



ÉCOLE  
POLYTECHNIQUE  
DE BRUXELLES

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

ELEC-H304 - PHYSIQUE DES  
TÉLÉCOMMUNICATIONS

---

Réalisation d'un logiciel de ray-tracing

---

18 MAI 2020

*Auteurs :*

Théo LEPOUTTE  
Oscar VAN SLIJPE

*Professeur :*

Philippe DE DONCKER

# Table des matières

Introduction . . . . .	2
1 Analyse théorique . . . . .	3
1.1 Description des antennes . . . . .	3
1.2 Propagation des ondes . . . . .	5
2 Fonctionnalités du programme . . . . .	10
2.1 Éditeur de carte . . . . .	10
2.2 Cartographie d'un étage . . . . .	12
3 Comparaison avec les résultats analytiques . . . . .	15
3.1 Cas 1 : Transmission directe sans obstacle . . . . .	15
3.2 Cas 2 : Transmission directe à travers un mur . . . . .	15
3.3 Cas 3 : Réflexion contre un mur . . . . .	17
3.4 Cas 4 : Combinaison des deux cas précédents . . . . .	18
3.5 Cas 5 : Réflexions contre plusieurs murs . . . . .	19
Conclusion . . . . .	20
A Annexes . . . . .	21
A.1 Paramètres des antennes . . . . .	21
A.2 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission . . . . .	21
A.3 Détermination du point image . . . . .	22
A.4 Calcul de la composante du champ électrique . . . . .	22
A.5 Débit binaire à partir de la puissance reçue . . . . .	23
A.6 Détermination de tous les rayons et de la puissance totale reçue . . . . .	23

# Introduction

La modélisation de la zone de couverture d'une antenne de télécommunication est une problématique importante de notre ère. Le déploiement de nouvelles technologies de télécommunication telles que la 5G requiert une connaissance approfondie du comportement des ondes avec le milieu qui l'entoure. L'atténuation ou la réflexion de ces dernières lorsqu'elles rencontrent un obstacle dépend en effet de plusieurs paramètres dont la fréquence. Il est donc nécessaire de correctement choisir l'emplacement de ces émetteurs afin de couvrir une zone la plus large possible avec une puissance suffisante. Les programmes utilisant les techniques de ray tracing sont des outils importants pour ces modélisations et c'est le rôle des ingénieurs de les concevoir correctement. C'est pourquoi il nous a été demandé d'en réaliser une version simplifiée.

Le programme conçu doit permettre la modélisation en deux dimensions de l'étage d'un bâtiment et la détermination des différents rayons reliant un émetteur à un récepteur. Celui-ci doit également pouvoir calculer la puissance et le débit binaire maximal du signal WiFi 5GHz (type 802.11ac) reçu ainsi que déterminer la zone de couverture de l'émetteur WiFi. Trois types de matériaux doivent être implémentés (brique, béton et cloison) et l'épaisseur des murs qui en sont composés doit pouvoir être réglée. Pour simplifier les calculs, seules les ondes ayant subi trois réflexions ou moins sont prises en compte. De plus, la réflexion sur le sol et le plafond ainsi que la diffraction n'ont pas été prises en compte dans le cadre du projet.

# 1 Analyse théorique

## 1.1 Description des antennes

Les différents paramètres qui sont décrits dans cette section sont ceux nécessaires à l'implémentation des antennes dans le code, comme le montre l'annexe A.1.

### Type d'antenne

Les antennes utilisées pour l'émission comme la réception sont des antennes dipôles de longueur  $\lambda/2$ , soit la moitié de la longueur d'onde. Celles-ci sont constituées d'un circuit ouvert dont les brins ont une longueur égale à  $\lambda/4$  et sont écartés pour former un angle de  $180^\circ$ . La structure de cette antenne permet un rayonnement omnidirectionnel dans le plan perpendiculaire, rendant l'analyse beaucoup moins complexe.

### Pertes nulles

Par hypothèse, les pertes aux antennes sont considérées comme étant nulles, ce qui correspond donc à un rendement  $\eta = 1$ . De ce fait, la résistance ohmique  $R_{al}$  est nulle et la résistance d'antenne est donc égale à la résistance de rayonnement  $R_{ar}$ . La puissance totale consommée par l'antenne est dès lors égale à la puissance rayonnée par celle-ci.

$$\begin{cases} R_a &= R_{al} + R_{ar} &= R_{ar} \\ P_a &= P_{al} + P_{ar} &= P_{ar} \end{cases} \quad (1)$$

$$P_a = \frac{1}{2} R_a |I_a|^2 = \frac{1}{2} R_{ar} |I_a|^2 \quad (2)$$

### Hauteur équivalente

La notion de *hauteur équivalente* permet de synthétiser les caractéristiques d'une antenne (en émission et en réception) en simplifiant l'expression de la tension induite sur une antenne réceptrice par une onde plane incidente :

$$\begin{cases} \underline{V}_i &= -\frac{1}{I_a} \int \underline{\vec{J}}(\vec{r}) \cdot e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{r}} dV \cdot \vec{E}(0) \\ \vec{h}_e(\theta, \Phi) &= -\frac{1}{I_a} \int \underline{\vec{J}}(\vec{r}) \cdot e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{r}} dV \end{cases} \quad (3)$$

$$\underline{V}_i = \vec{h}_e(\theta, \Phi) \cdot \vec{E}(0) \quad (4)$$

Dans le cas d'une antenne dipôle  $\lambda/2$  orientée en  $\vec{1}_z$ , en faisant l'hypothèse que le courant est le même que dans le cas d'un circuit bifilaire ouvert, on obtient une intégrale de ligne de  $-\lambda/4$  à  $\lambda/4$ , ce qui donne après intégration :

$$h_e(\theta) = -\frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cdot \cos \theta)}{\sin \theta} \quad (5)$$

où  $\theta$  est l'angle avec l'axe z. La hauteur équivalente ne dépend donc pas de l'orientation dans le plan d'incidence. Dans notre cas, le problème étant traité en 2 dimensions, on considère que l'émetteur et le récepteur sont à la même hauteur et qu'il n'y a pas de réflexion sur le sol ni le plafond. Dès lors,  $\theta$  est toujours égal à  $90^\circ$ , ce qui donne :

$$h_e = -\frac{\lambda}{\pi} = \frac{-2}{\beta} \quad (6)$$

où  $\beta$  est le nombre d'onde. La hauteur équivalente de nos antennes dépend donc uniquement de la fréquence utilisée.

