

V503

Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Theodor Zies

theodor.zies@tu-dortmund.de

Tom Troska

tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.05.2022

Abgabe: 17.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung	3
2. Theorie	3
2.1. Freies Fallen	3
2.2. Sinken und Steigen	3
2.3. Cunningham-Korrektur	4
3. Durchführung	4
3.1. Versuchsaufbau	4
3.2. Messung der Geschwindigkeiten	5
4. Auswertung	6
4.1. Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten der Öltröpfchen	6
4.2. Bestimmung der Ladung und Radien der Öltröpfchen	7
4.3. Bestimmung der Elementarladung	8
4.4. Berechnung der Avogadrokonstante	10
5. Diskussion	10
Literatur	10
A. Anhang	12
A.1. Abbildungen zur Bestimmung der Viskosität der Luft	12
A.2. Originaldaten	13

1. Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es, mithilfe der Steig- und Sinkgeschwindigkeit von Öltröpfchen in einem elektrischen Feld die Elementarladung e_0 zu bestimmen.

2. Theorie

Um die besagte Elementarladung e_0 zu bestimmen, wird die von Millikan benutzte Öltröpfchenmethode angewendet. Mithilfe eines Zerstäubers werden sehr kleine Öltröpfchen in ein vertikales E-Feld eines Plattenkondensators gesprüht. Aufgrund der dabei auftretenden Reibung werden die Tröpfchen geladen, diese Ladung muss einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung entsprechen.

Es werden nun drei mögliche Fälle und die dort herrschenden Kräfte betrachtet, um daraus abschließend die Ladung eines Tröpfchens bestimmen zu können.

2.1. Freies Fallen

Zuerst wird kein Feld im Kondensator erzeugt und das Verhalten des freien Tröpfchens betrachtet. In diesem Fall wirkt auf das Öltröpfchen der Masse m und Radius r die Gewichtskraft $F_G = mg$, sodass es beginnt sich nach unten zu bewegen. Dem entgegen wirkt dann aufgrund der Luft mit der Viskosität η_L im Kondensator die Stokessche Reibungskraft $F_R = 6\pi r\eta_L v$. Nach kurzer Zeit stellt sich ein Kräftegleichgewicht ein, das Tröpfchen sinkt dann mit konstanter Geschwindigkeit v_0 .

2.2. Sinken und Steigen

Nun wird eine Spannung an den Kondensator angelegt, sodass ein elektrisches Feld zwischen den Plattenkondensators existiert. Auf das Öltröpfchen wirkt nun zusätzlich die elektrostatische Kraft $F_{el} = qE$, deren Richtung durch Umpolen der Spannung entweder nach oben oder nach unten gewählt werden kann.

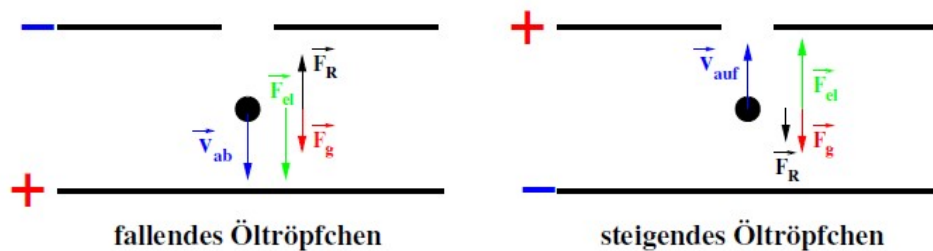


Abbildung 1: Kräftegleichgewicht für einen fallenden bzw. steigenden Tropfen in homogenem elektrischen Feld [4].

In Abbildung 1 sind für beide Szenarien alle wirkenden Kräfte samt Richtung eingezeichnet.

Wählt man eine elektrische Kraft nach unten, so bewegt sich das Tröpfchen nach kurzer Zeit mit einer konstanten Geschwindigkeit v_{ab} abwärts. Berücksichtigt man den Auftrieb in der Luft, so ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht die Gleichung

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})g - 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{ab}} = -qE. \quad (1)$$

Bei umgekehrten elektrischen Feld stellt sich eine konstante Aufwärtsbewegung ein mit einer Geschwindigkeit v_{auf} , hier lautet die Gleichung

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} + \rho_{\text{L}})g + 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{ab}} = qE. \quad (2)$$

