

基本思想

生物学家研究发现,自然界中的蚂蚁觅食是一个群体性行为,并非单只蚂蚁自行寻找食物源。蚂蚁在寻找食物源时,会在其经过的路径上释放一种信息素,并能够感知其他蚂蚁释放的信息素。信息素浓度的大小表征路径的远近,信息素浓度越高,表示对应的路径距离越短。通常,蚂蚁会以较大的概率优先选择信息素浓度较高的路径,并释放一定量的信息素,以增强该条路径上的信息素浓度,这样会形成一个正反馈。最终,蚂蚁能够找到一条从巢穴到食物源的最佳路径,即最短距离。值得一提的是,生物学家同时发现,路径上的信息素浓度会随着时间的推进而逐渐衰减。

将蚁群算法应用于解决优化问题的基本思路为:用蚂蚁的行走路径表示待优化问题的可行解,整个蚂蚁群体的所有路径构成待优化问题的解空间。路径较短的蚂蚁释放的信息素量较多,随着时间的推进,较短的路径上累积的信息素浓度逐渐增高,选择该路径的蚂蚁个数也愈来愈多。最终,整个蚂蚁会在正反馈的作用下集中到最佳的路径上,此时对应的便是待优化问题的最优解。

蚁群算法解决 TSP 问题基本原理

本节将用数学语言对上述蚁群算法的基本思想进行抽象描述,并详细阐述蚁群算法用于解决 TSP 问题的基本原理。

不失一般性,设整个蚂蚁群体中蚂蚁的数量为 m ,城市的数量为 n ,城市 i 与城市 j 之间的距离为 d_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$), t 时刻城市 i 与城市 j 连接路径上的信息素浓度为 $\tau_{ij}(t)$ 。初始时刻,各个城市间连接路径上的信息素浓度相同,不妨设为 $\tau_{ij}(0)=\tau_0$ 。

蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, m$) 根据各个城市间连接路径上的信息素浓度决定其下一个访问城市,设 $P_{ij}^k(t)$ 表示 t 时刻蚂蚁 k 从城市 i 转移到城市 j 的概率,其计算公式为

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{s \in \text{allow}_k} [\tau_{is}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{is}(t)]^\beta}, & s \in \text{allow}_k \\ 0, & s \notin \text{allow}_k \end{cases} \quad (22-1)$$

其中, $\eta_{ij}(t)$ 为启发函数, $\eta_{ij}(t) = 1/d_{ij}$, 表示蚂蚁从城市 i 转移到城市 j 的期望程度; allow_k ($k=1, 2, \dots, m$) 为蚂蚁 k 待访问城市的集合,开始时, allow_k 中有 $(n-1)$ 个元素,即包括除了蚂蚁 k 出发城市的其他所有城市,随着时间的推进, allow_k 中的元素不断减少,直至为空,即表示所有的城市均访问完毕; α 为信息素重要程度因子,其值越大,表示信息素的浓度在转移中起的作用越大; β 为启发函数重要程度因子,其值越大,表示启发函数在转移中的作用越大,即蚂蚁会以较大的概率转移到距离短的城市。

如前文所述,在蚂蚁释放信息素的同时,各个城市间连接路径上的信息素逐渐消失,设参数 ρ ($0 < \rho < 1$) 表示信息素的挥发程度。因此,当所有蚂蚁完成一次循环后,各个城市间连接路径上的信息素浓度需进行实时更新,即

$$\begin{cases} \tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \\ \Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^n \Delta\tau_{ij}^k \end{cases}, \quad 0 < \rho < 1$$

其中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在城市 i 与城市 j 连接路径上释放的信息素浓度; $\Delta\tau_{ij}$ 表示所有蚂蚁在城市 i 与城市 j 连接路径上释放的信息素浓度之和。

针对蚂蚁释放信息素问题, M. Dorigo 等人曾给出 3 种不同的模型, 分别称之为 ant cycle system、ant quantity system 和 ant density system, 其计算公式如下:

1. ant cycle system 模型

ant cycle system 模型中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 的计算公式为

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k, & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁从城市 } i \text{ 访问城市 } j \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中, Q 为常数, 表示蚂蚁循环一次所释放的信息素总量; L_k 为第 k 只蚂蚁经过路径的长度。

2. ant quantity system 模型

ant quantity system 模型中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 的计算公式为

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/d_{ij}, & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁从城市 } i \text{ 访问城市 } j \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

3. ant density system 模型

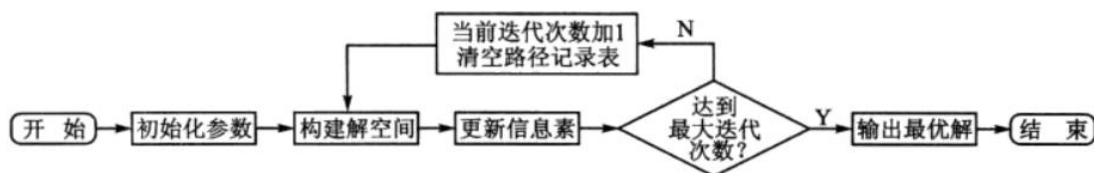
ant density system 模型中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 的计算公式为

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q, & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁从城市 } i \text{ 访问城市 } j \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

上述 3 种模型中, ant cycle system 模型利用蚂蚁经过路径的整体信息(经过路径的总长)计算释放的信息素浓度; ant quantity system 模型则利用蚂蚁经过路径的局部信息(经过各个城市间的距离)计算释放的信息素浓度; 而 ant density system 模型则更为简单地将信息素释放的浓度取为恒值, 并没有考虑不同蚂蚁经过路径长短的影响。因此, 一般选用 ant cycle system 模型计算释放的信息素浓度, 即蚂蚁经过的路径越短, 释放的信息素浓度越高。

蚁群算法解决 TSP 问题基本步骤

基于上述原理, 将蚁群算法应用于解决 TSP 问题一般需要以下几个步骤



蚁群算法解决 TSP 问题基本步骤

1. 初始化参数

在计算之初, 需要对相关的参数进行初始化, 如蚁群规模(蚂蚁数量) m 、信息素重要程度因子 α 、启发函数重要程度因子 β 、信息素挥发因子 ρ 、信息素释放总量 Q 、最大迭代次数 $iter_max$ 、迭代次数初值 $iter=1$ 。

2. 构建解空间

将各个蚂蚁随机地置于不同出发点,对每个蚂蚁 $k(k=1,2,\cdots,m)$,按照式(22-1)计算其下一个待访问的城市,直到所有蚂蚁访问完所有的城市。

3. 更新信息素

计算各个蚂蚁经过的路径长度 $L_k(k=1,2,\cdots,m)$,记录当前迭代次数中的最优解(最短路径)。同时,根据式(22-2)和式(22-3)对各个城市连接路径上的信息素浓度进行更新。

4. 判断是否终止

若 $\text{iter} < \text{iter_max}$,则令 $\text{iter} = \text{iter} + 1$,清空蚂蚁经过路径的记录表,并返回步骤 2;否则,终止计算,输出最优解。

蚁群算法的特点

基于蚁群算法的基本思想及解决 TSP 问题的基本原理,不难发现,与其他优化算法相比,蚁群算法具有以下几个特点:

(1) 采用正反馈机制,使得搜索过程不断收敛,最终逼近最优解。

(2) 每个个体可以通过释放信息素来改变周围的环境,且每个个体能够感知周围环境的实时变化,个体间通过环境进行间接地通讯。

(3) 搜索过程采用分布式计算方式,多个个体同时进行并行计算,大大提高了算法的计算能力和运行效率。

(4) 启发式的概率搜索方式不容易陷入局部最优,易于寻找到全局最优解。