### Directivité et gain

La directivité  $D(\theta, \Phi)$  de l'antenne est le rapport entre l'intensité rayonnée dans une direction  $U(\theta, \Phi)$  et l'intensité rayonnée moyenne. L'intensité rayonnée dans une direction peut être obtenue grâce au vecteur de Poynting  $\vec{S}(r, \theta, \Phi)$  (dont le module correspond à la densité surfacique de puissance rayonnée par une antenne).

$$\begin{cases} |\vec{S}(r, \theta, \Phi)| &= \frac{1}{2Z_0} |\underline{E}|^2 \\ U(\theta, \Phi) &= r^2 \cdot |\vec{S}(r, \theta, \Phi)| \end{cases} \quad (7)$$

La densité de puissance rayonnée moyenne sur toutes les directions valant  $P_{ar}/4\pi r^2$ , on obtient la puissance rayonnée moyenne et on en tire l'expression de la directivité :

$$D(\theta, \Phi) = \frac{U(\theta, \Phi)}{r^2 \cdot \frac{P_{ar}}{4\pi r^2}} = \frac{r^2 \cdot |\vec{S}(r, \theta, \Phi)|}{P_{ar}/4\pi} \quad (8)$$

Il ne reste plus qu'à trouver le champ électrique qui peut être exprimé à partir de la hauteur équivalente :

$$\underline{E} = j\omega I_0 \vec{h}_e(\theta, \Phi) \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} = j \frac{Z_0 I_a}{2\pi} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos(\theta))}{\sin(\theta)} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \vec{1}_\theta \quad (9)$$

Il est alors possible de calculer l'intensité rayonnée, la puissance totale rayonnée ainsi que

la résistance de rayonnement :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} U(\theta) & = & Z_0 \frac{|I_a|^2}{8\pi^2} \left( \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos(\theta))}{\sin(\theta)} \right)^2 \approx Z_0 \frac{|I_a|^2}{8\pi^2} (\sin(\theta))^3 \\ P_{ar} & = & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta) \sin \theta d\theta d\phi = \frac{3}{32} Z_0 |I_a|^2 \\ R_{ar} & = & 2 \frac{P_{ar}}{I_a} \approx 71\Omega \end{array} \right. \quad (10)$$

l'impédance du vide  $Z_0$  étant égale à  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ .

Le gain de l'antenne est le produit de la directivité et du rendement de l'antenne. Or, étant donné que nous considérons un cas sans perte, le rendement  $\eta$  vaut 1. De plus, les antennes étant verticales, la directivité en  $\theta = 90^\circ$  est toujours maximale. Le gain l'est donc également :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} D(\theta = 90^\circ) & = & D_{max} = \frac{16}{3\pi} \approx 1,7 \\ G_{TX} & = & G(\theta = 90^\circ) = \eta \cdot D(\theta = 90^\circ) \approx 1,7 \end{array} \right. \quad (11)$$

### Puissance transmise en espace libre

Dans l'hypothèse d'un espace libre entre deux antennes, la densité de puissance qui arrive sur l'antenne réceptrice dépend de la distance  $d$  séparant les deux antennes, de la puissance totale d'émission  $P_{ar}$  et du gain de l'antenne émettrice  $G_{TX}$  dans la direction du récepteur (gain maximum dans notre cas car les deux antennes sont dans le même plan).

$$S = G_{TX} \cdot \frac{P_{TX}}{4\pi d^2} \quad (12)$$

### Polarisation

Les antennes dipôles  $\lambda/2$  induisent toujours une polarisation linéaire. Dans notre cas, l'antenne étant orientée verticalement (axe  $z$ ), il s'agit d'une polarisation perpendiculaire. La composante du champ électrique est donc perpendiculaire au plan d'incidence et la composante du champ magnétique est comprise dans le plan.

## 1.2 Propagation des ondes

La méthode utilisée pour simuler la propagation des ondes est le ray tracing. Celle-ci permet de calculer la composante du champ électrique pour chaque rayon grâce à une modélisation simple des obstacles, en prenant en compte les éventuels coefficients de réflexion, transmission et diffraction (pas pris en compte dans le cadre de ce projet). Le ray

tracing est applicable si la dimension des obstacles est beaucoup plus grande que la longueur d'onde, ce qui est le cas dans un étage d'un bâtiment en considérant un signal Wi-Fi.

### Onde directe sans obstacle

Dans le cas où l'onde directe ne rencontre aucun obstacle, le calcul est simple à réaliser. En partant de la définition du module du vecteur de Poynting ( $S = \frac{|E|^2}{2Z_0}$ ) et en utilisant la formule (12) on trouve :

$$\underline{E} = \sqrt{60G_{TX}P_{TX}} \cdot \frac{e^{-j\beta d}}{d} \quad (13)$$

Le gain d'émission et la puissance émise étant déjà connus via les attributs de l'antenne, il suffit donc de mesurer la distance séparant l'émetteur et le récepteur pour calculer la composante du champ électrique correspondante.

### Ondes réfléchies et ondes transmises

Lorsque les ondes rencontrent des obstacles (les murs dans notre cas) avec un angle d'incidence  $\theta_i$ , une partie de l'onde est réfléchiée. L'autre partie est quant à elle transmise à travers l'obstacle. Les angles de réflexion  $\theta_r$  et de transmission  $\theta_t$  suivent les lois de Snell :

$$\begin{cases} \theta_i &= \theta_r \\ \sqrt{\varepsilon_1} \sin(\theta_i) &= \sqrt{\varepsilon_2} \sin(\theta_t) \end{cases} \quad (14)$$

où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont respectivement les permittivités de l'air (environ égale à celle du vide) et du matériau composant le mur.

La proportion entre réflexion et transmission est calculée via les coefficients de réflexion et de transmission. Ceux-ci vont dépendre de plusieurs paramètres : la nature de l'obstacle (bois, béton, ...), la polarisation de l'onde et l'angle d'incidence.

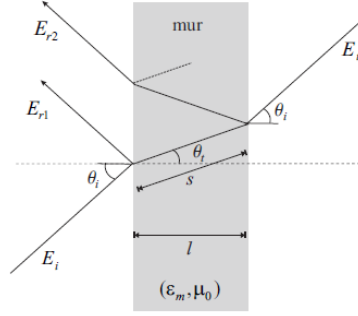


FIGURE 1 – Réflexion et transmission

Comme vu en section 1.1, la polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence. Les conditions de continuité de la composante tangentielle de  $\vec{E}$  et de  $\vec{B}$  s'écrivent alors à partir des lois de Snell :

$$\begin{cases} E_i + \Gamma_{\perp} E_i &= T_{\perp} E_i \\ \sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_i E_i - \sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_i \Gamma_{\perp} E_i &= \sqrt{\varepsilon_2} T_{\perp} \cos \theta_t E_i \end{cases} \quad (15)$$

avec  $\Gamma_{\perp}$  le coefficient de réflexion et  $T_{\perp}$  le coefficient de transmission en polarisation perpendiculaire.

En utilisant les impédances des deux milieux  $Z_1$  et  $Z_2$ , ces coefficients peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \Gamma_{\perp} &= \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} \\ T_{\perp} &= \frac{2 Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} \end{cases} \quad (16)$$

Néanmoins, ces coefficients ne prennent pas en compte les contributions des réflexions successives à l'intérieur du mur. En considérant l'expression du champ électrique réfléchi total, on trouve une suite géométrique qui peut être simplifiée en définissant un coefficient de réflexion total  $\Gamma_m$  :

$$E_r = \underbrace{(\Gamma_{\perp} + \sum ((1 + \Gamma_{\perp}) e^{-j\beta_m ns} \cdot (-\Gamma_{\perp})^{2n-1} e^{-j\beta_m ns} \cdot (1 - \Gamma_{\perp}) e^{j\beta 2ns \sin(\theta_t) \sin(\theta_i)}))}_{\Gamma_m} E_i$$

où  $s = \frac{l}{\cos(\theta_t)}$  est la distance de propagation du rayon dans le mur.

On fait de même pour la transmission avec le coefficient de transmission total  $T_m$ . Les



expressions de ces deux coefficients sont :

$$\begin{cases} \Gamma_m &= \Gamma_{\perp} + (1 - \Gamma_{\perp}^2) \frac{\Gamma_{\perp} e^{-2j\beta_m s} e^{j\beta_2 s \sin(\theta_t) \sin(\theta_i)}}{1 - \Gamma_{\perp}^2 e^{-2j\beta_m s} e^{j\beta_2 s \sin(\theta_t) \sin(\theta_i)}} \\ T_m &= \frac{(1 - \Gamma_{\perp}^2) e^{-j\beta_m s}}{1 - \Gamma_{\perp}^2 e^{-2j\beta_m s} e^{j\beta_2 s \sin(\theta_t) \sin(\theta_i)}} \end{cases} \quad (17)$$

L'annexe A.2 montre comment ceux-ci sont calculés dans le code.