Die Ladung q sowie der Radius r des Öltröpfchens lassen sich zusammen aus (1) und (2) bestimmen und es ergeben sich die Zusammenhänge:

$$q = \frac{9}{2}\pi\sqrt{\frac{\eta_{\text{L}}^3(v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}})}{g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})}} \cdot \frac{v_{\text{ab}} + v_{\text{auf}}}{E}. \quad (3)$$

$$r = 3\sqrt{\frac{\eta_{\text{L}}(v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}})}{2g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})}} \quad (4)$$

Für die Geschwindigkeiten muss dabei gelten

$$2v_0 = v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}. \quad (5)$$

2.3. Cunningham-Korrektur

In diesem Versuch sind die Öltröpfchen so klein, dass ihr Durchmesser kleiner als die mittlere freie Weglänge in Luft ist. Daher muss die Viskosität der Luft η_{L} mit dem *Cunningham-Korrekturterm* versehen werden und die effektive Viskosität lautet

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{L}} \left(\frac{1}{1 + B\frac{1}{pr}} \right).$$

Dabei ist $B = 6.17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ [4] mit $1 \text{ Torr} \approx 133,322 \text{ Pa}$ [3]. Mit dieser Korrektur ergibt sich für die Ladung

$$q_{\text{kor}} = q_0 \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{3/2} \quad (6)$$

3. Durchführung

3.1. Versuchsaufbau

Für den Versuch wird der in Abbildung 2 dargestellte Aufbau verwendet. Die wesentlichen Bestandteile gehen aus der Theorie hervor, der verwendete Kondensator ist mit einem Schalter verbunden, sodass die Spannung zügig umgekehrt oder abgeschaltet werden

kann. Über dem Kondensator befindet sich eine Öffnung, durch die mit einem Zerstäuber Öltröpfchen gesprüht werden können. Sollte deren Ladung zu gering sein, können diese mithilfe eines leicht radioaktiven α -Präparates (hier Thorium) ionisiert werden, um die Ladung zu erhöhen. Eine Halogenlampe beleuchtet die Öltröpfchen sowie den Kondensator von innen, an dessen Rückseite ist ein Gitter aufgezeichnet. Mit einem Mikroskop schaut man von Vorne in den Kondensator und beobachtet die Bewegung der Öltröpfchen vor dem Gitter, sodass deren Geschwindigkeit ermittelt werden kann. Die Spannung am Kondensator sowie die darin herrschende Temperatur können mithilfe von zwei angeschlossenen Multimetern gemessen werden, die Temperatur wird dabei indirekt über einen Widerstand bestimmt.

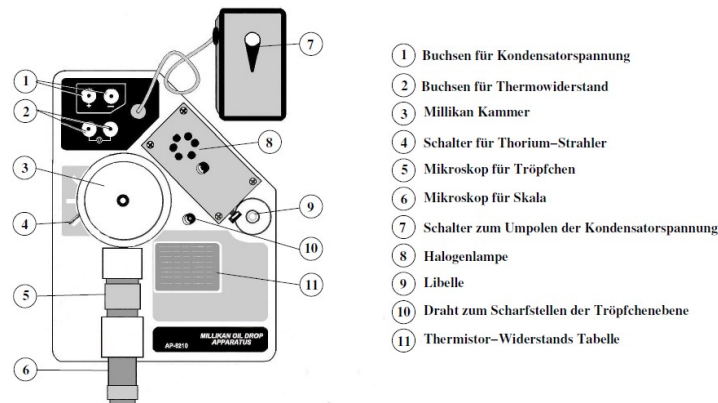


Abbildung 2: Versuchsaufbau mit Beschriftung [4].

3.2. Messung der Geschwindigkeiten

Insgesamt werden fünf Messreihen durchgeführt, die bis auf die Ausgangsparameter alle identisch sind. Für die erste Messreihe wird eine Kondensatorspannung von $U = 150 \text{ V}$ eingestellt sowie der temperaturabhängige Widerstand gemessen. Es werden nun Öltröpfchen in den Kondensator gesprüht und deren Verhalten bei aktiviertem E-Feld beobachtet. Sollte die Bewegung zu langsam sein, werden die Tröpfchen kurz bestrahlt, um die Ladung zu erhöhen. Nachdem ein gut sichtbares Tröpfchen ausgewählt wurde, kann mit der Messung begonnen werden. Es werden die Geschwindigkeiten v_{auf} und v_{ab} bestimmt, indem die Zeit gemessen wird, die dieses Tröpfchen zum Zurücklegen einer festgelegten Strecke zwischen zwei Linien des Gitters benötigt. Hierfür wird das elektrische Feld mittels des Schalters aktiviert und die Richtung jeweils hin und her gewechselt. Diese Messung wird drei mal wiederholt, anschließend wird noch die Fallgeschwindigkeit v_0 des selben Tröpfchens gemessen. Dieses Vorgehen wird für vier weitere Öltröpfchen wiederholt.

