

V354

Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

Theodor Zies
theodor.zies@tu-dortmund.de

Tom Troska
tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.12.2021

Abgabe: 11.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Theorie	3
2.1. Gedämpfte Schwingungen	3
2.2. Angeregte Schwingungen	5
3. Durchführung	6
3.1. Gedämpfter RCL-Kreis	6
3.2. Aperiodischer Grenzfall	6
3.3. Angeregter RLC-Kreis	7
4. Auswertung	7
4.1. Zeitabhängigkeit der Amplitude	7
4.1.1. Effektiver Widerstand R_{eff}	9
4.1.2. Abklingzeit T_{ex}	9
4.2. Aperiodischer Grenzfall	10
4.3. Frequenzabhängigkeit der Spannung	10
4.4. Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung	14
5. Diskussion	17
Literatur	18
A. Anhang	19
A.1. Originaldaten	19

1. Einleitung

In diesem Versuch werden verschiedene Eigenschaften eines Schwingkreises mit R -, C -, und L -Gliedern untersucht. Ziel ist es, die Zeitabhängigkeit der Amplitude im Schwingfall zu ermitteln, den aperiodischen Grenzfall zu erreichen, und einen Resonanzfall zu betrachten.

2. Theorie

Ein Schwingkreis besteht aus einer Spule mit der Induktivität L , einem Kondensator mit der Kapazität C , und einem Widerstand R . In einem idealen Schwingkreis ohne Widerstand R gilt die Energieerhaltung, sodass die zur Verfügung stehende Energie zwischen der Spule mit der Induktivität L und dem Kondensator mit der Kapazität C verlustfrei oszilliert.

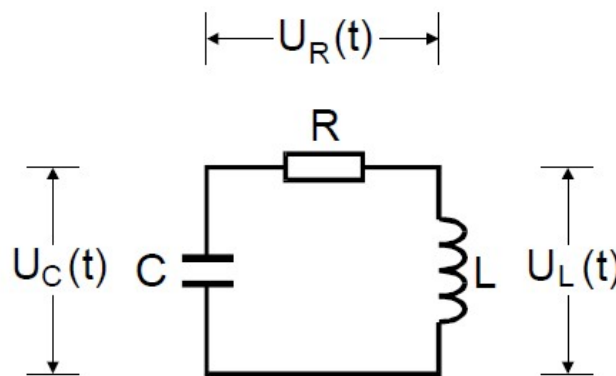


Abbildung 1: Schaltskizze eines gedämpften Schwingkreises. [2]

2.1. Gedämpfte Schwingungen

Wird ein Widerstand mit berücksichtigt, ist festzustellen, dass die Energie weiterhin oszilliert, die Amplituden der einzelnen Schwingungen jedoch exponentiell abnehmen. Hierbei wird von einer Dämpfung gesprochen und für den Strom ergibt sich folgende Differentialgleichung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = 0.$$

Eine allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t}(A_1 e^{i2\pi\nu t} + A_2 e^{-i2\pi\nu t}). \quad (1)$$

Hierbei werden die Hilfsvariablen μ und ν eingeführt:

$$2\pi\mu = \frac{R}{2L} \qquad 2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Der effektive Widerstand R_{eff} ist demnach

$$R_{\text{eff}} = 4\pi\mu L. \quad (2)$$

Nun wird zwischen zwei Fällen unterschieden:

1. Schwingfall

Damit eine gedämpfte Schwingung auftritt, muss $\nu \in \mathbb{R}$ und der Radikant somit positiv sein. Dies wird erfüllt für

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}.$$

In diesem Fall vereinfacht sich die Differentialgleichung (1) zu:

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t} \cos(2\pi\nu t + \varphi). \quad (3)$$

Die Abklingzeit T_{ex} ist folglich

$$T_{\text{ex}} = \frac{1}{2\pi\mu} = \frac{2L}{R}. \quad (4)$$

2. Aperiodischer Grenzfall

In dem Fall, dass ν imaginär, also

$$\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}$$

gilt, fällt der Strom I proportional zu einer Exponentialfunktion

$$I(t) \propto e^{-2(\pi\mu - i2\pi\nu)t}.$$

Für den Fall, dass der Radikant von ν genau null ist, also

$$\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$$

fällt der Strom am schnellsten. Eben dieser Fall wird als *aperiodischer Grenzfall* bezeichnet. Umgestellt nach R ergibt sich

$$R_{\text{ap}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2L\sqrt{\frac{1}{LC}} = 2L\omega_0. \quad (5)$$

Hierbei bezeichnet ω_0 die Eigenfrequenz des ungedämpften Schwingkreises.

2.2. Angeregte Schwingungen

Für angeregte Schwingungen beschreibt wieder eine Differentialgleichung den Spannungsverlauf des Kondensators:

$$LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_0 e^{i\omega t}.$$

Gelöst wird diese Differentialgleichung durch

$$U_C(\omega) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}.$$

Somit ist die Phasenverschiebung zwischen U_C und der Erregerspannung $U_{\text{err}} = U_0 e^{i\omega t}$ gegeben durch

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right). \quad (6)$$

Die charakteristischen Phasenverschiebungen von $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ und $\varphi_2 = \frac{3\pi}{4}$ werden erreicht bei

$$\omega_1 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \quad (7)$$

$$\omega_2 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}. \quad (8)$$

Um die Resonanzfrequenz des Schwingkreises zu erhalten muss zunächst der Betrag der Spannung untersucht werden:

$$|U(\omega)| = |U_C(\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}. \quad (9)$$

