par une équation

$$x(s) + iy(s),$$

ou encore stocker le squelette de la région, etc. À partir de toutes ces représentations (et il en existe d'autres), on peut calculer l'aire de la région, on peut calculer si un point se trouve ou non à l'intérieur de la région, si deux régions se chevauchent, et on peut dessiner des cartes. Il s'avère toutefois que certaines représentations sont plus pratiques que d'autres à des fins particulières, même si elles sont algébriquement équivalentes (chacune peut être convertie en toutes les autres). Une comparaison avec deux méthodes de résolution d'une paire d'équations linéaires simultanées peut être appropriée. Si l'on se souvient que les équations linéaires sont de la forme,

$$\begin{aligned} y &= a_1 + b_1x \\ y &= a_2 + b_2x \end{aligned}$$

avec un peu d'algèbre, on peut alors trouver le point d'intersection. Mais parfois, il est plus facile de tracer les lignes et de lire les coordonnées de l'intersection. De nombreuses utilisations des cartes sont de cette nature nomographique. Rappelons la projection de Mercator, une solution graphique au problème de la recherche de l'angle d'intersection entre un grand cercle et une spirale logarithmique sur une sphère. Le sujet de la cartométrie est

l'étude de la précision de tels calculs graphiques. Avec le réseau routier entier stocké dans le noyau d'une calculatrice de poche, toutes les stations-service qui acceptent ma carte de crédit également stockées, [élaborer] un algorithme de chemin minimal efficace pour des réseaux de cette taille, semble être un calcul trivial. Ce qui est facile, pratique ou difficile dépend de la technologie, des circonstances et du problème.

La pièce a également son revers. Il existe de nombreux concepts cartographiques qui peuvent être mis à profit pour aborder des problèmes géographiques. Les exemples que j'ai choisis sont tous liés au thème des projections cartographiques, mais il existe de nombreuses autres possibilités.

Dans les années 1880, Francis Galton a inventé l'isochrone géographique, une ligne reliant tous les points pouvant être atteints en un temps donné. Les cartes isochrones sont aujourd'hui assez populaires, et le concept a été généralisé pour inclure les coûts de déplacement (isotemps). Il s'agit en fait de cercles géographiques, en rappelant qu'un cercle est le lieu des points équidistants d'un point central. Mesurez la distance en unités de temps et vous avez un cercle géographique. Mais quels curieux cercles. Ils ont des trous, des pièces disjointes, et le rapport entre la circonférence et le rayon est à peine 2π . Quelle curieuse géométrie - à côté de laquelle [celle de] Einstein semble simple ! Ou considérez un ensemble d'isochrones concentriques. Dessinez maintenant les trajectoires orthogonales et vous obtenez l'équivalent d'un ensemble de coordonnées polaires ; techniquement des coordonnées géodésiques polaires (Gauss, 1820) pour lesquelles la métrique prend une forme particulièrement simple. On peut dessiner des cartes de cette géométrie géographique en utilisant les principes usuels de l'étude des projections cartographiques, mais l'objet de référence n'est plus une sphère ou un ellipsoïde, il ressemble plutôt à un fromage suisse pulsé⁷.

Si l'on réussit à faire remplir un questionnaire à des personnes qui doivent estimer la distance entre, par exemple, des bâtiments importants de Vienne, le résultat est similaire aux mesures obtenues lors d'un relevé géodésique. On peut calculer les coordonnées et leurs erreurs standard, obtenant ainsi une sorte de carte mentale et son degré de variance. Par comparaison avec les triangulations géodésiques, on peut, en utilisant le théorème de Tissot, mesurer le degré de distorsion de ces cartes mentales. Les données recueillies au fil du temps peuvent révéler le taux d'apprentissage spatial.

Comme dernier exemple, considérons le problème de la division des États-Unis en cellules compactes contenant chacune le même nombre de personnes. La figure 8 montre comment ce problème peut être abordé comme un problème de projection cartographique.

