

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH**

---o0o---

**BÀI TẬP PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN
BONUS: ƯỚC LƯỢNG NHANH ĐỘ PHỨC TẠP DÙNG ĐỊNH
LÝ MASTER**



Giáo viên hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Thương

Sinh viên thực hiện: Nguyễn Nhật Trường

MSSV: 20522087

TPHCM, ngày 8 tháng 3 năm 2022

Date:

netcompany

$$\textcircled{1} T(n) = 4 \cdot T\left(\frac{n}{5}\right) + \log^5 n \sqrt{n}$$

$$a=4, b=5, f(n) = \log^5 n \sqrt{n}$$

$$\log_5 4 = 0,861 \Rightarrow n^{\log_5 4} = n^{0,861}$$

$$\text{Ta thấy, } f(n) = \log^5 n \sqrt{n} = O(n^{\log_5 4 - \varepsilon}), \varepsilon \approx 0,1361 > 0$$

Áp dụng 3.1 ta được: (ML master)

$$T(n) = \Theta(n^{\log_5 4}) = \Theta(n^{0,861})$$

$$\textcircled{2} T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \log^5 n$$

$$\text{Đặt: } n = 2^m$$

$$\Rightarrow T(2^m) = 4 \cdot T(2^{m/2}) + m^5$$

$$\text{Giả sử } S(m) = T(2^m) \Rightarrow S(m) = 4S\left(\frac{m}{2}\right) + m^5$$

$$a=4, b=2, f(m) = m^5$$

$$\log_b a = \log_2 4 = 2 \Rightarrow m^{\log_b a} = m^2$$

$$\text{Xét: } a f\left(\frac{m}{b}\right) \leq c f(m) \Leftrightarrow 4 f\left(\frac{m}{2}\right) \leq c \cdot f(m)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{32} \cdot 4 f(m) \leq c \cdot f(m), c = \frac{1}{8} < 1$$

$$\cdot f(m) = \Theta(m^{2+\varepsilon}), \varepsilon = 0,02 > 0$$

$$\text{Áp dụng 3.3 ta được: } S(m) = \Theta(f(m)) = \Theta(m^5)$$

$$\text{mà } m = \log n \Rightarrow T(n) = \Theta(\log^5(n))$$

Date: _____

netcompany

$$\textcircled{3} \quad T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \log^2 n$$

$$\text{Đặt: } n = 2^m \Rightarrow T(2^m) = 4T(2^{m/2}) + m^2$$

$$\text{Giả sử: } S(m) = T(2^m) \Rightarrow S(m) = 4S\left(\frac{m}{2}\right) + m^2$$

$$a=4, \quad b=2, \quad f(m)=m^2$$

$$\bullet \quad m^{\log_b a} = m^2$$

$$\bullet \quad f(m) = m^2 = \Theta(m^2)$$

$$\Rightarrow S(m) = \Theta(m^2 \log m), \quad k=0$$

$$\text{Mà } m = \log n$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(\log^2 n \cdot \log(\log n))$$

$$\textcircled{4} \quad T(n) = T(\sqrt{n}) + 5$$

$$\text{Đặt: } n = 2^m \Rightarrow T(2^m) = T(2^{m/2}) + 5$$

$$\text{Giả sử: } S(m) = T(2^m) \Rightarrow S(m) = S\left(\frac{m}{2}\right) + 5$$

$$\bullet \quad m^{\log_b a} = m^0 = 1$$

$$f(m) = 5 = \Theta(1)$$

$$\Rightarrow S(m) = \Theta(\log m), \quad \text{áp dụng 3.2 đl master}$$

$$\text{Mà } m = \log n$$

$$T(n) = \Theta(\log(\log n))$$

$$\textcircled{5} \quad T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 2T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{10}\right) + 4n$$

$$\text{Tỷ lệ: } \frac{1}{2} < 1, \quad \frac{1}{3} < 1, \quad \frac{1}{10} < 1$$

$$\text{Và } f(n) = 4n = \Theta(n)$$

$$\text{Vậy } T(n) = \Theta(n)$$

Không giải được bằng 3 TH của đl master

Date:

netcompany

$$\begin{aligned} \textcircled{6} T(n) &= T\left(\frac{n}{2}\right) + 2^n \\ &= T\left(\frac{n}{4}\right) + 2^{n/2} + 2^n \\ &= \dots \\ &= (2^{n+1} - 1) / (2 - 1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(2^{n+1}) = \Theta(2 \cdot 2^n) = \Theta(2^n)$$

$$\textcircled{7} T(n) = 16T\left(\frac{n}{4}\right) + n!$$

$$a = 16, \quad b = 4, \quad f(n) = n!$$

$$\bullet n^{\log_b a} = n^2$$

$\bullet n!$ luôn lớn hơn $n^{2-\varepsilon}$, $n^2 \Rightarrow$ Áp dụng 3.3 đl master

$$\text{Cho } c = 0.5 \Rightarrow 16 \cdot \left(\frac{n}{4}\right)! \leq 0.5 \cdot n!$$

$$\bullet \text{Giả sử } n = 100 \Rightarrow 16 \cdot (100/4)! \leq 0.5 \cdot 100!$$

$$\text{Do đó: } T(n) = \Theta(n!)$$

$$\textcircled{8} T(n) = T(\sqrt{n}) + \Theta(\log \log n)$$

$$\text{Đặt } n = 2^m \Rightarrow T(2^m) = T(2^{m/2}) + \Theta(\log \log 2^m)$$

$$T(2^m) = T(2^{m/2}) + \Theta(\log m)$$

$$\text{Giả sử: } T(2^m) = S(m)$$

$$\Rightarrow S(m) = S\left(\frac{m}{2}\right) + \Theta(\log m)$$

$$\text{Đặt } m = 2^r \Rightarrow S(2^r) = S\left(\frac{2^r}{2}\right) + \Theta(\log 2^r)$$

$$\text{Giả sử: } S(2^r) = P(r)$$

$$P(r) = P(r-1) + \Theta(r)$$

$$P(r) = P(r-2) + \Theta(r-1) + \Theta(r)$$

$$P(r) = P(0) + \Theta(1) + \Theta(2) + \dots + \Theta(r-1) + \Theta(r)$$

$$P(r) = P(0) + \Theta(r^2)$$

Date: _____

netcompany

Trả giá trị lại cho $T(n)$

$$\Rightarrow T(n) = T(2) + \Theta((\log(\log n))^2)$$

$$T(n) = \Theta((\log(\log n))^2)$$

$$\textcircled{9}. T(n) = T\left(\frac{n}{2} + \sqrt{n}\right) + \sqrt{6046}$$

Em chưa biết làm (Không áp dụng được T-H-DL master)

$$\textcircled{10}. T(n) = T(n-2) + \log n$$

$$\text{Đặt: } m = n-1$$

$$T(n-1) = T(n-3) + \log(n-1)$$

$$T(n-2) = T(n-4) + \log(n-2)$$

$$T(n-3) = T(n-5) + \log(n-3)$$

$$\text{Tương tự: } n = (n-1), (n-2), \dots, 1$$

$$\Rightarrow T(n) = \log n + \log(n-1) + \log(n-2) + \dots + \log(1)$$

$$T(n) = \log[n(n-1)(n-2)\dots 1]$$

$$T(n) = \log(n!) = \Theta(n \log n)$$