Für $\omega \rightarrow 0$ und für $\omega \rightarrow \infty$ gilt

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (U(\omega)) = U_0 \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} (U(\omega)) = 0.$$

Die Resonanzfrequenz, also die Frequenz ω für die $U(\omega)$ maximal wird, lautet

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \quad (10)$$

Ebenfalls wichtig ist die so genannte Breite der Resonanzkurve. Diese ist ein Bereich um das Maximum der Resonanzkurve, in dem der Betrag der Amplitude größer ist als das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Fache des Maximums. Die Breite der Resonanzkurve wird für $\frac{R}{L^2} \ll \omega_0^2$ angenähert durch

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- \approx \frac{R}{L}. \quad (11)$$

Darüber hinaus wird im Fall einer schwachen Dämpfung mit $\frac{R^2}{2L^2} \ll \frac{1}{LC}$ die Resonanzfrequenz ω_{res} zu der Eigenfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ des ungedämpften Systems. Dann gilt:

$$U_{C,\text{max}} = \frac{1}{\omega_0 RC} U_0 = q U_0$$

Dabei wird

$$q := \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (12)$$

als Güte oder Frequenzüberhöhung bezeichnet. Sie beschreibt den Faktor, um den die Spannung am Maximum erhöht wird.

3. Durchführung

Für den Versuch wird ein RCL -Kreis mit den folgenden Größen verwendet:

$$R_1 = (48,1 \pm 0,1) \, \Omega$$

$$R_2 = (509,5 \pm 0,5) \, \Omega$$

$$C = (2,093 \pm 0,003) \, \text{nF}$$

$$L = (10,11 \pm 0,03) \, \text{mH}$$

Dabei kann entweder R_1 oder R_2 verwendet werden. Außerdem existiert ein dritter Widerstand, der von $1 \, \text{k}\Omega$ bis $10 \, \text{k}\Omega$ frei regelbar ist. Der RCL -Kreis wird mithilfe eines Frequenzgenerators mit einem Innenwiderstand von $50 \, \Omega$ gespeist. Er kann verschiedene Signalformen sowie frei einstellbare Frequenzen liefern.

3.1. Gedämpfter RCL-Kreis

Im ersten Versuchsteil wird am Frequenzgenerator eine Rechteckspannung gewählt, für die eine geeignete Frequenz eingestellt wird. Deren Periode wird so gewählt, dass die Amplitude der Ausgangsspannung mindestens um den Faktor 3 abfällt. Für die Dämpfung wird hier der kleinere Widerstand R_1 genutzt.

Das Oszilloskopbild wird festgehalten und anschließend verwendet, um Wertepaare der Amplitude und Zeit abzulesen. Mithilfe dieser Daten kann dann der effektive Dämpfungswiderstand R_{eff} bestimmt werden.

3.2. Aperiodischer Grenzfall

Es soll nun der Widerstand R_{ap} bestimmt werden, bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt. Dafür wird derselbe Versuchsaufbau wie in 3.1 verwendet, wobei der Widerstand R_1 durch den regelbaren Widerstand ersetzt wird.

Dieser wird zu Beginn auf dem maximalen Wert, also $10 \, \text{k}\Omega$ eingestellt, sodass sich ein überdämpfter Spannungsverlauf ergibt. Nun verringert man den Widerstand, bis auf

dem Oszilloskop eine Überschwingung zu erkennen ist. Zuletzt wird der Widerstand wieder erhöht, bis die Überschwingung gerade verschwindet. Dann kann der eingestellte Widerstand R_{ap} abgelesen werden.

3.3. Angeregter RLC-Kreis

Für den letzten Versuchtsteil wird am Frequenzgenerator eine Sinusspannung verwendet. Untersucht werden soll nun die Frequenzabhängigkeit der Spannungsamplitude und des Phasenversatzes des Ausgangssignals. Dafür wird die Frequenz ausgehend von 10 kHz schrittweise auf 50 kHz erhöht. Für jede einzelne Frequenz wird dann jeweils die Amplitude der Ausgangsspannung sowie der Phasenversatz zwischen Eingangs- und Ausgangssignal dem Oszilloskopbild entnommen.

Für die genaue Bestimmung des Phasenversatzes werden am Oszilloskop der Abstand a der Nulldurchgänge sowie die Periodendauer b abgelesen, aus denen dann der Phasenversatz berechnet werden kann.

4. Auswertung

4.1. Zeitabhängigkeit der Amplitude

Aus dem Oszilloskopbild (Abbildung 2) wird die Höhe der einzelnen Peaks zu den jeweiligen Zeitpunkten abgelesen und in Tabelle 1 festgehalten.