### Champ électrique d'un rayon incident

La composante du champ électrique de chaque rayon réfléchi ou transmis atteignant le récepteur (également appelée "composante multi-trajet") est calculée en tenant compte des coefficients dûs aux réflexions et transmissions successives dans la formule (13) :

$$\underline{E}_n = \prod(\Gamma_{m_i}) \cdot \prod(T_{m_i}) \cdot \sqrt{60G_{TX}P_{TX}} \cdot \frac{e^{-j\beta d_n}}{d_n} \quad (18)$$

où  $d_n$  est la distance totale parcourue par le rayon.

Pour connaître la distance  $d_n$ , ainsi que les angles d'incidences aux différents lieux de réflexion/transmission, la méthode des images est utilisée. Celle-ci consiste à placer un émetteur virtuel symétrique à l'émetteur initial par rapport au mur réflecteur (voir annexe A.3). Le point de réflexion est dès lors obtenu en prenant l'intersection de la droite reliant l'émetteur virtuel au récepteur avec le mur. Dans le cas où plusieurs réflexions successives se produisent, un nouvel émetteur virtuel est créé à partir du précédent, et ainsi de suite.

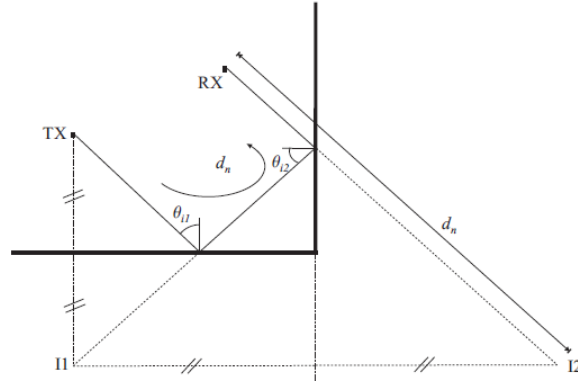


FIGURE 2 – Méthode des images

Les coefficients de réflexion/transmission successifs d'un même rayon peuvent être multipliés entre eux au fur et à mesure pour ne garder finalement qu'un seul coefficient total noté  $\chi$  dans ce rapport.

$$\chi = \prod \Gamma_{m_i} \cdot \prod T_{m_i} \quad (19)$$

La formule (18) est alors simplifiée en utilisant ce coefficient total.

$$\underline{E}_n = \chi_n \cdot \sqrt{60G_{TX}P_{TX}} \cdot \frac{e^{-j\beta d_n}}{d_n} \quad (20)$$

L'utilisation de cette formule est illustrée dans l'annexe A.4.

### Puissance totale en un point

Chaque rayon arrivant sur le récepteur va contribuer à apporter une certaine puissance à celui-ci. La contribution en puissance  $P_{RX_n}$  de chacun de ces rayons est calculée en utilisant la définition de la hauteur équivalente (4) et la formule de la puissance reçue par un rayon incident dans le cas d'une adaptation parfaite des antennes (cas considéré dans le cadre du projet).

$$P_{RX_n} = \frac{1}{8} \frac{|V_i|^2}{R_a} = \frac{1}{8R_a} |\vec{h}_e(\theta_n, \Phi_n) \cdot \vec{E}_n(\vec{r})|^2 \quad (21)$$

On peut alors sommer les contributions de chaque rayon et en prendre la moyenne sur une zone locale d'un mètre carré afin d'avoir une puissance moins variable en fonction de la position :

$$\langle P_{RX} \rangle = \frac{1}{8R_a} \sum |\vec{h}_e \cdot \vec{E}_n(\vec{r})|^2 = \frac{15G_{TX}P_{TX}h_e^2}{2R_a} \sum \frac{\chi_n^2}{d_n^2} \quad (22)$$

Dans l'hypothèse d'un débit binaire  $\psi$  variant linéairement avec la puissance reçue (si les deux grandeurs sont exprimées en échelle logarithmique) et en connaissant les valeurs extrêmes de  $-82\text{dBm}$  et  $-51\text{dBm}$  correspondant respectivement à  $54\text{Mb/s}$  et  $433\text{ Mb/s}$ , on trouve alors la relation suivante (voir annexe A.5 pour le calcul dans le code) :

$$\psi = 10 \left( \langle P_{RX} \rangle \cdot \frac{\log_{10}(433) - \log_{10}(54)}{-51 + 82} + 4.123868 \right) \quad (23)$$

Il est dès lors possible de réaliser ces calculs de puissance et de débit binaire en tout point de notre étage, cela en déterminant à chaque fois les rayons arrivant en ce point par la méthode des images puis en sommant la contribution en puissance de chacun de ces rayons (voir annexe A.6)

## 2 Fonctionnalités du programme

Le programme est réalisé sur l'IDE *QT Creator* (langage C++). Celle-ci a pour avantage de permettre l'utilisation de bibliothèques efficaces pour la gestion de vecteur et l'affichage graphique.

### 2.1 Éditeur de carte

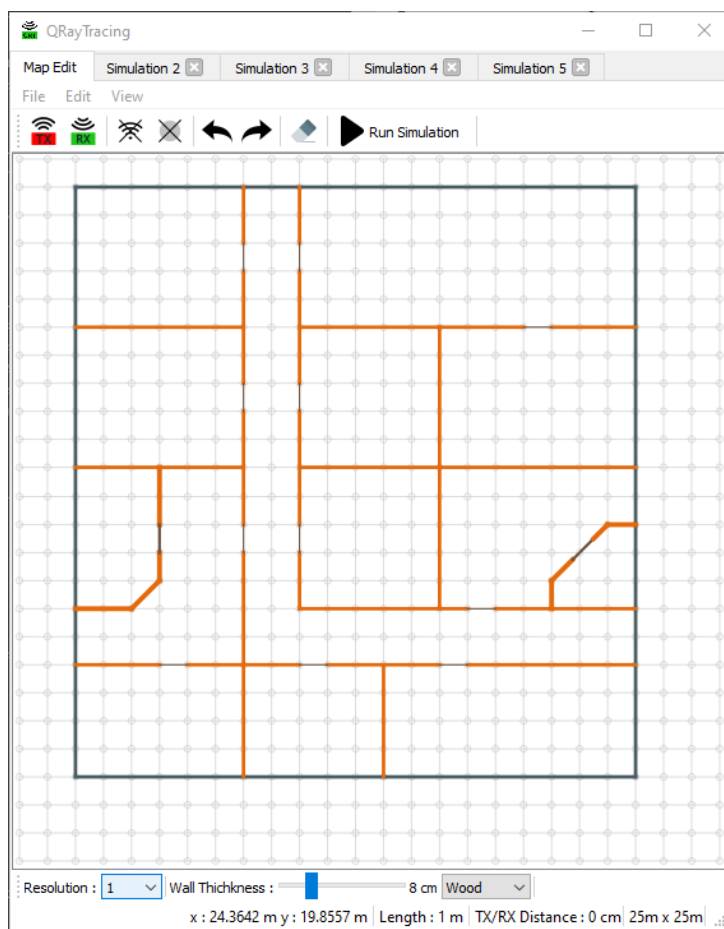




FIGURE 3 – Présentation de l'interface

La première interface sur laquelle se retrouve l'utilisateur est l'éditeur de cartes. Celle-ci représente un carré de  $25\text{m}^2$  de surface sur lequel il est possible de placer librement l'émetteur , le récepteur  et les murs aux différents points d'ancrage. L'épaisseur et les matériaux des murs peuvent être changés à tout instant. Il est également possible de

changer la résolution afin de discrétiser cet espace en carré de 1, 0.5 ou 0.25m de côté<sup>1</sup> (il est important de noter que le paramètre de résolution permet à la fois d'afficher une cartographie plus précise et d'augmenter le nombre de points d'ancrage sur l'interface d'édition).

