

V704

Absorption von β - und γ -Strahlung

Theodor Zies

theodor.zies@tu-dortmund.de

Tom Troska

tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.06.2022

Abgabe: 14.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung	3
2. Theorie	3
2.1. Absorption von β -Strahlung	4
2.2. Absorption von γ -Strahlung	5
3. Durchführung	7
3.1. Absorptionsmessung von β -Strahlung	7
3.2. Absorptionsmessung von γ -Strahlung	7
4. Auswertung	8
4.1. Absorptionskurve des β -Strahlers	8
4.2. Bestimmung der Absorptionskoeffizienten verschiedener Stoffe bei γ -Strahlung	9
5. Diskussion	12
Literatur	13
A. Anhang	14
A.1. Originaldaten	14

1. Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es, den Zerfall von β - und γ -Strahlung zu untersuchen. Zusätzlich soll die maximale Energie der β -Strahlung bestimmt werden, während aus den Ergebnissen für die γ -Strahlung Rückschlüsse über den vorliegenden Absorptionsmechanismus gezogen werden sollen.

2. Theorie

Trifft ein Teilchenstrahl auf Materie, so treten Wechselwirkungen mit den einzelnen Bausteinen dieser Materie auf. Dies führt im allgemeinen zu einer Intensitätsabnahme des Strahls. Um die Häufigkeit der verschiedenen Wechselwirkungen zu beschreiben, eignet sich der sogenannte Wirkungsquerschnitt σ . Mit ihm lässt sich die Wahrscheinlichkeit W , dass ein Teilchen mit einem Absorber mit Querschnitt F , Dicke D und n Materieteilchen pro Volumen wechselwirkt schreiben als

$$W = \frac{nFD\sigma}{F} = nD\sigma. \quad (1)$$

Wird angenommen, dass die Elektronen des Absorbers die Wechselwirkungszentren darstellen, dann gilt

$$n = \frac{ZN_L\rho}{M} \quad (2)$$

wobei Z die Ordnungszahl, N_L die Loschmidtsche Zahl, ρ die Dichte und M die molare Masse des Absorbers bezeichnet.

Aus (1) lässt sich das Absorptionsgesetz herleiten, dass die Zahl $N(D)$ der Teilchen beschreibt, die nach dem durchqueren eines Absorbers der Dicke D noch übrig sind.

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} \quad (3)$$

Dabei wird der Exponentialfaktor mit μ abgekürzt und als Absorptionskoeffizient bezeichnet

$$\mu = n\sigma. \quad (4)$$

Die Dicke $D_{\frac{1}{2}}$ beschreibt die Dicke, bei der die Hälfte aller Teilchen absorbiert wurden. Sie lässt sich berechnen über

$$D_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

Im Folgenden wird die Absorption von β - und γ -Strahlung betrachtet. Das Absorptionsverhalten der beiden Strahlungsarten unterscheidet sich stark und wird daher getrennt voneinander betrachtet.

2.1. Absorption von β -Strahlung

Die β -Strahlung besteht aus Elektronen oder Positronen mit hoher kinetischer Energie, ihre Teilchen besitzen somit eine geringe Masse und eine Ladung. Bei der Wechselwirkung von der β -Strahlung mit Materie können im wesentlichen drei verschiedene Prozesse auftreten.

- Die erste Wechselwirkung ist die **elastische Streuung am Atomkern**, auch **Rutherford Streuung** genannt. Aufgrund ihrer elektrischen Ladung werden die Elektronen im Coulombfeld des Atomkerns abgelenkt, dadurch werden anfänglich parallele Strahlenbündel aufgefächert und die Intensität nimmt ab. Aufgrund der vielfachen Ablenkung wird die Bahnlänge der β -Teilchen deutlich größer als ihre Reichweite R , dies trägt wesentlich zur Absorption bei.
- Des Weiteren kann es zu **inelastischer Streuung am Atomkern** kommen, da die β -Teilchen im Coulombfeld des Atomkerns eine Beschleunigung erfahren. Dabei geben die Elektronen Energie ab, die in Form von Bremsstrahlung abgestrahlt wird und gleichzeitig die Elektronen verlangsamt. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess ist gegeben durch