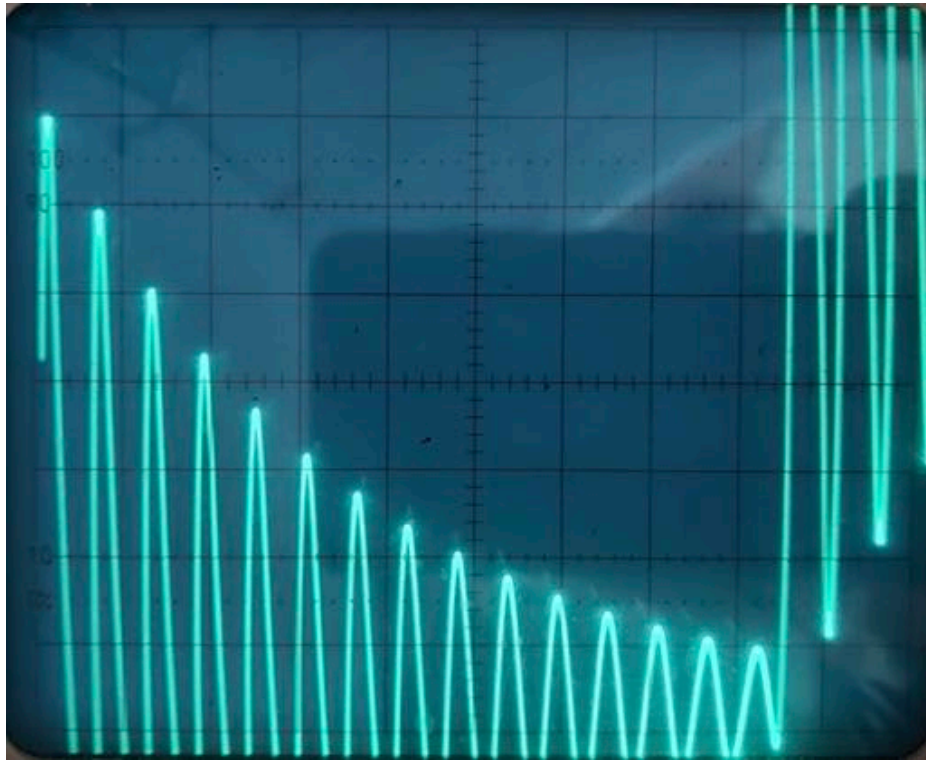


Abbildung 2: Bild des Oszilloskopbildschirms aus dem die Höhe der Amplituden der einzelnen Peaks abgelesen wird.

Tabelle 1: Amplitude der einzelnen Peaks aus Abbildung 2 zu den jeweiligen Zeitpunkten t .

$t / \mu\text{s}$	U / V
27,3	6,0
54,5	5,0
81,8	4,1
109,0	3,3
136,3	2,7
163,6	2,2
190,7	1,8
218,1	1,4
246,4	1,1
272,8	0,8
300,1	0,5
327,2	0,4
354,5	0,2
381,9	0,1

Die Messwerte werden graphisch dargestellt. Für die logarithmische Darstellung der Messwerte $\frac{U}{U_0}$ mit dem Wert $U_0 = 6 \text{ V}$ wird mit der Python-Erweiterung *scipy* [1] eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt und es ergibt sich die Ausgleichsgerade

$$\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = (-0,0106 \pm 0,0007) \frac{1}{\mu\text{s}} \cdot t + (0,3013 \pm 0,0007). \quad (13)$$

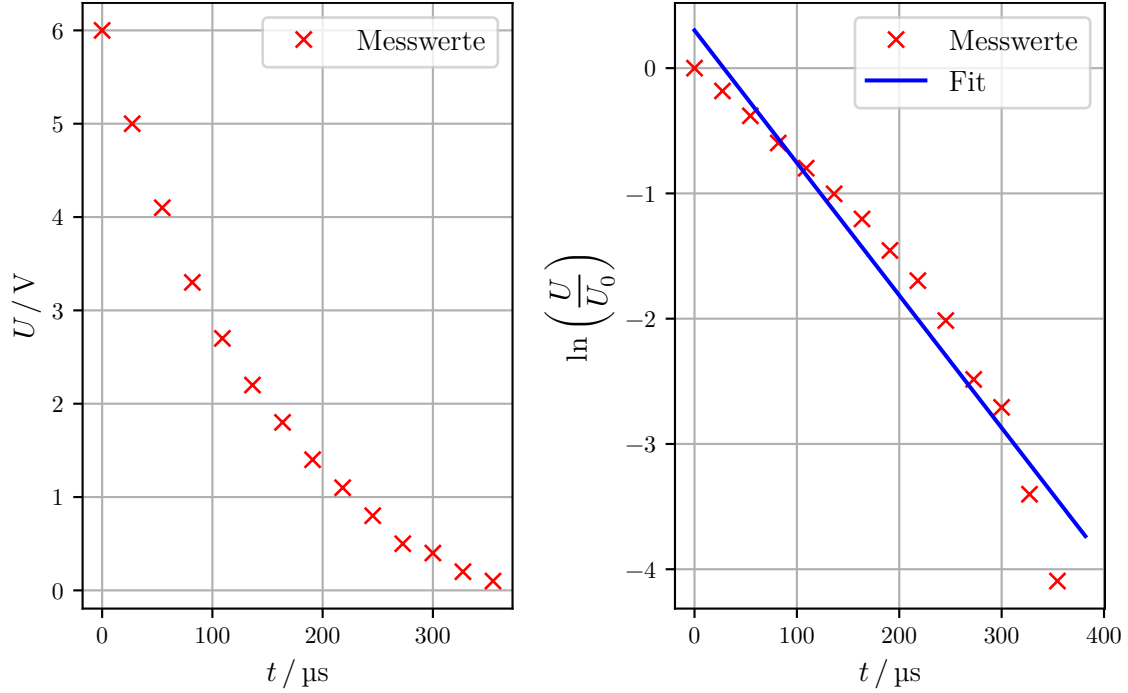


Abbildung 3: Zeitabhängigkeit der Spannung

4.1.1. Effektiver Widerstand R_{eff}

Um den effektiven Widerstand des Schwingkreises herauszufinden, wird (2) verwendet. Der Faktor $2\pi\mu$ ergibt sich als Steigung der Ausgleichsgeraden (13):