Les coordonnées exactes du curseur, la distance séparant l'émetteur du récepteur et la longueur du dernier mur placé sont visibles en dessous de l'espace de travail. Les possibilités d'annuler la dernière action ↶ ou de la faire à nouveau ↷, de supprimer tous les éléments de l'espace ✖, de cacher les rayons ⌂ ou les points d'ancrage ✖, d'enregistrer 💾 ou charger 📁 une carte par l'intermédiaire de fichier à l'extension ".RAY" ont été implémentées.

Dès qu'un émetteur et un récepteur sont placés sur la carte, le programme calcule les différents rayons reliant l'émetteur au récepteur. Les rayons se reflétant plus de trois fois ne sont pas calculés. Un code couleur permet de différencier le nombre de réflexions des rayons : vert pour le rayon direct, jaune pour une réflexion, orange pour deux réflexions et rouge pour trois réflexions. La puissance reçue au récepteur (en dBm) ainsi que le débit binaire (en Mb/s) sont également affichés à côté du récepteur.

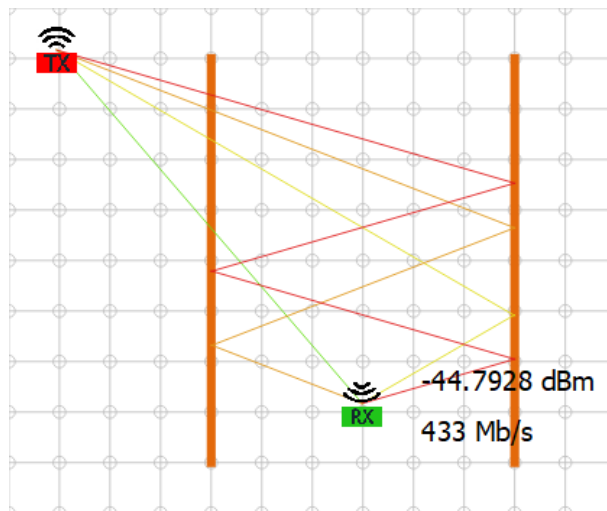


FIGURE 4 – Affichage de la puissance et des rayons en temps réel

Les calculs se font en temps réel : le déplacement des antennes ou la modification de l'espace va automatiquement modifier l'affichage des rayons, de la puissance et du débit.

1. Le calcul de la puissance moyenne est toujours fait pour une zone de 1m<sup>2</sup> centrée sur le centre de ces carrés, même si ceux-ci ne font que 0.25m de côté.

## 2.2 Cartographie d'un étage

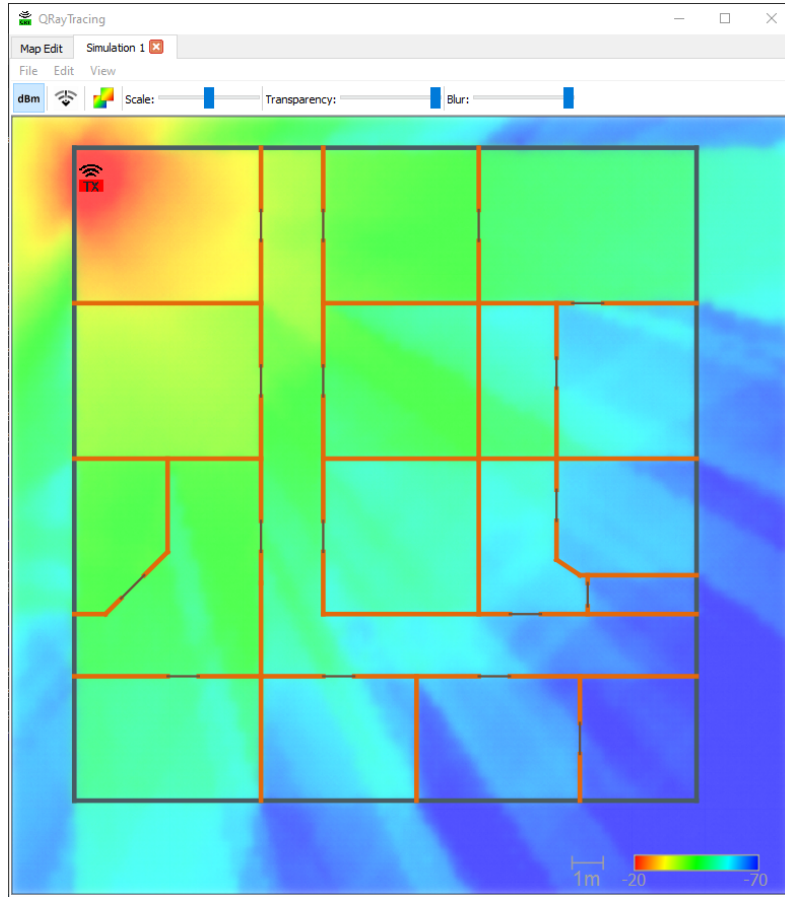


FIGURE 5 – Interface de cartographie

Une fois l'espace créé et l'émetteur placé, la simulation de la cartographie complète de l'étage peut être lancée en cliquant sur le bouton ►. Un onglet va alors s'ouvrir dans la barre supérieure et la cartographie va s'afficher au fur et à mesure que les calculs progressent. La puissance (en dBm) ainsi que le débit binaire sont calculés pour chaque carré de l'espace. Cette opération peut prendre du temps en fonction du nombre de murs présents et de la résolution choisie. Celle-ci est cependant assez rapide pour une résolution de 1m et moins d'une dizaine de murs. Il est également à noter que plusieurs simulations peuvent être lancées simultanément, celles-ci fonctionnant dans des *threads* différents.