$$\sigma_{\text{Br}} = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \quad (5)$$

mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α . Außerdem gibt es eine empirische Formel für die Energie E_{Br} , die ein β -Teilchen im Mittel beim Durchgang durch eine Materieschicht verliert, sie lautet

$$E_{\text{Br}} \approx 7 \cdot 10^{-7} \cdot Z \cdot E_{\beta}^2.$$

Dabei ist E_{β} die Energie des einfallenden β -Teilchen, diese darf nicht größer als 2500 keV sein, damit die Formel gilt.

- Der dritte Prozess ist die **inelastische Streuung an den Elektronen**, die sich in den Atomhüllen des Absorbermaterials befinden. Bei diesem Prozess werden die Absorberatome ionisiert und angeregt. Da hierbei nur ein Bruchteil der Energie des β -Teilchens verbraucht wird, kann dieser Prozess sehr oft hintereinander stattfinden. Von Interesse ist hier der Energieverlust pro Absorberschichtdicke x , der gegeben ist durch

$$\frac{dE}{dx} \approx -\frac{2\pi r_e^2}{E_{\beta}} \frac{N_L \rho}{M} Z \ln \left(\frac{E_{\beta}}{I} \right). \quad (6)$$

worin I die Ionisationsenergie der Absorberatome beschreibt.

Aufgrund dieser verschiedenen komplexen Prozesse kann das Absorptionsgesetz (3) für β -Strahlung nur für dünnere Schichtdicken verwendet werden. Sobald die maximale Reichweite überschritten wird, treten starke Abweichungen von dem Gesetz auf, beispielsweise durch die Bremsstrahlung. In Abbildung 1 ist eine typische Absorptionskurve dargestellt, anstelle der Schichtdicke D wird hier die Massenbelegung $R = \rho D$ aufgetragen.

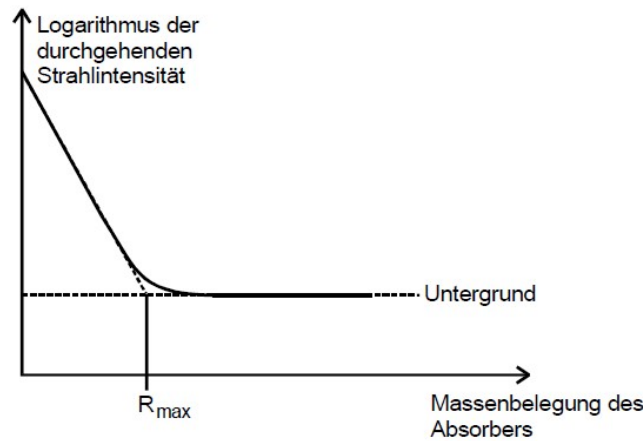


Abbildung 1: Absorptionskurve eines β -Strahlers [6].

Im Allgemeinen lässt sich aus der Kurve die maximale Reichweite R_{\max} ablesen, indem der Schnittpunkt der Geraden mit dem Untergrund gebildet wird. Die beim β -Zerfall frei werdende Gesamtenergie E_{\max} lässt sich dann über folgenden empirischen Zusammenhang aus R_{\max} bestimmen:

$$E_{\max} = 1,92\sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}}. \quad (7)$$

2.2. Absorption von γ -Strahlung

Im Gegensatz zu β -Strahlung besitzt γ -Strahlung keine Ladung und nur eine relativistische Masse, da sie aus Photonen besteht. Über die Quantentheorie lässt sich die Energie eines γ -Quants über

$$E_{\gamma} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

berechnen. Beim Eindringen in eine Materieschicht können die γ -Quanten mit dem Atomkernen und deren elektrischen Feldern sowie den Atomelektronen wechselwirken. Bei jeder dieser Interaktionen kann es zu Annihilationen, Energieverlusten sowie Richtungsänderungen kommen, insgesamt ist also eine große Vielfalt an Prozessen möglich. Bei den **Annihilationsprozessen** verschwindet das γ -Quant, bei **inelastischer Streuung** ändert es seine Richtung und gibt einen Teil seiner Energie ab, während bei **elastischer Streuung** nur eine Richtungsänderung auftritt. In Abbildung 2 sind alle möglichen Prozesse übersichtlich in einer Tabelle dargestellt.