On peut s'attendre à de nombreuses innovations techniques utiles dans le domaine de la cartographie à l'avenir : des indicateurs de latitude/longitude

7. On suppose qu'il s'agit là d'une spécialité fromagère très locale.

pour les montres-bracelets, par exemple, et des calculatrices de poche avec des cartes à diodes colorées. Mais le plus important pour le développement du sujet serait un modèle utile du fonctionnement du cerveau humain. La conception des cartes ne peut être améliorée sans une telle norme permettant de tester l'efficacité visuelle.

Bibliographie

- [1] Agterberg, F., *Geomathematics*, New York, Elsevier, 1974.
- [2] Barraclough, R., « Geographic Coding », pp. 219-296 of *Federal Statistics*, President's Commission, Washington, G.P.O., 1971.
- [3] Berry, B., Marble, D., *Spatial Analysis*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1968.
- [4] Burr, E., « Sharpening of Observational Data in two Dimensions », *Australian Journal of Physics*, 8 (1955), 30-53.
- [5] Cheng, G., et al., *Pictorial Pattern Recognition*, Washington, Thompson, 1968.
- [6] Codd, E., *Cellular Automata*, New York, Academic Press, 1968.
- [7] Davis, J., McCullagh, M., *Display and Analysis of Spatial Data*, New York, Wiley, 1975.
- [8] Duda, R., Hart, P., *Pattern Classification and Scene Analysis*, New York, Wiley, 1973.
- [9] Harmon, L., Julesz, B., « Masking in Visual Recognition », *Science*, 180, 4091 (1973), 1194-1197.
- [10] Holloway, J., « Smoothing and Filtering of Time Series and Space Fields », *Advances in Geophysics*, 4 (1958), 351-389.
- [11] Kendall, D., « Construction of Maps from Odd Bits of Information », *Nature*, 231 (1971), 158-159.
- [12] MacDougall, E., « Optimal Generalization of Mosaic Maps », *Geographical Analysis*, 4,4 (1972), 417-423.
- [13] Matheron, G., « The Theory of Regionalized Variables and Its Applications », Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, No.5, Ecole National Supérieure des Mines, 1971.
- [14] Newman, W., Sproull, R., *Principles of Interactive Computer Graphics*, New York, McGraw-Hill, 1973.
- [15] Nordbeck, S., Rystedt, B., « Isarithmic Maps and the Continuity of Reference Interval Functions », *Geografiska Annaler*, 52B, 2 (1970) 92-123.
- [16] Rayner, J., *An Introduction to Spectral Analysis*, London, Pion, 1971.
- [17] Rosenfeld, A., *Picture Processing by Computer*, New York, Academic Press, 1969.
- [18] Werner, P., « National Geocoding », *Annals, Assn. Am. Geogr.*, 64,2 (1974), 310-317.

Figure 1

Cartographie analytique. Geography 482. Prof. Waldo R. Tobler

Université du Michigan. Ann Arbor. Michigan 48104. U.S.A.

Semaine I. Introduction : Relation avec la géographie mathématique, la géodésie, la photogrammétrie, la télédétection. Remplacement du stockage des données cartographiques par le stockage des données informatiques. Le changement technologique et le besoin d'une approche théorique. Perspective historique.

Semaine II. L'infographie : Le théorème de Turing en relation avec la cartographie. Dispositifs de sortie : lignes, demi-teintes, couleur. Sources des programmes et des algorithmes. Cartographie dynamique et création de films sur ordinateur. Graphisme interactif en cartographie et géographie.

Semaine III. Matrices géographiques : Types trigonaux, quadrilatéraux, hexagonaux et d'Escher. Notation, propriété de voisinage, invariance topologique. Les variétés de données géographiques : nominales, binaires, matrices scalaires, complexes, colorées, à N valeurs et à valeurs infinies. Isomorphisme avec la surface de la terre.

Semaine IV. Opérateurs matriciels géographiques : Fonctions des matrices : algébriques, logiques, différentiables, inversibles ; linéaire, locale, spatialement invariante (translation et rotation). Traitement parallèle, fenêtres, effets de bord, calculs de différences finies.

Semaine V. Fonctions de réponse : Fourier et autres séries orthogonales. Opérations dans le domaine fréquentiel. Transformée bidimensionnelle.