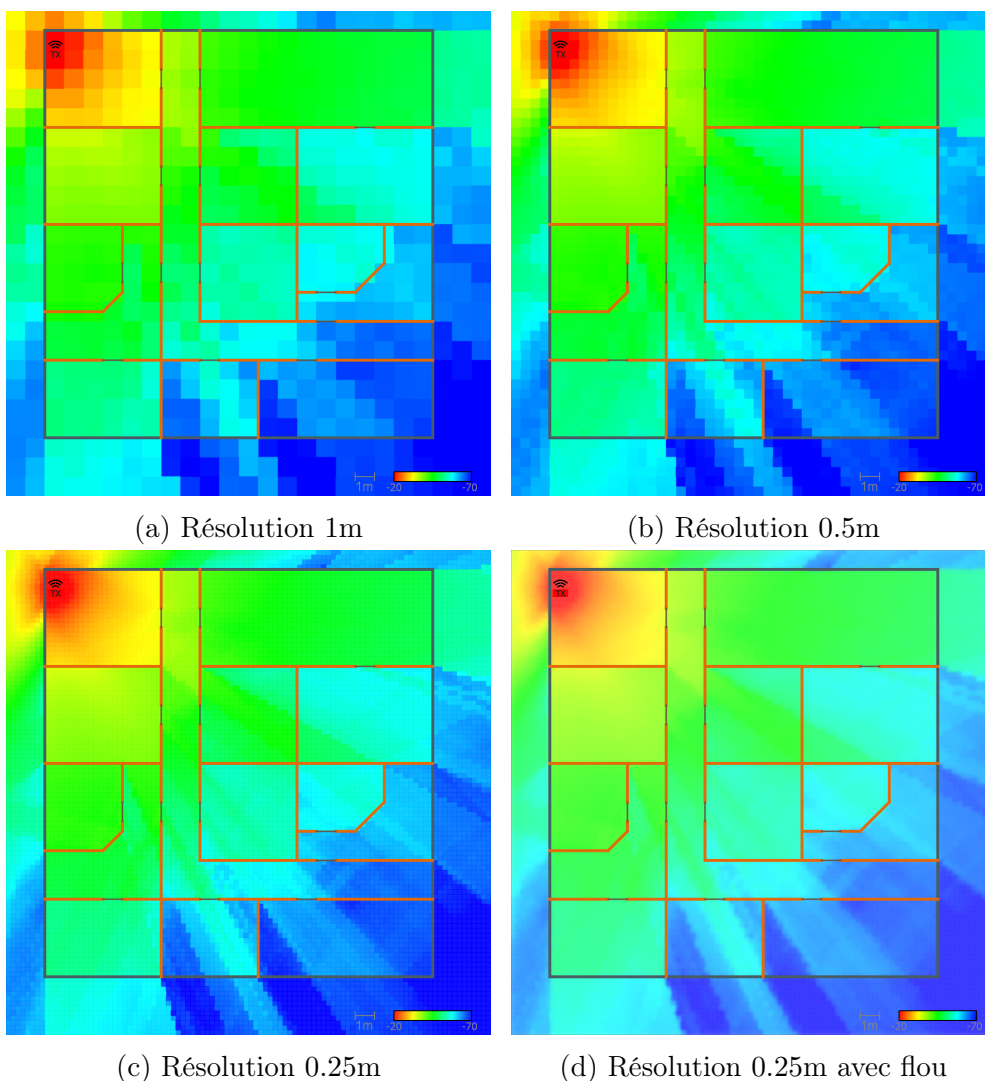

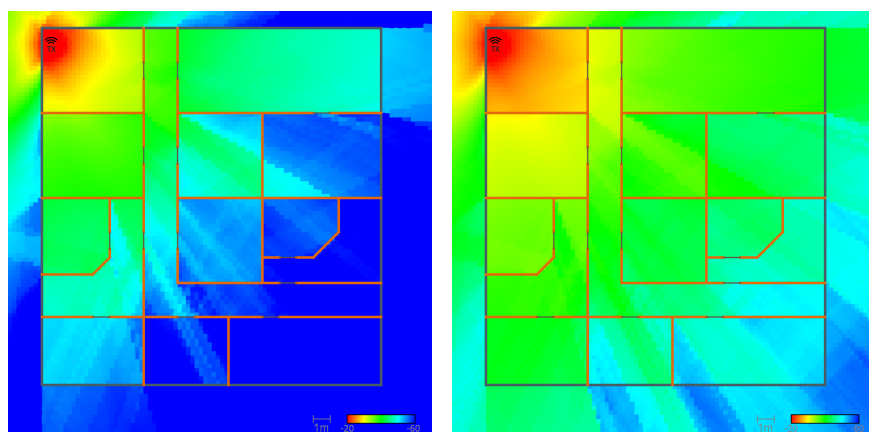


FIGURE 6 – Comparaison des différentes résolutions


Deux échelles de couleur permettent de visualiser facilement la puissance reçue aux différents endroits (le bouton  permet de passer de l'une à l'autre). La première va du vert au rouge en passant par le jaune, celle-ci est plus instinctive en montrant les zones avec une forte puissance en vert. La deuxième va du rouge au bleu en passant par le jaune et le vert, celle-ci permet de mieux voir les petites variations de puissance puisqu'elle utilise une gamme de couleur plus large. Dans les deux cas, la valeur maximale de l'échelle est fixée -20dBm (valeur obtenue à proximité de l'émetteur) mais la valeur minimale est réglable de -40dBm à -100dBm. La transparence des couleurs ainsi que le flou sont également ajustables afin d'obtenir la lisibilité souhaitée par l'utilisateur.

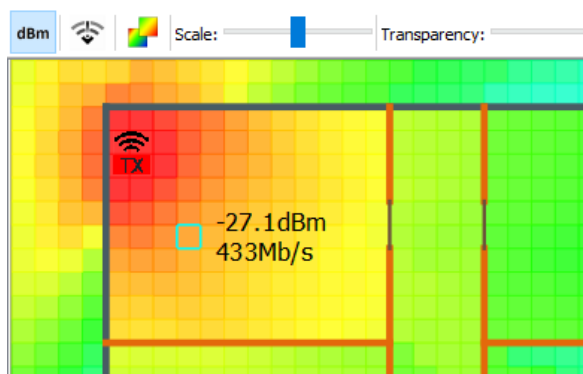


(a) Échelle  $-20$  à  $-60\text{dBm}$

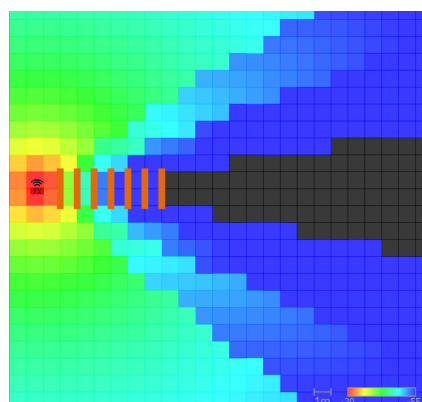
(b) Échelle  $-20$  à  $-80\text{dBm}$

FIGURE 7 – Comparaison des différentes échelles

Il est possible de lire la puissance et le débit binaire en un carré précis de la cartographie en activant le bouton **dBm** situé dans la barre supérieure. Les zones où le débit binaire est inférieur à  $54\text{ Mb/s}$  peuvent également être colorées en noir grâce au bouton . Les cartographies peuvent être enregistrées sous forme d'images dans le format désiré (".PNG", ".JPEG" et ".BMP") dans l'onglet "File".



(a) Puissance et débit binaire



(b) Zone de couverture

FIGURE 8 – Affichage de la puissance, du débit et de la zone de couverture

### 3 Comparaison avec les résultats analytiques

Afin de vérifier le fonctionnement de notre simulation, des cas simples mais représentatifs sont calculés analytiquement et comparés aux résultats. Pour chacun de ces cas, une distance  $d_1 = 4\text{m}$  entre l'émetteur et le récepteur est considérée.

$f$	5GHz	$h_e$	-0.0191m
$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$	$R_a$	$71\Omega$
$\varepsilon_0$	$\frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{F/m}$	$P_{TX}$	0.1W
$Z_1$	$376.73\Omega$	$G_{TX}$	1.7
$\beta$	$104.79\text{m}^{-1}$	$d_1$	4m

#### 3.1 Cas 1 : Transmission directe sans obstacle

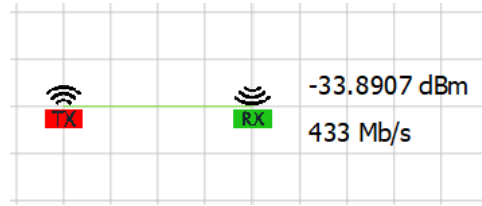


FIGURE 9 – Transmission directe

Dans le cas le plus simple d'une transmission directe sans obstacle, la puissance au récepteur est directement obtenue par l'équation (22) en ne considérant aucun coefficient :

$$\langle P_{RX_1} \rangle = \frac{1}{8R_a d_1^2} |h_e \sqrt{60G_{TX}P_{TX}}|^2 = 0.4088\text{mW} = -33.8846\text{dBm} \quad (24)$$

La valeur obtenue par la simulation étant de  $-33.8907\text{dBm}$ , l'erreur absolue est de l'ordre du centième de dBm.