Bei den vier weiteren Messreihen wird lediglich die Kondensatorspannung variiert, hierfür wird die ursprüngliche Spannung pro Messreihe um $\Delta U = 25 \text{ V}$ erhöht.

4. Auswertung

4.1. Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten der Öltröpfchen

Aus den aufgenommenen Steig- und Sinkgeschwindigkeiten wird die mittlere Geschwindigkeit eines jeden Tröpfchens mit dazugehöriger Abweichung mithilfe der *python*-Erweiterung *uncertainties* [2] bestimmt. Die daraus resultierenden Geschwindigkeiten werden in Tabelle 1 dargestellt.¹

Tabelle 1: Mittleren Geschwindigkeiten der Öltröpfchen bei verschiedenen Spannungen.

Spannung	Tröpfchen	$v_{\text{auf}} / 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v_{\text{ab}} / 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
150 V	1	3,628	4,677
	2	$3,454 \pm 0,345$	$4,385 \pm 0,770$
	3	$5,223 \pm 0,040$	$6,504 \pm 0,538$
	4	$5,101 \pm 0,268$	$7,435 \pm 0,090$
	5	$8,217 \pm 0,548$	$7,114 \pm 0,543$
175 V	1	$7,828 \pm 0,299$	$8,091 \pm 0,139$
	2	$23,12 \pm 1,33$	$23,15 \pm 0,62$
	3	$6,657 \pm 0,215$	$5,911 \pm 0,053$
	4	$12,57 \pm 0,30$	$12,11 \pm 0,53$
	5	$12,34 \pm 0,32$	$11,76 \pm 0,72$
200 V	1	$13,67 \pm 0,29$	$13,70 \pm 0,04$
	2	$5,274 \pm 0,188$	$1,026 \pm 0,040$
	3	$4,250 \pm 0,168$	$8,425 \pm 0,558$
	4	$6,884 \pm 0,275$	$7,365 \pm 0,356$
	5	$6,517 \pm 0,223$	$6,933 \pm 0,121$
225 V	1	$7,483 \pm 0,391$	$7,995 \pm 0,291$
	2	$6,126 \pm 0,068$	$7,190 \pm 0,355$
	3	$3,514 \pm 0,222$	$4,652 \pm 0,395$
	4	$10,90 \pm 0,10$	$10,50 \pm 0,44$
	5	$8,738 \pm 0,233$	$8,115 \pm 0,507$
250 V	1	$11,26 \pm 0,57$	$10,92 \pm 0,75$
	2	$11,81 \pm 0,84$	$11,69 \pm 0,20$
	3	$9,996 \pm 0,123$	$9,904 \pm 0,526$
	4	$20,05 \pm 0,89$	$20,91 \pm 0,41$
	5	$7,316 \pm 0,149$	$8,580 \pm 0,196$

¹Anm: Die Versuchsanleitung fordert eigentlich die Bestimmung der Fallgeschwindigkeit v_0 der Öltröpfchen bei ausgeschaltetem E-Feld. Bereits während des Versuchs stellte sich heraus, dass diese Werte unplausibel und nicht verwertbar sind, weshalb auf die Aufnahme und Betrachtung von v_0 verzichtet wird.

4.2. Bestimmung der Ladung und Radien der Öltröpfchen

Mithilfe der zuvor berechneten Steig- und Sinkgeschwindigkeiten der Öltröpfchen und der Formel (4) wird der Radius eines jeden Öltröpfchens bestimmt. Dafür wird außerdem die Viskosität der Luft η_L benötigt. Diese ist abhängig von der Temperatur über einen Zusammenhang der über Abbildung 5 gegeben ist. Die Temperatur in dem Kondensator wird allerdings nicht direkt gemessen, sondern wird über einen Thermowiderstand und die dazugehörige Tabelle aus Abbildung 4 bestimmt.

Darüber hinaus lässt sich über Formel (3) die Ladung der Öltröpfchen bestimmen, welche von denselben Parametern wie der Radius abhängt.

Aufgrund der Tatsache, dass die Öltröpfchen kleiner als die mittlere freie Weglänge in dem Plattenkondensators sind, muss die Ladung nach Cunningham und somit nach Gleichung (6) korrigiert werden.