Semaine VI. Échantillonnage et résolution : Interprétations de Fourier de l'aliasing. Fonctions à bande limitée. Fonctions limites de Nyquist. Fonction Peigne⁸. Le théorème d'échantillonnage. Échantillonnage aléatoire plan, distributions invisibles.

Semaine VII. Quartization⁹ et codage. Traitement analogique et numérique. Erreur de quantification, et réduction. Théorie de l'information : combien y a-t-il de photographies aériennes ? Codage de Huffman. Statistiques d'ordre supérieur, fonctions d'autocorrélation spatiale. Télévision et cartes choroplèthes.

Semaine VIII. Généralisation des cartes : Abstractions textuelles, acoustiques et visuelles : lissage et reconstruction. Fonctions d'étalement et inverses. Perte d'information. Point, ligne, réseau, binaire à N -valeurs, généralisation de la matrice. Implémentation numérique. Traitement optique des données. Comment fonctionne le cerveau : Limulus¹⁰, grenouille, chat, humain.

Semaine IX. Reconnaissance des formes : Prétraitement. amélioration : extraction de caractéristiques ; discrimination et classification (linéaire, gaussienne) ; rapports signal/bruit ; perceptrons¹¹. Classification (linéaire, gaussienne) ; rapports signal/bruit ; perceptrons.

Semaine X. Partitions spatiales généralisées : secteurs de recensement et autres *ad*

8. La fonction peigne (de Dirac) permet de discrétiser une série continue de manière périodique, selon un pas de temps (T), générant alors une distribution de Dirac, ou distribution cha (Source : Wikipédia).

9. Transformation d'un maillage géographique hétérogène en quadrats ou maillage carré.

10. Le *Limulus polyphemus* est un insecte vivant sur les côtes Est d'Amérique du Nord et Centrale (Source : Wikipédia).

11. En apprentissage automatique (i.e. *machine learning*), le perceptron est un algorithme d'apprentissage supervisé de classificateurs binaires.

*nauseum*¹². Fonctions ponctuelles versus fonctions d'intervalle, une fausse dichotomie. La résolution spatiale redéfinie. Voisins généralisés dans un ensemble de points : voisinage epsilon, Kème entourage, triangulation minimale, contiguïté de Sokal, polygones de Thiessen. Voisins d'ordre supérieur. Ensembles d'intervalles associés à un ensemble de points ; ensembles de points associés à un ensemble d'intervalles. Cas de dimension supérieure.

Semaine XI. Opérateurs géographiques généralisés. Extension des opérateurs matriciels aux ensembles de points irréguliers, aux données d'intervalles de manière à inclure la matrice comme cas particulier. Théorème d'échantillonnage bidimensionnel généralisé et reconstructions à partir de données échantillonnées.

Semaine XII. Codage géographique. Contenu théorique de l'information sur les latitude/longitude, adresse, code postal, numéro de téléphone. Enquêtes publiques réalisées en aménagement¹³ et similaires. Propriétés topologiques et métriques, schémas de dénomination des lieux. Coordonnées gaussiennes. Une variété de schémas de coordonnées planes. Formules pour travailler sur la sphère et l'ellipsoïde.

Semaine XIII. Conversions de codes géographiques. Codes complets/partiels. Redondants/optimaux. Codes inversibles/non-inversibles. Géométrie de Blum et invariants squelettiques. Conversions point/point, point/intervalle, intervalle/intervalle et leurs inverses. Approches polygonale et squelettique ; mesures d'erreur. Adresse postale, Latitude/Longitude et ainsi de suite.

Semaine XIV. Projection de carte. La théorie classique : Ptolémée, Mercator, Lambert, Euler, Gauss, Airy, Chebyshev, Tissot. Mesures finies et différentielles de la distorsion. Applicabilité aux « cartes mentales ». Simplifier les calculs en utilisant des projections cartographiques. Quelques nouvelles façons d'inventer des projections. Calcul de cartogrammes.