$$R_{\text{eff,experiment}} = (214 \pm 14) \Omega.$$

Der theoretisch zu bestimmende Effektivwiderstand $R_{\text{eff,theorie}}$ setzt sich aus dem verwendeten Widerstand R_1 und dem Innenwiderstand des Frequenzgenerators von etwa 50Ω zusammen zu

$$R_{\text{eff,theorie}} = (98,10 \pm 0,10) \Omega.$$

4.1.2. Abklingzeit T_{ex}

Nach (4) ergibt sich die experimentell ermittelte Abklingzeit zu

$$T_{\text{ex,experimentell}} = (95 \pm 6) \mu\text{s}.$$

Ebenfalls mithilfe von (4) wird der theoretische Wert der Abklingzeit bestimmt zu

$$T'_{\text{ex,theoretisch}} = 206,12 \mu\text{s}.$$

Die Messunsicherheit von $T_{\text{ex,theoretisch}}$ wird mithilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\begin{aligned}\Delta T_{\text{ex,theoretisch}} &= \sqrt{\left(\frac{dT_{\text{ex}}}{dL} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{dT_{\text{ex}}}{dR} \Delta R\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2}{R} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{-2L}{R^2} \Delta R\right)^2} \\ &\approx 0,21 \mu\text{s}\end{aligned}$$

Für die theoretische Abklingzeit $T_{\text{ex,theoretisch}}$ ergibt sich folglich der Wert

$$T_{\text{ex,theoretisch}} = (206,12 \pm 0,21) \mu\text{s}.$$

4.2. Aperiodischer Grenzfall

Nach der Vorgehensweise aus 3.2 ergibt sich für den gesuchten Widerstand

$$R_{\text{ap}} = (3,40 \pm 0,01) \text{ k}\Omega.$$

Als Referenz wird außerdem der theoretische Wert berechnet, der sich aus (5) ergibt. Dessen Fehler bestimmt sich mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\begin{aligned}\Delta R_{\text{ap}} &= \sqrt{\left(\frac{dR_{\text{ap}}}{dL} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{dR_{\text{ap}}}{dC} \Delta C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{LC}}{C^2} \Delta C\right)^2} \\ &\approx 7 \Omega\end{aligned}$$

Insgesamt erhält man also aus der Theorie:

$$R_{\text{ap,theoretisch}} = (4,396 \pm 0,007) \text{ k}\Omega.$$

4.3. Frequenzabhängigkeit der Spannung

In Tabelle 2 ist die frequenzabhängige Spannungsamplitude des Frequenzgenerators U_0 und des Ausgangssignals U aufgeführt. Es wird im weiteren Verlauf mit dem Verhältnis $\frac{U}{U_0}$

gearbeitet, damit sich eine mögliche Frequenzabhängigkeit von U_0 relativiert und das Ergebnis nicht verfälscht.

Zuerst wird $\frac{U}{U_0}$ in Abbildung 4 halblogarithmisch gegen die Frequenz geplottet. Zusätzlich wird zur Übersichtlichkeit der theoretische Verlauf, der durch (9) beschrieben wird, eingefügt.

Es lässt sich aus Abbildung 4 und mithilfe von (12) nun die Resonanzüberhöhung q_{exp} bestimmen.

$$q_{\text{exp}} = 3,9.$$

Anschließend soll die Breite der Resonanzkurve bestimmt werden. Dafür wird der Spannungsverlauf im Resonanzbereich in Abbildung 5 geplottet. Damit werden entsprechend (11) f_+ und f_- als die Frequenzen bestimmt, bei denen die Spannung auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Fache des Maximums abgefallen ist. Aus deren Differenz ergibt sich dann die Breite der Resonanzkurve experimentell zu

$$\Delta f_{\text{exp}} = 37,7 \text{ kHz} - 28,9 \text{ kHz} = 8,8 \text{ kHz}.$$

Als nächstes werden die ermittelten Werte mit den theoretischen Werten verglichen. Die Breite der Resonanzkurve kann nach (11) abgeschätzt werden zu

$$\Delta f_{\text{theorie}} = (8,808 \pm 0,008) \text{ kHz}$$

und steht somit in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis.

Die Resonanzüberhöhung lässt sich ebenfalls mit (12) theoretisch berechnen und lautet

$$q_{\text{theorie}} = 3,928 \pm 0,003.$$

Hierfür wird die Resonanzfrequenz ω_{res} mithilfe von (10) berechnet:

$$\omega_{\text{res}} = (213,839 \pm 0,006) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}}$$

Also kann auch hier eine gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment festgestellt werden.