Die Werte der Radien, sowie die unkorrigierten und korrigierten Ladungen der Öltröpfchen sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Radien, unkorrigierte und korrigierte Ladungen der Öltröpfchen bei verschiedenen Spannungen.

Spannung	Tröpfchen	$r / 10^{-7} \text{ m}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$q_{\text{kor}} / 10^{-19} \text{ C}$
150 V	1	3,176	$1,657 \pm 0,001$	$2,086 \pm 0,001$
	2	$2,992 \pm 1,357$	$1,473 \pm 0,783$	$1,878 \pm 0,817$
	3	$3,510 \pm 0,740$	$2,585 \pm 0,663$	$3,191 \pm 0,690$
	4	$4,739 \pm 0,287$	$3,731 \pm 0,167$	$4,379 \pm 0,159$
	5	$3,258 \pm 1,140$	$3,136 \pm 1,110$	$3,928 \pm 1,117$
175 V	1	$1,595 \pm 0,997$	$1,368 \pm 0,837$	$2,074 \pm 0,828$
	2	$0,047 \pm 1,504$	$0,117 \pm 3,748$	$0,322 \pm 3,744$
	3	$2,683 \pm 0,397$	$1,817 \pm 0,298$	$2,374 \pm 0,307$
	4	$2,105 \pm 1,406$	$2,799 \pm 1,834$	$3,893 \pm 1,821$
	5	$2,376 \pm 1,608$	$3,086 \pm 2,022$	$4,154 \pm 2,000$
200 V	1	$0,492 \pm 2,896$	$0,634 \pm 3,722$	$1,693 \pm 3,711$
	2	$6,933 \pm 0,310$	$5,066 \pm 0,339$	$5,667 \pm 0,354$
	3	$6,346 \pm 0,443$	$3,784 \pm 0,420$	$4,275 \pm 0,442$
	4	$2,154 \pm 1,007$	$1,444 \pm 0,688$	$1,995 \pm 0,694$
	5	$2,003 \pm 0,612$	$1,267 \pm 0,374$	$1,788 \pm 0,370$
225 V	1	$2,224 \pm 1,058$	$1,447 \pm 0,677$	$1,983 \pm 0,674$
	2	$3,204 \pm 0,544$	$1,794 \pm 0,350$	$2,255 \pm 0,362$
	3	$3,315 \pm 0,660$	$1,138 \pm 0,265$	$1,421 \pm 0,276$
	4	$1,966 \pm 1,100$	$1,768 \pm 0,957$	$2,508 \pm 0,943$
	5	$2,453 \pm 1,098$	$1,739 \pm 0,742$	$2,322 \pm 0,731$
250 V	1	$1,811 \pm 2,525$	$1,520 \pm 2,104$	$2,211 \pm 2,097$
	2	$1,095 \pm 3,807$	$0,974 \pm 3,418$	$1,705 \pm 3,442$
	3	$0,944 \pm 2,765$	$0,711 \pm 2,065$	$1,330 \pm 2,050$
	4	$2,880 \pm 1,650$	$4,464 \pm 2,490$	$5,739 \pm 2,471$
	5	$3,494 \pm 0,340$	$2,102 \pm 0,216$	$2,597 \pm 0,219$

4.3. Bestimmung der Elementarladung

Die korrigierten Ladungen der Öltröpfchen aus Tabelle 2 werden in Abbildung 3 veranschaulicht.