Semaine XV. Systèmes d'Information Géographique. Exigence de largeur de bande ; exigences en dollars ; matériel et logiciels. Schémas d'entrée. algorithmes de manipulation, schémas de sortie. Aperçu historique et exemples : TIROS-ERTS¹⁴, CHATS-PJ-BATS. CLI-MLADS-DIME. Approches analytiques de l'utilisation des données géographiques : techniques d'optimisation. tests de sensibilité. régionalisation. analyse des tendances spatiales. simulation dynamique. modèles de croissance. prévisions régionales.

Plan du cours 1969.

12. Cette partie du cours devant être obligatoirement comprise par les étudiant.e.s au risque d'être répétée jusqu'à l'écoeurement.

13. Le terme original est : *Public Land Survey*.

14. TIROS-ERTS est l'acronyme du satellite Television and Infra-Red Observation Satellite de l'organisme Earth Resources Technology Satellite.

Suppléments

Sont fournies en supplément de cette traduction les figures mentionnées dans le texte. Elles proviennent d'une version légèrement remaniée par l'auteur du texte précédent, version publiée dans l'American Cartographer (Tobler, 1977). L'article correspondant est par ailleurs un extrait des figures que Tobler a présentées en 1975 lors de la conférence « Das Wesen und die Bedeutung der Analytischen Kartographie » à l'Université de Vienne, en Autriche. Seules les pages 27 (après la bibliographie) à 31 de cette publication sont reproduites puis traduites ci-dessous.

Analytical Cartography

Extracts from pages 27 to 31

Waldo R. Tobler, 1977

This paper is an abridged translation and slight modification of an invited lecture "Das Wesen und die Bedeutung der Analytischen Kartographie," presented under the auspices of Dr.-Ing. h.c. Prof. B. Arnberger at the Institut für Geographie and Kartographie of the University of Vienna on May 6, 1975. Responsibility for the opinions remains with the author.

W. R. Tobler is professor of geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109. At the time of this presentation he was associated with the International Institute for Applied Systems Analysis of Laxenburg, Austria, as a research scholar.

Fig 1. The left column pertains to the usual type of map ; the right column to a population cartogram. Top row : one degree latitude and longitude grid according to the two map projections. Middle row : outline maps on the same two projections. Bottom row : compact regions of equal population on each of the two maps. The computation proceeds from top left to top right, then to bottom right to bottom left. The pictures in the middle row serve as illustrations and have no computational significance. After Tobler 1973.

Fig.2. Simplification of a polygonal structure by a computer algorithm.

Fig.3. Simplification of a topographic surface by spatial filtering. After Tobler, 1967.

Fig 4. Simplification of census data by spatial filtering. After Tobler 1975

Cartographie analytique

Extraits des pages 27 à 31

Waldo R. Tobler, 1977

Cet article [Tobler, 1977] est une traduction abrégée et légèrement modifiée de la conférence « Das Wesen und die Bedeutung der Analytischen Kartographie ¹⁵ », présentée suite à l'invitation du Dr.-Ing. h.c. Prof. B. Arnberger à l'Institut für Geographie and Kartographie de l'Université de Vienne le 6 mai 1975. L'auteur assume la responsabilité des opinions exprimées.

W. R. Tobler est professeur de géographie à l'Université du Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109. Au moment de cette présentation, il était associé à l'Institut international pour l'analyse des systèmes appliqués de Laxenburg, en Autriche, en tant que chercheur.

Fig.1. La colonne de gauche concerne le type de carte habituel ; la colonne de droite, un cartogramme de population. Rangée supérieure : grille de latitude et de longitude d'un degré selon les deux projections cartographiques. Rangée du milieu : cartes de contour selon les deux mêmes projections. Rangée du bas : régions compactes de population égale sur chacune des deux cartes. Le calcul se fait du haut à gauche au haut à droite, puis du bas à droite au bas à gauche. Les images de la rangée du milieu servent d'illustrations et n'ont aucune signification pour le calcul. D'après Tobler, 1973 ¹⁶.

Fig. 2. Simplification d'une structure polygonale par un algorithme informatique.

Fig. 3. Simplification d'une surface topographique par filtrage spatial. D'après Tobler, 1967 ¹⁷.