Tabelle 2: Messwertpaare der zur Frequenz f zugehörigen Amplituden U_0 , U sowie der Relativamplitude $\frac{U}{U_0}$.

f / Hz	U_0 / V	U / V	$\frac{U}{U_0}$
10	3,6	4,0	1,1
15	3,6	4,2	1,2
20	3,6	5,2	1,4
22	3,6	6,0	1,7
24	3,6	6,6	1,8
26	3,6	7,6	2,1
28	3,6	9,0	2,5
29	3,6	10,0	2,8
30	3,6	11,0	3,1
31	3,6	12,5	3,5
32	3,6	13,0	3,6
33	3,6	14,0	3,9
34	3,6	13,8	3,8
35	3,6	13,0	3,6
36	3,6	12,0	3,4
37	3,6	11,0	3,1
38	3,6	9,5	2,6
40	3,6	7,6	2,1
42	3,6	6,0	1,6
45	3,6	4,4	1,2
47	3,6	3,8	1,1

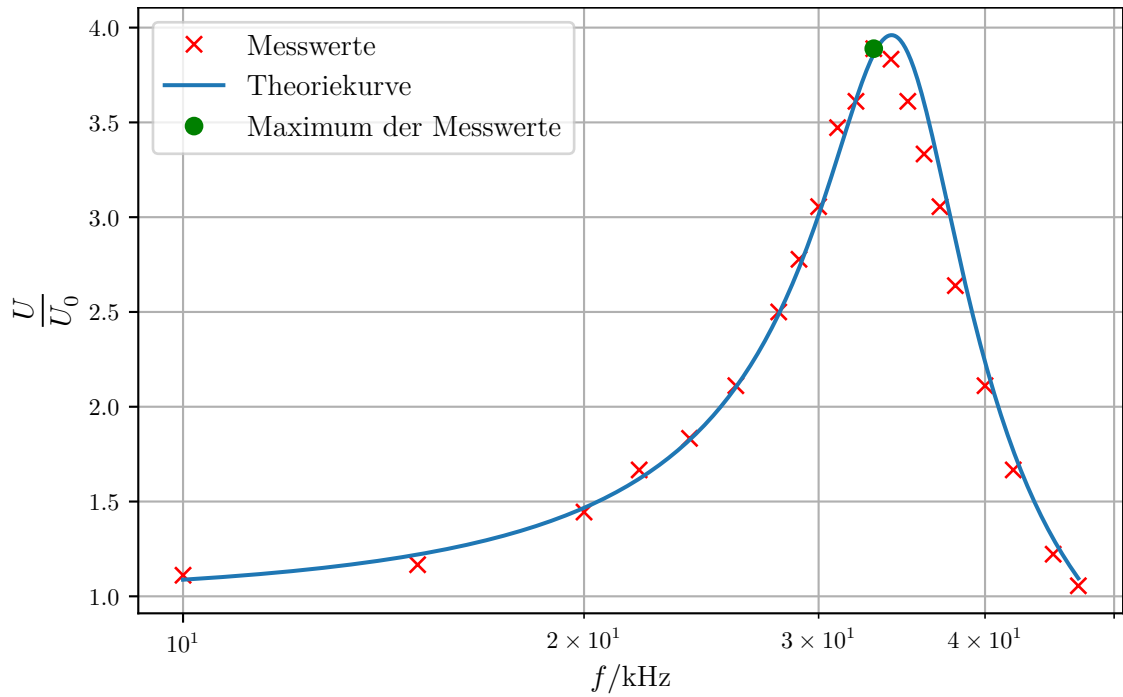


Abbildung 4: Frequenzabhängigkeit der Spannung mit Theoriekurve (9)

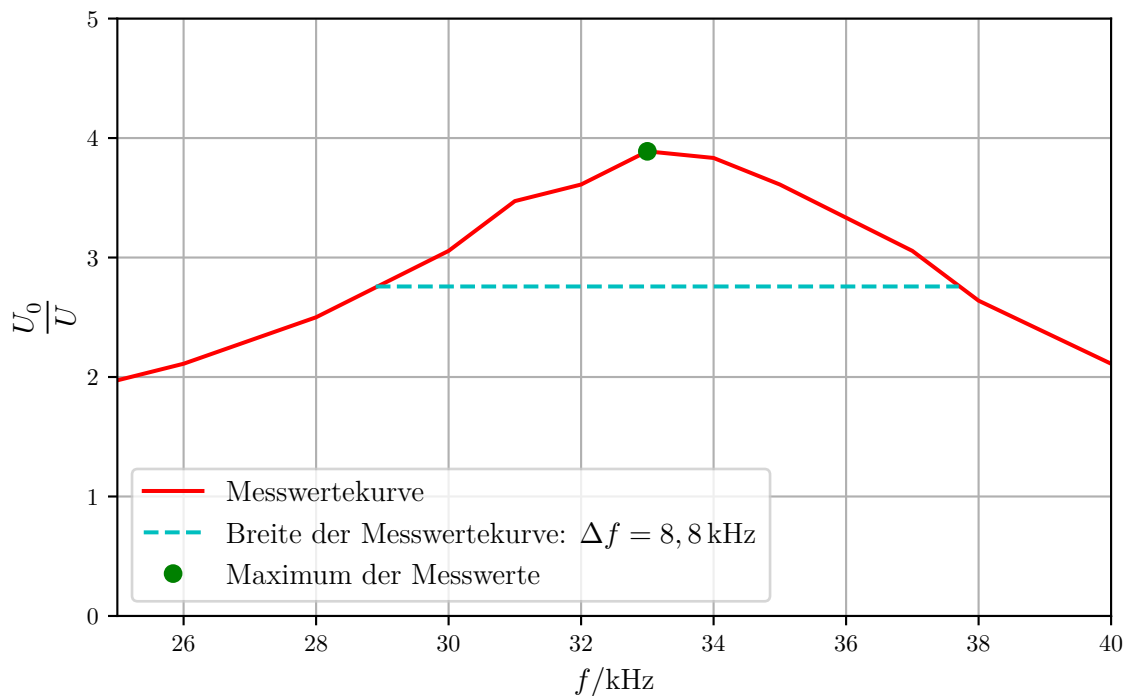


Abbildung 5: Linearer Plot der Messwerte als Kurve im Resonanzbereich

4.4. Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Die Messwerte für a und b sind in Tabelle 3 festgehalten. Der Phasenversatz φ wird daraus berechnet mit

$$\varphi = \frac{2\pi a}{b}. \quad (14)$$

In Abbildung 6 sind diese Werte halblogarithmisch geplottet. Es wurde zusätzlich die Theoriekurve entsprechend (6) eingefügt.