W-W-Prozess \ W-W-Partner	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 2: Tabelle mit den verschiedenen Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie [6].

Die drei wichtigsten Prozesse sind der Photo-Effekt, Compton-Effekt und die Paarerzeugung, sie sollen im Folgenden Näher betrachtet werden.

- Beim (inneren) **Photo-Effekt** wechselwirkt ein γ -Quant mit einem Hüllenelektron. Dabei wird der γ -Quant vernichtet und das Elektron aus seiner Bindung entfernt. Das Elektron erhält also eine kinetische Energie gemäß

$$E_e = h\nu - E_B$$

wobei ν die Frequenz des beteiligten γ -Quants ist. Man sieht sofort, dass dieser Effekt nur auftreten kann, wenn $h\nu > E_B$ ist. Der Photo-Effekt ist begleitet durch die Emission von Röntgenquanten oder Auger-Elektronen, die durch ein Auffüllen der entstandenen Lücken durch Elektronen aus höheren Schalen verursacht werden. Über den Wirkungsquerschnitt lässt sich hier sagen, dass dieser bezogen auf K -Elektronen proportional zu Z^5 und $E_\gamma^{-3.5}$ ist.

- Als nächstes wird der **Compton-Effekt** behandelt, er beschreibt die Streuung eines γ -Quants an einem freien Elektron, beispielsweise an einem Leitungselektron im Metall. Hierbei wird die Richtung sowie die Energie des γ -Quants verändert, aber die Quanten können niemals verschwinden. Die Streuung der Quanten führt zu einer Intensitätsabnahme der γ -Strahlung. Für kleine Energien ($E_\gamma \ll m_0c^2$) geht der Wirkungsquerschnitt σ_{Co} in den Thomschonschen Wirkungsquerschnitt über, der durch

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi r_e^2$$

gegeben ist.

- Zuletzt wird die **Paarerzeugung** beschrieben, die nur bei $E_\gamma > 2m_0c^2$ auftreten kann. Bei diesem Effekt spaltet sich ein γ -Quant in ein Elektron und ein Positron auf. Damit neben der Energieerhaltung auch die Impulserhaltung erfüllt ist, muss ein Teil des Quantenimpulses von einem weiteren Stoßpartner übernommen werden. In Absorbermaterialien bieten sich dafür die Atomkerne an, weshalb die Paarerzeugung im Coulombfeld der Atomkerne auftritt. Für den Wirkungsquerschnitt gilt hier $\sigma_p \sim Z^2$.

Bei der Absorption von γ -Strahlung überlagern sich all diese Prozesse, ihre Gewichtung hängt stark von der Energie der γ -Strahlung sowie dem Material ab. Bei niedrigen Energien dominiert der Photo-Effekt, der Compton-Effekt spielt erst bei mittleren Energien eine Rolle. Die Paarerzeugung setzt erst bei hohen Energien um etwa 1 MeV ein, dominiert dann aber ab 100 MeV nahezu vollständig.

3. Durchführung

Der verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 zu sehen. Im Wesentlichen besteht er aus einem β - oder γ -Strahler, einem Geiger-Müller-Zählrohr und einer verstellbaren Aufnahme für Absorptionsplatten unterschiedlicher Dicke. Außen ist der Versuch mit einer Pb-Abschirmung versehen, um die Strahlenbelastung möglichst gering zu halten.