Fig. 4. Simplification de données de recensement par filtrage spatial. D'après Tobler, 1975 ¹⁸.

[La figure 5, pourtant présentée dans l'article publié, ne fait pas l'objet d'une présentation dans cette section.]

15. Le sens et l'importance de la cartographie analytique.

16. Les deux références de Tobler, 1973, mentionnées dans la bibliographie de l'article sont "A Continuous Transformation Useful for Districting?", *Annals, New York Academy of Sciences*, Vol. 219, pp. 213-220 et "Linear Operators applied to Areal Data." pp. 14-37 of J. Davis and M. McCullagh, *Display and Analysis of Spatial Data*, New York. J. Wiley.

17. Tobler, W. (1967), "Of Maps and Matrices," *Journal of Regional Science*, Vol. 7, pp. 275-280.

18. Cette référence n'étant pas mentionnée dans la bibliographie de l'article, il est fort probable qu'elle corresponde au texte qui fait l'objet de la présente traduction.

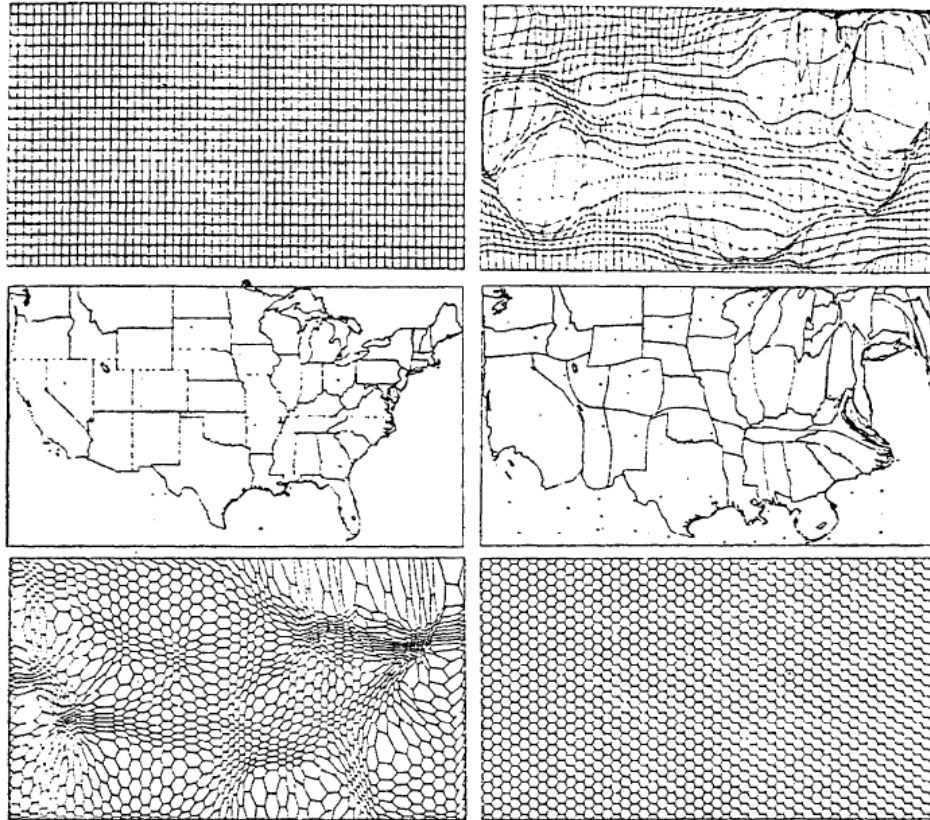
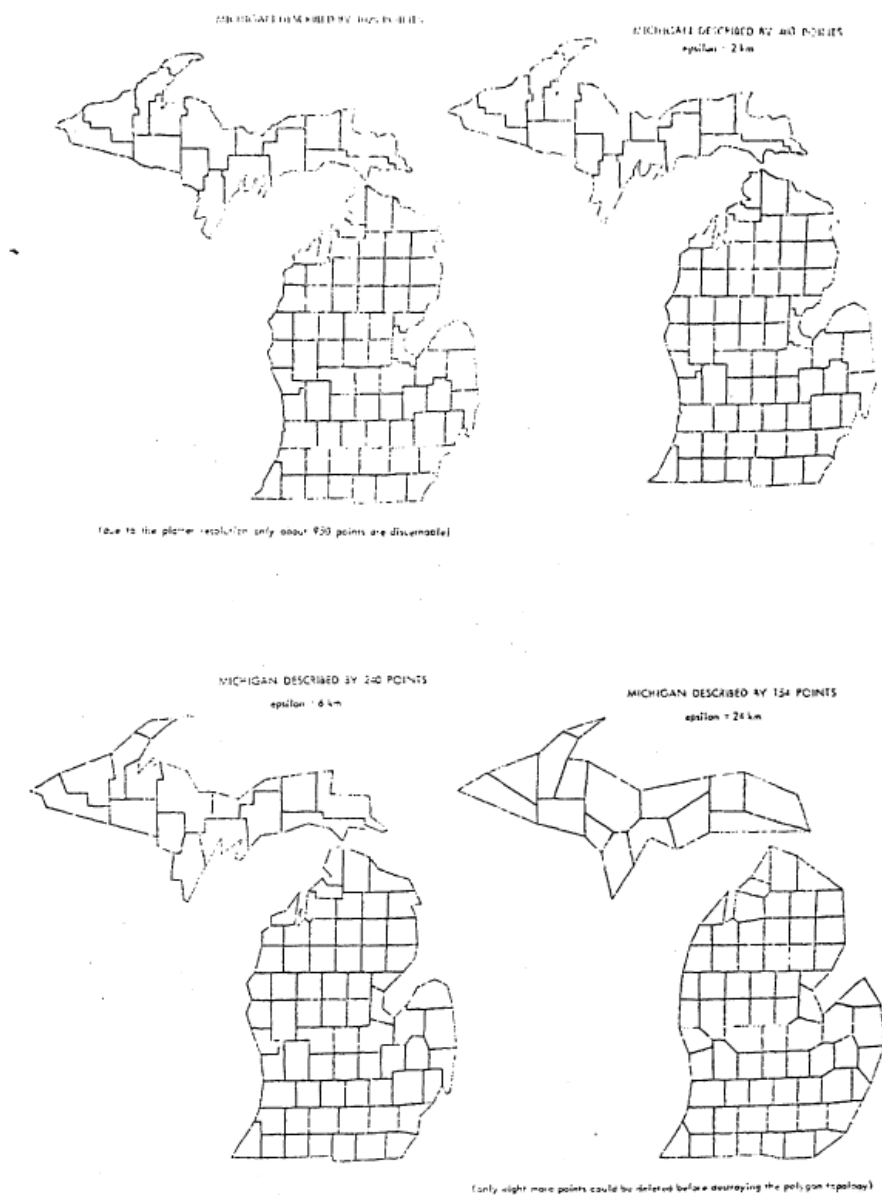