Anschließend wird der Bereich um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ in Abbildung 7 linear dargestellt. Aus dieser Darstellung können nun die Werte für f_{res} , f_1 und f_2 entnommen werden:

$$f_{\text{res,exp}} = 34,3 \text{ kHz}$$

$$f_{1,\text{exp}} = 30,4 \text{ kHz}$$

$$f_{2,\text{exp}} = 39,4 \text{ kHz}.$$

Mithilfe von (10), (7) und (8) können diese Werte auch theoretisch bestimmt werden zu

$$f_{\text{res,theorie}} = (34,033 \pm 0,001) \text{ kHz}$$

$$f_{1,\text{theorie}} = (30,473 \pm 0,003) \text{ kHz}$$

$$f_{2,\text{theorie}} = (39,282 \pm 0,004) \text{ kHz}.$$

Hier zeigt sich ebenfalls eine gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und experimentellen Werten.

Tabelle 3: Messwertepaare der von der Frequenz f abhängigen Phasenverschiebung φ , die aus dem Phasenversatz a und der Periodenlänge b berechnet wird.

f / Hz	$a / \mu\text{m}$	$b / \mu\text{m}$	φ
10	1,0	98	0,064
15	1,0	75	0,083
20	1,2	49	0,153
22	1,6	44	0,228
24	1,8	41	0,275
26	2,2	38	0,363
28	2,8	35	0,502
29	3,4	34	0,628
30	3,8	33	0,723
31	4,4	32	0,863
32	5,0	31	1,013
33	6,0	30	1,256
34	7,0	29	1,516
35	7,8	29	1,689
36	8,4	28	1,884
37	9,0	27	2,094
38	9,2	26	2,223
40	9,6	25	2,412
42	9,7	24	2,539
45	9,6	22	2,741
47	9,6	21	2,872

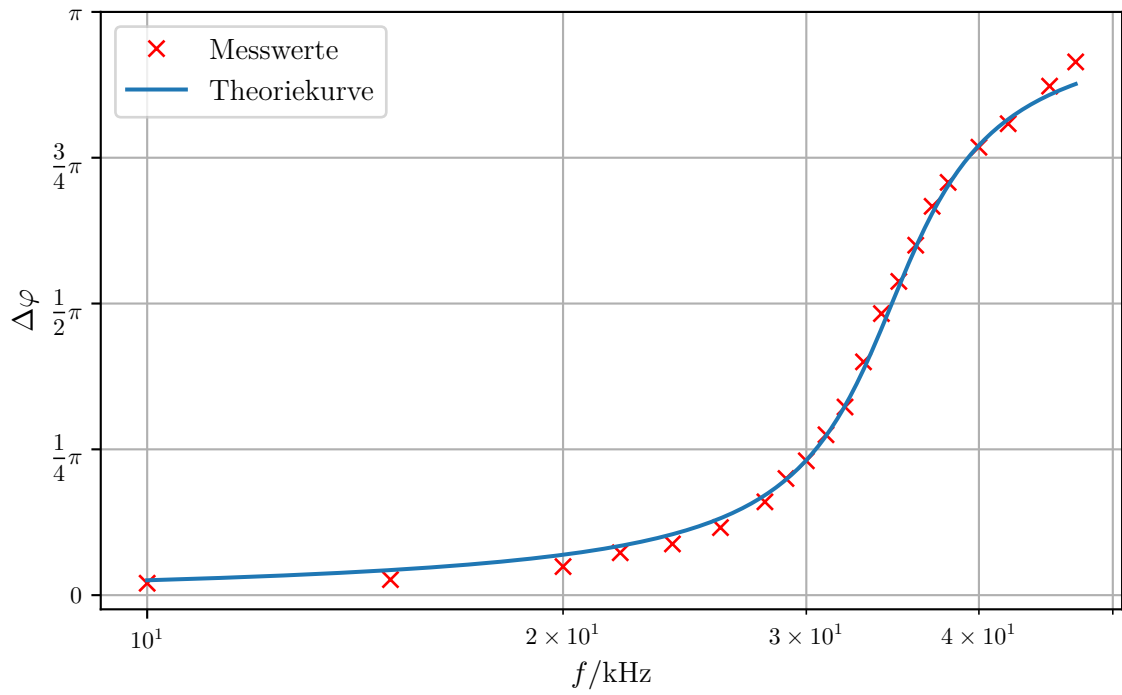


Abbildung 6: Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung.

