领奖台数

使用归并排序作为基础,添加了两个数组记录顺序对个数和逆序对个数(实际上还需要额外的 temp 数组用于存放这两者在排序过程中计算出的中间结果,而这些临时数组与算法本身关系不大,下面不再说明)。

orderHead[i] 记录已合并的区间中, 以 a[i] 为头的顺序对的数量。

reverseDf[i] 记录已合并的区间中,以 a[i] 为头的逆序对数量减去以 a[i] 为尾的逆序对数量。

则对于每次合并, 分两种情况讨论。

如果待合并元素位于左区间,视为i < j < mid < k,领奖台数需要增加

 $\#(以a_i)$ 为头的顺序对数量) × $\#(右侧比a_i)$ 小的数的个数)

上式第一个因子为 orderHead[i] 的值。

如果待合并元素位于右区间、视为i < mid < j < k、领奖台数需要增加

$(以a_j$ 为头的逆序对数量 $) \times \#(左侧比a_j$ 小的数的个数 $) - \#(以a_k$ 为尾的逆序对数量 $) \times \#(左侧比a_k$ 小的数的个数)由于j和k不相关,上式可简化为

 $(\#(\cup a_i)$ 为头的逆序对数量) $-\#(\cup a_i)$ 为尾的逆序对数量)) × #(左侧比 a_i 小的数的个数)

上式第一个因子为 reverseDf[j] 的值。

逆序对与顺序对的求法在此前作业中已给出,不再赘述。

该算法在归并排序的基础上并未增添其他循环或递归,因此时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

最短达标区间

计算数组的前缀和(直接使用数组原地址),由于数组中有负数,其前缀和并非递增。

假设最短达标区间为 [l,r],

如果l位于前缀和的递减区间,则可以将l向后移动,直至l位于一个极值点处,此时区间长度显然更短,且区间和更大。

对r同理。

因此得证: l 和 r 一定位于前缀和的递增区间内。

使用 vec 作为单调栈,记录递增的前缀和,并对每一个元素 a[r] 求满足 sum[l] + sum[r] >= k 的最大 l 。

对所有 r , 求最小的 r - l + 1 , 即为最短区间长度。

找零

使用 ans[j] 表示找 j 元钱的方案数。

并且由于外层循环是对货币面额 coins[i] 的枚举,循环过程中 ans[j] 实际上意味着对于前 i 种货币,找 j 元钱的方案数。

该方案数等于对于前 i - 1 种货币的方案数加上增加了第 i 种货币的方案数,即 ans[j] = ans[j] + ans[j - coins[i]] 。

两重循环时间复杂度为O(Vn)。

最大连续子方阵

line[i][j] 表示第 i 行中以 a[i][j] 为终点的最长连续序列。

row[i][j] 表示第 j 列中以 a[i][j] 为终点的最长连续序列。

ans[i][j] 表示以 a[i][j] 为终点的最大连续方阵。

则显然当 $\mathbf{a[i][j]} = \mathbf{1}$ 时,行列值均加一,方阵大小视连续行列值和对角线上最大连续方阵大小而定。 两重循环,时间复杂度 $O(n^2)$ 。