#### 3.2 Cas 2 : Transmission directe à travers un mur

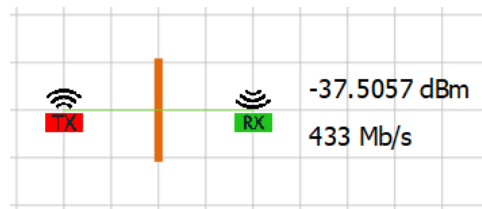


FIGURE 10 – Transmission à travers un mur



Dès lors qu'un rayon traverse un obstacle, un coefficient de transmission doit être calculé. Un mur en briques ( $\varepsilon_{r,brique} = 4.6$ ,  $\sigma_{brique} = 0.02$ ) de 15cm d'épaisseur est considéré dans cet exemple. On obtient analytiquement pour les angles d'incidence et de transmission à partir de l'équation (14) :

$$\theta_i = 0^\circ \Rightarrow \theta_t = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{r,briques}}} \sin \theta_i\right) = 0^\circ$$

L'angle de transmission étant nul, l'épaisseur traversée par le rayon est égale à l'épaisseur du mur :  $s_2 = 0.15\text{m}$ . La permittivité complexe et l'impédance caractéristique du mur en briques sont ensuite calculées :

$$\tilde{\varepsilon}_{briques} = \varepsilon_{r,briques} \cdot \varepsilon_0 - j \frac{\sigma_{briques}}{2\pi f} \Rightarrow Z_{2,briques} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\tilde{\varepsilon}_{briques}}} = 1.6847 \cdot 10^{-2} + j \cdot 8.479 \cdot 10^{-1} \Omega$$

Le coefficient de réflexion pour la polarisation perpendiculaire est quant à lui calculé à partir de l'équation (16) :

$$\Gamma_{\perp 2} = \frac{Z_{2,briques} \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_{2,briques} \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} = \frac{Z_{2,briques} - Z_1}{Z_{2,briques} + Z_1} = -0.382 + j \cdot 0.0021$$

Le coefficient de propagation vaut :

$$\gamma_{m,briques} = j2\pi f \sqrt{\mu_0 \tilde{\varepsilon}_{briques}} = 1.7564 + j \cdot 2.247 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$$

On trouve ensuite le coefficient de transmission du mur avec l'équation (17) :

$$T_{m_2} = \frac{(1 - \Gamma_{\perp 2}^2) e^{-j\gamma_{m,briques} s_2}}{1 - \Gamma_{\perp 2}^2 e^{-2j\gamma_{m,briques} s_2} e^{j\beta_2 s_2 \sin \theta_t \sin \theta_i}} = -0.6386 + j \cdot 0.6129$$

et la puissance au récepteur avec l'équation (22) :

$$\langle P_{RX_2} \rangle = \frac{1}{8R_a d_1^2} |h_e T_{m_2} \sqrt{60 G_{TX} P_{TX}}|^2 = 0.1778 \text{ mW} = -37.4996 \text{ dBm}$$

La simulation nous donnant comme résultat une puissance de  $-37.5057 \text{ dBm}$ , l'erreur absolue est de l'ordre du centième de dBm.

### 3.3 Cas 3 : Réflexion contre un mur

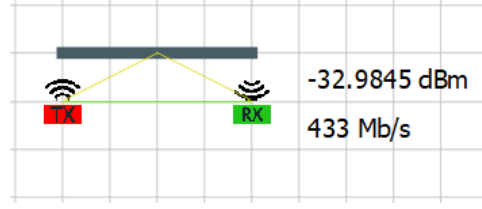


FIGURE 11 – Réflexion

En ajoutant un mur parallèle au rayon reliant l'émetteur et le récepteur et situé à une distance de 1m de celui-ci, un deuxième rayon de longueur  $d_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.472m$  se réfléchissant contre le mur est créé. Dans cet exemple un mur en béton ( $\varepsilon_{r,beton} = 5$ ,  $\sigma_{beton} = 0.014$ ) de 20cm est considéré. Le coefficient de réflexion doit dès lors être calculé. L'angle d'incidence et de transmission valent :

$$\theta_i = \arctan \frac{2}{1} = 63.43^\circ \Rightarrow \theta_t = \arcsin \left( \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{r,beton}}} \sin \theta_i \right) = 23.57^\circ$$

De la même manière que pour les sous-sections 3.1 et 3.2, la longueur traversée par le rayon, l'impédance caractéristique, le coefficient de propagation et le coefficient de réflexion du mur en béton sont calculés et rassemblés dans le tableau ci-dessous :

$s_3$	0.218m
$Z_{2,beton}$	$1.647 \cdot 10^2 + j \cdot 8.479 \cdot 10^{-1} \Omega$
$\Gamma_{\perp 3}$	$-0.6417 + j \cdot 0.0014$
$\gamma_{m,beton}$	$1.179 + j \cdot 234.32m^{-1}$

A partir de ces valeurs, le coefficient de réflexion du mur est calculé par l'équation (17) :

$$\Gamma_{m3} = \Gamma_{\perp 3} + (1 - \Gamma_{\perp 3}^2) \frac{\Gamma_{\perp 3} e^{-2j\gamma_{m,beton}s_3} e^{j\beta 2s_3 \sin \theta_t \sin \theta_i}}{1 - \Gamma_{\perp 3}^2 e^{-2j\gamma_{m,beton}s_3} e^{j\beta 2s_3 \sin \theta_t \sin \theta_i}} = -0.5154 - j \cdot 0.1526$$

En considérant la transmission directe de la sous-section 3.1, on trouve pour la puissance moyenne au récepteur :

$$\begin{aligned} \langle P_{RX3} \rangle &= \frac{h_e^2 60 G_{TX} P_{TX}}{8 R_a} \left( \left| \frac{e^{-j\beta d_1}}{d_1} \right|^2 + \left| \Gamma_{m3} \frac{e^{-j\beta d_2}}{d_2} \right|^2 \right) \\ &= 0.5036mW = -32.97856dBm \end{aligned}$$

La valeur obtenue lors de la simulation valant  $-32.9845\text{dBm}$ , l'erreur est toujours de l'ordre de centième de dBm. Il est également intéressant d'observer que la présence du mur augmente la puissance du signal comme attendu.

### 3.4 Cas 4 : Combinaison des deux cas précédents

En considérant à la fois la réflexion et la transmission à travers un mur, seul le coefficient de transmission du rayon réfléchi au travers du mur de briques doit être calculé, les autres coefficients étant déjà connus.