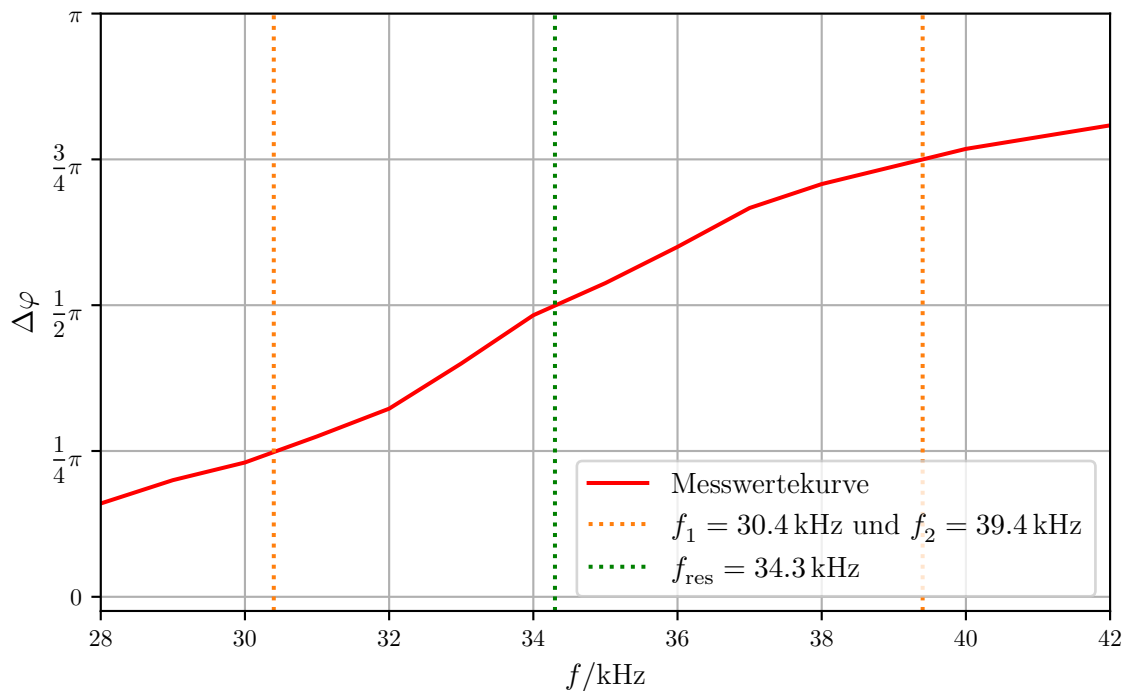


Abbildung 7: Linearer Plot der Messwerte als Kurve im Bereich um $\frac{\pi}{2}$.

5. Diskussion

Der theoretische und der experimentelle Wert des Effektivwiderstands R_{eff} weichen um etwas mehr als den Faktor 2 voneinander ab. Eine mögliche Erklärung liegt darin, dass zwar der Innenwiderstand des Frequenzgenerators berücksichtigt wird, allerdings die Leitungswiderstände vollständig unbetrachtet bleiben. Weiterhin können auch kleine Ablesefehler der Spannung der einzelnen Peaks auf dem Oszilloskopbildschirm in Abbildung 2 im Folgenden zu großen Unsicherheiten führen. Diese Unsicherheiten werden besonders im Plot Abbildung 3 deutlich, da hier der y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgerade (13) signifikant von null abweicht und die Messwerte teilweise stark vom Fit abweichen. Die Abklingzeiten ergeben sich zu

$$\begin{aligned} T_{\text{ex,theoretisch}} &= (206,12 \pm 0,21) \mu\text{s} \\ T_{\text{ex,experimentell}} &= (95 \pm 6) \mu\text{s}. \end{aligned}$$

Durch die eventuellen Ablesefehler ließen sich auch die um etwa Faktor 2 verschiedenen Abklingzeiten T_{ex} erklären.

Bei dem Widerstand, bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, weicht der experimentelle Wert um rund 29 % von dem theoretisch zu erwartenden Wert ab. Die Werte lauten hier

$$\begin{aligned} R_{\text{ap,theoretisch}} &= (4,395 \pm 0,007) \text{ k}\Omega \\ R_{\text{ap,experimentell}} &= (3,40 \pm 0,01) \text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Dies lässt sich nicht mit den zu erwartenden Messunsicherheiten erklären, möglich sind auch hier Ablesefehler an dem Oszilloskopbildschirm. Außerdem wird diese Messung nur einmal durchgeführt. Daher wäre eine Verbesserung bei mehrmaliger Messung gegebenenfalls denkbar.

Die experimentellen Werte für die Breite der Resonanzkurve und die Resonanzüberhöhung liegen jeweils im Fehlerbereich von dem theoretischen Wert:

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{exp}} &= 8,8 \text{ kHz} \\ \Delta f_{\text{theorie}} &= (8,808 \pm 0,008) \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{\text{theorie}} &= 3,928 \pm 0,003 \\ q_{\text{exp}} &= 3,9 \end{aligned}$$

Die Messwerte für die Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung weichen alle um

weniger als 1 % von den Theoriewerten ab, liegen allerdings nicht in dem Fehlerbereich.