Fig. 1. The left column pertains to the usual type of map; the right column to a population cartogram. Top row: one degree latitude and longitude grid according to the two map projections. Middle row: outline maps on the same two projections. Bottom row: compact regions of equal population on each of the two maps. The computation proceeds from top left to top right, then to bottom right to bottom left. The pictures in the middle row serve as illustrations and have no computational significance. After Tobler, 1973.



[Traduction des mentions de la rangée du bas, celles du haut étant illisibles]
 [à gauche] Partition du Michigan en 140 points. Epsilon = 6 km.
 [à droite] Partition du Michigan en 154 points. Epsilon = 24 km.
 Seuls huit points supplémentaires ont pu être supprimés avant de détruire la
 topologie du polygone.

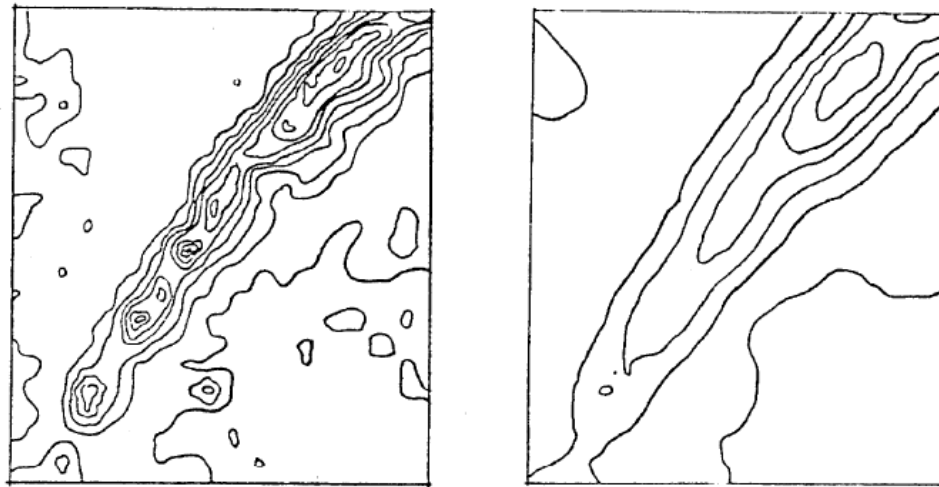


Fig. 3. Simplification of a topographic surface by spatial filtering. After Tobler, 1967.

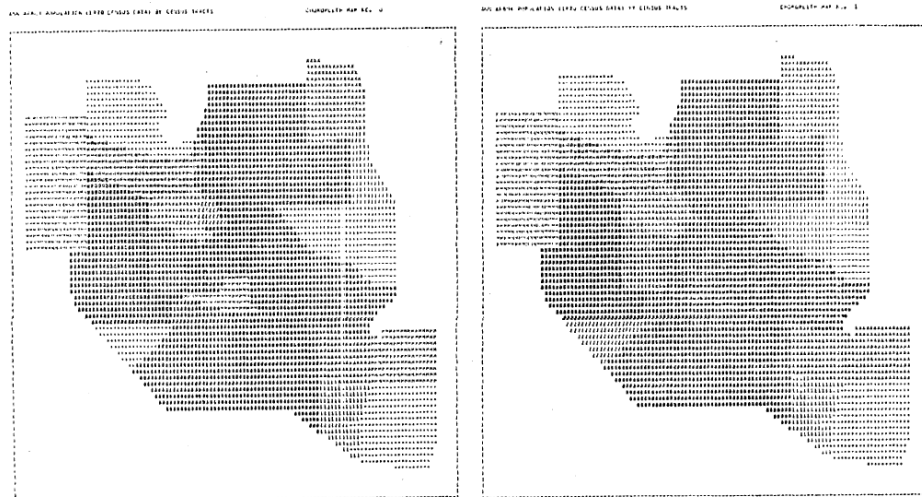


Fig. 4. Simplification of census data by spatial filtering. After Tobler, 1975.



Fig. 5. Computerized computation of the logical product of two maps. Left map: Soils according to the National Atlas of the United States. Middle: Geology from the same source. Right: the logical product.

Fig. 5. Calcul informatisé du produit logique de deux cartes. Carte de gauche : Sols selon l'Atlas National des États-Unis. Au milieu : Géologie selon la même source. À droite : le produit logique.



La collection « [traductions](#) » du groupe *Tribute to Tobler* propose des rééditions bilingues et commentées d'articles, publiés ou inédits, de Waldo Tobler. Responsable scientifique : Françoise Bahoken (Université Gustave Eiffel) ; éditeur : Laurent Beauguitte (UMR Géographie-cités).

Disponibles en ligne

- F. Bahoken, 2022, « [W. R. Tobler, 1969, Review of Sémiologie graphique: Les Diagrammes – Les réseaux – Les Cartes](#) ».
- F. Bahoken, 2022, « [W. R. Tobler, nd, Statistical Cartography: what is it?](#) ».
- F. Bahoken, 2022, « W. R. Tobler, 1975, Cartographie analytique ».
- L. Jégou, 2022, « W. R. Tobler, 1973, Choropleth Maps Without Intervals? ».