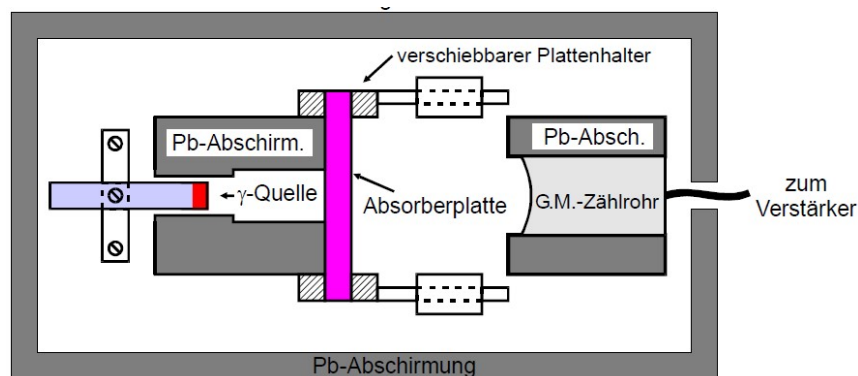


Abbildung 3: Versuchsaufbau [6].

Vor Beginn der eigentlichen Messung wird die Hintergrundstrahlung, auch Nullrate genannt, gemessen. Dafür wird die Anzahl der ausgelösten Impulse im Geiger-Müller-Zählrohrs über einen Zeitraum von 900 s bestimmt.

3.1. Absorptionsmessung von β -Strahlung

Nun wird der β -Strahler in den Versuchsaufbau platziert, für diesen Versuch wird Technetium-99 verwendet. Bevor ein Absorber zwischen Strahler und Zählrohr hinzugefügt wird, soll noch eine Nullmessung ohne jegliche Absorption durchgeführt werden. Anschließend wird Aluminium als Absorber zwischen Strahler und Zählrohr platziert, dessen Dicke je Messung schrittweise erhöht wird. Als Messzeitintervall wird ein Wert zwischen 200 s und 400 s gewählt, der mit steigender Dicke ausgehend von 200 s gleichmäßig erhöht wird. Insgesamt werden 10 verschiedene Dicken gemessen.

3.2. Absorptionsmessung von γ -Strahlung

Auch hier wird wie in 3.1 beschrieben zuerst eine Nullmessung durchgeführt. Zur Erzeugung der γ -Strahlung wird ein Cäsium-137 Präparat verwendet. Das Messzeitintervall

wird wie in 3.1 variiert, jedoch soll der Wert hier zwischen 100 s und 200 s liegen. Als Absorber werden Blei und Zink verwendet, beide liegen in Form von unterschiedlich dicken Metallplatten vor. Durch Kombination dieser Platten werden je Absorber 10 verschiedene Dicken erzeugt und die Zählraten gemessen.

4. Auswertung

Die in dieser Auswertung erstellten Plots werden mithilfe der *Python*-Erweiterung *matplotlib* [3] erstellt. Die Fortpflanzung der Messunsicherheiten werden mithilfe von *uncertainties* [5] bestimmt und genügen der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta F = \sqrt{\sum_i \left(\frac{dF}{dy_i} \Delta y_i \right)^2}.$$

Die Messunsicherheiten der Zählraten N sind poissonverteilt und werden daher mit $\Delta N = \sqrt{N}$ berechnet.

4.1. Absorptionskurve des β -Strahlers

Die Hintergrundmessung für den β^- -Strahler ergibt 623 Impulse in 900 s, was einer Nullrate von $\frac{0,69}{s}$ entspricht.

Die Messwerte zur Bestimmung der Reichweite des β -Strahlers sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Reichweite des β -Strahlers.

$d / \mu\text{m}$	$\Delta t / \text{s}$	Zählrate
100	200	7842
125	220	2151
$135,0 \pm 0,5$	240	2205
160 ± 1	260	1517
200 ± 1	280	564
253 ± 1	300	249
302 ± 1	320	228
338 ± 5	340	217
400 ± 1	360	286
444 ± 2	380	271
482 ± 1	400	265

In Abbildung 4 wird der Logarithmus der zeitlich normierten Zählrate gegen die Dicke des Absorbermaterials aufgetragen. Außerdem wird das zuvor gemessene Hintergrundsignal eingezeichnet.