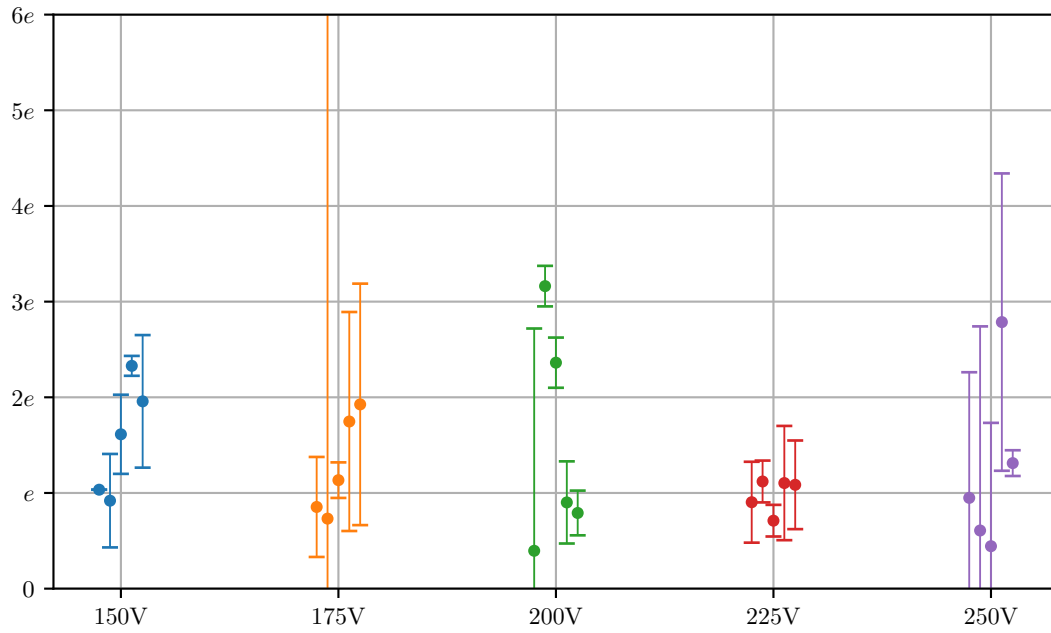


Abbildung 3: Veranschaulichung der korrigierten Ladungen der Öltröpfchen mit Unsicherheiten bei verschiedenen Spannungen.

Es fällt auf, dass viele der Ladungen eine große Unsicherheit aufweisen auf die in der Diskussion in Abschnitt 5 eingegangen wird.

Die Elementarladung wird bestimmt, indem der minimale Abstand der einzelnen Ladungen einer Messreihe berechnet wird. Dabei werden nur Abstände berücksichtigt, die größer als 10^{-19} C sind, um auszuschließen, dass Tröpfchen selber Ladung das Ergebnis verfälschen.²

Tabelle 3: Berechneten Elementarladungen bei verschiedenen Spannungen und deren Mittelwert.

Spannung	$e_0 / 10^{-19} \text{ C}$	$e_{0, \text{korr}} / 10^{-19} \text{ C}$
150 V	$1,112 \pm 1,025$	$1,105 \pm 0,690$
175 V	$1,269 \pm 2,044$	$(1,15 \pm 37,45)$
200 V	$1,282 \pm 0,540$	$1,393 \pm 0,566$
225 V		
250 V	$1,128 \pm 3,425$	$1,267 \pm 2,062$
Mittelwert	$1,198 \pm 1,038$	$1,255 \pm 0,749$

²Anm: Dies hat bei der Messreihe für 225 V zur Folge, dass keine Elementarladung bestimmt werden kann. Es ist davon auszugehen, dass die hier beobachteten Tröpfchen dieselbe Ladungsmenge hatten. Der Wert von $e_{0, \text{korr}}$ für die Spannung von 175 V wird aufgrund der extrem großen Unsicherheit ebenfalls nicht bei der Berechnung des Mittelwerts betrachtet.

4.4. Berechnung der Avogadrokonstante

Der Zusammenhang zwischen Elementarladung und Avogadrokonstante ist gegeben durch

$$N_A = \frac{F}{e_0}.$$

Hierbei bezeichnet F die Faraday-Konstante, welche den Wert $F = (96\,485,3399 \pm 0,0024) \text{ C/mol}$ [1] hat. Mit dem Mittelwert für $e_{0, \text{korr}}$ ergibt sich die Avogadrokonstante zu

$$N_A = (7,69 \pm 4,59) \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}.$$

5. Diskussion

Die experimentell ermittelten Werte für die Elementarladung und die Avogadrokonstante sind in Tabelle 4 dargestellt und werden mit Literaturwerten verglichen.

Tabelle 4: Experimentell ermittelte Größen im Vergleich zu Literaturwerten [1].

Größe	Exp.	Lit.	relative Abweichung
e_0	$(1,198 \pm 1,038) \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	25,22 %
$e_{0, \text{korr}}$	$(1,255 \pm 0,749) \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	21,66 %
N_A	$(7,69 \pm 4,59) \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$	27,70 %

Es fällt auf, dass sich die experimentellen Werte nicht mit den Literaturwerten vereinen lassen und die relativen Abweichungen sehr groß sind. Die Unsicherheiten der experimentellen Werte sind besonders groß. Dies könnte daran liegen, dass alle Werte allein aus den Steig- und Sinkzeiten der Öltröpfchen bestimmt werden und bereits diese Werte mit nicht zu vernachlässigenden Unsicherheiten behaftet sind. Diese Unsicherheiten entstehen, da die Steig- und Sinkzeiten der Öltröpfchen nicht besonders genau zu bestimmen sind, weil sich die Beobachtung der Tröpfchen als schwierig herausstellt. Dies liegt darin begründet, dass die Messapparatur aufgrund mangelhafter Beleuchtung nur eine Beobachtung der Tröpfchen in einem eingeschränkten Bereich zulässt. Durch eine bessere Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeiten der Öltröpfchen ließen sich die Unsicherheiten verringern.