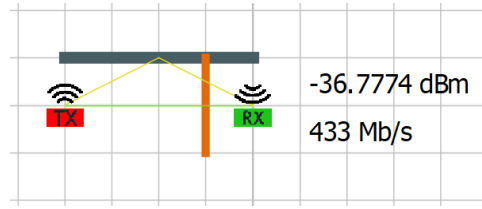


FIGURE 12 – Réflexion et transmission

$$\theta_i = \arctan \frac{1/2}{1} = 30^\circ \Rightarrow \theta_t = \arcsin \left( \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{r,beton}}} \sin \theta_i \right) = 13.48^\circ$$

$s_4$	0.154m
$Z_{2,briques}$	$1.6847 \cdot 10^{-2} + j \cdot 8.479 \cdot 10^{-1} \Omega$
$\Gamma_{\perp 4}$	$-0.4132 + j \cdot 0.0032$
$\gamma_{m,briques}$	$1.7564 + j \cdot 2.247 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$

A partir de ces valeurs, le coefficient de transmission du rayon réfléchi à travers le mur de briques vaut donc :

$$T_{m_4} = -0.5729 + j \cdot 0.0824$$

La puissance au récepteur vaut :

$$\begin{aligned} \langle P_{RX_4} \rangle &= \frac{h_e^2 60 G_{TX} P_{TX}}{8 R_a} \left( |T_{m_2} \frac{e^{-j\beta d_1}}{d_1}|^2 + |\Gamma_{m_3} T_{m_4} \frac{e^{-j\beta d_2}}{d_2}|^2 \right) \\ &= 0.2096 \text{ mW} = -36.7857 \text{ dBm} \end{aligned}$$

La simulation donnant comme résultat une valeur de  $-36.7774\text{dBm}$ , l'erreur absolue est toujours de l'ordre du centième de dBm.

### 3.5 Cas 5 : Réflexions contre plusieurs murs

Un second mur en béton de 20cm d'épaisseur est ajouté de façon symétrique au premier par rapport au rayon direct entre le transmetteur et le récepteur. La présence de ce second mur implique que plusieurs réflexions peuvent se produire entre les deux murs. La symétrie du problème nous permet de calculer seulement 3 coefficients de réflexion, le premier ayant déjà été calculé en section 3.3.

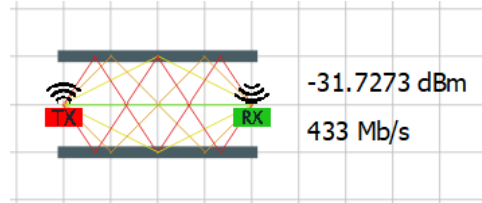


FIGURE 13 – Réflexions

Pour les rayons se réfléchissant deux fois, nous trouvons :

$\theta_i$	$45^\circ$	$\Gamma_{\perp_5}$	$-0.5 + j \cdot 0.0018$
$\theta_t$	$18.4349^\circ$	$s_5$	$0.2108\text{m}$
$d_3$	$5.6568\text{m}$	$\Gamma_{m_5}$	$-0.4121 - j \cdot 0.1923$

Pour les rayons se réfléchissant trois fois, nous trouvons :

$\theta_i$	$33.69^\circ$	$\Gamma_{\perp_6}$	$-0.445 + j \cdot 0.002$
$\theta_t$	$14.3633^\circ$	$s_6$	$0.2064\text{m}$
$d_4$	$7.211\text{m}$	$\Gamma_{m_6}$	$-0.2558 - j \cdot 0.0547$

La puissance au récepteur en prenant tous les rayons en compte vaut donc :

$$\begin{aligned}
 \langle P_{RX_5} \rangle &= \frac{h_e^2 60 P_{TX} G_{TX}}{8 R_a} \left( \left| \frac{1}{d_1} \right|^2 + 2 \left| \frac{\Gamma_{m_3}}{d_2} \right|^2 + 2 \left| \frac{\Gamma_{m_5}^2}{d_3} \right|^2 + 2 \left| \frac{\Gamma_{m_6}^3}{d_4} \right|^2 \right) \\
 &= 0.6727\text{mW} = -31.7213\text{dBm}
 \end{aligned}$$

La valeur donnée par la simulation étant de  $-31.7273\text{dBm}$ , une erreur absolue de l'ordre du millième de dBm est mesurée.

## Conclusion

Bien que cette méthode de ray tracing en deux dimensions ne soit qu'une estimation simplifiée de la réalité, elle permet une bonne compréhension des principes de base de la physique des télécommunications. Plusieurs paramètres tels que la diffraction ou la prise en compte du plafond et du sol sont nécessaires pour se rapprocher encore plus des cas réels. Les résultats du programme ont été correctement vérifiés en étant comparés à des cas simples et la cartographie d'un étage a ainsi pu être obtenue. Plusieurs fonctionnalités telles que l'éditeur de carte ou le calcul de puissance en temps réel ont également été implémentés.

## A Annexes

### A.1 Paramètres des antennes

Les paramètres des antennes sont calculés et stockés dans des variables et sont accessibles dans le reste du code pour la suite des calculs.

---

```
1 frequency=5e9;           //Fréquence utilisée (Hz)
2 power_dbm=20;            //Puissance de rayonnement (dBm)
3 power = pow(10,power_dbm/10)*1e-3; //Puissance de rayonnement (W)
4 Ra = 71;                 //Résistance de rayonnement (ohm)
5 Gtx = 16/(3*3.14159);    //Gain en émission
6 beta0=2*pi*frequency/c;  //Nombre d'onde complexe (1/m)
7 he=-2/beta0;             //Hauteur équivalente (m)
```

---

### A.2 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission

Les fonctions "computerRXCoef" et "computeTXCoef" de la classe "Wall" permettent de calculer respectivement les coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence "incAngle", du matériau les composant et de leur épaisseur.

---

```
1 std::complex<qreal> Wall::computerRXCoef(qreal incAngle)
2 {
3     //Angle d'incidence en radian
4     qreal incAngleRad=incAngle*pi/180;
5     //Angle de transmission en radian
6     qreal tranAngle = asin(sqrt(1/relPermittivity)*sin(incAngleRad));
7     //Distance de propagation dans le mur
8     qreal s = thickness/(100*cos(tranAngle));
9     //Coefficient de réflexion de l'interface air/mur
10    std::complex<qreal> R = ((Z*cos(incAngleRad)-Z0*cos(tranAngle))/(Z*cos(incAngleRad)+
11    Z0*cos(tranAngle)));
12    //Première exponentielle
13    std::complex<qreal> a=-2.0*gamam*s;
14    //Deuxième exponentielle
15    std::complex<qreal> b(0,beta0*2*s*sin(incAngleRad)*sin(tranAngle));
16    //Coefficient de réflexion total
17    std::complex<qreal> GammaM = (R + (1.0-pow(R,2.0))*(R*exp(a)*exp(b))/(1.0-pow(R,2.0)*
18    exp(a)*exp(b)));
19    return GammaM;
20 }
```

---

```
1 std::complex<qreal> Wall::computeTXCoef(qreal incAngle)
2 {
3     //Angle d'incidence en radian
4     qreal incAngleRad=incAngle*pi/180;
5     //Angle de transmission en radian
6     qreal tranAngle = asin(sqrt(1/relPermittivity)*sin(incAngleRad));
```

---

```

7      //Distance de propagation dans le mur
8      qreal s = thickness/(100*cos(tranAngle));
9      //Coefficient de transmission de l'interface air mur
10     std::complex<qreal> R = ((Z*cos(incAngleRad)-Z0*cos(tranAngle))/(Z*cos(incAngleRad)+
11     Z0*cos(tranAngle)));
12     //Première exponentielle
13     std::complex<qreal> a = -gammam*s;
14     //Deuxième exponentielle
15     std::complex<qreal> b(0,beta0*2*s*sin(incAngleRad)*sin(tranAngle));
16     //Coefficient de transmission total
17     std::complex<qreal> Tm = ((1.0-pow(R,2.0))*exp(a))/(1.0-pow(R,2.0)*exp(2.0*a)*exp(b))
18     ;
19     return Tm;
20 }