Mithilfe der *Python*-Erweiterung *scipy* [4] wird eine Regressionsgerade der Messwerte gebildet, die sich vom Hintergrundsignal hervorheben. Die Dicke, nach der die β -Strahlung

vollständig abgeschirmt ist, ergibt sich als Schnittstelle dieser Geraden mit der Geraden des Hintergrundsignals.

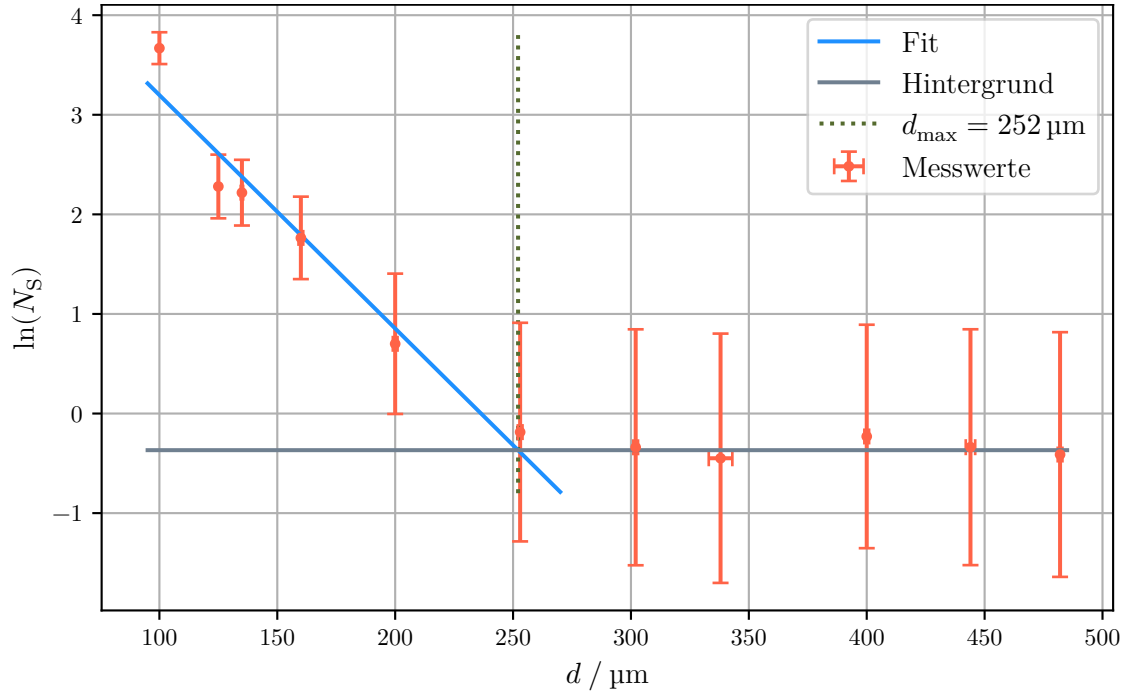


Abbildung 4: Absorptionskurve des β -Strahlers mit eingezeichneter Regressionsgeraden und Hintergrundsignal.

Die lineare Ausgleichsrechnung liefert für eine Gerade des Typs $y = mx + b$ die Werte

$$m = (-0,0234 \pm 0,0026) \frac{1}{\mu\text{m}} \quad b = 5,5 \pm 0,4.$$

Die Schnittstelle und somit die maximale Reichweite ergibt sich zu

$$d_{\text{max}} = (252 \pm 34) \mu\text{m}.$$

Mit der Dichte von Aluminium $\rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g/cm}^3$ [1] lässt sich die Massenbelegung zu

$$R_{\text{max}} = \rho_{\text{Al}} \cdot d_{\text{max}} = (0,0068 \pm 0,0009) \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$$