Außerdem ist es möglich, dass die gewählte Methode zur Bestimmung der Elementarladung aus den Ladungen der einzelnen Öltröpfchen nicht optimal ist und verbessert werden sollte.

Literatur

- [1] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *HÜTTE - Das Ingenieurwissen*. Springer, 2008. ISBN: 9783540718512.

- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Torr. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Torr.html> (besucht am 11.05.2022).
- [4] *Versuch V503: Der Millikan-Öltröpfenversuch*. TU Dortmund, Fakultät Physik.

A. Anhang

A.1. Abbildungen zur Bestimmung der Viskosität der Luft

T [°C]	R [MΩ]	T [°C]	R [MΩ]	T [°C]	R [MΩ]
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 4: Tabelle zum Umrechnen des Widerstands des Theromelements in eine Temperatur [4].

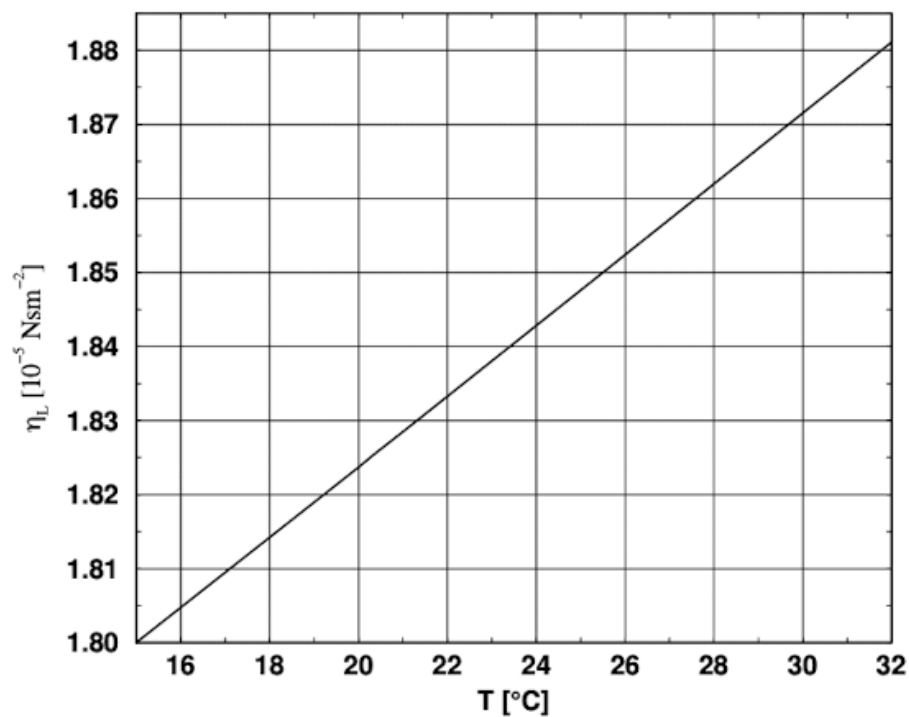
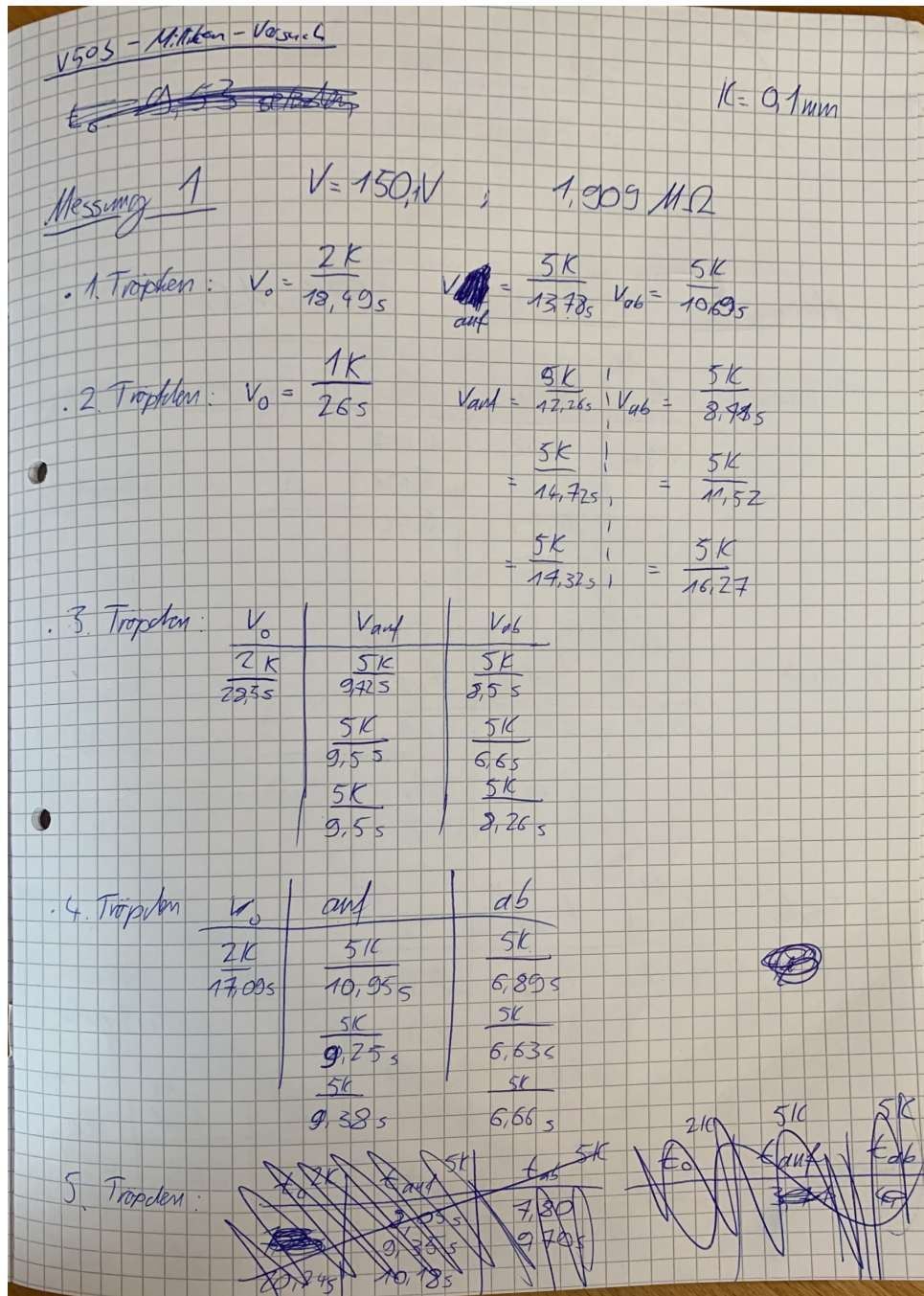
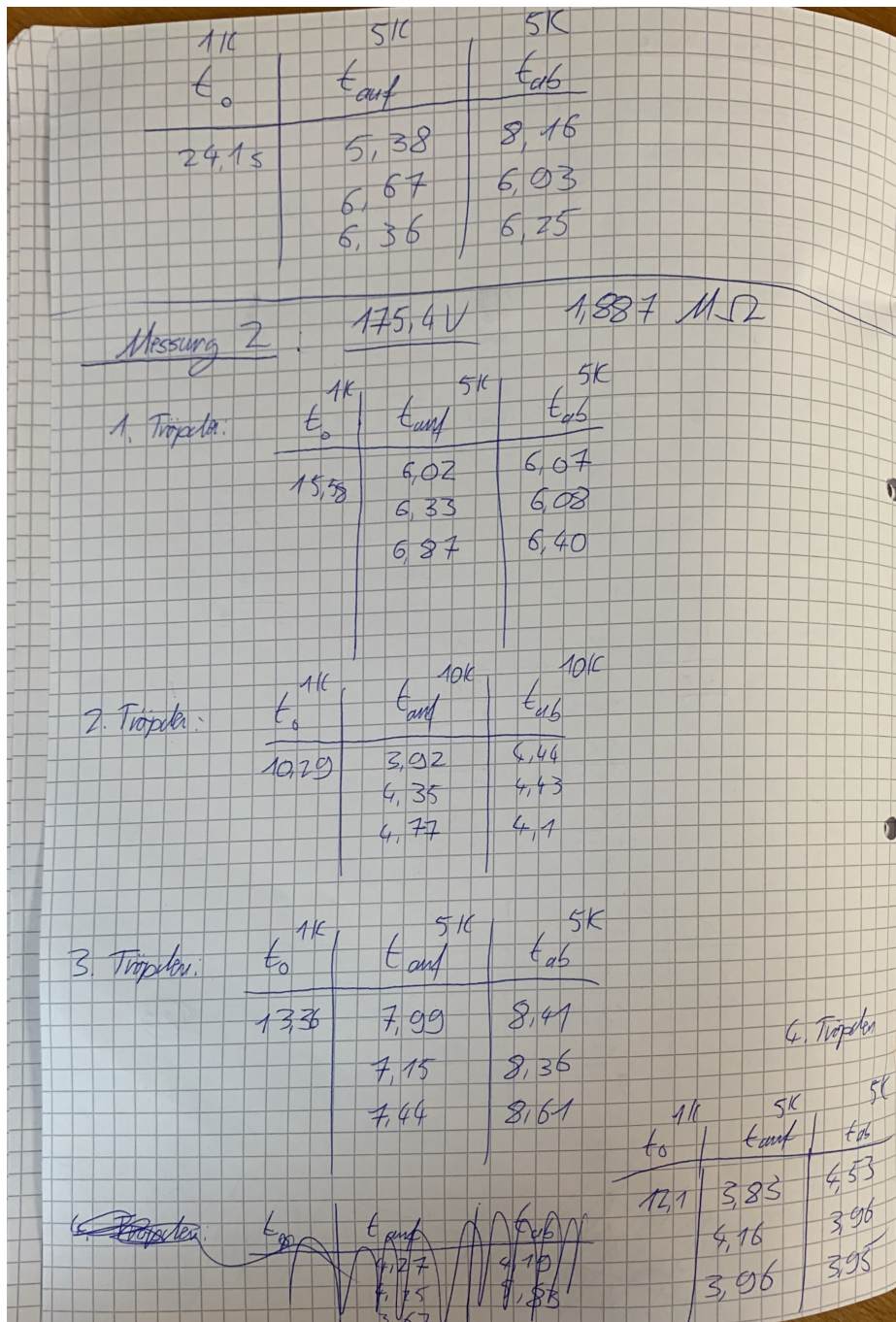