```

---

### A.3 Détermination du point image

La fonction "mirrorPointMaker" permet de créer l'image d'un point ("point initial") symétriquement par rapport à un mur ("wline").

```

1  QPointF MapGraphicsScene::mirrorPointMaker(QLineF wline, QPointF initialPoint)
2  {
3      //Cos de l'angle entre le mur et l'axe y
4      float a = (wline.p2().y()-wline.p1().y())/wline.length();
5      //Sin de l'angle entre le mur et l'axe y
6      float b = (wline.p1().x()-wline.p2().x())/wline.length();
7      //Distance perpendiculaire entre le mur et l'origine
8      float c = -a*wline.p1().x()-b*wline.p1().y();
9      //Distance perpendiculaire entre le mur et le point initial
10     float dist = a*initialPoint.x()+b*initialPoint.y()+c;
11     //Création de l'image du point initial de l'autre coté du mur
12     QPointF mirrorPoint(initialPoint.x()-2*a*dist,initialPoint.y()-2*b*dist);
13     return mirrorPoint;
14 }

```

---

### A.4 Calcul de la composante du champ électrique

La fonction "EnCalculator" permet de calculer le champ électrique engendré par un rayon (décomposé en plusieurs rayons stockés dans la liste "rays") d'une longueur égale à celle de la ligne "LineMirrorToRx".

```

1  std::complex<qreal> MapGraphicsScene::EnCalculator(QList<Ray*> rays, QLineF
2  LineMirrorToRx)
3  {
4      //Initialisation le coefficient à 1
5      std::complex<qreal> coef = 1;
6      //Calcul du coefficient total
7      foreach(Ray* ray,rays){

```

```

7         coef*=ray->coef;
8     }
9     //Distance totale du rayon
10    greal dn = LineMirrorToRx.length()/pixelPerMeter;
11    //Champ électrique
12    std::complex<greal> exponent(0,-transmitter->beta0);
13    std::complex<greal> En=coef*sqrt(60*transmitter->Gtx*transmitter->power)*exp(exponent
        *dn)/(dn);
14    return En;
15 }

```

---

## A.5 Débit binaire à partir de la puissance reçue

La fonction "computeDebit" du récepteur calcule le débit binaire maximal à partir de la puissance reçue.

```

1 void Receiver::computeDebit()
2 {
3     //Débit plafonné à 433 Mb/s
4     if(power>-51){
5         debit=433;
6     }
7     //Loi de relation entre le débit binaire et la puissance
8     else{
9         double debitBinLog=power*(log10(433)-log10(54))/(-51+82)+4.123868;
10        debit=(int) pow(10.0,debitBinLog);
11        //Débit négatif impossible
12        if(debit<0){
13            debit=0;
14        }
15    }
16 }

```

---

## A.6 Détermination de tous les rayons et de la puissance totale reçue

La classe "mapGraphicsScene" se charge de l'éditeur de map, et se contente donc de faire les calculs suivant pour un seul récepteur (mais les fait en boucle pour une actualisation en temps réel) alors que la classe "simGraphicsScene" gère la simulation de tout l'étage, et va donc faire ces mêmes calculs pour chaque récepteur virtuel placé au centre de toutes les zones de l'espace.

Dans un premier temps, le rayon direct est déterminé en vérifiant s'il y a une transmission. Sa contribution en puissance est ajoutée à la puissance totale reçue.



---

```

1 //Création d'une ligne reliant le transmetteur et le récepteur
2 QLineF LineTxToRx = QLineF(transmitter->x(),transmitter->y(),receiver->x(),receiver->y())
3 ;
4 //Création d'un rayon à partir de cette ligne
5 ray1= new Ray(LineTxToRx);
6 //Vérification si le rayon traverse des murs et change le coefficient si besoin
7 ray1->coef*=checkWalls(ray1);
8 //Calcul de la composante de champ électrique du rayon
9 En = EnCalcultor({ray1},LineTxToRx);
10 //Ajout la contribution énergétique du rayon à la puissance totale reçue
11 power += (1/(8*transmitter->Ra))*pow(abs(transmitter->he*En),2);
12 //Affichage du rayon
13 ray1->setPen(rayPen);
14 rayList.push_back(ray1);
15 addItem(ray1);

```

---

Ensuite, les réflexions éventuelles sont vérifiées pour chacun des murs. Si nécessaire, les trajectoires des rayons, les coefficients de réflexion et éventuellement de transmission sont calculés (annexe A.2). Leurs contributions en puissance sont ajoutées à la puissance totale.

---

```

1 for(Wall* w1:wallList){
2     //Création d'un point image du transmetteur
3     QPointF mirrorPoint = mirrorPointMaker(w1->line(), transmitter->pos());
4     //Initialisation le point d'intersection
5     QPointF intersectPoint;
6     //Création d'une ligne reliant le point image et le récepteur
7     QLineF lineRXtoMP1(receiver->x(),receiver->y(),mirrorPoint.x(),mirrorPoint.y());
8     //Vérification que la ligne à bien une intersection avec le mur (sinon pas de réflexion)
9     if(w1->line().intersects(lineRXtoMP1,&intersectPoint)==QLineF::BoundedIntersection){
10         //Changement de couleur d'affichage pour différencier le nombre de réflexion
11         rayPen.setColor(QColor(224, 221, 27));
12         //Création d'un rayon reliant l'émetteur et le point d'intersection
13         Ray* ray2 = new Ray(QLineF(transmitter->x(),transmitter->y(),intersectPoint.x(),
14             intersectPoint.y()));
15         //Vérification si le rayon traverse des murs et change le coefficient si besoin
16         ray2->coef*=checkWalls(ray2);
17         //Création d'un rayon reliant le point d'intersection et le récepteur
18         Ray* ray3 = new Ray(QLineF(intersectPoint.x(),intersectPoint.y(),receiver->x(),
19             receiver->y()));
20         //Calcul de l'angle d'incidence avec le mur
21         qreal angle = incidenceAngle(ray3->line(),w1);
22         //Changement du coefficient du rayon dû à la réflexion
23         ray3->coef*=w1->computeRXCoef(angle);
24         //Vérification si le rayon traverse des murs et change le coefficient si besoin
25         ray3->coef*=checkWalls(ray3);
26         //Calcul de la composante du champ électrique du rayon total
27         En = EnCalcultor({ray2,ray3},lineRXtoMP1);
28         //Ajout de la contribution énergétique du rayon à la puissance totale reçue
29         power += (1/(8*transmitter->Ra))*pow(abs(transmitter->he*En),2);
30         //Affichage des rayons
31         rayList.push_back(ray2);

```

---

```
30         rayList.push_back(ray3);
31         ray2->setPen(rayPen);
32         ray3->setPen(rayPen);
33         addItem(ray2);addItem(ray3);
34     }
35 }
```

---

Cette dernière étape est itérée trois fois au total en prenant en compte le point image créé dans l'itération précédente comme point initial, ceci afin de calculer au moins trois réflexions. Chaque partie du rayon est prise en compte dans le calcul du champ électrique représenté par la fonction "EnCalculator" (annexe A.4).

La puissance totale calculée est alors stockée dans le récepteur qui se charge d'afficher celle-ci ainsi que le débit binaire calculé par la fonction "computeDebit" (annexe A.5).

---

```
1  //Actualisation de la puissance totale dans le récepteur (en dBm) et l'affiche
2  receiver->power=10*log10(power/1e-3);
3  receiverPower->setPlainText(QString::number(receiver->power)+" dBm");
4  removeItem(receiverPower);
5  addItem(receiverPower);
6  //Calcul du débit binaire en fonction de la puissance et l'affiche
7  receiver->computeDebit();
8  receiverDebit->setPlainText(QString::number(receiver->debit)+" Mb/s");
9  removeItem(receiverDebit);
10 addItem(receiverDebit);
```

---