berechnen. Über den Zusammenhang (7) wird die maximale Energie der β -Strahlung berechnet. Diese beträgt

$$E_{\text{max}} = (0,075 \pm 0,005) \text{ MeV}.$$

4.2. Bestimmung der Absorptionskoeffizienten verschiedener Stoffe bei γ -Strahlung

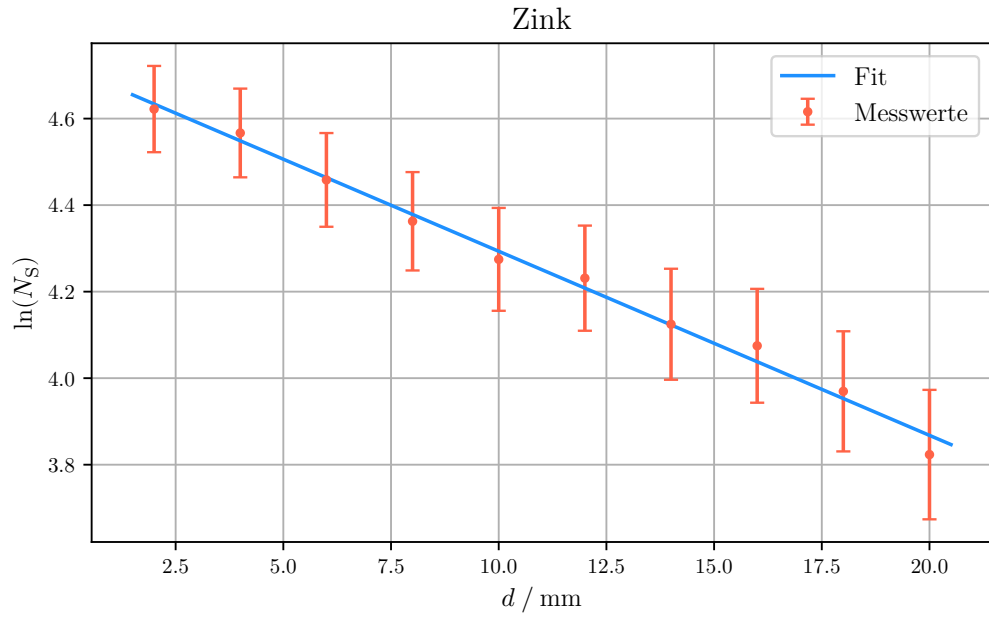
Genau wie für die Absorptionskurve des β -Strahlers wird auch in diesem Teil des Versuches zunächst eine Messung der Hintergrundstrahlung durchgeführt. Hierbei werden 1000

Impulse in 900 s gemessen, woraus sich eine Nullrate von $\frac{1,11}{s}$ berechnen lässt. Die Messwerte für die Absorber Zink und Blei sind in Tabelle 2 dargestellt.

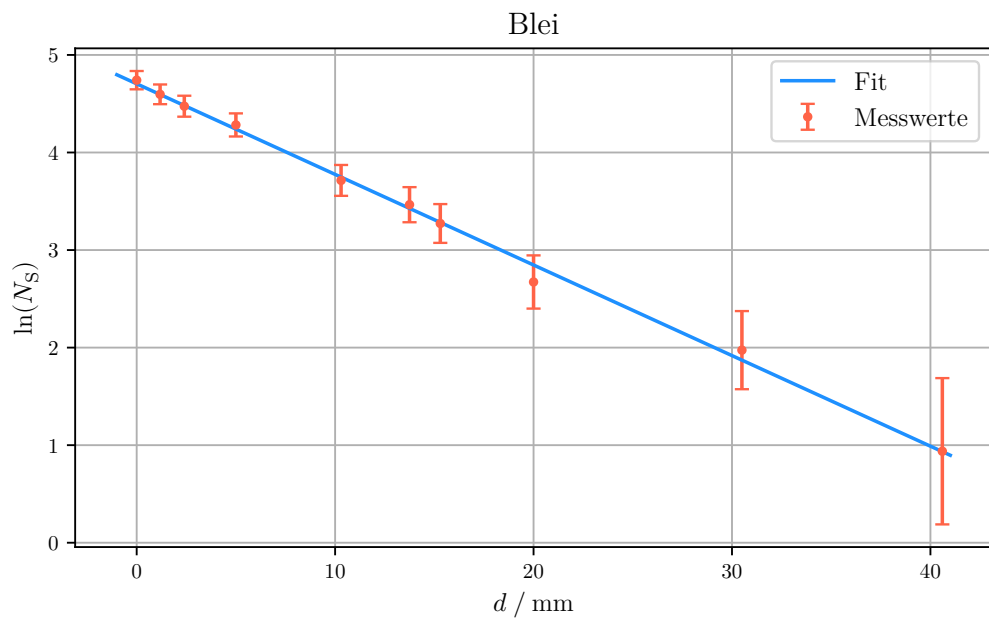
Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von Zink und Blei unter Strahlung des γ -Strahlers ^{137}Cs .