$$f_{\text{res,exp}} = 34,3 \text{ kHz}$$

$$f_{1,\text{exp}} = 30,4 \text{ kHz}$$

$$f_{2,\text{exp}} = 39,4 \text{ kHz}$$

$$f_{\text{res,theorie}} = (34,033 \pm 0,001) \text{ kHz}$$

$$f_{1,\text{theorie}} = (30,473 \pm 0,003) \text{ kHz}$$

$$f_{2,\text{theorie}} = (39,282 \pm 0,004) \text{ kHz}.$$

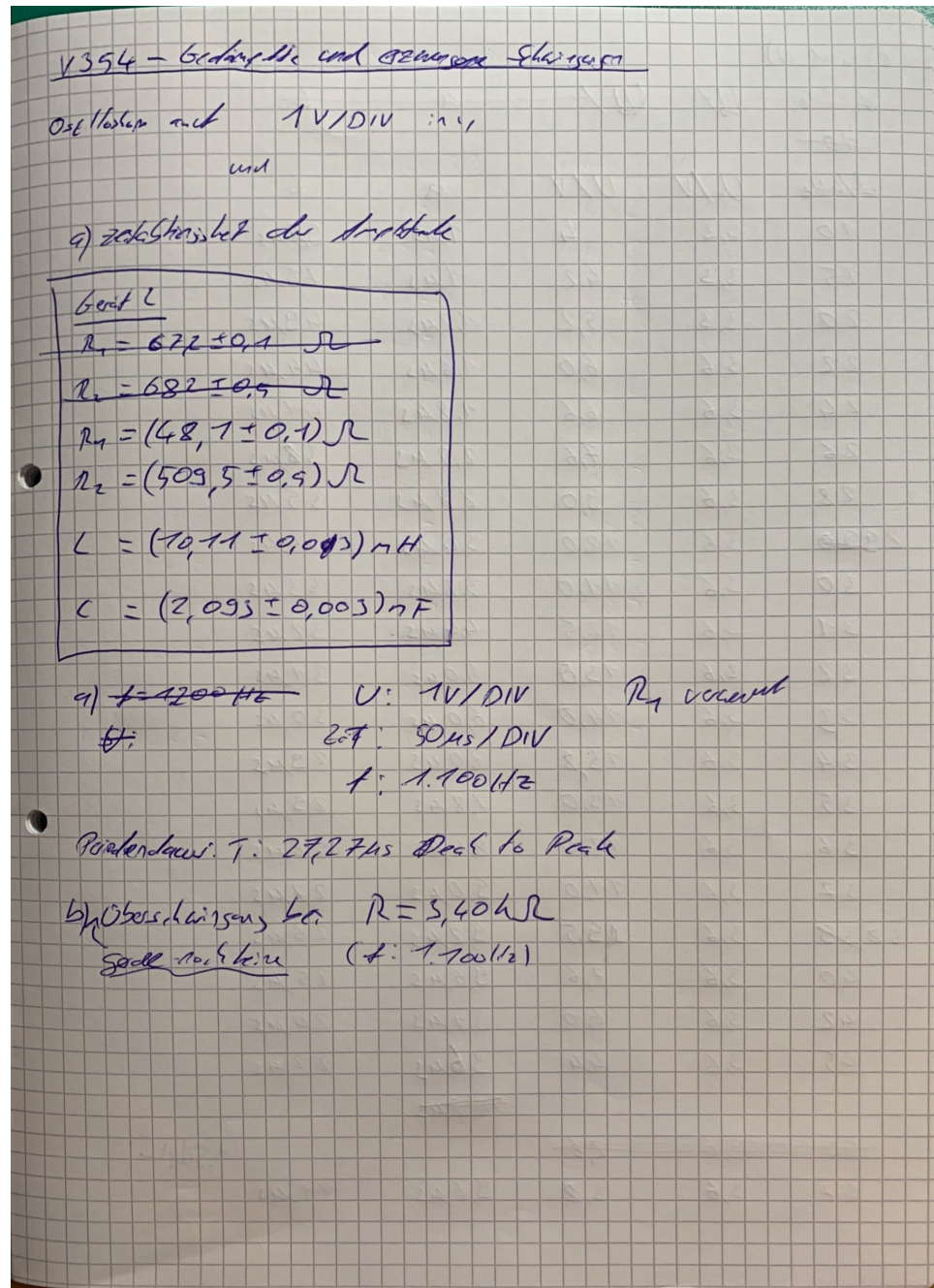
Aufgrund der geringen Abweichung ist auch hier von kleinen Ablesefehlern auszugehen.

Literatur

- [1] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [2] *Versuch V354: Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. TU Dortmund, Fakultät Physik.

A. Anhang

A.1. Originaldaten



c) und d)

~~1/kHz~~ ~~U/V~~ ~~U/V~~ ~~a~~ ~~b~~

10				
1/kHz	U ₀ /V	U/V	a	b
10	3,3	4	1μs	58μs
15	3,3	4,2	1μs	75μs
20	3,3	5,2	1,2μs	49μs
22	3,6	6,0	1,6μs	44μs
24	3,6	6,6	1,8μs	41μs
26	3,6	7,6	2,2μs	38μs
28	3,6	9,0	2,8μs	35μs
29,3	3,6	10,0	3,4μs	34μs
30	3,6	11,0	3,8μs	33μs
31	3,6	12,5	4,4μs	32μs
32	3,6	13,0	5,0μs	31μs
- 33	3,6	14,0	6,0μs	30μs
34	3,6	13,8	7,0μs	29μs
35	3,6	13,0	7,8μs	29μs
36	3,6	12,0	8,4μs	28μs
37	3,6	11,0	9,0μs	27μs
38,3	3,6	9,5	9,2μs	26μs
40	3,6	7,6	9,6μs	25μs
42	3,6	6,0	9,7μs	24μs
45	3,6	4,4	9,6μs	22μs
			10,8μs	
50	3,6	2,6		
47	3,6	3,8	9,6μs	21μs

JSchL