Abbildung 5: Grafik zum Zusammenhang zwischen Temperatur und Viskosität der Luft [4].

A.2. Originaldaten





5. Tropfen:

t_0 ^{1k}	t_{auf} ^{5k}	t_{ab} ^{5k}
✓	4,04	4,50
	3,88	4,47
	4,25	3,79

~~1. Tropfen:~~ Messung 3 ~~1k~~ $V = 200\text{mV}$ $1,875\text{ms}$

1. Tropfen:

t_0 ^{1k}	t_{auf} ^{10k}	t_{ab} ^{10k}
✓	6,96	7,28
	7,34	7,27
	7,57	7,37

2. Tropfen:

t_0 ^{3k}	t_{auf} ^{5k}	t_{ab} ^{5k}
9,89	8,85	5,26
	9,82	4,82
	9,84	4,50

3. Tropfen:

t_0	t_{auf} ^{5k}	t_{ab} ^{5k}
✓	11,56	6,66
	12,73	6,00
	11,12	5,30

4. Tropfen:

t_0	t_{auf} ^{5k}	t_{ab} ^{5k}
✓	7,81	6,06
	7,25	7,20
	6,80	6,21

5. Tropfen	t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/		7,89	7,47
		8,04	7,12
		7,19	7,06

Messung 4	1. Tropfen	t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
225 V	1,866 M Ω	/	7,05	6,46
			6,05	6,52
			7,05	5,83

2. Tropfen	t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/		8,31	7,71
		8,18	6,69
		8,00	6,57

3. Tropfen	t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/		13,06	12,69
		16,21	10,63
		13,78	9,42

4. Tropfen	t_0	t_{auf}^{10K}	t_{ab}^{10K}
/		9,32	8,80
		9,03	10,00
		9,19	9,92

5. Tropfen	t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/		5,48	6,16
		6,01	5,56
		5,70	5,91

Messung 5: 250 V, 1,863 M Ω

1. Tropfen:

t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/	4,44	4,51
	4,87	5,24
	4,08	4,12

2. Tropfen:

t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/	4,47	4,37
	3,71	4,14
	4,64	4,33

3. Tropfen:

t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/	5,10	5,52
	5,02	5,11
	4,89	4,60

4. Tropfen:

t_0	t_{auf}^{10K}	t_{ab}^{10K}
/	4,58	4,71
	5,22	4,68
	5,23	4,99

5. Tropfen:

t_0	t_{auf}^{5K}	t_{ab}^{5K}
/	7,12	5,84
	6,74	5,60
	6,66	6,06

A. V.