Zink			Blei		
d / mm	$\Delta t / \text{s}$	Zählrate	d / mm	$\Delta t / \text{s}$	Zählrate
2	100	10 281	0	30	3471
4	110	10 708	1,18	100	10 022
6	120	10 494	2,40	105	9330
8	130	10 345	5,00	120	8824
10	140	10 215	10,30	135	5687
12	150	10 486	13,75	155	5128
14	160	10 073	15,30	165	4535
16	170	10 192	20,00	180	2806
18	180	9733	30,50	190	1579
20	190	8905	40,60	200	733

Analog zu dem Vorgehen in 4.1 werden auch hier die logarithmierten und normierten Zählraten in Abhängigkeit zu der Dicke des Absorbermaterials in einem Plot aufgetragen und es wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. In Abbildung 5 sind die Plots für die Absorber Zink und Blei zu sehen.



(a) Zink.



(b) Blei.

Abbildung 5: Darstellung der Messwerte aus Tabelle 2 für die verschiedenen Absorber mit Ausgleichgeraden.

Für die linearen Regressionen ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned} m_{\text{Zn}} &= (-0,0426 \pm 0,0014) \frac{1}{\text{mm}} & b_{\text{Zn}} &= 4,719 \pm 0,017 \\ m_{\text{Pb}} &= (-0,0929 \pm 0,0019) \frac{1}{\text{mm}} & b_{\text{Pb}} &= 4,70 \pm 0,04. \end{aligned}$$

Aus diesen Werten und unter zuhilfenahme der Gleichungen (3) und (4) lassen sich die Absorptionskoeffizienten μ , sowie die Werte für N_0 bestimmen. Diese ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Zn}} &= (42,6 \pm 1,4) \frac{1}{\text{m}} & N_{0,\text{Zn}} &= 112 \pm 2 \\ \mu_{\text{Pb}} &= (92,9 \pm 1,9) \frac{1}{\text{m}} & N_{0,\text{Pb}} &= 110 \pm 4. \end{aligned}$$

In einem weiteren Schritt sollen die Compton Absorptionskoeffizienten der beiden Absorbermaterialien berechnet werden. Dafür werden der Compton Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{com}} = 2,57 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$ sowie weitere Konstanten aus Tabelle 3 verwendet.

Tabelle 3: Literaturwerte verschiedener Materialkonstanten von Zink und Blei [2].

Materialkonstante	Zink	Blei
Z	30	82
$\rho / \text{g/cm}^3$	7,14	11,3
$M / \text{g/mol}$	65,39	207,2

Mit den Formeln (2) und (4) ergeben sich die Compton Absorptionskoeffizienten zu

$$\mu_{\text{com, Zn}} = 69,09 \frac{1}{\text{m}} \quad \mu_{\text{com, Pb}} = 50,61 \frac{1}{\text{m}}.$$

5. Diskussion

Bei der Bestimmung der maximalen Strahlungsreichweite des β^- -Strahlers werden d_{max} und die dazugehörige maximale Energie E_{max} zu

$$d_{\text{max}} = (252 \pm 34) \mu\text{m} \quad E_{\text{max}} = (0,075 \pm 0,005) \text{ MeV}$$

bestimmt. Ein Literaturwert für die maximale Energie des β^- -Strahlers ^{99}Tc lautet $E_{\text{max, lit}} = 0,294 \text{ MeV}$. Somit ergibt sich eine relative Abweichung von rund 74,5 %. Aufgrund der sehr großen relativen Abweichung ist von einem systematischen Fehler bei der Datenaufnahme auszugehen. Möglich ist, dass durch eine zu kurz angelegte Nullmessung die Hintergrundstrahlung nicht ausreichend genau bestimmt wird.

Die experimentellen Werte für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von Zink und Blei sind in Tabelle 4 den theoretisch ermittelten Compton Absorptionskoeffizienten gegenübergestellt.

Tabelle 4: Experimentelle und theoretische Werte zu den (Compton-)Absorptionskoeffizienten von Zn und Pb.

	$\mu_{\text{exp}} / 1/\text{m}$	$\mu_{\text{com}} / 1/\text{m}$	rel. Abweichung
Zn	$42,6 \pm 1,4$	69,09	38,3 %
Pb	$92,9 \pm 1,9$	50,61	83,4 %

Die experimentell ermittelten Absorptionskoeffizienten weichen stark von den berechneten Compton Absorptionskoeffizienten ab. Dies liegt darin begründet, dass nicht nur der Comptoneffekt für die Absorption von γ -Strahlung verantwortlich ist, sondern dass in dem Energiebereich von ^{137}Cs auch der Photoeffekt relevant ist.

Für Zink ist der theoretische Wert des Compton Absorptionskoeffizienten größer als der experimentell bestimmte, sodass hier davon ausgegangen werden kann, dass der Comptoneffekt eine übergeordnete Rolle spielt. Dabei gilt es jedoch zu beachten, dass der theoretische Wert in dem Experiment nicht erreicht wird. Mögliche Gründe hierfür sind Fehler in der Bestimmung der Dicke des Absorbermaterials oder nicht vollständig aus einem Element bestehendes Absorbermaterial.

Literatur

- [1] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *HÜTTE - Das Ingenieurwissen*. Springer, 2008. ISBN: 9783540718512.
- [2] *GESTIS-Stoffdatenbank*. Deutsche Gesetzliche Unfallversicherung e.V. (DGUV). URL: <https://www.dguv.de/ifa/gestis/gestis-stoffdatenbank/index.jsp> (besucht am 10.06.2022).
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] *Versuch V704: Absorption von Beta- und Gammastrahlung*. TU Dortmund, Fakultät Physik.

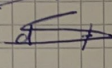
A. Anhang

A.1. Originaldaten

V704 - Absorption von β - und γ -Strahlung

Hintergrund: 900s: 1000

~~Hintergrund 15-157~~

¹³⁷Cs - Quelle 

Pb	d/mm	$\Delta t/s$	N	Zn	d/mm	Δt	N
	0	30	3471		2	100	10.281
	1,18	100	10.022		4	110	10.708
	2,40 2,50 2,60	105	5350		6	120	10.454
	5,00	120	8.824		8	130	10.545
	10,30	155	5.687		10	140	10.275
	13,75	155	5.128		12	150	10.486
	15,50	165	4.535		14	160	10.073
	20,00	180	2.806		16	170	10.152
	30,50	150	1.579		18	180	9.233
	40,60	200	733		20	190	8.505

B-gglw: T=55

d/mm	$\Delta t/s$	N
100	200	7.842
125	220	2.151
135 ± 0,5	240	2.205
160 ± 1	260	1.577
200 ± 1	280	564
253 ± 1	300	249
302 ± 1	320	228
338 ± 5	340	217
400 ± 1	360	286
444 ± 2	380	271
482 ± 1	400	265

W